الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي — **دورة: 2023**

الشعبة: علوم تجريبية

اختبار في مادة: الرياضيات — **المدة: 03 سا و30 د**

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

يحتوي صندوق U_1 على 5 كريات تحمل الأرقام 1 ، 1 ، 1 ، 2 ، 3 ويحتوي صندوق U_2 على 4 كريات تحمل الأرقام 1 ، 1 ، 2 ، 2 (كل الكريات متماثلة ولا نفرق بينها عند اللمس).

نختار عشوائيا أحد الصندوقين ونسحب منه عشوائيا كريتين في آن واحد.

1) نعتبر الحوادث : A " سحب كريتين تحملان رقمين فرديين " ، B " سحب كريتين تحملان رقمين زوجيين"

C " سحب كريتين إحداهما تحمل رقما فرديا والأخرى تحمل رقما زوجيا "

أ) أنجز الشجرة التي تُنمذج هذه التجربة.

ب) بيّن أنّ $P(A)=\dfrac{23}{60}$ و $P(B)=\dfrac{1}{12}$ ثمّ احسب $P(C)$

2) نفرغ محتوى الصندوقين U_1 و U_2 في صندوق جديد U_3 ثمّ نسحب منه عشوائيا كريتين في آن واحد.

X المتغيّر العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب لكريتين جُداء الرقمين المسجلين عليهما.

أ) برّر أنّ مجموعة قيم المتغيّر العشوائي X هي $\{1;2;3;4;6\}$

ب) عيّن قانون الاحتمال للمتغيّر العشوائي X ثمّ احسب أمله الرياضياتي $E\left(X\right)$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

أجب بصحيح أو خاطئ مع التبرير في كل حالة من الحالات الآتية:

1) حلّ المعادلة التفاضلية $y'=2y+6$ الذي يحقّق $y(\ln 2)=25$ هو الدالة h المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $h(x)=7e^{2x}-3$

2) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[x-\ln(e^{x}-1)\right]=+\infty$

3) القيمة المتوسطة للدالة $x\mapsto x\left(x^2+1\right)^2$ على المجال $[0;2]$ هي 31

4) (v_n) المتتالية المعرّفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n=\int_n^{n+1}e^{-x+3}\,dx$

من أجل كل عدد طبيعي n، $v_0+v_1+\cdots+v_n=e^3-e^{-n+2}$

التمرين الثالث: (05 نقاط)

(u_n) المتتالية المعرّفة بـ: $u_0=\dfrac{1}{2}$ ومن أجل كل عدد طبيعي n، $u_{n+1}=-1+\dfrac{2}{2-u_n}$

1) أ) برهن بالتراجع أنّه: من أجل كلّ عدد طبيعي n، $0<u_n\leq\dfrac{1}{2}$

ب) بيّن أنّ المتتالية (u_n) متناقصة تماما.

2) نضع: من أجل كلّ عدد طبيعي n، $v_n = \dfrac{1}{u_n} - 1$

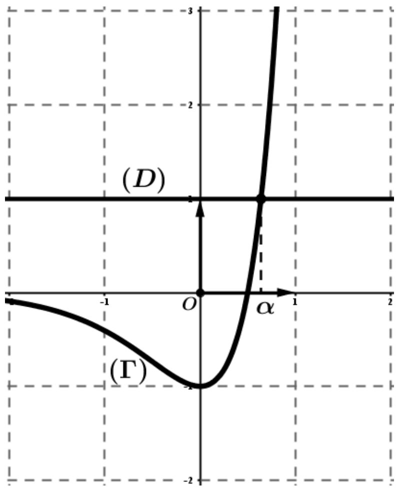
أ) أثبت أنّ المتتالية (v_n) هندسية أساسها 2 ثمّ اكتب عبارة v_n بدلالة n

ب) استنتج أنّه: من أجل كلّ عدد طبيعي n، $u_n = \dfrac{1}{2^n + 1}$ ثمّ احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

3) نضع: من أجل كلّ عدد طبيعي n، $S_n = v_0 + v_1 + \cdots + v_n$ و $T_n = \dfrac{1}{u_0} + \dfrac{1}{u_1} + \cdots + \dfrac{1}{u_n}$

احسب S_n بدلالة n ثمّ بيّن أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n، $T_n = 2^{n+1} + n$

