第一章绪论：

1. 像素在数字图像上具有固定的 (x,y) 空域坐标以及该点的值 f(x,y)，其特征为：x,y,f(x,y) 均为离散值和有限值。(f(x,y) 常代表图像的 intensity 或 gray 等级)（空域坐标系下 y 右 x）

2. 数字图像的形式：单通道（B&W 或者灰度等级）三通道（RGB）四通道（RGB+Alpha）深度

3. **(光杆颜锥)** 锥状体（少）集中在中央凹附近，对颜色极其敏感；杆状体（多）的分布较为分散，对低亮度的光照敏感。（两者均不在盲点上有分布）（锥状体（cones），杆状体（rods））

4. **图像不仅仅由电磁波生成，超声波等都可以**（B 超）

5.**DIP 与计算机视觉、机器人视觉、机器视觉的区别：DIP**：对图像的基础操作，如几何变换，增强恢复，锐化滤波等，结果仍为图像。**计算机视觉**：对给定的图像进行信息提取，如运动检测物体识别，获得具体数据。**机器视觉**：用于自动化生产，由机器自主获取图像等信息来获得具体数据，需要多传感器结合。**机器人视觉**：对象是机器人，使机器人具备视觉能力完成各项任务。

第二章数字图像基础：

1. 采样量化：数字图像的生成需要经过采样和量化的过程。坐标值 (x,y) 的数字化就是采样，值 f(x,y) 的数字化就是量化。

2. **灰度分辨率**：2^k. 大小为 $M \times N$ 的数字图像一般用矩阵表示，其占用的储存空间为：$M \times N \times$k(比特)。空域分辨率为 $M \times N$。

3. 图片的 Zooming 和 Shrinking 可用最邻近插值或者双线性插值，前者的缺点是精度低，可能会存在灰度上的不连续，在变化的地方出现明显的锯齿状。双线性：
$g(E) = (x'-i)\,[g(B) - g(A)] + g(A)$
$g(F) = (x'-i)\,[g(D) - g(C)] + g(C)$
$g(E) = (x', y')\,[g(F) - g(E)] + g(E)$
(无论上、降采样，图片所包含内容不变，只是空间分辨率变了）

4. 像素 p 的 4 邻域（十字形 N_4）、D 邻域（4 个对角 D）和 8 邻域（一圈 N_8）。**两个像素 p 和 q 之间的 4 邻接（p 在 q 的 N_4）、8 邻接（p 在 q 的 N_8）和 m 邻接（p 在 q 的 N_D 且 p 的 N_4 与 q 的 N_4 相交为空；或 p 在 q 的 N_4）**

连通（所有连通的像素构成通路）：邻接 + 像素值都属于集合 V。连通分量：对于 S 中的任何像素 p，S 中连通到该像素的像素集称为 S 的连通分量。连通集：只有一个连通分量的集合。

5. 欧几里得距离（De）、街区距离（D4 $|x-s|+|y-t|$）和棋盘距离（D8 max（$|x-s|, |y-t|$））的概念。(注：D4 为菱形，D8 为方形）

第三章：灰度变换和空间滤波（图像增强）高光 降噪 视觉感染力

1. 对于空域，我们的操作一般是针对像素的邻居。若直接对像素本身进行操作，则称为灰度变换 s=T(r)。否则为空间滤波 g(x,y)=T(f(x,y))，多使用掩模。

2. 如果想将一个物体从背景分离，可以使用阈值变换 $s = 1.0(r > threshold) + 0.0(r <= threshold)$。若输入的图像灰度分辨率很大，可使用 **对数变换** $s = c * log(l + r)$。

幂律变化 $s = c * r^y$ 则可以将一个较窄范围的灰度等级映射到较大范围的灰度等级 (注：小凸大凹) (整体变暗，y>1) 或将图像整体变亮（y<1 凸显脊柱改善欠曝光）；由于显示器、打印机等对不同亮度的响应非线性，而是指数 $s = r^y$，所以使用 **y 校正** $s = r^{\frac{1}{y}}$ 来处理；灰度切片（变换函数 T 为分段函数）类似于阈值变换，对于突出图像中某些特征起作用。

比特平面分层中高阶比特平面包含了最重要的视觉数据，低阶比特平面贡献了更精细的灰度细节，存储 4 个高阶比特平面即可重建原图像（在可接受范围内）。图像相减时存在-255 255 的灰度等级，所以需归一化或者加 255 除以 2 将其重新变为 0 255，该方法可用于检测运动物体或者进行 change detection.

