

第一章绪论：

- 1. 像素在数字图像上具有固定的 (x,y) 空域坐标以及该点的值 f(x,y)，其特征为：x,y,f(x,y) 均为离散值和有限值。（f(x,y) 常代表图像的 intensity 或 gray 等级）（空域坐标系下 y 右 x）
- 2. 数字图像的形式：单通道（B&W 或者灰度等级）三通道（RGB）四通道（RGB+Alpha）深度
- 3. （光杆颜锥）锥状体（少）集中在中央凹附近，对颜色极其敏感；杆状体（多）的分布较为分散，对低亮度的光照敏感。（两者均不在盲点上有分布）（锥状体（cones），杆状体（rods））
- 4. 图像不仅仅由电磁波生成，超声波等都可以（B 超）
- 5.DIP 与计算机视觉、机器人视觉、机器视觉的区别：DIP：对图像的基础操作，如几何变换，增强恢复，锐化滤波等，结果仍为图像。计算机视觉：对给定的图像进行信息提取，如运动检测物体识别，获得具体数据。机器视觉：用于自动化生产，由机器自主获取图像等信息来获得具体数据，需要多传感器结合。机器人视觉：对象是机器人，使机器人具备视觉能力完成各项任务。

第二章数字图像基础：

- 1. 采样量化：数字图像的生成需要经过采样和量化的过程。坐标值 (x,y) 的数字化就是采样，值 f(x,y) 的数字化就是量化。
- 2. 灰度分辨率： 2^k . 大小为 $M \times N$ 的数字图像一般用矩阵表示，其占用的储存空间为： $M \times N \times k$ (比特)。空域分辨率为 $M \times N$ 。
- 3. 图片的 Zooming 和 Shrinking 可用最邻近插值或者双线性插值，前者的缺点是精度低，可能会存在灰度上的不连续，在变化的地方出现明显的锯齿状。双线性： $g(E) = (x' - i)[g(B) - g(A)] + g(A)$
 $g(F) = (x' - i)[g(D) - g(C)] + g(C)$
 $g(E) = (x', y')[g(F) - g(E)] + g(E)$
(无论上、降采样，图片所包含内容不变，只是空间分辨率变了)
- 4. 像素 p 的 4 邻域（十字形 N_4 ）、D 邻域（4 个对角 D）和 8 邻域（一圈 N_8 ）。两个像素 p 和 q 之间的 4 邻接（p 在 q 的 N_4 ）、8 邻接（p 在 q 的 N_8 ）和 m 邻接（p 在 q 的 N_D 且 p 的 N_4 与 q 的 N_4 相交为空；或 p 在 q 的 N_4 ）
连通（所有连通的像素构成通路）：邻接 + 像素值都属于集合 V。
连通分量：对于 S 中的任何像素 p，S 中连通到该像素的像素集称为 S 的连通分量。连通集：只有一个连通分量的集合。
- 5. 欧几里得距离（De）、街区距离（D4 $|x - s| + |y - t|$ ）和棋盘距离（D8 $\max(|x - s|, |y - t|)$ ）的概念。（注：D4 为菱形，D8 为方形）

第三章：灰度变换和空间滤波（图像增强）高光 降噪 视觉感染力

- 1. 对于空域，我们的操作一般是针对像素的邻居。若直接对像素本身进行操作，则称为灰度变换 $s=T(r)$ 。否则为空间滤波 $g(x,y)=T(f(x,y))$ ，多使用掩模。
- 2. 如果想将一个物体从背景分离，可以使用阈值变换 $s = 1.0(r > threshold) + 0.0(r \leq threshold)$ 。若输入的图像灰度分辨率很大，可使用对数变换 $s = c * \log(l + r)$ 。

