CIRCUITOS LOGICOS DIGITALES

UPC

UNIVERSIDAD PERUANA DE CIENCIAS APLICADAS

Laureate International Universities®

REPRESENTACIÓN DE PROBLEMAS LÓGICOS

CICLO ACADÉMICO: 2024-I

REPRESENTACIÓN DE PROBLEMAS LÓGICOS

GENERALIDADES:

Un problema lógico se puede definir como un enunciado en donde se describen las relaciones que existen entre sus variables de entrada (V.E.) y la función de salida (F.S.) los cuales están definidos en el conjunto de valores lógicos de verdadero (V/1) y falso (F/0).

Ejemplo-1:

F.S. V.E.

"La alarma de un coche se enciende cuando se cierran las puertas sin ajustar los cinturones de seguridad, o cuando se enciende el motor

V.E. V.E.

estando las puertas abiertas".

V.E.: VARIABLE DE ENTRADA
F.S.: FUNCIÓN DE SALIDA

REPRESENTACIÓN DE PROBLEMAS LÓGICOS

GENERALIDADES:

Ejemplo-1 (continuación):

Para analizar y resolver el problema del ejemplo-1 **primero** se debe traducir el enunciado de tal forma que esta pueda representarse en una tabla de verdad donde se muestran los diferentes valores de salida para los diferentes valores de entrada que toma las variables. Para el ejemplo, se tiene lo siguiente:

Variables de entradas:

- *Pu - puertas*
- *Ci - cinturón*
- *Mo - motor*

Función de salida:

- *Al - alarma*

Tabla de verdad:

	Pu	Ci	Mo	Al
0	0	0	0	
1	0	0	1	
2	0	1	0	
3	0	1	1	
4	1	0	0	
5	1	0	1	
6	1	1	0	
7	1	1	1	

REPRESENTACIÓN DE PROBLEMAS LÓGICOS

GENERALIDADES:

Por ejemplo (continuación):

Segundo, hay que identificar las condiciones que fueron planteadas en el enunciado con el propósito de completar la tabla de verdad:

Variables de entradas:

- *Pu - puertas => Cerrada (V/1), Abierta (F/0)*
- *Ci - cinturón => Ajustado (V/1), Suelto (F/0)*
- *Mo - motor => Encendido (V/1), Apagado (F/0)*

Función de salida:

- *Al - alarma => Encendida (V/1), Apagada (F/0)*

Tercero, hay que obtener las funciones de salida simplificadas en función de las variables de entrada:

Función Lógica: $Al = F(Pu, Ci, Mo) = \overline{Pu} \cdot Mo + Pu \cdot \overline{Ci}$

Tabla de verdad:

	Pu	Ci	Mo	Al
0	0	0	0	0
1	0	0	1	1
2	0	1	0	0
3	0	1	1	1
4	1	0	0	1
5	1	0	1	1
6	1	1	0	0
7	1	1	1	0

REPRESENTACIÓN DE PROBLEMAS LÓGICOS

GENERALIDADES:

Por ejemplo (continuación):

Finalmente, hay que representar la(s) función(es) lógica(s) de salida (circuito lógico) utilizando puertas lógicas:

Función Lógica: $Al = F(Pu, Ci, Mo) = \overline{Pu} \cdot Mo + Pu \cdot \overline{Ci}$