同一场景多张图取平均噪声水平不变。

3. **直方图均衡化：**（满足单调递增和区间条件）计算 PDF，映射。使输出图像的灰度分布更加均衡，提高对比度（均衡化过程较为简单）直方图: 显示像素值等级分布情况。$R_r(w)$ 是概率分布函数。
$s = T(r) = (L-1)\int_0^r P_r(\omega)\,d\omega = (L-1)\sum_{j=0}^{k} \frac{n_j}{n}$

4. **平滑线性滤波器：**（均值滤波器）可用于滤除噪声（也可以滤除不必要的细节）或者突出总体特征，但是会模糊边缘. 高斯滤波器：适合消除高斯噪声。$\frac{1}{2\pi\sigma^2}e^{(i-n)^2+(j-n)^2/-2\sigma^2}$

统计排序滤波器：（中值滤波器）有时表现更佳（相对 average），尤其是滤除椒盐噪声。**自适应中值滤波器（补）可以滤除空间密度更大的椒盐噪声，平滑其他噪声并减小失真，没有边缘效应**。自适应中值滤波：if $z_{med} - z_{min} > 0$, $z_{med} - z_{max} < 0$,
$\{if\ \ z_{xy} - z_{min} > 0,\ z_{xy} - z_{max} < 0$
$z_{out} = z_{xy}\ else\ z_{out} = z_{med}\}$ else 扩大所取集合的 size

5. **锐化空间滤波器：**（减少模糊部分并突出边缘）其效果与平滑空间滤波器相反（积分与微分之区别）一阶微分 $f(x+1) - f(x)$，二阶微分 $f(x+1) + f(x-1) - 2f(x)$. 一阶微分非 0 值存在于 step 和 ramp 的起点以及 ramp 沿线；二阶微分非 0 值存在于 step 和 ramp 的起 (终) 点；一阶微分产生较粗的边缘，对 gray level step 有更佳的响应；二阶微分对细节（细线、孤立点和噪声）有更佳的响应，而对 gray level step 有双响应（双边缘，更加明显），因此二阶微分在增强细节方面更强。

6. 使用**拉普拉斯算子**锐化图像（中心-4，十字 1）。考虑对角项，则掩模系数变为（中心-8，外圈 1）。使用拉普拉斯算子得到的并不是最终图像，还要根据中心系数的正负，用原图像 ± 拉普拉斯图像。**最终（中心 5，十字-1）（中心 9，外圈-1）**

7. **高提升滤波**：$g(x,y) = Af(x,y) \pm \nabla^2 f(x,y)$，当 A 越大，则越忽略锐化的作用。

8. **使用梯度（一阶微分）锐化图像:** 我们直接给出 $g_x = \frac{\partial f}{\partial x}, g_y = \frac{\partial f}{\partial y}$ 这两个模板称为 Sobel 算子，此时的操作为线性操作。再对其求向量 ∇f 的幅值 $M(x,y) = \sqrt{g_x{}^2 + g_y{}^2}$ 或者近似化 $M(x,y) = |gx| + |gy|$，为非线性。

Sobel 算子 X：-1 0 1;-2 0 2;-1 0 1 Y:-1 -2 -1;0 0 0; 1 2 1;

Roberts 交叉梯度算子 X:0 -1;1 0 Y:-1 0;0 1;