幂律变化 $s = c * r^y$ 则可以将一个较窄范围的灰度等级映射到较大范围的灰度等级 (注：小凸大凹) (整体变暗， $y>1$) 或将图像整体变亮 ($y<1$ 凸显脊柱改善欠曝光)；由于显示器、打印机等对不同亮度的响应非线性，而是指数 $s = r^y$ ，所以使用 y 校正 $s = r^{\frac{1}{y}}$ 来处理；灰度切片（变换函数 T 为分段函数）类似于阈值变换，对于突出图像中某些特征起作用。

比特平面分层中高阶比特平面包含了最重要的视觉数据，低阶比特平面贡献了更精细的灰度细节，存储 4 个高阶比特平面即可重建原图像（在可接受范围内）。图像相减时存在 -255 255 的灰度等级，所以需归一化或者加 255 除以 2 将其重新变为 0 255，该方法可用于检测运动物体或者进行 change detection。

同一场景多张图取平均噪声水平不变。

- 3. 直方图均衡化：（满足单调递增和区间条件）计算 PDF，映射。使输出图像的灰度分布更加均衡，提高对比度（均衡化过程较为简单）直方图：显示像素值等级分布情况。 $R_r(w)$ 是概率分布函数。 $s = T(r) = (L - 1) \int_0^r P_r(\omega) d\omega = (L - 1) \sum_{j=0}^k \frac{n_j}{n}$
- 4. 平滑线性滤波器：（均值滤波器）可用于滤除噪声（也可以滤除不必要的细节）或者突出总体特征，但是会模糊边缘。高斯滤波器：适合消除高斯噪声。 $\frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-(i-n)^2 + (j-n)^2 / -2\sigma^2}$
- 统计排序滤波器：（中值滤波器）有时表现更佳（相对 average），尤其是滤除椒盐噪声。自适应中值滤波器（补）可以滤除空间密度更大的椒盐噪声，平滑其他噪声并减小失真，没有边缘效应。自适应中值滤波：if $z_{med} - z_{min} > 0, z_{med} - z_{max} < 0, \{if \ z_{xy} - z_{min} > 0, z_{xy} - z_{max} < 0 \}$ else 扩大所取集合的 size
- 5. 锐化空间滤波器：（减少模糊部分并突出边缘）其效果与平滑空间滤波器相反（积分与微分之区别）一阶微分 $f(x+1) - f(x)$ ，二阶微分 $f(x+1) + f(x-1) - 2f(x)$ 。一阶微分非 0 值存在于 step 和 ramp 的起点以及 ramp 沿线；二阶微分非 0 值存在于 step 和 ramp 的起（终）点；一阶微分产生较粗的边缘，对 gray level step 有更佳的响应；二阶微分对细节（细线、孤立点和噪声）有更佳的响应，而对 gray level step 有双响应（双边缘，更加明显），因此二阶微分在增强细节方面更强。

- 6. 使用拉普拉斯算子锐化图像（中心-4，十字 1）。考虑对角项，则掩模系数变为（中心-8，外圈 1）。使用拉普拉斯算子得到的并不是最终图像，还要根据中心系数的正负，用原图像 ± 拉普拉斯图像。最终（中心 5，十字-1）（中心 9，外圈-1）
 - 7. 高提升滤波： $g(x,y) = Af(x,y) \pm \nabla^2 f(x,y)$ ，当 A 越大，则越忽略锐化的作用。
 - 8. 使用梯度（一阶微分）锐化图像：我们直接给出 $g_x = \frac{\partial f}{\partial x}, g_y = \frac{\partial f}{\partial y}$ 这两个模板称为 Sobel 算子，此时的操作为线性操作。再对其求向量 ∇f 的幅值 $M(x,y) = \sqrt{g_x^2 + g_y^2}$ 或者近似化 $M(x,y) = |g_x| + |g_y|$ ，为非线性。
- Sobel 算子 X: -1 0 1;-2 0 2;-1 0 1 Y:-1 -2 -1;0 0 0; 1 2 1;
Roberts 交叉梯度算子 X:0 -1;1 0 Y:-1 0;0 1;

