Tema 1. Lógica Proposicional:
1.6 Minimización

Lógica - Grado en Inteligencia Artificial (UDC)

Curso 2024–2025

Minimización

- Dado un conjunto de modelos S,
  ¿podemos hallar una fórmula α tal que $M(\alpha) = S$?
- Comenzando con los modelos de $M(\alpha)$, se obtiene una FND de α
- Con los contramodelos de α, se obtiene una FNC de α
- Objetivo: encontrar una fórmula de tamaño minimal
- Métodos: de Karnaugh y de Quine-McCluskey

Implicantes

Definición

Un conjunto de literales C es un implicante de α si su conjunción implica α. C es un implicante primo de α si no existe D, implicante de α, con $D \subset C$.

- Para minimizar: Obtendremos un conjunto de implicantes primos de una fórmula a partir de su conjunto de modelos.
- Suponemos un orden arbitrario (por ejemplo, alfabético) entre los átomos de la signatura. Por ejemplo: $[p, \ q, \ r, \ s]$
- Representamos cada modelo como una cadena de bits siguiendo esa ordenación. Por ejemplo 1010 indica que p y r son verdaderos y el resto falsos
- Podemos representar 1010 como una conjunción de literales $p \wedge \neg q \wedge r \wedge \neg s$ (llamado mintérmino) o utilizando su representación decimal $m10$

FND de una fórmula a partir de sus modelos

Ejemplo 1.

$$M(\alpha) = \{\, \{q\}, \{r\}, \{p, q\}, \{q, r\} \,\}$$

minterm	p	q	r	α		
m0	0	0	0	0		
m1	0	0	1	1	$\longrightarrow$	$\neg p \wedge \neg q \wedge r$
m2	0	1	0	1	$\longrightarrow$	$\neg p \wedge q \wedge \neg r$
m3	0	1	1	1	$\longrightarrow$	$\neg p \wedge q \wedge r$
m4	1	0	0	0		
m5	1	0	1	0		
m6	1	1	0	1	$\longrightarrow$	$p \wedge q \wedge \neg r$
m7	1	1	1	0		

$$\alpha = (\neg p \wedge \neg q \wedge r) \vee (\neg p \wedge q \wedge \neg r) \vee (\neg p \wedge q \wedge r) \vee (p \wedge q \wedge \neg r)$$

FNC de una fórmula a partir de sus contramodelos

Ejemplo 1.

$$M(\alpha) = \{\,\{q\}, \{r\}, \{p, q\}, \{q, r\}\,\}$$

minterm	p	q	r	α		
m0	0	0	0	0	$\longrightarrow$	$p \vee q \vee r$
m1	0	0	1	1		
m2	0	1	0	1		
m3	0	1	1	1		
m4	1	0	0	0	$\longrightarrow$	$\neg p \vee q \vee r$
m5	1	0	1	0	$\longrightarrow$	$\neg p \vee q \vee \neg r$
m6	1	1	0	1		
m7	1	1	1	0	$\longrightarrow$	$\neg p \vee \neg q \vee \neg r$

$$\alpha = (p \vee q \vee r) \wedge (\neg p \vee q \vee r) \wedge (\neg p \vee q \vee \neg r) \wedge (\neg p \vee \neg q \vee \neg r)$$

Minimización: Mapa de Karnaugh

- Un Mapa de Karnaugh de una función booleana es una representación gráfica de la tabla de valores de la función.
- Un mapa de Karnaugh es similar a una tabla de verdad, ya que muestra todos los posibles valores de la salida para cada combinación posible de las entradas.
- En lugar de organizarse en filas y columnas, un mapa de Karnaugh es un conjunto de celdas en el que cada celda representa un valor binario de las entradas.
- El número de celdas de un mapa de Karnaugh es igual al número total de posibles combinaciones de los valores de las variables de entrada, es decir, 2^n siendo n el número de variables de la función.

