

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

- (1) حل في مجموعة الأعداد المركبة  $\mathbb{C}$  المعادلة ذات المجهول  $z$ :  $z^2 - \sqrt{2}z + 1 = 0$ .  
 (2) المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{u}, \vec{v})$ .  $A$ ،  $B$  و  $C$  نقط المستوي التي لاحتقاتها

$$\text{على الترتيب: } z_A = \frac{1+i}{\sqrt{2}}, z_B = \bar{z}_A, \text{ و } z_C = z_A + z_B$$

$$\text{أ- اكتب على الشكل الأسّي الأعداد المركبة: } z_A, z_B, \text{ و } \frac{z_A}{z_B}.$$

ب- عيّن لاحقة كل من  $A'$ ،  $B'$  و  $C'$  صور النقط  $A$ ،  $B$  و  $C$  على الترتيب بالدوران الذي مركزه  $O$  وزاويته  $\frac{\pi}{4}$ .

ج- بيّن أن الرباعي  $OA'CB'$  مربع.

- (3) نسمي  $(\Delta)$  مجموعة النقط  $M$  من المستوي ذات اللاحقة  $z$  حيث:  $|z - z_A| = |z - z_B|$ .  
 أ- بيّن أن  $(\Delta)$  هو محور الفواصل.

$$\text{ب- بيّن أن حلي المعادلة: } \left( \frac{z - z_A}{z - z_B} \right)^2 = i \text{ عدنان حقيقيان. (لا يطلب حساب الحلين)}$$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

- (1) نعتبر في  $\mathbb{Z}^2$  المعادلة ذات المجهول  $(x; y)$  التالية:  $2011x - 1432y = 31 \dots (1)$ .  
 أ- أثبت أن العدد 2011 أولي.

ب- باستعمال خوارزمية إقليدس، عيّن حلا خاصا  $(x_0; y_0)$  للمعادلة (1)، ثم حل المعادلة (1).

- (2) أ- عيّن، حسب قيم العدد الطبيعي  $n$ ، باقي القسمة الإقليدية للعدد  $2^n$  على 7، ثم جد باقي القسمة الإقليدية للعدد  $2011^{1432^{2012}}$  على 7.

ب- عيّن قيم العدد الطبيعي  $n$  التي من أجلها يكون:  $2010^n + 2011^n + 1432^n \equiv 0 [7]$ .

- (3)  $N$  عدد طبيعي يكتب  $2\gamma\alpha\beta$  في نظام التعداد الذي أساسه 9 حيث:  $\alpha, \beta, \gamma$  بهذا الترتيب تشكل حدودا متتابعة من متتالية حسابية متزايدة تماما و  $(\beta; \gamma)$  حل للمعادلة (1).  
 عيّن  $\alpha$ ،  $\beta$  و  $\gamma$ ، ثم اكتب  $N$  في النظام العشري.

### التمرين الثالث: (04 نقاط)

- نعتبر في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ، النقط  $A(3;0;0)$ ،  $B(0;4;0)$  و  $C(2;2;2)$ .
- 1) بيّن أن النقط  $A, B, C$  ليست في استقامية وأن الشعاع  $\vec{n}(4;3;-1)$  عمودي على كل من الشعاعين:  $\vec{AB}$  و  $\vec{AC}$ .
  - 2) اكتب معادلة ديكارتية للمستوي  $(P)$  الذي يشمل النقط  $A, B, C$ .
  - 3) أ- بيّن أن:  $6x - 8y + 7 = 0$  معادلة ديكارتية للمستوي  $(P')$  مجموعة النقط  $M(x; y; z)$  من الفضاء حيث:  $AM = BM$ .
  - ب- بيّن أن:  $2x - 4y - 4z + 3 = 0$  معادلة ديكارتية للمستوي  $(P'')$  مجموعة النقط  $M(x; y; z)$  من الفضاء حيث:  $AM = CM$ .
  - ج- بيّن أن  $(P')$  و  $(P'')$  يتقاطعان وفق مستقيم  $(\Delta)$  يطلب تعيين تمثيل وسيطي له.
  - 4) احسب إحداثيات النقطة  $\omega$  مركز الدائرة المحيطة بالمثلث  $ABC$ .