第四章：频率域滤波：

1. 图像 $f(x,y)$ 乘指数项 $(-1)^{x+y}$ 再做傅里叶变换，可将 DFT 原点移到 $F(u-\frac{M}{2}, v-\frac{N}{2})$ 不影响幅度谱。若空间域和频域都用极坐标表示，空间域与频域的旋转等价。$F(0,0)$ 为图像平均灰度。

2.DFT 的幅度谱中，**低频分量** (幅度谱原点周围) 反映了灰度变化缓慢的区域，是图像在平滑区域上的外观。**高频分量**反映了灰度剧变的区域 (如边缘噪声)，是图像中精细部分。

3. **一般滤波过程**：1. 原图乘以 $(-1)^{x+y}$ 2.DFT 得到 $F(u,v)$ 3.$F(u,v)$ 乘以滤波器 $H(u,v)$ 4.IDFT 之后再乘以 $(-1)^{x+y}$ 得到输出。

4. **陷波滤波器**：$H(u,v) = 0\, if\ (u,v) = (\frac{M}{2}, \frac{N}{2}), else\ H(u,v) =$ 1. 可以使图像的平均灰度为 0，而不影响图像的整体外观和细节。

5. **理想低通滤波器**：，$H(u,v) = 1\ if\,[D(u,v)] < D_0$, $else\ H(u,v) = 0$ 其中 D(u,v) 定义为 (u,v) 与 $(\frac{M}{2}, \frac{N}{2})$ 的欧氏距离。(注：由于 H(u,v) 的急剧变化会产生**振铃现象**）

6. **高斯低通滤波器**：$H(u,v) = e^{\frac{-D^2(u,v)}{2D_0{}^2}}$ 作用：连接断裂处,PS 人脸图片上的疤痕或者皱纹。

7. **巴特沃斯低通滤波器**：$H(u,v) = \frac{1}{1+\left[\frac{D(u,v)}{D_0}\right]^{2n}}$ 截止频率定义为 H(u,v) 下降为 50%。一阶二阶巴特沃斯滤波器几乎观察不到振铃现象。越高阶越接近理想低通。

8. **理想高通滤波器**：$H(u,v) = 0\ if\,[D(u,v)] < D_0$, $else\ H(u,v) = 1$

9. **巴特沃斯高通滤波器**：$H(u,v) = \frac{1}{1+\left[\frac{D_0}{D(u,v)}\right]^{2n}}$ 越高阶越接近理想高通。

10. **高斯高通滤波器**：$H(u,v) = 1 - e^{\frac{-D^2(u,v)}{2D_0{}^2}}$

额外：连续 $F(u,v) = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} f(x,y)e^{-j2\pi xu}e^{-j2\pi yv}dxdy$
$f(x,y) = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} F(x,y)e^{j2\pi xu}e^{j2\pi yv}dudv$
离散 (dft)$F(u,v) = \sum_{x=0}^{M-1}\sum_{y=0}^{N-1} f(x,y)e^{-j2\pi\frac{xu}{M}}e^{-j2\pi\frac{yv}{N}}$
$f(x,y) = \frac{1}{MN}\sum_{x=0}^{M-1}\sum_{y=0}^{N-1} F(x,y)e^{j2\pi\frac{xu}{M}}e^{j2\pi\frac{yv}{N}}$

第五章：图像恢复

1. 空域上:$g(x,y) = f(x,y) * h(x,y) + n(x,y)$
频域上:$G(u,v) = F(u,v) \cdot H(u,v) + N(u,v)$
图像恢复是由 g 估计原图像 f 的过程。

2. 噪声分布: 高斯 (常见)$p(z) = \frac{e^{-\frac{(z-u)^2}{2\sigma^2}}}{\sqrt{2\pi}\sigma}$ 瑞利 (无人驾驶)、爱尔兰 (Gamma)、均值 $\frac{1}{b-a}$、脉冲 (只有个别数值有值)、椒盐

3. 傅里叶谱图有 8 个点说明原图像有横向纵向对角线的周期性噪声 $sin(2\pi u_0 x + 2\pi v_0 y) \leftrightarrow j\frac{1}{2}[\delta(u+u_0, v+v_0) - \delta(u-u_0, v-v_0)]$