Minimización: Diagrama de Karnaugh

Ejemplo 2. Con dos átomos.

$$\alpha = (\neg p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge q) \vee (p \wedge q)$$

	p	q	α
$\neg p \wedge \neg q \longrightarrow$	0	0	1
$\neg p \wedge q \longrightarrow$	0	1	1
	1	0	0
$p \wedge q \longrightarrow$	1	1	1

$p \backslash q$	0	1
0	1	1
1	0	1

Minimización: Diagrama de Karnaugh

- Las celdas se distribuyen de manera que simplificar una determinada expresión consiste en agrupar adecuadamente algunas de las celdas.
- Las celdas de un mapa de Karnaugh se disponen de manera que entre dos celdas adyacentes sólo cambie el valor de una única variable.
- Físicamente, cada celda es adyacente a las que están situadas inmediatamente junto a cualquiera de sus cuatro lados. Pero no es adyacente a aquellas que tocan diagonalmente alguna de sus esquinas.
- Además existe adyacencia cíclica:

  Las celdas de la fila inferior son adyacentes a la superior

  Las celdas de la columna izquierda son adyacentes a la derecha

Minimización: Diagrama de Karnaugh

- Dos celdas son adyacentes si difieren exactamente en un literal
- En el mapa de Karnaugh, las celdas adyacentes son celdas consecutivas horizontal o verticalmente

$$\alpha = (\neg p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge q) \vee (p \wedge q)$$

p \ q	0	1
0	1	1
1	0	1

Son adyacentes: cadenas 00, 01

Son adyacentes: cadenas 01, 11

Minimización: Diagrama de Karnaugh

- La minimización comienza agrupando los 1 que estén situados en celdas adyacentes del mapa.
  - Un grupo debe contener el mayor número posible de celdas
    - ◇ toda celda del grupo debe ser adyacente a otra de la celda del grupo
    - ◇ el número de celdas de cada grupo debe ser potencia de 2
    - ◇ ese bloque se llama implicante primo
  - Cada 1 del diagrama debe estar incluído en al menos un grupo, aunque un 1 puede estar incluído en varios grupos solapados
- Puede haber varias agrupaciones válidas posibles, pero siempre eligiendo los bloques de mayor tamaño posible para minimizar el número de grupos, y siempre se debe elegir un bloque si es el único bloque de unos que cubre a un 1 en el diagrama. Este bloque se llama implicante primo esencial.

Minimización: Diagrama de Karnaugh

Ejemplo 2. Con dos átomos. $\alpha = (\neg p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge q) \vee (p \wedge q)$

$p \backslash q$	0	1
0	1	1
1	0	1

$(\neg p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge q) \equiv \neg p$

$(\neg p \wedge q) \vee (p \wedge q) \equiv q$

Minimización: Diagrama de Karnaugh

Ejemplo 2. Con dos átomos. $\alpha = (\neg p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge q) \vee (p \wedge q)$

$p \backslash q$	0	1
0	1	1
1	0	1

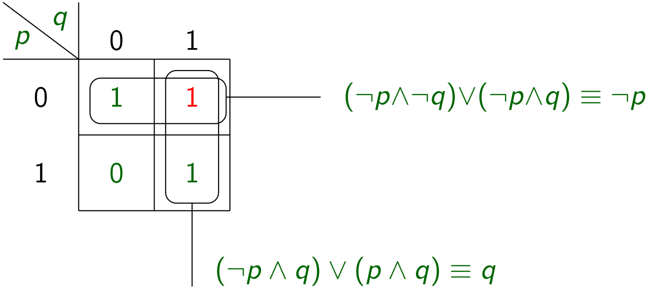
$(\neg p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge q) \equiv \neg p$

$(\neg p \wedge q) \vee (p \wedge q) \equiv q$

$$\alpha \quad = \quad (\neg p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge q) \vee (p \wedge q)$$

Minimización: Diagrama de Karnaugh

Ejemplo 2. Con dos átomos. $\alpha = (\neg p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge q) \vee (p \wedge q)$



$$\alpha = (\neg p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge q) \vee (p \wedge q)$$