التمرين الرابع: (07 نقاط)



I) (Γ) التمثيل البياني للدالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $x \mapsto (2x-1)e^{2x}$

و (D) المستقيم ذو المعادلة $y = 1$ ، α هي فاصلة نقطة تقاطع (Γ) و (D) (لاحظ الشكل المقابل)

1) بقراءة بيانية ، حدّد وضعية (Γ) بالنسبة إلى (D)

2) g الدالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x) = (2x-1)e^{2x} - 1$

استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$ ثمّ تحقق أنّ: $0,6 < \alpha < 0,7$

II) f الدالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = (x-1)\left(e^{2x} - 1\right)$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$ (وحدة الطول $2\,cm$)

1) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

2) أ) بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = -x + 1$ مقارب مائل لـ (C_f) عند $-\infty$

ب) ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ)

3) أ) بيّن أنّه: من أجل كلّ عدد حقيقي x ، $f'(x) = g(x)$

ب) استنتج أنّ f متناقصة تماما على $]-\infty;\alpha]$ ومتزايدة تماما على $[\alpha;+\infty[$ ثم شكّل جدول تغيّراتها.

جـ) بيّن أنّ (C_f) يقبل مماسا (T) موازيا لـ (Δ) ، يُطلب تعيين معادلة له.

4) أ) عيّن فواصل نقط تقاطع (C_f) مع حامل محور الفواصل.

ب) ارسم (Δ) ، (T) و (C_f) (نأخذ : $f(1,4) \simeq 6,2$ و $f(\alpha) \simeq -0,9$)

جـ) ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m، عدد حلول المعادلة $f(x) = -x + m$

5) أ) باستعمال المكاملة بالتجزئة، بيّن أنّ: $\displaystyle\int_0^{\frac{1}{2}} (x-1)\, e^{2x}\, dx = \frac{3-2e}{4}$

ب) استنتج، بالسنتيمتر المربع، مساحة الحيّز المستوي المحدّد بالمنحني (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها:

$x = 0$ ، $x = \dfrac{1}{2}$ و $y = -x + 1$

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط)

يحتوي كيس على 10 كريات متماثلة ولا نفرق بينها باللّمس، موزعة كما يلي: 3 كريات بيضاء مرقمة بـ: 1 ، 1 ، 2
و 3 كريات حمراء مرقمة بـ: 1 ، 2 ، 2 و 4 كريات خضراء مرقمة بـ: 1 ، 2 ، 2 ، 2

نسحب عشوائيا وفي آن واحد كريتين من الكيس ونعتبر الحوادث A ، B ، C الآتية:

A ″ الحصول على كريتين من نفس اللون ″ ، B ″ الحصول على كرية خضراء على الأقل ″

C ″ الحصول على كريتين تحملان رقمين زوجيين ″

1) أ) بيّن أنّ احتمال الحدث A يساوي $\frac{4}{15}$ وأنّ احتمال الحدث B يساوي $\frac{2}{3}$

ب) احسب الاحتمالين $P(C)$ و $P(A\cap C)$. هل الحدثان A و C مستقلان؟

جـ) استنتج احتمال الحصول على كريتين من نفس اللون علما أنّهما تحملان رقمين زوجيين.

2) نعتبر المتغيّر العشوائي X الذي يرفق بكل عملية سحب لكريتين مجموع الرقمين المسجلين عليهما.

أ) برّر أنّ مجموعة قيم المتغيّر العشوائي X هي $\{2;3;4\}$

ب) عيّن قانون احتمال المتغيّر العشوائي X ثمّ احسب أمله الرياضياتي $E(X)$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

عيّن الاقتراح الصحيح الوحيد من بين الاقتراحات الثلاثة في كل حالة من الحالات الآتية مع التبرير.