4. **带阻滤波器**：$H(u,v) = \frac{1}{1+(\frac{D(u,v)W}{D(u,v)^2-D_0{}^2})^{2n}}$ $H(u,v) = 1 - e^{-0.5[\frac{D^2(u,v)-D_0^2}{D(u,v)W}]^2}$

6. **退化模型**：$H(u,v) = e^{-k(u^2+v^2)^{5/6}}$
瑞利噪声 $\frac{2}{b}(z-a)e^{-(z-a)^2/b}\ for z \geq a$ 指数噪声 ae^{-az}

5. **陷波滤波器**：notch reject: $H(u,v)=\frac{1}{1+(\frac{D0^2}{D1(u,v)D2(u,v)})^n}$

$H(u,v)=1-e^{-0.5[\frac{D1(u,v)D2(u,v)}{D0^2}]}$ 用以去除噪点, 如: 横向纵向噪声

7. **逆滤波**：$\hat{F}(u,v)=\frac{G(u,v)}{H(u,v)}=F(u,v)+\frac{N(u,v)}{H(u,v)}$ 则即使我们直到退化过程，由于噪声影响也无法复原。同时必须 H 不能趋于 0，否则会放大噪声。解决办法: 只取 H 原点附近的频谱，以外一概不考虑，一般来说能量集中于原点，频域幅度在这较高。

8. **维纳滤波器**：使用最小均方误差准则设计
$\hat{F}=\left[\frac{H^*(u,v)}{|H(u,v)|^2+S_\eta(u,v)/S_f(u,v)}\right]G(u,v)$

第九章：形态学图像处理（对于二值图）

1. 平移：$(B)_z=\{c|c=b+z,b\in B\}$（如平移到 (z_1,z_2)）
反射：$\hat{B}=\{w|w=-b,b\in B\}$（如 $(-x,-y)$ 反射到 (x,y)）
Fit: 完全正确。Hit：部分正确。Miss：全部错误

2. **膨胀 (Dilation)**：$A\bigoplus B=\left\{z|(\hat{B})\bigcap A\neq\emptyset\right\}$ 或者定义为 A 与 B 的镜像存在 Hit 关系；膨胀会粗化或者增长物体；膨胀可以修复断裂处，修复表面坑洼。**（注：膨胀不一定能粗化，和结构元有关。）**

3. **腐蚀 (Erosion)**：$A\ominus B=\{z|B_z\subseteq A\}$ 或者定义为 A 与 B 存在 Fit 关系；腐蚀缩小或细化了物体，可视为形态学滤波操作，小于结构元的物体都将滤除。腐蚀可以分开已连接的物体，可以将物体表面的突出部分剥离。

4. **开运算**：$A\circ B=(A\ominus B)\oplus B$ 即对物体先腐蚀再膨胀，其几何解释为：球形结构元 B 沿物体 A 的内部边界滑动，其并集即为开操作 $A\circ B=\bigcup(B_Z)|(B_Z)\subseteq A$ 可以平滑图像轮廓，打断物体间的连接部分，清除突出物。

5. **闭运算**：$A\bullet B=(A\circ B)\ominus B$ 即对物体先膨胀再腐蚀，其几何解释为：球形结构元 B 沿物体 A 的边界滑动，其并集即为闭操作 $A\bullet B=\bigcap(B_Z)|(B_Z)\subseteq A$ 可以平滑轮廓上的缺口，填充洞口，连接间隙和断裂部分。

6.**Hit or Miss**：$A\circledast B=(A\ominus X)\cap[A^C\ominus(W-X)]$ 设感兴趣物体形状为 X，B 为 X 及其背景组成的集合，W 为比 X 大一点的小窗，用 X 腐蚀 A 产生的集合与用（W-X）腐蚀 A 的补集产生的集合的交集就是击中或击不中变换。