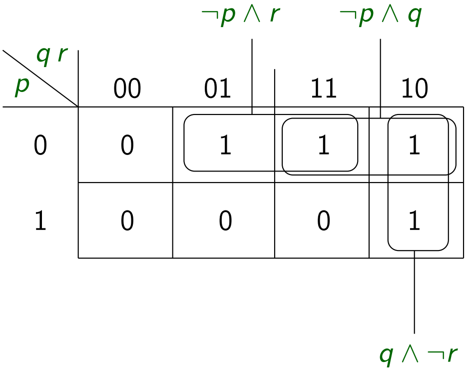
$$\equiv \overbrace{(\neg p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge q)}^{\neg p} \vee \underbrace{(\neg p \wedge q) \vee (p \wedge q)}_{q} \equiv \neg p \vee q$$

Minimización: Diagrama de Karnaugh

Ejemplo 1. Con tres átomos.

$$\alpha = (\neg p \wedge \neg q \wedge r) \vee (\neg p \wedge q \wedge \neg r) \vee (\neg p \wedge q \wedge r) \vee (p \wedge q \wedge \neg r)$$

minterm	p	q	r	α
m0	0	0	0	0
m1	0	0	1	1
m2	0	1	0	1
m3	0	1	1	1
m4	1	0	0	0
m5	1	0	1	0
m6	1	1	0	1
m7	1	1	1	0



Minimización: Diagrama de Karnaugh

Ejemplo 1. Con tres átomos.

$$\alpha = (\neg p \land \neg q \land r) \lor (\neg p \land q \land \neg r) \lor (\neg p \land q \land r) \lor (p \land q \land \neg r)$$

minterm	p	q	r	α
m0	0	0	0	0
m1	0	0	1	1
m2	0	1	0	1
m3	0	1	1	1
m4	1	0	0	0
m5	1	0	1	0
m6	1	1	0	1
m7	1	1	1	0

$\neg p \land r$ $\quad$ $\neg p \land q$

p \ $q\,r$	00	01	11	10
0	0	1	1	1
1	0	0	0	1

$q \land \neg r$

$$\alpha \;\equiv\; (\neg p \land r) \lor (\neg p \land q) \lor (q \land \neg r) \;\equiv\; (\neg p \land r) \lor (q \land \neg r)$$

$(\neg p \land q)$ es un implicante primo no esencial

Minimización: Diagrama de Karnaugh

Ejemplo 1. Con tres átomos.

$$\alpha = (\neg p \wedge \neg q \wedge r) \vee (\neg p \wedge q \wedge \neg r) \vee (\neg p \wedge q \wedge r) \vee (p \wedge q \wedge \neg r)$$

minterm	p	q	r	α
m1	0	0	1	1
m2	0	1	0	1
m3	0	1	1	1
m6	1	1	0	1

$\neg p \wedge r$ $\quad$ $\neg p \wedge q$

$p \backslash q\,r$	00	01	11	10
0		1	1	1
1				1

$q \wedge \neg r$

$$\alpha \;\equiv\; (\neg p \wedge r) \vee (\neg p \wedge q) \vee (q \wedge \neg r) \;\equiv\; (\neg p \wedge r) \vee (q \wedge \neg r)$$

Minimización: método de Quine-McCluskey

$$\alpha = (\neg p \land \neg q \land r) \lor (\neg p \land q \land \neg r) \lor (\neg p \land q \land r) \lor (p \land q \land \neg r)$$

- Comenzamos con la tabla de los modelos de α

- En cada paso, emparejamos pares de cadenas que difieren en una única posición, y esta se reemplaza por un guion

- Marcamos con $\times$ las cadenas usadas para emparejar

minterm	string	
m1	001	
m2	010	
m3	011	
m6	110	

Minimización: método de Quine-McCluskey

$$\alpha = (\neg p \wedge \neg q \wedge r) \vee (\neg p \wedge q \wedge \neg r) \vee (\neg p \wedge q \wedge r) \vee (p \wedge q \wedge \neg r)$$