1) حلا المعادلة $8z^2-4z+1=0$ ذات المجهول z في $\mathbb{C}$ هما:

أ) $\frac{1}{4}-\frac{1}{4}i$ و $-\frac{1}{4}+\frac{1}{4}i$ **ب)** $-\frac{1}{4}-\frac{1}{4}i$ و $-\frac{1}{4}+\frac{1}{4}i$ **جـ)** $\frac{1}{4}+\frac{1}{4}i$ و $\frac{1}{4}-\frac{1}{4}i$

2) الشكل الجبري للعدد المركب $\frac{1+\sqrt{3}+i}{1-i}$ هو:

أ) $\frac{\sqrt{3}}{2}+i\left(\frac{2+\sqrt{3}}{2}\right)$ **ب)** $\frac{\sqrt{3}}{2}-i\left(\frac{2+\sqrt{3}}{2}\right)$ **جـ)** $\frac{\sqrt{3}}{2}+i\left(\frac{-2+\sqrt{3}}{2}\right)$

3) الجذران التربيعيان للعدد المركب $-8+6i$ هما:

أ) $1+3i$ و $-1-3i$ **ب)** $1+3i$ و $1-3i$ **جـ)** $3+i$ و $-3-i$

4) الشكل المثلثي للعدد المركب $\frac{1+i}{\sqrt{3}-i}$ هو:

أ) $\sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{12}+i\sin\frac{\pi}{12}\right)$ **ب)** $\frac{\sqrt{2}}{2}\left(\cos\frac{5\pi}{12}+i\sin\frac{5\pi}{12}\right)$ **جـ)** $\frac{\sqrt{2}}{2}\left(\cos\frac{7\pi}{12}+i\sin\frac{7\pi}{12}\right)$

التمرين الثالث: (05 نقاط)

(u_n) المتتالية العددية المعرّفة بـــ: $u_0=0$ ومن أجل كلّ عدد طبيعي n، $u_{n+1}=\frac{4}{5}u_n+1$

1) أ) برهن بالتراجع أنّه: من أجل كلّ عدد طبيعي n، $u_n<5$

ب) بيّن أنّ (u_n) متزايدة تماما.

2) نضع: من أجل كلّ عدد طبيعي n، $v_n = u_n - 5$

أ) أثبت أنّ المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{4}{5}$، يطلب تعيين حدّها الأول v_0

ب) اكتب عبارة v_n بدلالة n ثمّ استنتج أنّه: من أجل كلّ عدد طبيعي n، $u_n = -5\left(\frac{4}{5}\right)^n + 5$

جـ) احسب $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n$

3) نضع: من أجل كلّ عدد طبيعي n، $S_n = v_0 + v_1 + \cdots + v_n$ و $T_n = u_0 + u_1 + \cdots + u_n$

احسب S_n بدلالة n ثمّ بيّن أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n، $T_n = 5n - 20\left(1 - \left(\frac{4}{5}\right)^n\right)$

التمرين الرابع: (07 نقاط)

f الدالة المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $f(x) = \left((\ln x)^2 - 3\right)\ln x$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$

1) أ) احسب $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} 0} f(x)$ ثمّ فسّر النتيجة هندسيا.

ب) احسب $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$

2) أ) بيّن أنّه: من أجل كلّ عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$، $f'(x) = \frac{3(-1+\ln x)(1+\ln x)}{x}$

ب) حلّ في المجال $]0;+\infty[$ المتراجحة ذات المجهول x : $(-1+\ln x)(1+\ln x) > 0$

جـ) استنتج أنّ الدالة f متزايدة تماما على كلّ من المجالين $\left]0;e^{-1}\right]$ و $[e;+\infty[$ ومتناقصة تماما على المجال $\left[e^{-1};e\right]$ ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.

3) أ) عيّن معادلة لـ (T) مماس (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1

ب) عيّن فواصل نقط تقاطع (C_f) مع حامل محور الفواصل.

جـ) ارسم (T) و (C_f) على المجال $\left]0;e^2\right]$

4) F الدالة المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $F(x) = x\left((\ln x)^3 - 3(\ln x)^2 + 3\ln x - 3\right)$

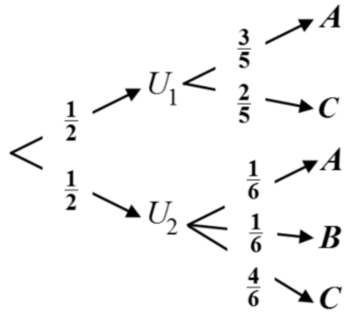
أ) تحقق أنّ F دالة أصلية للدالة f على المجال $]0;+\infty[$

ب) احسب مساحة الحيّز المستوي المحدّد بالمنحني (C_f) وحامل محور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتاهما: $x=1$ و $x=e$

5) h الدالة المعرّفة على $]0;+\infty[$ بـ: $h(x) = \left((\ln x)^2 - 3\right)|\ln x|$ و (C_h) تمثيلها البياني في المعلم السابق.