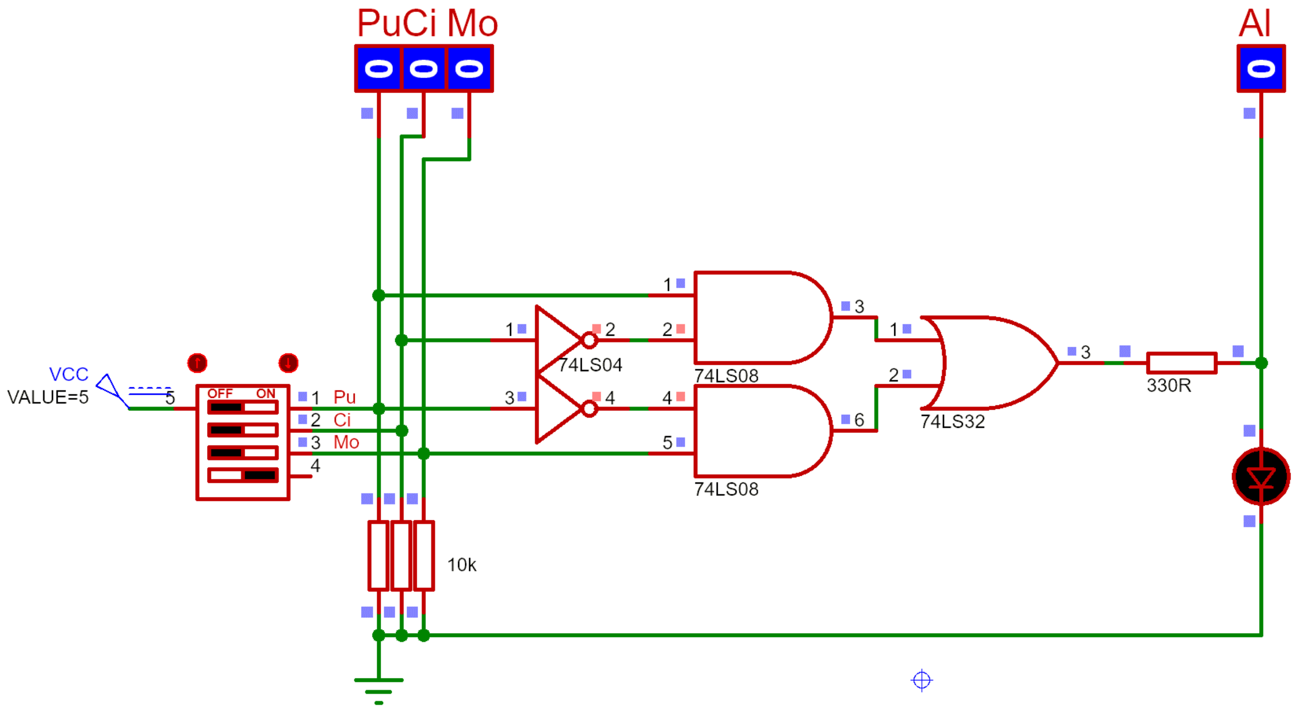


Tabla de verdad:

	Pu	Ci	Mo	Al
0	0	0	0	0
1	0	0	1	1
2	0	1	0	0
3	0	1	1	1
4	1	0	0	1
5	1	0	1	1
6	1	1	0	0
7	1	1	1	0

REPRESENTACIÓN DE PROBLEMAS LÓGICOS

TABLA DE VERDAD - ALCANCES:

La tabla de verdad es una representación ordenada de un problema lógico donde se indican los valores que toma(n) la(s) salida(s) en función de los niveles o valores lógicos que toman las entradas que se relacionan con la(s) salida(s). Es útil sobre todo en problemas lógicos donde no es sencillo expresar de manera directa la función lógica.

Ejemplo-2:

“Una empresa está formada por 5 socios, A, B, C, D & E; los cuales tienen participación del 25%, 25%, 25%, 15% y 10% de las acciones de la empresa. Los estatutos de la empresa indican que una toma de decisión es positiva si el porcentaje a favor es mayor a 65%, o, si el porcentaje se encuentra entre el 35% y el 65% (ambos, inclusive) o si hay mayoría de votos a favor entre los 3 socios más antiguos (C, D y E, sin importar el porcentaje de participación de sus acciones); en las demás condiciones, la toma de decisión es negativa”.

REPRESENTACIÓN DE PROBLEMAS LÓGICOS

ENUNCIADO A TABLA DE VERDAD:

El enunciado de este ejemplo no puede convertirse en una función lógica que represente el problema lógico. Un paso intermedio para generar la función y, finalmente, construir el circuito lógico es elaborar una tabla de verdad.

Z(A,B,C,D,E)=CE+CD+BDE+ADE+ABC

Ejemplo-2 (continuación)

A=25%
B=25%
C=25%
D=15%
E=10%

Entre C, D & E
se evalúa la condición de mayoría de votos por antigüedad.

	A	B	C	D	E	%	nº votos	Z
0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	1	10	1	0
2	0	0	0	1	0	15	1	0
3	0	0	0	1	1	25	2	0
4	0	0	1	0	0	25	1	0
5	0	0	1	0	1	35	2	1
6	0	0	1	1	0	40	2	1
7	0	0	1	1	1	50	3	1
8	0	1	0	0	0	25	0	0
9	0	1	0	0	1	35	1	0
10	0	1	0	1	0	40	1	0
11	0	1	0	1	1	50	2	1
12	0	1	1	0	0	50	1	0
13	0	1	1	0	1	60	2	1
14	0	1	1	1	0	65	2	1
15	0	1	1	1	1	75	3	1

Entre C, D & E
se evalúa la condición de mayoría de votos por antigüedad.