第四章：频率域滤波：

- 1. 图像 $f(x,y)$ 乘以指数项 $(-1)^{x+y}$ 再做傅里叶变换，可将 DFT 的原点移到 $F(u - \frac{M}{2}, v - \frac{N}{2})$ 不影响幅度谱。若空间域和频域都用极坐标表示，空间域与频域的旋转等价。 $F(0,0)$ = 图像的平均灰度。
 - 2.DFT 的幅度谱中，低频分量（幅度谱原点周围）反映了灰度变化缓慢的区域，是图像在平滑区域上的外观。高频分量反映了灰度剧变的区域（如边缘噪声），是图像中精细部分。
 - 3. 一般滤波过程：1. 原图乘以 $(-1)^{x+y}$ 2.DFT 得到 $F(u,v)$ 3. $F(u,v)$ 乘以滤波器 $H(u,v)$ 4.IDFT 之后再乘以 $(-1)^{x+y}$ 得到输出。
 - 4. 陷波滤波器： $H(u,v) = 0$ if $(u,v) = (\frac{M}{2}, \frac{N}{2})$, else $H(u,v) = 1$
 - 1. 可以使图像的平均灰度为 0，而不影响图像的整体外观和细节。
 - 5. 理想低通滤波器：, $H(u,v) = 1$ if $[D(u,v)] < D_0$, else $H(u,v) = 0$ 其中 D(u,v) 定义为 (u,v) 与 $(\frac{M}{2}, \frac{N}{2})$ 的欧氏距离。（注：由于 H(u,v) 的急剧变化会产生振铃现象）
 - 6. 高斯低通滤波器： $H(u,v) = e^{-\frac{D^2(u,v)}{2D_0^2}}$ 作用：连接断裂处,PS 人脸图片上的疤痕或者皱纹。
 - 7. 巴特沃斯低通滤波器： $H(u,v) = \frac{1}{1 + [\frac{D(u,v)}{D_0}]^{2n}}$ 截止频率定义为 H(u,v) 下降为 50%。一阶二阶巴特沃斯滤波器几乎观察不到振铃现象。越高阶越接近理想低通。
 - 8. 理想高通滤波器： $H(u,v) = 0$ if $[D(u,v)] < D_0$, else $H(u,v) = 1$
 - 9. 巴特沃斯高通滤波器： $H(u,v) = \frac{1}{1 + [\frac{D_0}{D(u,v)}]^{2n}}$ 越高阶越接近理想高通。
 - 10. 高斯高通滤波器： $H(u,v) = 1 - e^{-\frac{D^2(u,v)}{2D_0^2}}$
- 额外：连续 $F(u,v) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x,y) e^{-j2\pi xu} e^{-j2\pi yv} dx dy$
 $f(x,y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} F(x,y) e^{j2\pi xu} e^{j2\pi yv} du dv$
离散 (dft) $F(u,v) = \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} f(x,y) e^{-j2\pi \frac{xu}{M}} e^{-j2\pi \frac{yv}{N}}$
 $f(x,y) = \frac{1}{MN} \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} F(x,y) e^{j2\pi \frac{xu}{M}} e^{j2\pi \frac{yv}{N}}$

第五章：图像恢复

- 1. 空域上: $g(x,y) = f(x,y) * h(x,y) + n(x,y)$
频域上: $G(u,v) = F(u,v) \cdot H(u,v) + N(u,v)$
图像恢复是由 g 估计原图像 f 的过程。
- 2. 噪声分布：高斯（常见） $p(z) = \frac{e^{-\frac{(z-\mu)^2}{2\sigma^2}}}{\sqrt{2\pi}\sigma}$ 瑞利（无人驾驶）、爱尔兰、Gamma、均值、脉冲、椒盐
- 3. 傅里叶谱图有 8 个点说明原图像有横向纵向对角线的周期性噪声 $\sin(2\pi u_0 x + 2\pi v_0 y) \leftrightarrow j \frac{1}{2} [\delta(u+u_0, v+v_0) - \delta(u-u_0, v-v_0)]$
- 4. 带阻滤波器： $H(u,v) = \frac{1}{1 + (\frac{D(u,v)W}{D(u,v)^2 - D_0^2})^{2n}}$ $H(u,v) = 1 - e^{-0.5[\frac{D^2(u,v) - D_0^2}{D(u,v)W}]^2}$
- 6. 退化模型： $H(u,v) = e^{-k(u^2+v^2)^{5/6}}$