اشرح كيف يمكن رسم (C_h) انطلاقا من (C_f) ثمّ ارسمه على المجال $\left]0;e^2\right]$

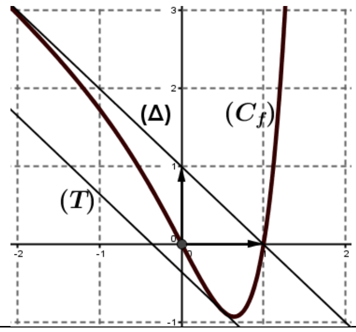
انتهى الموضوع الثاني

<table>
<tr><th colspan="2" rowspan="2">عناصر الإجابة (الموضوع الأول)</th><th colspan="2">العلامة</th></tr>
<tr><th>مجزأة</th><th>مجموع</th></tr>
<tr><td colspan="4">التمرين الأول (04 نقاط)</td></tr>
<tr><td rowspan="2">1</td><td>أ) إنجاز الشجرة التي تنمذج التجربة
</td><td>0.75</td><td rowspan="2">2</td></tr>
<tr><td>ب) $P(A)=\frac{1}{2}\times\frac{3}{5}+\frac{1}{2}\times\frac{1}{6}=\frac{23}{60}$ ، $P(B)=\frac{1}{2}\times\frac{1}{6}=\frac{1}{12}$
$P(C)=1-\left(P(A)+P(B)\right)=\frac{8}{15}$</td><td>2 × 0.5

0.25</td></tr>
<tr><td rowspan="2">2</td><td>أ) تبرير عناصر المجموعة $\{1;2;3;4;6\}$</td><td>0.5</td><td rowspan="2">2</td></tr>
<tr><td>ب)
<table><tr><td>x_i</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>6</td></tr><tr><td>$P(X=x_i)$</td><td>$\frac{10}{36}$</td><td>$\frac{15}{36}$</td><td>$\frac{5}{36}$</td><td>$\frac{3}{36}$</td><td>$\frac{3}{36}$</td></tr></table>
$E(X)=\frac{85}{36}$</td><td>5 × 0.25

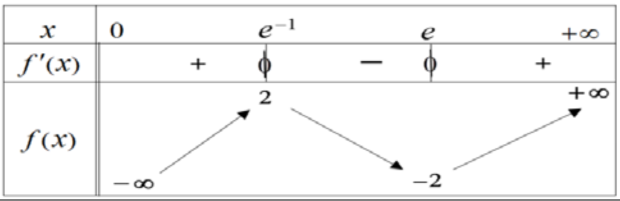
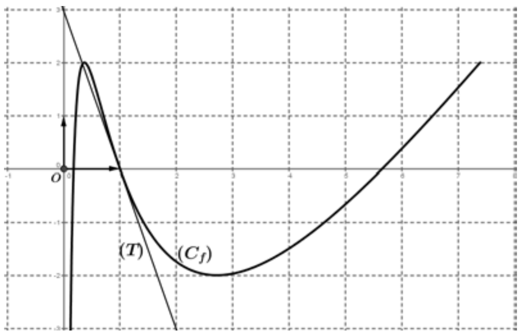
0.25</td></tr>
<tr><td colspan="4">التمرين الثاني (04 نقاط)</td></tr>
<tr><td>1</td><td>صحيح لأنّ: $h(x)=ke^{2x}-3$ و $h(\ln 2)=25$</td><td>2 × 0.5</td><td>1</td></tr>
<tr><td>2</td><td>خاطئ لأنّ:
$\lim\limits_{x\to+\infty}\left[x-\ln(e^x-1)\right]=\lim\limits_{x\to+\infty}\left[\ln e^x-\ln(e^x-1)\right]$
$=\lim\limits_{x\to+\infty}\ln\frac{e^x}{e^x-1}=0$
أو
$\lim\limits_{x\to+\infty}\left[x-\ln(e^x-1)\right]=\lim\limits_{x\to+\infty}\left[x-\ln(e^x(1-e^{-x}))\right]$
$=\lim\limits_{x\to+\infty}\left[-\ln(1-e^{-x})\right]=0$</td><td>2 × 0.5</td><td>1</td></tr>
<tr><td>3</td><td>خاطئ لأنّ: $\frac{1}{2-0}\int_0^2 x\left(x^2+1\right)^2dx=\left[\frac{1}{12}\left(x^2+1\right)^3\right]_0^2=\frac{31}{3}$</td><td>2 × 0.5</td><td>1</td></tr>
<tr><td>4</td><td>صحيح لأنّ:
$v_0+v_1+\cdots+v_n=\int_0^1 e^{-x+3}dx+\int_1^2 e^{-x+3}dx+\cdots+\int_n^{n+1}e^{-x+3}dx$
$=\int_0^{n+1}e^{-x+3}dx=\left[-e^{-x+3}\right]_0^{n+1}=e^3-e^{-n+2}$</td><td>2 × 0.5</td><td>1</td></tr>
</table>