### التمرين الرابع: (08 نقاط)

- I)  $g$  هي الدالة المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي:  $g(x) = 2 - xe^x$ .
- 1) ادرس تغيرات الدالة  $g$ ، ثم شكل جدول تغيراتها.
- 2) بيّن أن المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  على  $\mathbb{R}$ ، ثم تحقق أن:  $0,8 < \alpha < 0,9$ .
- 3) عيّن، حسب قيم  $x$ ، إشارة  $g(x)$ .
- II)  $f$  هي الدالة المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي:  $f(x) = \frac{2x+2}{e^x+2}$ .
- 1)  $(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ ، (وحدة الطول  $2cm$ ).
- 1) بيّن أن:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ ، ثم فسّر النتيجة هندسيا.
- 2) أ- احسب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ .
- ب- بيّن أن المستقيم  $(\Delta')$  ذا المعادلة  $y = x + 1$  مستقيم مقارب للمنحنى  $(C_f)$ .
- 3) ادرس وضعية  $(C_f)$  بالنسبة إلى كل من  $(\Delta')$  و  $(\Delta)$ ، حيث  $(\Delta)$  هو المستقيم ذو المعادلة  $y = x$ .
- 4) أ- بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$ ،  $f'(x) = \frac{2g(x)}{(e^x+2)^2}$ ، ثم استنتج اتجاه تغير الدالة  $f$ .
- ب- بيّن أن:  $f(\alpha) = \alpha$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة  $f$ .
- 5- ارسم  $(\Delta)$ ،  $(\Delta')$  و  $(C_f)$ .
- 6- ناقش، بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي  $m$ ، عدد حلول المعادلة  $f(x) = f(m)$ .
- III)  $(U_n)$  هي المتتالية العددية المعرفة على  $\mathbb{N}$  كما يلي:  $U_0 = 0$  ومن أجل كل عدد طبيعي  $n$ :  $U_{n+1} = f(U_n)$ .
- 1) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$ ،  $0 \leq U_n < \alpha$ .
- 2) باستعمال  $(\Delta)$  و  $(C_f)$  مثّل على محور الفواصل الحدود:  $U_0$ ،  $U_1$  و  $U_2$ ، ثم خمن اتجاه تغير  $(U_n)$ .
- 3) برهن أن المتتالية  $(U_n)$  متقاربة، ثم احسب نهايتها.

## الموضوع الثاني

### التمرين الأول: (04 نقاط)

- 1) حل في مجموعة الأعداد المركبة  $\mathbb{C}$  المعادلة ذات المجهول  $z$  التالية:  $(z^2 + 4)(z^2 - 2\sqrt{3}z + 4) = 0$ .
- 2) نعتبر في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{u}, \vec{v})$ ، النقط  $A, B, C$  و  $D$  التي لواحقتها على الترتيب:  $z_A = \sqrt{3} + i$ ،  $z_B = \overline{z_A}$ ،  $z_C = -2i$  و  $z_D = \overline{z_C}$ .
- بيّن أن النقط  $A, B, C$  و  $D$  تنتمي إلى دائرة  $(\gamma)$  يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها، ثم أنشئ النقط  $A, B, C$  و  $D$ .
- 3) نرمز بـ  $z_E$  إلى لاحقة النقطة  $E$  نظيرة النقطة  $B$  بالنسبة إلى المبدأ  $O$ .
- أ- بيّن أن:  $\frac{z_A - z_C}{z_E - z_C} = e^{i(-\frac{\pi}{3})}$ .
- ب- بيّن أن النقطة  $A$  هي صورة النقطة  $E$  بدوران  $R$  مركزه  $C$  يطلب تعيين زاويته.
- ج- استنتج طبيعة المثلث  $AEC$ .
- د-  $H$  هو التحاكي الذي مركزه  $O$  ونسبته 2.
- عيّن طبيعة التحويل  $R \circ H$  وعناصره المميزة، ثم استنتج صورة الدائرة  $(\gamma)$  بالتحويل  $R \circ H$ .