5. 陷滤波滤波器: notch reject: $H(u,v) = \frac{1}{1+(\frac{D0^2}{D1(u,v)D2(u,v)})^n}$
 $H(u,v) = 1 - e^{-0.5[\frac{D1(u,v)D2(u,v)}{D0^2}]}$ 用以去除噪点, 如: 横向纵向噪声

7. 逆滤波: $\hat{F}(u,v) = \frac{G(u,v)}{\hat{H}(u,v)} = F(u,v) + \frac{N(u,v)}{\hat{H}(u,v)}$ 则即使我们直到退化过程, 由于噪声影响也无法复原。同时必须 H 不能趋于 0, 否则会放大噪声。解决办法: 只取 H 原点附近的频谱, 以外一概不考虑, 一般来说能量集中于原点, 频域幅度在这较高。

8. 维纳滤波器: 使用最小均方误差准则设计

$$\hat{F} = \left[\frac{H^*(u,v)}{|H(u,v)|^2 + S_{\eta}(u,v)/S_f(u,v)} \right] G(u,v)$$

第九章：形态学图像处理（对于二值图）

1. 平移: $(B)_z = \{c|c=b+z, b \in B\}$ （如平移到 (z_1, z_2) ）
反射: $\hat{B} = \{w|w=-b, b \in B\}$ （如 $(-x, -y)$ 反射到 (x, y) ）

Fit: 完全正确。Hit: 部分正确。Miss: 全部错误

2. 膨胀 (Dilation): $A \oplus B = \{z|(\hat{B}) \cap A \neq \emptyset\}$ 或者定义为 A 与 B 的镜像存在 Hit 关系; 膨胀会粗化或者增长物体; 膨胀可以修复断裂处, 修复表面坑洼。（注: 膨胀不一定能粗化, 和结构元有关。）

3. 腐蚀 (Erosion): $A \ominus B = \{z|B_z \subseteq A\}$ 或者定义为 A 与 B 存在 Fit 关系; 腐蚀缩小或细化了物体, 可视为形态学滤波操作, 小于结构元的物体都将滤除。腐蚀可以分开已连接的物体, 可以将物体表面的突出部分剥离。

4. 开运算: $A \circ B = (A \ominus B) \oplus B$ 即对物体先腐蚀再膨胀, 其几何解释为: 球形结构元 B 沿物体 A 的内部边界滑动, 其并集即为开操作 $A \circ B = \bigcup (B_z)|(B_z) \subseteq A$ 可以平滑图像轮廓, 打断物体间的连接部分, 清除突出物。

5. 闭运算: $A \bullet B = (A \oplus B) \ominus B$ 即对物体先膨胀再腐蚀, 其几何解释为: 球形结构元 B 沿物体 A 的边界滑动, 其并集即为闭操作 $A \bullet B = \bigcap (B_z)|(B_z) \subseteq A$ 可以平滑轮廓上的缺口, 填充洞口, 连接间隙和断裂部分。

6.Hit or Miss: $A \circledast B = (A \ominus X) \cap [A^C \ominus (W - X)]$ 设感兴趣物体形状为 X, B 为 X 及其背景组成的集合, W 为比 X 大一点的小窗, 用 X 腐蚀 A 产生的集合与用 (W-X) 腐蚀 A 的补集产生的集合的交集就是击中或击中不中变换。

7. 边缘提取: $\beta(A) = A - (A \ominus B)$ 即可提取边界, B 是结构元。

8. 区域填充: 需设置一个初始点, 过程可表示为 $X_k = (X_{k-1} \oplus B) \cap A^C$, 直到 $X_k = X_{k-1}$, 完成区域填充, 最终结果图应为 $X_k \cup A$