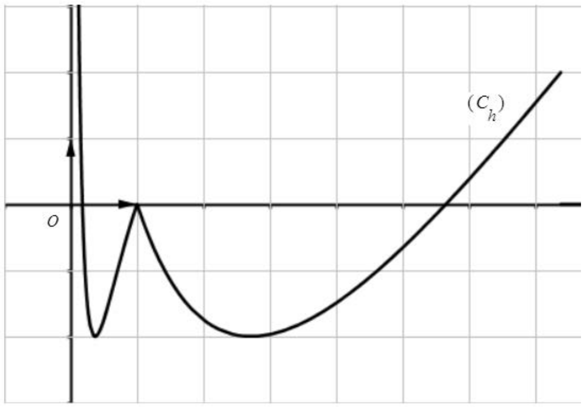
<table dir="rtl">
<tr><td colspan="4">التمرين الثالث (05 نقاط)</td></tr>
<tr><td rowspan="2">1</td><td>أ) البرهان بالتراجع: التحقق من صحّة الخاصية الابتدائية
إثبات صحّة الاستلزام (إثبات أنّ الخاصية وراثية)</td><td>0.25
0.75</td><td rowspan="2">1.5</td></tr>
<tr><td>ب) من أجل كلّ n من $\mathbb{N}$ ، $u_{n+1}-u_n=\frac{(u_n-1)u_n}{2-u_n}$ ومنه (u_n) متناقصة تماما</td><td>0.5</td></tr>
<tr><td rowspan="2">2</td><td>أ) من أجل كلّ n من $\mathbb{N}$ ، $v_{n+1}=\frac{1}{u_{n+1}}-1=\frac{2(1-u_n)}{u_n}=2\left(\frac{1}{u_n}-1\right)=2v_n$
$v_n=v_0\times q^n=2^n$</td><td>0.5
2 × 0.25</td><td rowspan="2">2</td></tr>
<tr><td>ب) من أجل كل عدد طبيعي n، $u_n=\frac{1}{v_n+1}=\frac{1}{2^n+1}$ و $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=0$</td><td>2 × 0.5</td></tr>
<tr><td>3</td><td>$S_n=v_0\frac{1-q^{n+1}}{1-q}=2^{n+1}-1$ و $T_n=S_n+(n+1)=2^{n+1}+n$</td><td>0.5 + 1</td><td>1.5</td></tr>
<tr><td colspan="4">التمرين الرابع (07 نقاط)</td></tr>
<tr><td>I) 1</td><td>على المجال $]-\infty;\alpha[$: (Γ) أسفل (D)
على المجال $]\alpha;+\infty[$: (Γ) أعلى (D) و $(D)\cap(\Gamma)=\{A(\alpha;1)\}$</td><td>0.25
0.25</td><td>0.5</td></tr>
<tr><td>2</td><td>إشارة $g(x)$
<table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>α</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$g(x)$</td><td>$-$</td><td>0</td><td>$+$</td></tr></table>
$g(0,6)\simeq-0,34$ و $g(0,7)\simeq0,62$ ومنه: $0,6<\alpha<0,7$</td><td>0.25
0.25</td><td>0.5</td></tr>
<tr><td>II) 1</td><td>$\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=+\infty$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$</td><td>2 × 0.25</td><td>0.5</td></tr>
<tr><td rowspan="2">2</td><td>أ) $\lim\limits_{x\to-\infty}\left[f(x)-(-x+1)\right]=0$</td><td>0.25</td><td rowspan="2">1</td></tr>
<tr><td>ب) على $]-\infty;1[$: (C_f) أسفل (Δ) وعلى $]1;+\infty[$: (C_f) أعلى (Δ)
(C_f) يقطع (Δ) في النقطة $A(1;0)$</td><td>3 × 0.25</td></tr>
<tr><td rowspan="3">3</td><td>أ) من أجل كلّ عدد حقيقي x ، $f'(x)=g(x)$</td><td>0.25</td><td rowspan="3">1.5</td></tr>
<tr><td>ب) f متناقصة تماما على $]-\infty;\alpha]$ ومتزايدة تماما على $[\alpha;+\infty[$
جدول التغيّرات
<table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>α</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$f'(x)$</td><td>$-$</td><td>0</td><td>$+$</td></tr><tr><td>$f(x)$</td><td>$+\infty$ $\searrow$</td><td>$f(\alpha)$</td><td>$\nearrow$ $+\infty$</td></tr></table></td><td>2 × 0.25
0.25</td></tr>
<tr><td>ج) حلّ المعادلة $f'(x)=-1$ ، معادلة لـ(T) : $y=-x+1-\frac{e}{2}$</td><td>2 × 0.25</td></tr>
</table>