### التمرين الثاني: (04 نقاط)

- نعتبر في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ، النقط  $A(1;1;1)$ ،  $B(1;-1;0)$  و  $C(2;0;1)$ .
- 1) بيّن أن النقط  $A, B$  و  $C$  تعين مستويا  $(P_1)$  يطلب تعيين تمثيل وسيطي له.
  - 2)  $(P_2)$  المستوي الذي:  $x - 2y - 2z + 6 = 0$  معادلة ديكرتية له.
  - بيّن أن  $(P_1)$  و  $(P_2)$  يتقاطعان وفق مستقيم  $(\Delta)$  يطلب تعيين تمثيل وسيطي له.
  - 3) بيّن أن النقطة  $O$  هي مرجح الجملة:  $\{(A;1), (B;1), (C;-1)\}$ .
  - 4) أ- عيّن  $(S)$  مجموعة النقط  $M(x;y;z)$  من الفضاء التي تحقق:  $\|\overline{MA} + \overline{MB} - \overline{MC}\| = 2\sqrt{3}$ .
  - ب- احسب إحداثيات  $D$  و  $E$  نقطتي تقاطع  $(S)$  و  $(\Delta)$ .
  - ج- ما هي طبيعة المثلث  $ODE$ ؟ ثم استنتج المسافة بين  $O$  و  $(\Delta)$ .

**التمرين الثالث: (04 نقاط)**

$(u_n)$  هي المتتالية العددية المعرفة على  $\mathbb{N}$  كما يلي:  $u_0 = 16$  ومن أجل كل عدد طبيعي  $n$ ،  $u_{n+1} = 6u_n - 9$ .

(1) أ- احسب بواقي قسمة كل من الحدود  $u_0, u_1, u_2, u_3, u_4$  على 7.

ب- خمن قيمة للعدد  $a$  وقيمة للعدد  $b$  بحيث:  $u_{2k} \equiv a[7]$  و  $u_{2k+1} \equiv b[7]$ .

(2) أ- برهن أنه، من أجل كل عدد طبيعي  $n$ ،  $u_{n+2} \equiv u_n[7]$ .

ب- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي  $k$ ،  $u_{2k} \equiv 2[7]$ ، ثم استنتج أن:  $u_{2k+1} \equiv 3[7]$ .

(3) نضع من أجل كل عدد طبيعي  $n$ ،  $v_n = u_n - \frac{9}{5}$ .

أ- بَيِّن أن المتتالية  $(v_n)$  هندسية، يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.

ب- احسب، بدلالة  $n$ ، كلا من  $u_n$  و  $S_n$  حيث:  $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$ .

**التمرين الرابع: (08 نقاط)**

$I$  هي الدالة المعرفة على المجال  $]-1; 3]$  كما يلي:  $g(x) = 2 \ln(x+1) - \frac{x}{x+1}$ .

(1) ادرس تغيرات الدالة  $g$ ، ثم شكّل جدول تغيراتها.

(2) بَيِّن أن المعادلة:  $g(x) = 0$  تقبل حلين أحدهما معدوم والآخر  $\alpha$  يحقق:  $-0,8 < \alpha < -0,7$ .

(3) عَيِّن، حسب قيم  $x$ ، إشارة  $g(x)$ .

(4)  $h$  هي الدالة المعرفة على المجال  $]-1; 3]$  بـ:  $h(x) = [g(x)]^2$ .

أ- احسب  $h'(x)$  بدلالة كل من  $g(x)$  و  $g'(x)$ .

ب- عَيِّن إشارة  $h'(x)$ ، ثم شكّل جدول تغيرات الدالة  $h$ .

$II$  هي الدالة المعرفة على المجال  $]-1; 3]$  كما يلي:  $f(x) = \frac{x^2}{\ln(x+1)}$  ;  $x \neq 0$  و  $f(0) = 0$ .

$(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .

(1) بَيِّن أن الدالة  $f$  تقبل الاشتقاق عند الصفر، ثم اكتب معادلة لـ  $(T)$  مماس  $(C_f)$  في النقطة ذات الفاصلة 0.

(2) أ- بَيِّن أنه من أجل كل  $x$  من  $]-1; 0[ \cup ]0; 3]$ ،  $f'(x) = \frac{xg(x)}{[\ln(x+1)]^2}$ ، ثم استنتج اتجاه تغير الدالة  $f$ .

ب- بَيِّن أن:  $f(\alpha) = 2\alpha(\alpha+1)$ ، ثم عَيِّن حصراً لـ  $f(\alpha)$ .