	A	B	C	D	E	%	nº votos	Z
16	1	0	0	0	0	25	0	0
17	1	0	0	0	1	30	1	0
18	1	0	0	1	0	40	1	0
19	1	0	0	1	1	50	2	1
20	1	0	1	0	0	50	1	0
21	1	0	1	0	1	60	2	1
22	1	0	1	1	0	65	2	1
23	1	0	1	1	1	75	3	1
24	1	1	0	0	0	50	0	0
25	1	1	0	0	1	60	1	0
26	1	1	0	1	0	65	1	0
27	1	1	0	1	1	75	2	1
28	1	1	1	0	0	75	1	1
29	1	1	1	0	1	85	2	1
30	1	1	1	1	0	90	2	1
31	1	1	1	1	1	100	3	1

Aplicando método de simplificación K-MAP, se tiene lo siguiente:

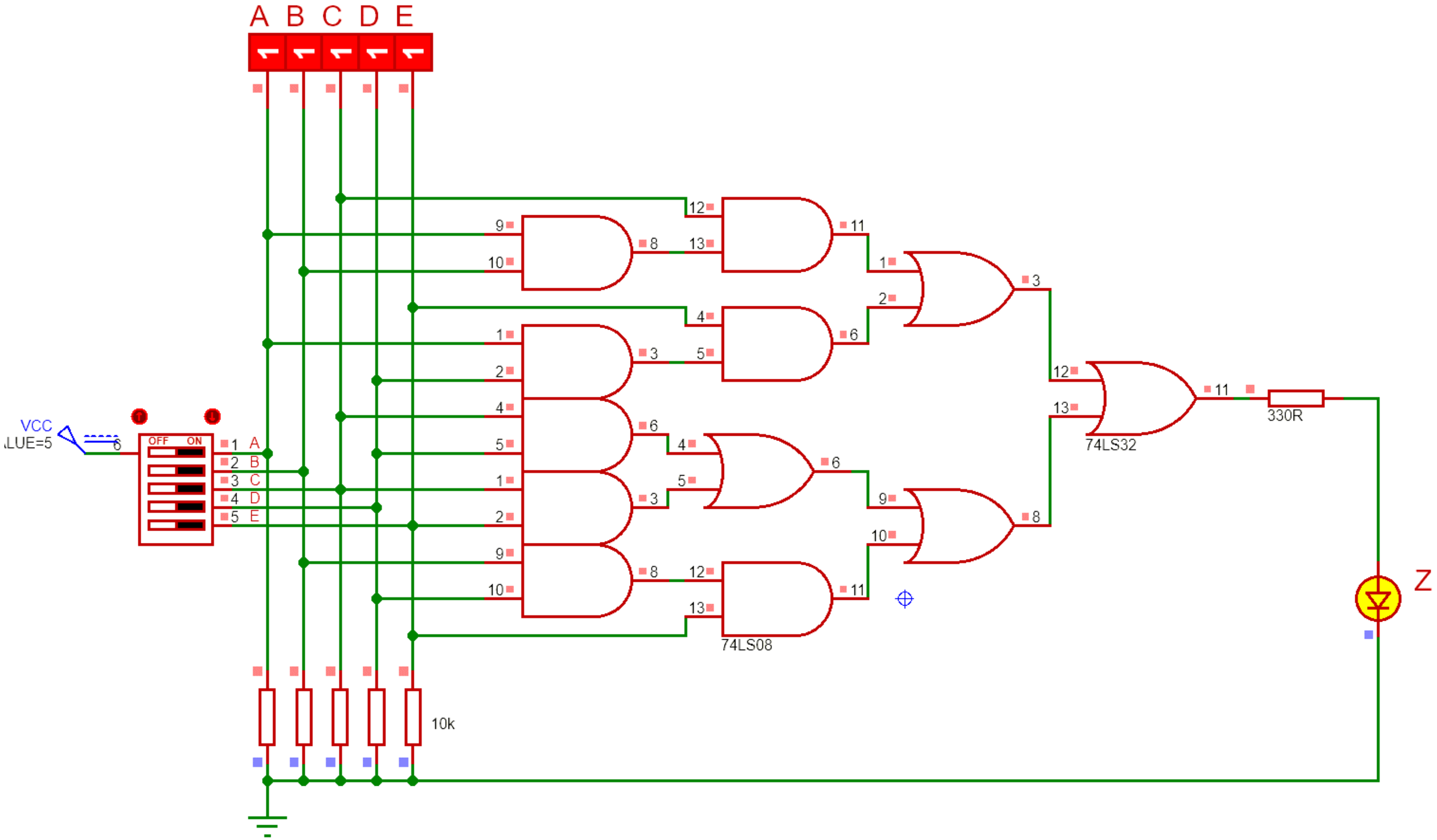
Z(A,B,C,D,E)=
CE+CD+BDE+
ADE+ABC

REPRESENTACIÓN DE PROBLEMAS LÓGICOS

ENUNCIADO A TABLA DE VERDAD:

Ejemplo-2 (continuación)

Z(A,B,C,D,E)=CE+CD+BDE+ADE+ABC



REPRESENTACIÓN DE PROBLEMAS LÓGICOS

FUNCIÓN LÓGICA A TABLA DE VERDAD:

La tabla de verdad de un problema lógico es única, no obstante, un problema lógico puede representarse mediante diferentes funciones lógicas (esto debido a que pueden expresarse en diferentes niveles de simplificación) sin embargo todas las funciones son equivalentes entre sí.