- Comenzamos con la tabla de los modelos de α
- En cada paso, emparejamos pares de cadenas que difieren en una única posición, y esta se reemplaza por un guion
- Marcamos con $\times$ las cadenas usadas para emparejar

minterm	string	minterm	string
m1	001 $\times$	m(1,3)	$0-1$
m2	010		
m3	011 $\times$		
m6	110		

Minimización: método de Quine-McCluskey

$$\alpha = (\neg p \wedge \neg q \wedge r) \vee (\neg p \wedge q \wedge \neg r) \vee (\neg p \wedge q \wedge r) \vee (p \wedge q \wedge \neg r)$$

- Comenzamos con la tabla de los modelos de α

- En cada paso, emparejamos pares de cadenas que difieren en una única posición, y esta se reemplaza por un guion

- Marcamos con $\times$ las cadenas usadas para emparejar

minterm	string	minterm	string
m1	001 $\times$	m(1,3)	$0-1$
m2	010 $\times$	m(2,3)	$01-$
m3	011 $\times$		
m6	110		

Minimización: método de Quine-McCluskey

$$\alpha = (\neg p \wedge \neg q \wedge r) \vee (\neg p \wedge q \wedge \neg r) \vee (\neg p \wedge q \wedge r) \vee (p \wedge q \wedge \neg r)$$

- Comenzamos con la tabla de los modelos de α

- En cada paso, emparejamos pares de cadenas que difieren en una única posición, y esta se reemplaza por un guion

- Marcamos con $\times$ las cadenas usadas para emparejar

minterm	string	minterm	string
m1	001 $\times$	m(1,3)	$0-1$
m2	010 $\times$	m(2,3)	$01-$
m3	011 $\times$	m(2,6)	-10
m6	110 $\times$		

Minimización: método de Quine-McCluskey

$$\alpha = (\neg p \wedge \neg q \wedge r) \vee (\neg p \wedge q \wedge \neg r) \vee (\neg p \wedge q \wedge r) \vee (p \wedge q \wedge \neg r)$$

- Comenzamos con la tabla de los modelos de α

- En cada paso, emparejamos pares de cadenas que difieren en una única posición, y esta se reemplaza por un guion

- Marcamos con $\times$ las cadenas usadas para emparejar

- En el siguiente paso, emparejamos cadenas en la nueva columna. Si una de ellas no se utiliza nunca, se marca con $*$

minterm	string	minterm	string	minterm	string
m1	001 $\times$	m(1,3)	$0-1$ $*$		
m2	010 $\times$	m(2,3)	$01-$ $*$		
m3	011 $\times$	m(2,6)	-10 $*$		
m6	110 $\times$				

Minimización: método de Quine-McCluskey

- Los implicantes marcados con $*$ son implicantes primos.
- En el ejemplo: $m(1,3)$, $m(2,3)$, $m(2,6)$
- Aunque no todos son esenciales

Minimización: método de Quine-McCluskey

- Los implicantes marcados con $*$ son implicantes primos.
- En el ejemplo: $m(1,3)$, $m(2,3)$, $m(2,6)$
- Aunque no todos son esenciales
- Construimos una tabla

	1	2	3	6
m(1,3)	$\times$		$\times$	
m(2,3)		$\times$	$\times$	
m(2,6)		$\times$		$\times$

- Las columnas con una sola $\times$ indican implicantes esenciales

Minimización: método de Quine-McCluskey

- Los implicantes marcados con $*$ son implicantes primos.
- En el ejemplo: $m(1,3)$, $m(2,3)$, $m(2,6)$
- Aunque no todos son esenciales
- Construimos una tabla

	1	2	3	6
m(1,3)	×		×	
m(2,3)		×	×	
m(2,6)		×		×

- Las columnas con una sola × indican implicantes esenciales
- Con los dos implicantes esenciales, $m(1,3)$ y $m(2,6)$ se cubren todos los modelos de α

$$\alpha \equiv \underbrace{(\neg p \wedge r)}_{m(1,3)} \vee \underbrace{(q \wedge \neg r)}_{m(2,6)}$$

Nota: Las secuencias que corresponden a esos implicantes son:

$m(1,3) \quad \longmapsto \quad 0 - 1$ y $m(2,6): \longmapsto \quad -1\ 0$

Minimización: Diagrama de Karnaugh

Ejemplo

Tabla de modelos de α

minterm	string
m4	0100
m8	1000
m9	1001
m10	1010
m11	1011
m12	1100
m14	1110
m15	1111

Minimización: Diagrama de Karnaugh

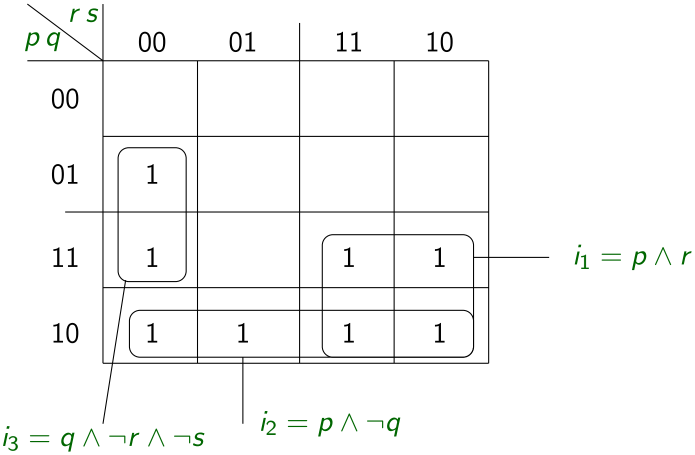
Ejemplo

Tabla de modelos de α

minterm	string
m4	0100
m8	1000
m9	1001
m10	1010
m11	1011
m12	1100
m14	1110
m15	1111

$pq \backslash rs$	00	01	11	10
00				
01	1			
11	1		1	1
10	1	1	1	1

Minimización: Diagrama de Karnaugh



$$\alpha \equiv (p \wedge r) \vee (p \wedge \neg q) \vee (q \wedge \neg r \wedge \neg s)$$

Minimización: método de Quine-McCluskey

A partir de la tabla de los modelos de α, emparejamos pares de cadenas que difieren en una única posición, y esta se reemplaza por un guion

minterm	string	minterm	string
m4	0100 $\times$	m(4,12)	-100
m8	1000		
m9	1001		
m10	1010		
m11	1011		
m12	1100 $\times$		
m14	1110		
m15	1111		

Minimización: método de Quine-McCluskey

A partir de la tabla de los modelos de α, emparejamos pares de cadenas que difieren en una única posición, y esta se reemplaza por un guion

minterm	string	minterm	string
m4	0100 $\times$	m(4,12)	-100
m8	1000 $\times$	m(8,9)	$100-$
m9	1001 $\times$		
m10	1010		
m11	1011		
m12	1100 $\times$		
m14	1110		
m15	1111		

Minimización: método de Quine-McCluskey

A partir de la tabla de los modelos de α, emparejamos pares de cadenas que difieren en una única posición, y esta se reemplaza por un guion

minterm	string	minterm	string
m4	0100 $\times$	m(4,12)	-100
m8	1000 $\times$	m(8,9)	$100-$
m9	1001 $\times$	m(8,10)	$10-0$
m10	1010 $\times$	m(8,12)	$1-00$
m11	1011 $\times$	m(9,11)	$10-1$
m12	1100 $\times$	m(10,11)	$101-$
m14	1110 $\times$	m(10,14)	$1-10$
m15	1111 $\times$	m(12,14)	$11-0$
		m(14,15)	$111-$

Minimización: método de Quine-McCluskey

A partir de la tabla de los modelos de α, emparejamos pares de cadenas que difieren en una única posición, y esta se reemplaza por un guion

minterm	string	minterm	string	minterm	string
m4	0100	m(4,12)	-100	m(8,9,10,11)	$10--$
m8	1000	m(8,9)	$100-$ $\times$		
m9	1001	m(8,10)	$10-0$		
m10	1010	m(8,12)	$1-00$		
m11	1011	m(9,11)	$10-1$		
m12	1100	m(10,11)	$101-$ $\times$		
m14	1110	m(10,14)	$1-10$		
m15	1111	m(12,14)	$11-0$		
		m(14,15)	$111-$		