7. **边缘提取**：$\beta(A)=A-(A\ominus B)$ 即可提取边界，B 是结构元。

8. **区域填充**：需设置一个初始点，过程可表示为
$X_k=(X_{k-1}\oplus B)\cap A^C$，直到 $X_k=X_{k-1}$，完成区域填充，最终结果图应为 $X_k\cup A$

9. 连通分量的提取：过程与上面类似，只是将 A^C 替换成 A，最终结果图应为 X_k。

第十章：图像分割（基于不连续性与相似性）

1. 灰度变化不连续性是进行图像分割的基础之一，其处理的图像特征为**孤立点、线、边缘**。对于相似的灰度，根据一组预定义的准则将图像分割为相似的区域。**(阈值处理，区域生长、分裂聚合)**

2. **点检测**：使用二阶微分（实际就是进行空间滤波）如：拉普拉斯算子（添加对角项）的模板系数之和为 0，表明在恒定灰度区域模板响应为 0。设置阈值 T，若模板响应 $R(x,y)>=T$，则输出图像在该点的值 $g(x,y)=1$，检测到孤立点。

3. **线检测**：同样可用拉普拉斯算子。由于其产生负值，我们一般进行正阈值处理，仅适用拉普拉斯图像的正值。（注：当线宽比模板尺寸大时，会被一个零值分开）。若我们对特定方向的线感兴趣，可将模板上对应方向的系数全换成 2 （最后同样要进行阈值处理）

4.**Ramp 模型**：线的厚度与斜率成反比，斜率与模糊程度成反比。

5. 微弱的可见噪声也严重影响边缘检测所用的两个关键导数，所以应先进行平滑处理。另一方法是对梯度图像进行阈值处理（可能会使部分边缘断开）。若要突出主要边缘并尽可能保持连接时，实践中通常又做平滑处理又做阈值处理。

6.**LoG 算子**：$\nabla^2G(x,y)=[\frac{x^2+y^2-2\sigma^2}{\sigma^4}]e^{\frac{-(x^2+y^2)}{2\sigma^2}}$ （G(x,y) 为二维高斯函数）。根据 LoG 算子生成的模板需要满足系数之和为 0（以便模板响应在恒定灰度区域为 0）。先高斯模糊后拉普拉斯算子 $\frac{\partial^2(h*f)}{\partial x^2}$，可以简化成 $\frac{\partial^2h}{\partial x^2}*f$, 即用特定的模板直接卷积减小计算量。

7.**Canny 算法**：1. 用高斯滤波器平滑图像。2. 用梯度算子（Sobel、Prewitt）计算梯度方向和幅值。3. 对梯度幅值进行非极大值抑制。4. 双阈值处理减少伪边缘点。（高阈值：低阈值 =2:1 或 3:1）

8. **边缘连接**：1. 局部处理, 若边缘点 q 的某个邻居 p（3X3、5X5......）满足条件，则两者是连接的。2. 使用霍夫变换的全局处理：预定义一些全局性质，使我们得以筛选边缘点从而得到指定形状的曲线。

9. **霍夫变换**：线变换：空间一条直线：$r=x\cos\theta+y\sin\theta$，在参数空间对应一个点，而该直线上的每一点在参数空间对应一条正弦曲线，各正弦曲线的交点即为直线对应的参数空间的点。

算法实现：1. 获取二值化边缘图。2. 对 (r,θ) 离散化，给出 (r_{min},r_{max}) 与 $(\theta_{min},\theta_{max})$，划分有限个等间距的离散值，是参数空间化为一个个方格 3. 设置累加器 A，每个网格初始为 0，计算参数空间的曲线方程，曲线穿过的格子累加器加一 4. 遍历累加器，找到最大的格子，其坐标即为直线参数，转为直线空间显示出来。