Ejemplo-3: $Al = F\,(Pu, Ci, Mo) = Pu \bullet \overline{Ci} + Mo \bullet \overline{Pu}$

Obtener la tabla de verdad de la función lógica: $\boldsymbol{Al = F(Pu, Ci, Mo) = \overline{Pu} \cdot Mo + Pu \cdot \overline{Ci}}$

	Pu	Ci	Mo	$\overline{Ci}$	$\overline{Pu}$	Pu $\overline{Ci}$	Mo $\overline{Pu}$	Al
0	0	0	0	1	1	0	0	0
1	0	0	1	1	1	0	1	1
2	0	1	0	0	1	0	0	0
3	0	1	1	0	1	0	1	1
4	1	0	0	1	0	1	0	1
5	1	0	1	1	0	1	0	1
6	1	1	0	0	0	0	0	0
7	1	1	1	0	0	0	0	0

REPRESENTACIÓN DE PROBLEMAS LÓGICOS

TABLA DE VERDAD A SOP:

De una tabla de verdad se puede obtener una función lógica como SOP en su forma estándar y canónica:

Ejemplo-4:

	Pu	Ci	Mo	Al
0	0	0	0	0
1	0	0	1	1
2	0	1	0	0
3	0	1	1	1
4	1	0	0	1
5	1	0	1	1
6	1	1	0	0
7	1	1	1	0

$\overline{Pu}\;\overline{Ci}\;Mo$

$\overline{Pu}\;Ci\;Mo$

$Pu\;\overline{Ci}\;\overline{Mo}$

$Pu\;\overline{Ci}\;Mo$

minterms

Reduciendo la función, se tiene lo siguiente:

Forma estándar SOP (suma de productos)

$$F\,(Pu, Ci, Mo) = \overline{Pu}\;Mo + Pu\;\overline{Ci}$$

La función sin reducir, tiene la siguiente forma:

Forma canónica SOP (suma de minterms)

$$F(Pu, Ci, Mo) = \overline{Pu}\;\overline{Ci}\;Mo + \overline{Pu}\;Ci\;Mo + Pu\;\overline{Ci}\;\overline{Mo} + Pu\;\overline{Ci}\;Mo$$

$$F(Pu, Ci, Mo) = \sum(1,3,4,5)$$

REPRESENTACIÓN DE PROBLEMAS LÓGICOS

TABLA DE VERDAD A POS:

De la misma tabla de verdad también se puede obtener una función lógica como POS en su forma estándar y canónica:

Ejemplo-4 (continuación)

	Pu	Ci	Mo	Al	Maxterms
0	0	0	0	0	$Pu + Ci + Mo$
1	0	0	1	1	
2	0	1	0	0	$Pu + \overline{Ci} + Mo$
3	0	1	1	1	
4	1	0	0	1	
5	1	0	1	1	
6	1	1	0	0	$\overline{Pu} + \overline{Ci} + Mo$
7	1	1	1	0	$\overline{Pu} + \overline{Ci} + \overline{Mo}$

Reduciendo la función,
se tiene lo siguiente:

Forma estándar POS
(producto de sumas)

$$F\,(Pu, Ci, Mo) = (Pu + Mo)\,(\overline{Pu} + \overline{Ci})$$

La función sin reducir,
tiene la siguiente forma:

Forma canónica POS (producto de Maxterms)

$$F(Pu, Ci, Mo) = (Pu + Ci + Mo)\,(Pu + \overline{Ci} + Mo)\,(\overline{Pu} + \overline{Ci} + Mo)\,(\overline{Pu} + \overline{Ci} + \overline{Mo})$$

$$F(Pu, Ci, Mo) = \prod(0,2,6,7)$$

REPRESENTACIÓN DE PROBLEMAS LÓGICOS

NOTACIÓN DECIMAL DE UNA TABLA DE VERDAD:

Para indicar una función lógica a partir de su tabla de verdad se suele emplear la notación decimal que es la equivalencia de los números binarios en base 10 cuya sumatoria de los valores de las variables de entrada producen ‘1’ (SOP) o cuyo producto de los valores de las variables de entrada producen ‘0’ (POS).

Ejemplo-5:

	Pu	Ci	Mo	Al
0	0	0	0	0
1	0	0	1	1
2	0	1	0	0
3	0	1	1	1
4	1	0	0	1
5	1	0	1	1
6	1	1	0	0
7	1	1	1	0

$$F(Pu, Ci, Mo) = \sum (1, 3, 4, 5) = \prod (0, 2, 6, 7)$$

$$\overline{F}(Pu, Ci, Mo) = \sum (0, 2, 6, 7) = \prod (1, 3, 4, 5)$$