Si una cadena no se empareja, se marca con $*$

Minimización: método de Quine-McCluskey

A partir de la tabla de los modelos de α, emparejamos pares de cadenas que difieren en una única posición, y esta se reemplaza por un guion

minterm	string	minterm	string	minterm	string
m4	0100	m(4,12)	-100	m(8,9,10,11)	$10--$
m8	1000	m(8,9)	$100-$ $\times$	m(8,10,9,11)	$10--$
m9	1001	m(8,10)	$10-0$ $\times$		
m10	1010	m(8,12)	$1-00$		
m11	1011	m(9,11)	$10-1$ $\times$		
m12	1100	m(10,11)	$101-$ $\times$		
m14	1110	m(10,14)	$1-10$		
m15	1111	m(12,14)	$11-0$		
		m(14,15)	$111-$		

Si una cadena no se empareja, se marca con $*$

Minimización: método de Quine-McCluskey

A partir de la tabla de los modelos de α, emparejamos pares de cadenas que difieren en una única posición, y esta se reemplaza por un guion

minterm	string	minterm	string	minterm	string
m4	0100	m(4,12)	-100	m(8,9,10,11)	$10--$
m8	1000	m(8,9)	$100-$ $\times$	m(8,10,9,11)	$10--$ $\times$
m9	1001	m(8,10)	$10-0$ $\times$	m(8,10,12,14)	$1--0$
m10	1010	m(8,12)	$1-00$		
m11	1011	m(9,11)	$10-1$ $\times$		
m12	1100	m(10,11)	$101-$ $\times$		
m14	1110	m(10,14)	$1-10$		
m15	1111	m(12,14)	$11-0$ $\times$		
		m(14,15)	$111-$		

Si una cadena no se empareja, se marca con $*$

Minimización: método de Quine-McCluskey

A partir de la tabla de los modelos de α, emparejamos pares de cadenas que difieren en una única posición, y esta se reemplaza por un guion

minterm	string	minterm	string	minterm	string
m4	0100	m(4,12)	-100	m(8,9,10,11)	$10--$
m8	1000	m(8,9)	$100-$ $\times$	m(8,10,9,11)	$10--$
m9	1001	m(8,10)	$10-0$ $\times$	m(8,10,12,14)	$1--0$
m10	1010	m(8,12)	$1-00$ $\times$	m(8,12,10,14)	$1--0$
m11	1011	m(9,11)	$10-1$ $\times$	m(10,11,14,15)	$1-1-$
m12	1100	m(10,11)	$101-$ $\times$		
m14	1110	m(10,14)	$1-10$ $\times$		
m15	1111	m(12,14)	$11-0$ $\times$		
		m(14,15)	$111-$ $\times$		

Si una cadena no se empareja, se marca con $*$

Minimización: método de Quine-McCluskey

A partir de la tabla de los modelos de α, emparejamos pares de cadenas que difieren en una única posición, y esta se reemplaza por un guion

minterm	string	minterm	string	minterm	string
m4	0100	m(4,12)	-100 $*$	m(8,9,10,11)	$10--$
m8	1000	m(8,9)	$100-$	m(8,10,9,11)	$10--$
m9	1001	m(8,10)	$10-0$	m(8,10,12,14)	$1--0$
m10	1010	m(8,12)	$1-00$	m(8,12,10,14)	$1--0$
m11	1011	m(9,11)	$10-1$	m(10,11,14,15)	$1-1-$
m12	1100	m(10,11)	$101-$		
m14	1110	m(10,14)	$1-10$		
m15	1111	m(12,14)	$11-0$		
		m(14,15)	$111-$		