9. 连通分量的提取: 过程与上面类似, 只是将 A^C 替换成 A, 最终结果图应为 X_k 。

第十章：图像分割（基于不连续性与相似性）

1. 灰度变化不连续性是进行图像分割的基础之一, 其处理的图像特征为孤立点、线、边缘。对于相似的灰度, 根据一组预定义的准则将图像分割为相似的区域。（阈值处理, 区域生长、分裂聚合）

2. 点检测: 使用二阶微分（实际就是进行空间滤波）

如: 拉普拉斯算子（添加对角项）的模板系数之和为 0, 表明在恒定灰度区域模板响应为 0。设置阈值 T, 若模板响应 $R(x,y) >= T$, 则输出图像在该点的值 $g(x,y) = 1$, 检测到孤立点。

3. 线检测: 同样可用拉普拉斯算子。由于其产生负值, 我们一般进行正阈值处理, 仅适用拉普拉斯图像的正值。（注: 当线宽比模板尺寸大时, 会被一个零值分开）。若我们对特定方向的线感兴趣, 可将模板上对应方向的系数全换成 2（最后同样要进行阈值处理）

4.Ramp 模型: 线的厚度与斜率成反比, 斜率与模糊程度成反比。

5. 微弱的可见噪声也严重影响边缘检测所用的两个关键导数, 所以应先进行平滑处理。另一方法是对梯度图像进行阈值处理（可能会使部分边缘断开）。若要突出主要边缘并尽可能保持连接时, 实践中通常又做平滑处理又做阈值处理。

6.LoG 算子: $\nabla^2 G(x,y) = [\frac{x^2+y^2-2\sigma^2}{\sigma^4}]e^{\frac{-(x^2+y^2)}{2\sigma^2}}$ （G(x,y) 为二维高斯函数）。根据 LoG 算子生成的模板需要满足系数之和为 0（以便模板响应在恒定灰度区域为 0）。先高斯模糊后拉普拉斯算子 $\frac{\partial^2(h*f)}{\partial x^2}$, 可以简化成 $\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} * f$, 即用特定的模板直接卷积减小计算量。

7.Canny 算法: 1. 用高斯滤波器平滑图像。2. 用梯度算子 (Sobel、Prewitt) 计算梯度方向和幅值。3. 对梯度幅值进行非极大值抑制。4. 双阈值处理减少伪边缘点。（高阈值: 低阈值 =2:1 或 3:1）
8. 边缘连接: 1. 局部处理, 若边缘点 q 的某个邻居 p (3X3、5X5.....) 满足条件, 则两者是连接的。2. 使用霍夫变换的全局处理: 预定义一些全局性质, 使我们得以筛选边缘点从而得到指定形状的曲线。

9. 霍夫变换: 线变换: 空间一条直线: $r = x \cos \theta + y \sin \theta$, 在参数空间对应一个点, 而该直线上的每一点在参数空间对应一条正弦曲线, 各正弦曲线的交点即为直线对应的参数空间的点。

算法实现: 1. 获取二值化边缘图。2. 对 (r, θ) 离散化, 给出 (r_{min}, r_{max}) 与 $(\theta_{min}, \theta_{max})$, 划分有限个等间距的离散值, 是参数空间化为一个个方格 3. 设置累加器 A, 每个网格初始为 0, 计算参数空间的曲线方程, 曲线穿过的格子累加器加一 4. 遍历累加器, 找到最大的格子, 其坐标即为直线参数, 转为直线空间显示出来。

圆变换: 霍夫梯度法: 1.Sobel 获取二值化边缘图, 同时储存梯度向量。2. 初始化圆心空间 N(a,b), 并置 0。3. 遍历边缘像素点, 沿梯度方向画线, 线段经过的累加器加一 4. 统计排序得到可能的圆心 N(a,b) 越大越可能为圆心 5. 针对圆心估算半径, 计算所有边缘点到圆心的距离对距离从小到大数据排序, 取合适阈值选合适半径。初始化半径空间 N(r) 为 0, 遍历边缘点, N(距离)+=1, 取最大 N(r) 为半径画圆。