ج- احسب  $f(3)$  و  $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$ ، ثم شكّل جدول تغيرات الدالة  $f$ .

(3) أ- بَيِّن أنه من أجل كل  $x$  من المجال  $]-1; 3]$  فإن:  $x - \ln(x+1) \geq 0$ .

ب- ادرس وضعية  $(C_f)$  بالنسبة إلى المماس  $(T)$ .

(4) عَيِّن معادلة للمستقيم  $(T')$  الموازي للمماس  $(T)$  والذي يتقاطع مع  $(C_f)$  في النقطة ذات الفاصلة 3.

(5) ارسم  $(T)$ ،  $(T')$  و  $(C_f)$ .

(6) ناقش بيانياً، حسب قيم الوسيط الحقيقي  $m$ ، عدد حلول المعادلة:  $f(x) = x + m$ .

# الإجابة النموذجية و سلم التقييم

امتحان شهادة البكالوريا دورة : 2012

المادة : رياضيات الشعبة : رياضيات

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الأول)	محاور الموضوع
المجموع	مجزأة		
04		<b>التمرين الأول: (04 نقاط)</b>	
	0.25×3	..... $z_2 = \frac{\sqrt{2}-i\sqrt{2}}{2}$ ، $z_1 = \frac{\sqrt{2}+i\sqrt{2}}{2}$ ، $\Delta = (i\sqrt{2})^2$ (1)	
	0.25×3	..... $\frac{z_A}{z_B} = e^{i(\frac{\pi}{2})}$ ، $z_B = e^{i(-\frac{\pi}{4})}$ ، $z_A = e^{i(\frac{\pi}{4})}$ -أ (2)	
	0.25×4	..... $z_{C'} = 1+i$ ، $z_{B'} = 1$ ، $z_{A'} = i$ ، $z' = e^{i(\frac{\pi}{4})} z$ -ب	
	0.75	..... $OA'B'C'$ مربع (يقبل أي تبرير سليم)	
	0.25	..... $[AB]$ هو محور $(\Delta)$ -أ (3)	
04	0.25	..... $z_B = \bar{z}_A$ ومنه $(\Delta) = (x'Ox)$	
	0.25	..... -ب $\left( \frac{z-z_1}{z-z_2} \right)^2 = i$ يستلزم $ z-z_A  =  z-z_B $ إذن $M(z) \in (\Delta)$ ومنه $z$ حقيقي .....	
		<b>التمرين الثاني: (04 نقاط)</b>	
	0.5	1/ أ- العدد 2011 أولي لأنه لا يقبل القسمة على 2 ، 3 ، 5 ، 7 ، 11 ، 13 ، 17 ، 19 ، 23 ، 29 ،	
	0.5×2	..... $47^2 > 2011$ و $43$ ، $41$ ، $37$ ، $31$ ..... $579 = 274 \times 2 + 31$ ، $1432 = 579 \times 2 + 274$ ، $2011 = 1432 \times 1 + 579$ -ب	
	0.5	..... $2011 \times 5 - 1432 \times 7 = 31$ ومنه $(x_0; y_0) = (5; 7)$ ، $x = 1432k + 5$ ، $y = 2011k + 7$ حيث: $k \in \mathbb{Z}$	
04	0.5	..... $2^{3k+2} \equiv 4[7]$ ، $2^{3k+1} \equiv 2[7]$ ، $2^{3k} \equiv 1[7]$ -أ/2	
	0.5	..... باقي قسمة $2011^{1432^{2012}}$ على 7 هو 2 لأن: $2011 \equiv 2[7]$ و $1432^{2012} \equiv 1[3]$ .....	
	0.75	..... -ب $2010^n + 2011^n + 1432^n \equiv 1 + 2^n + 4^n [7]$	
	0.75	..... قيم $n$ هي: $n = 3k + 1$ أو $n = 3k + 2$ حيث: $k \in \mathbb{N}$	
	0.75	..... $N = 2057$ و $(\alpha; \beta; \gamma) = (3; 5; 7) / 3$	
		<b>التمرين الثالث: (04 نقاط)</b>	
04	0.5	..... (1) $\overline{AC}(-1; 2; 2)$ و $\overline{AB}(3; -4; 0)$ غير مرتبطين خطيا	
	0.5	..... $\overline{nAC} = 0$ و $\overline{nAB} = 0$	
	0.5	..... (2) $(P): 4x + 3y - z - 12 = 0$	
	0.5×2	..... -أ (3) $(P'): 6x - 8y + 7 = 0$ -ب $(P''): 2x - 4y - 4z + 3 = 0$	
	0.75	..... -ج $\begin{cases} x = -\frac{7}{6} + 4t \\ y = 3t \\ z = +\frac{1}{6} - t \end{cases}$ ; $t \in \mathbb{R} : (P') \cap (P'')$ (يقبل أي تمثيل وسيطي آخر)	
	0.75	..... (4) $\omega \left( \frac{37}{26}; \frac{101}{52}; -\frac{25}{52} \right)$ ومنه $(P) \cap (P') \cap (P'') = \{\omega\}$	