Si una cadena no se empareja, se marca con $*$

Minimización: método de Quine-McCluskey

A partir de la tabla de los modelos de α, emparejamos pares de cadenas que difieren en una única posición, y esta se reemplaza por un guion

minterm	string	minterm	string	minterm	string
m4	0100	m(4,12)	-100 $*$	m(8,9,10,11)	$10--$ $*$
m8	1000	m(8,9)	$100-$	~~m(8,10,9,11)~~	~~$10--$~~
m9	1001	m(8,10)	$10-0$	m(8,10,12,14)	$1--0$ $*$
m10	1010	m(8,12)	$1-00$	~~m(8,12,10,14)~~	~~$1--0$~~
m11	1011	m(9,11)	$10-1$	m(10,11,14,15)	$1-1-$ $*$
m12	1100	m(10,11)	$101-$		
m14	1110	m(10,14)	$1-10$		
m15	1111	m(12,14)	$11-0$		
		m(14,15)	$111-$		

Si una cadena no se empareja, se marca con $*$

Minimización: método de Quine-McCluskey

minterm	string	minterm	string	minterm	string
m4	0100	m(4,12)	-100 *	m(8,9,10,11)	$10--$ *
m8	1000	m(8,9)	$100-$	~~m(8,10,9,11)~~	~~$10--$~~
m9	1001	m(8,10)	$10-0$	m(8,10,12,14)	$1--0$ *
m10	1010	m(8,12)	$1-00$	~~m(8,12,10,14)~~	~~$1--0$~~
m11	1011	m(9,11)	$10-1$	m(10,11,14,15)	$1-1-$ *
⋮	⋮	⋮	⋮		

- Los implicantes marcados con * son implicantes primos.
- En el ejemplo:
  $m(4,12)$, $m(8,9,10,11)$, $m(8,10,12,14)$, $m(10,11,14,15)$
- Aunque no todos son esenciales

Minimización: método de Quine-McCluskey

- Los implicantes marcados con $*$ son implicantes primos.
- $m(4, 12)$, $m(8, 9, 10, 11)$, $m(8, 10, 12, 14)$, $m(10, 11, 14, 15)$
- Aunque no todos son esenciales
- Tabla:

	4	8	9	10	11	12	14	15
m(4,12)	×					×		
m(8,9,10,11)		×	×	×	×			
m(8,10,12,14)		×		×		×	×	
m(10,11,14,15)				×	×		×	×

- Las columnas con una sola × indican implicantes esenciales

Minimización: método de Quine-McCluskey

- Los implicantes marcados con $*$ son implicantes primos.
- $m(4,12)$, $m(8,9,10,11)$, $m(8,10,12,14)$, $m(10,11,14,15)$
- Aunque no todos son esenciales
- Tabla:

	4	8	9	10	11	12	14	15
m(4,12)	×					×		
m(8,9,10,11)		×	×	×	×			
m(8,10,12,14)		×		×		×	×	
m(10,11,14,15)				×	×		×	×

- Las columnas con una sola × indican implicantes esenciales
- Con los tres implicantes esenciales, $m(4,12)$, $m(8,9,10,11)$ y $m(10,11,14,15)$ se cubren todos los modelos de la fórmula

Minimización: método de Quine-McCluskey

- Los tres implicantes esenciales

$$m(4, 12), \quad m(8, 9, 10, 11), \quad m(10, 11, 14, 15)$$

cubren todos los modelos de la fórmula

Recordamos las secuencias que corresponden a esos implicantes:
$m(4, 12) \longmapsto -100$
$m(8, 9, 10, 11) \longmapsto 10--$
$m(10, 11, 14, 15) \longmapsto 1-1-$

Minimización: método de Quine-McCluskey

- Los tres implicantes esenciales

$$m(4, 12), \quad m(8, 9, 10, 11), \quad m(10, 11, 14, 15)$$

cubren todos los modelos de la fórmula

-

$$\underbrace{(q \wedge \neg r \wedge \neg s)}_{m(4,12)} \vee \underbrace{(p \wedge \neg q)}_{m(8,9,10,11)} \vee \underbrace{(p \wedge r)}_{m(10,11,14,15)}$$

Recordamos las secuencias que corresponden a esos implicantes:
$m(4, 12) \longmapsto -100$
$m(8, 9, 10, 11) \longmapsto 10--$
$m(10, 11, 14, 15) \longmapsto 1-1-$