普通的霍夫变换: 设置三维的累加器, 确定三个参数时可一个一个确定。

8. 基本的全局阈值处理: 1. 设置全局阈值 T。2. 用 T 分割图像

得到两组像素。3. 分别计算两组像素的灰度平均值 m1 和 m2。4. 得到新阈值 $T = 0.5 * (m1 + m2)$ 。5. 重复步骤至最新两次 T 值的差小于预设值。

9.Ostu 方法（最佳全局阈值处理）: 计算快速简单, 不受图像亮度和对比度影响。但是对噪声敏感, 而且只能对单一目标分割; 当目标和背景大小相差悬殊时, 效果不好。

10. 区域生长: 1. 设置种子（种子生长顺序会影响最终结果）2. 确定生长准则（例如灰度差）（注: 考虑像素相似性和连接性）

11. 区域分割:（注: 二维可用四叉树三维用八叉树）

第六章：彩色图像处理：

1. 品红 $M = R + B$, 青色 $C = G + B$, 黄色 $Y = R + G$ 。
2. 全彩色图像有 24 比特的深度, RGB 分别为 8 比特图像。（RGB 归一化）注:RGB 不能表征所有颜色 HSI 比 RGB 更易表征颜色。

3. CMY 模型（面向应用）注:CIE 国际标准来看显示器和打印机能实现颜色不一样。

4.HSI 模型: H 为色调, S 为饱和度, I 为强度: 对锥体模型: 离原点在 z 轴方向的距离表示 I, 当前圆面内用极坐标表示, 离圆心的距离 r 表征 S, 夹角 θ 表示 H。

5.RGB 到 HSI: $I = \frac{R+G+B}{3}$ $S = 1 - \frac{3\min(R,G,B)}{R+G+B}$
 $\theta = \arccos(\frac{0.5 \times [(R-G) + (R-B)]}{\sqrt{(R-G)^2 + (R-B)(G-B)}})$ 注: B>G 时, H 为 $360^\circ - \theta$

7. 灰度分层: 类似于灰度切片, 但是将不同分段的像素集合赋予不同的颜色, 有所区别。（伪彩色）

8. 彩色图像处理方法: 1. 对 RGB 三分量图像分别进行处理。2. 对彩色图像的每个像素点上的 Vector（三或四个分量）进行向量处理。注意:HSI 处理一般在 I 分量处理, 同时改 H 会影响 RGB 三个分量, 故对三通道处理和单独对向量处理有区别（彩色图像噪声会严重影响 H, 公式里含 cos）

9. 对彩色图像的滤波: 在 HIS 模型一般只能对 I 处理

10. 彩色分层: 设感兴趣的颜色被宽为 W、中心在原型（平均）颜色点的立方体所包围, 立方体外的颜色被强制置为中性（对于 RGB 彩色空间, 为 (0.5,0.5,0.5)）。也可用球体、椭球体所包围。
11. 彩色轮廓提取: 1.RGB 转 HSI 2. 取对应颜色的 his, 在对应阈值内置白色, 阈值外置黑色 3. 滤波 4.findContours 寻找白色区域轮廓 5.drawContours 绘制轮廓。

第七章：图像特征

链码: 表示边缘的数组, 数字表示方向。归一化链表: 循环移位取最小值。

多边形近似: (MPP: 最小周长) 矩形度: 可判断形状与矩形差异。欧拉数:E=C-H。C 为联通分量, H 为洞个数。

矩: $m_{ip} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} x^p y^q f(x,y) dx dy$

K-means 算法: 1. 随机选择 k 个起始中心点。2. 对每个点标记最近的中心点。4. 计算新的中心点

优点: 简单, 收敛快。缺点: 对初始值敏感。k 值要预设。