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الأول)	محاور الموضوع								
المجموع	مجزأة										
08		<b>التمرين الرابع: (08 نقط)</b>									
	0.25×2	..... $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = -\infty$ ، $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = 2$ (I-I)									
	0.25×2	..... $g'(x) = -(x+1)e^x$ وإشارته									
	0.25	..... جدول التغيرات									
	3×0.25	..... $g(0,8) \times g(0,9) < 0$ ، $]-1; +\infty[$ وتقبل حلا وحيدا في $]-\infty; -1]$ لا تقبل حلولاً في $]-\infty; -1]$ إشارة $g(x)$ (2)									
	0.25	..... (3) إشارة $g(x)$									
		<table border="1" style="margin: auto;"> <tr> <td><math>x</math></td> <td><math>-\infty</math></td> <td><math>\alpha</math></td> <td><math>+\infty</math></td> </tr> <tr> <td><math>g(x)</math></td> <td></td> <td>+</td> <td>0 -</td> </tr> </table>	$x$	$-\infty$	$\alpha$	$+\infty$	$g(x)$		+	0 -	
	$x$	$-\infty$	$\alpha$	$+\infty$							
	$g(x)$		+	0 -							
	0.25	..... $y = 0$ ، $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ معادلة مستقيم مقارب لـ $(C_f)$ (I-II)									
	0.25	..... $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ (I-2)									
	0.25	..... $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (x+1)] = 0$ (ب)									
	0.25	..... $f(x) - (x+1) = -\frac{(x+1)e^x}{e^x + 2}$ إشارته (3)									
	0.25	..... إذا كان $x \in ]-\infty; -1]$ فإن $(C_f)$ أعلى $(\Delta')$ وإذا كان $x \in ]-1; +\infty[$ فإن $(C_f)$ أسفل $(\Delta')$									
	0.25	..... $f(x) - x = \frac{g(x)}{e^x + 2}$									
	0.50	..... إذا كان $x \in ]-\infty; \alpha[$ فإن $(C_f)$ أعلى $(\Delta)$ وإذا كان $x \in ]\alpha; +\infty[$ فإن $(C_f)$ أسفل $(\Delta)$									
	2×0.25	..... $f'(x) = \frac{2g(x)}{(e^x + 2)^2}$ ومنه $f$ متزايدة تماماً على $]-\infty; \alpha[$ ومتناقصة تماماً على $]\alpha; +\infty[$ (I-4)									
	0.50	..... (ب) $f(\alpha) = \alpha$ ، جدول تغيرات $f$									
	0.50	..... (5) الرسم									
		..... (6) المناقشة: إذا كان $m \in ]-\infty; -1]$ للمعادلة حل واحد.									
0.50	..... إذا كان $m \in ]-1; \alpha[ \cup ]\alpha; +\infty[$ للمعادلة حلين.										
	..... إذا كان $m = \alpha$ للمعادلة حل مضاعف.										
	..... (I-III) $U_0 = 0$ لأن $0 \leq U_0 < \alpha$										
0.50	..... نفرض $0 \leq U_n < \alpha$ ومنه $f(0) \leq f(U_n) < f(\alpha)$ ( $f$ متزايدة تماماً على $[0; \alpha]$ )										
	..... أي: $0 \leq \frac{2}{3} \leq U_{n+1} < \alpha$ ومنه الخاصية محققة دوماً										
0.50	..... (2) تمثيل الحدود ، التخمين $(U_n)$ متزايدة تماماً										
	..... (3) $U_{n+1} - U_n = \frac{g(U_n)}{e^{U_n} + 2}$ ، لأن $U_{n+1} - U_n > 0$ : $U_n < \alpha$ إذن $(U_n)$ متزايدة تماماً										
0.50	..... ومحدودة من الأعلى فهي متقاربة										
0.25	..... نهايتها $l$ تحقق $f(l) = l$ ومنه $l = \alpha$										



العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)	محاو الموضوع
المجموع	مجزأة		
04		<b>التمرين الأول: (04 نقاط)</b>	
	5×0.25	(1) $\Delta = (2i)^2$ ، $z' = \sqrt{3} + i$ ، $z'' = \sqrt{3} - i$ ، $z_1 = 2i$ ، $z_2 = -2i$ .....	
	0.25	(2) النقط $A$ ، $B$ ، $C$ ، $D$ تنتمي إلى الدائرة $(\gamma)$ التي مركزها المبدأ $O$ ونصف قطرها 2 .....	
	0.25	إنشاء النقط .....	
	0.50	(3) (أ) $\frac{z_A - z_C}{z_E - z_C} = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i = e^{i(-\frac{\pi}{3})}$ .....	
	0.25	(ب) صورة $A$ بالدوران $R$ الذي مركزه $C$ وزاويته $-\frac{\pi}{3}$ .....	
	0.25	(ج) $AEC$ مثلث متقايس الأضلاع .....	
	0.75	(د) التحويل $RoH$ تشابه مباشر مركزه $\left(-\frac{\sqrt{3}}{3}; -1\right)$ ، نسبته 2 وزاويته $-\frac{\pi}{3}$ .....	
	0.50	صورة $(\gamma)$ هي الدائرة $(\gamma')$ التي مركزها $\Omega(\sqrt{3}; -1)$ ونصف قطرها 4 .....	
04		<b>التمرين الثاني: (04 نقاط)</b>	
	0.25	(1) $A$ ، $B$ و $C$ تعين مستويا $(P_1)$ لأن $\overline{AB}$ و $\overline{AC}$ غير مرتبطين خطيا .....	
	0.50	(2) $(P_1): \begin{cases} x = 1 + \mu \\ y = 1 - 2\lambda - \mu \\ z = 1 - \lambda \end{cases} ; \mu \in \mathbb{R}, \lambda \in \mathbb{R}$ (يقبل أي تمثيل وسيطي آخر) .....	
	0.75	(3) $(\Delta): \begin{cases} x = -2t \\ y = 2 \\ z = 1 - t \end{cases} ; t \in \mathbb{R}$ .....	
	0.50	(4) (أ) $O$ هي مرجح الجملة: $\{(A; 1), (B; 1), (C; -1)\}$ .....	
	0.50	(ب) $(S)$ هي سطح كرة مركزها $O$ ونصف قطرها $2\sqrt{3}$ .....	
	0.75	(ج) $E(2; 2; 2)$ و $D\left(-\frac{14}{5}; 2; -\frac{2}{5}\right)$ .....	
	0.5+0.25	(د) $ODE$ مثلث متساوي الساقين والمسافة بين $O$ و $(\Delta)$ هي $2\sqrt{\frac{6}{5}}$ .....	
04		<b>التمرين الثالث: (04 نقاط)</b>	
	0.5	(1) أ- بواقي قسمة كل من الحدود $u_0, u_1, u_2, u_3, u_4$ على 7 :	
	0.5	ب- $a = 2$ و $b = 3$ .....	
	0.75	(2) أ- $u_{n+2} = 36u_n - 63$ ومنه $u_{n+2} \equiv u_n[7]$ .....	
	0.25+0.75	ب- إثبات أن: $u_{2k} \equiv 2[7]$ واستنتاج أن $u_{2k+1} \equiv 3[7]$ .....	
	0.5	(3) أ- $(v_n)$ متتالية هندسية أساسها 6 وحدها الأول $\frac{71}{5}$ ، .....	
	0.5+0.25	ب- $u_n = \frac{71}{5}6^n + \frac{9}{5}$ ، $S_n = \frac{71}{25}(6^{n+1} - 1) + \frac{9}{5}(n+1)$ .....	