4	أ) فاصلتا نقطتي تقاطع (C_f) مع حامل محور الفواصل هما: 0 و 1	2×0.25	2
	ب) الرسم: رسم (Δ) رسم (T) رسم (C_f)  	0.25 0.25 0.50	
	ج) لمّا $m<1-\frac{1}{2}e$ لا توجد حلول و لمّا $m=1-\frac{1}{2}e$ يوجد حلّ وحيد لمّا $1-\frac{1}{2}e<m<1$ يوجد حلان و لمّا $m\geq 1$ يوجد حلّ وحيد	0.50	
5	أ) تبيان أنّ: $\int_0^{\frac{1}{2}}(x-1)\,e^{2x}\,dx=\frac{1}{4}\left[(2x-3)\,e^{2x}\right]_0^{\frac{1}{2}}=\frac{3-2e}{4}$	2×0.25	1
	ب) $\mathscr{A}=\int_0^{\frac{1}{2}}\left[-x+1-f(x)\right]dx=-\int_0^{\frac{1}{2}}(x-1)\,e^{2x}\,dx$ $=\frac{2e-3}{4}\times 4\,cm^2=(2e-3)\,cm^2$	2×0.25	

ملاحظة: تُقبل وتُراعى جميع الطرائق الصحيحة الأخرى مع التقيّد التام بسلم التنقيط

	عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
	التمرين الأول (04 نقاط)		
1	أ) $P(A)=\frac{C_4^2+C_3^2+C_3^2}{C_{10}^2}=\frac{4}{15}$ و $P(B)=1-P(\overline{B})=1-\frac{C_6^2}{C_{10}^2}=\frac{2}{3}$	2 × 0.5	2.75
	ب) $P(C)=\frac{C_6^2}{C_{10}^2}=\frac{1}{3}$ و $P(A\cap C)=\frac{C_3^2+C_2^2}{C_{10}^2}=\frac{4}{45}$	2 × 0.5	
	الحدثان A و C مستقلان لأنّ $P(A\cap C)=P(A)\times P(C)$	0.25	
	جـ) $P_C(A)=P(A)=\frac{4}{15}$ ، لأن A و C مستقلان	2 × 0.25	
2	أ) تبرير عناصر المجموعة $\{2\,;3\,;4\}$	0.25	1.25
	ب) <table><tr><td>x_i</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td></tr><tr><td>$P(X=x_i)$</td><td>$\frac{6}{45}$</td><td>$\frac{24}{45}$</td><td>$\frac{15}{45}$</td></tr></table> $E(X)=\frac{16}{5}$	4 × 0.25	
	التمرين الثاني (04 نقاط)		
1	**الاقتراح الصحيح هو جـ)** لأنّ: $\Delta=-16$ ، $z_1=\frac{1}{4}+\frac{1}{4}i$ و $z_2=\frac{1}{4}-\frac{1}{4}i$	2 × 0.5	1
2	**الاقتراح الصحيح هو أ)** لأنّ: $\frac{1+\sqrt{3}+i}{1-i}\times\frac{1+i}{1+i}=\frac{\sqrt{3}}{2}+i\left(\frac{2+\sqrt{3}}{2}\right)$	2 × 0.5	1
3	**الاقتراح الصحيح هو أ)** لأنّ: $(-1-3i)=-(1+3i)$ و $(1+3i)^2=-8+6i$	2 × 0.5	1
4	**الاقتراح الصحيح هو ب)** لأنّ: $\left\lvert\frac{1+i}{\sqrt{3}-i}\right\rvert=\frac{\sqrt{2}}{2}$ و $arg\left(\frac{1+i}{\sqrt{3}-i}\right)=arg(1+i)-arg\left(\sqrt{3}-i\right)$	2 × 0.5	1