圆变换：**霍夫梯度法**：1.Sobel 获取二值化边缘图，同时储存梯度向量。2. 初始化圆心空间 N(a,b), 并置 0。3. 遍历边缘像素点，沿梯度方向画线，线段经过的累加器加一 4. 统计排序得到可能的圆心 N(a,b) 越大越可能为圆心 5. 针对圆心估算半径，计算所有边缘点到圆心的距离对距离从小到大排序，取合适阈值选合适半径. 初始化半径空间 N(r) 为 0，遍历边缘点，N(距离)+=1，取最大 N（r）为半径画圆。

普通的霍夫变换：设置三维的累加器，确定三个参数时可一个一个确定。

8. 基本的全局阈值处理：1. 设置全局阈值 T。2. 用 T 分割图像得到两组像素。3. 分别计算两组像素的灰度平均值 m1 和 m2。4. 得到新阈值 $T=0.5*(m1+m2)$。5. 重复步骤至最新两次 T 值的差小于预设值。

9.**Ostu 方法（最佳全局阈值处理）**：计算快速简单，不受图像亮度和对比度影响。但是对噪声敏感，而且只能对单一目标分割；当目标和背景大小相差悬殊时，效果不好。

10. **区域生长**：1. 设置种子（种子生长顺序会影响最终结果）2. 确定生长准则（例如灰度差）（注：考虑像素相似性和连接性）

11. **区域分割**：（注：二维可用四叉树三维用八叉树）

第六章：彩色图像处理：

1. **品红** $M=R+B$，**青色** $C=G+B$，**黄色** $Y=R+G$。

2. 全彩色图像有 24 比特的深度，RGB 分别为 8 比特图像。（RGB 归一化）**注:RGB 不能表征所有颜色 HSI 比 RGB 更易表征颜色。**

3. CMY 模型（面向应用）**注:CIE 国际标准来看显示器和打印机能实现颜色不一样**.

4.**HSI 模型：H 为色调，S 为饱和度，I 为强度**: 对锥体模型：离原点在 z 轴方向的距离表示 I，当前圆面内用极坐标表示，离圆心的距离 r 表征 S，夹角 θ 表示 H。

5.**RGB 到 HSI**：$I=\frac{R+G+B}{3}$ $S=1-\frac{3min(R,G,B)}{R+G+B}$ $\theta=\arccos(\frac{0.5\times[(R-G)+(R-B)]}{\sqrt{(R-G)^2+(R-B)(G-B)}})$ 注：B>G 时，H 为 $360°-\theta$

7. **灰度分层**：类似于灰度切片，但是将不同分段的像素集合赋予不同的颜色，有所区别。（伪彩色）

8. 彩色图像处理方法：1. 对 RGB 三分量图像分别进行处理。2. 对彩色图像的每个像素点上的 Vector （三或四个分量）进行向量处理。注意:HSI 处理一般在 I 分量处理，同时改 H 会影响 RGB 三个分量，故对三通道处理和单独对向量处理有区别**（彩色图像噪声会严重影响 H，公式里含 cos）**

9. **对彩色图像的滤波**：在 HIS 模型一般只能对 I 处理

10. **彩色分层**：设感兴趣的颜色被宽为 W、中心在原型（平均）颜色点的立方体所包围，立方体外的颜色被强制置为中性（对于 RGB 彩色空间，为（0.5,0.5,0.5））。也可用球体、椭球体所包围。

11. **彩色轮廓提取**：1.RGB 转 HSI 2. 取对应颜色的 his，在对应阈值内置白色，阈值外置黑色 3. 滤波 4.findContours 寻找白色区域轮廓 5.drawContours 绘制轮廓。

第七章：图像特征

链码：表示边缘的数组，数字表示方向。归一化链表：循环移位取最小值。

多边形近似:（MPP：最小周长）矩形度：可判断形状与矩形差异。

欧拉数:E=C-H。C 为联通分量，H 为洞个数。

矩：$m_{bp}=\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}x^py^qf(x,y)dxdy$

K-means 算法：1. 随机选择 k 个起始中心点。2. 对每个点标记最近的中心点。4. 计算新的中心点

优点：简单，收敛快。缺点：对初始值敏感。k 值要预设。