العلامة		محاور الموضوع												
المجموع	مجزأة													
08	0.75	<p>التمرين الرابع: (8 نقاط)</p> <p>..... <math>g'(x) = \frac{2x+1}{(x+1)^2}</math> و <math>g(3) = -\frac{3}{4} + 2\ln 4</math> <math>\lim_{x \rightarrow -1} g(x) = +\infty</math> (1 - I</p> <p>جدول التغيرات :</p>												
	0.25	<table border="1"> <tr> <td>x</td> <td>-1</td> <td><math>-\frac{1}{2}</math></td> <td>3</td> </tr> <tr> <td><math>g'(x)</math></td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td><math>g(x)</math></td> <td><math>+\infty</math></td> <td><math>1-2\ln 2</math></td> <td><math>-\frac{3}{4} + 2\ln 4</math></td> </tr> </table>	x	-1	$-\frac{1}{2}$	3	$g'(x)$	-	0	+	$g(x)$	$+\infty$	$1-2\ln 2$	$-\frac{3}{4} + 2\ln 4$
	x	-1	$-\frac{1}{2}$	3										
	$g'(x)$	-	0	+										
	$g(x)$	$+\infty$	$1-2\ln 2$	$-\frac{3}{4} + 2\ln 4$										
	0.5+0.25	<p>(2) لدينا <math>g(0) = 0</math> و <math>g(\alpha) = 0</math> حيث <math>-0.8 &lt; \alpha &lt; -0.7</math> حسب مبرهنة القيم المتوسطة</p> <p>(3) إشارة <math>g(x)</math></p>												
	0.25	<table border="1"> <tr> <td>x</td> <td><math>-\infty</math></td> <td><math>\alpha</math></td> <td>0</td> <td>3</td> </tr> <tr> <td><math>g(x)</math></td> <td>+</td> <td>0</td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> </tr> </table>	x	$-\infty$	$\alpha$	0	3	$g(x)$	+	0	-	0	+	
	x	$-\infty$	$\alpha$	0	3									
	$g(x)$	+	0	-	0	+								
	0.25	<p>..... <math>h'(x) = 2g'(x) \times g(x)</math> (أ) (4</p>												
	0.5+0.25	<p>..... (ب) إشارة <math>h'(x)</math> + جدول تغيرات <math>h</math>.</p>												
	0.25	<p>..... <math>\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = 1</math> (1 - II</p>												
	0.25	<p>..... <math>y = x : (T)</math></p>												
	0.50	<p>..... <math>f'(x) = \frac{xg(x)}{\ln^2(x+1)}</math> (أ) (2</p>												
	0.50	<p>..... <math>f</math> متناقصة تماماً على <math>[-1; \alpha]</math> و متزايدة تماماً على <math>[\alpha; 3]</math></p>												
	2×0.25	<p>..... (ب) <math>f(\alpha) = 2\alpha(\alpha+1)</math> وتعيين حصر لـ <math>f(\alpha)</math>.</p>												
3×0.25	<p>..... (ج) <math>f(3) = \frac{9}{\ln 4}</math> و <math>\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = 0</math> ، جدول التغيرات</p>													
0.50	<p>(أ) (3- <math>x \in ]-1; 3[</math> فإن <math>x - \ln(x+1) \geq 0</math> دراسة اتجاه تغير <math>(x \mapsto x - \ln(x+1))</math></p>													
0.25	<p>..... (ب) <math>f(x) - x = \frac{x(x - \ln(x+1))}{\ln(x+1)} \geq 0</math> أي <math>(C_f)</math> أعلى <math>(T)</math></p>													
0.50	<p>..... <math>(T') : y = x + \frac{9}{\ln 4} - 3</math> (4</p>													
0.50	<p>..... (5) رسم <math>(T)</math> ، <math>(T')</math> و <math>(C_f)</math></p>													
0.50	<p>(6) لما <math>m &lt; 0</math> لا توجد حلول ، لما <math>m = 0</math> حل مضاعف ، لما <math>m \in ]0; 1[</math> يوجد حلان</p>													
0.50	<p>لما <math>1 \leq m \leq \frac{9}{\ln 4} - 3</math> للمعادلة حل واحد</p> <p>لما <math>m &gt; \frac{9}{\ln 4} - 3</math> ليس للمعادلة حلول.</p>													