	التمرين الثالث (05 نقاط)		
1	أ) البرهان بالتراجع: التحقق من صحّة الخاصية الابتدائية	0.25	1.5
	إثبات صحّة الاستلزام (إثبات أنّ الخاصية وراثية)	0.75	
	ب) من أجل كلّ n من $\mathbb{N}$ ، $u_{n+1}-u_n=\frac{1}{5}(5-u_n)$ ومنه (u_n) متزايدة تماما	0.5	
2	أ) من أجل كلّ n من $\mathbb{N}$ ، $v_{n+1}=u_{n+1}-5=\frac{4}{5}u_n-4=\frac{4}{5}(u_n-5)=\frac{4}{5}v_n$	0.5	2
	و $v_0=-5$	0.25	
	ب) $v_n=v_0\times q^n=-5\left(\frac{4}{5}\right)^n$ و $u_n=v_n+5=-5\left(\frac{4}{5}\right)^n+5$	2 × 0.5	
	جـ) $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=5$ لأنّ $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\frac{4}{5}\right)^n=0$	0.25	

3	$S_n = v_0 \dfrac{1-q^{n+1}}{1-q} = -25\left[1-\left(\dfrac{4}{5}\right)^{n+1}\right]$	1	1.5
	و $T_n = S_n + 5(n+1) = 5n - 20\left[1-\left(\dfrac{4}{5}\right)^{n}\right]$	0.5	
التمرين الرابع (07 نقاط)			
1	أ) $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ >}} f(x) = -\infty$ ، المستقيم ذو المعادلة $x=0$ مقارب لـ (C_f)	0.25 + 0.5	1.25
	ب) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$	0.5	
2	أ) من أجل كلّ x من $]0;+\infty[$ ، $f'(x) = \dfrac{3(-1+\ln x)(1+\ln x)}{x}$	0.5	2.25
	ب) مجموعة حلول المتراجحة هي $]0;e^{-1}[\cup]e;+\infty[$	0.5	
	ج) f متزايدة تماما على كلّ من المجالين $]0;e^{-1}]$ و $[e;+\infty[$	0.25	
	ومتناقصة تماما على المجال $[e^{-1};e]$	0.25	
	جدول التغيّرات 	0.75	
3	أ) معادلة لـ (T) : $y = f'(1)(x-1) + f'(1) = -3x+3$	2 × 0.25	2
	ب) فواصل نقط تقاطع (C_f) مع $(x'x)$ هي: 1 ، $e^{-\sqrt{3}}$ و $e^{\sqrt{3}}$	3 × 0.25	
	ج) الرسم: رسم (T) رسم (C_f) 	0.25 0.5	
4	أ) من أجل كلّ x من $]0;+\infty[$ ، $F'(x) = f(x)$	0.25	0.75
	ب) $\mathcal{A} = -\int_1^e f(x)\,dx = -[F(e)-F(1)] = (2e-3)u.a$	2 × 0.25	

5	على $]0;1[$: $h(x)=-f(x)$ ومنه (C_h) يناظر (C_f) بالنسبة إلى $(x'x)$ على $[1;+\infty[$: $h(x)=f(x)$ ومنه (C_h) ينطبق على (C_f) رسم (C_h)  	0.25 0.25 0.25	0.75

ملاحظة: تُقبل وتُراعى جميع الطرائق الصحيحة الأخرى مع التقيّد التام بسلم التنقيط