الاشتقاقية

1- العدد المشتق لدالة f عند x_0

$$\lim_{x \to x_0} \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} = f'(x_0)$$

أو

$$\lim_{h \to 0} \frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h} = f'(x_0)$$

2- مشتقات دوال مألوفة

ميدان الاشتقاق	$f'(x)=$	$f(x)=$
$\mathbb{R}$	0	k عدد ثابت
$\mathbb{R}$	1	x
$\mathbb{R}$	$2x$	x^2
$\mathbb{R}$	nx^{n-1}	$x^n \ (n \in \mathbb{N}^* - \{1\})$
$\mathbb{R}$	a	$ax+b \ (a \neq 0)$
$]0;+\infty[$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$	$\sqrt{x} \quad (x \geq 0)$
$\mathbb{R}^*$	$-\frac{1}{x^2}$	$\frac{1}{x} \quad (x \neq 0)$
$\mathbb{R}$	$-\sin(x)$	$\cos(x)$
$\mathbb{R}$	$\cos(x)$	$\sin(x)$
$\mathbb{R}-\left\{\frac{\pi}{2}+k\pi; k \in \mathbb{Z}\right\}$	$\frac{1}{\cos^2(x)} = 1+\tan^2(x)$	$\tan(x)$

3- معادلة المماس

معادلة (Δ) المستقيم المماس للمنحنى $(\mathbf{C_f})$ عند النقطة ذات الفاصلة x_0 هي:

$$(\Delta): y = f'(x_0)(x-x_0)+f(x_0)$$

4- العمليات على الدوال المشتقة

مشتقتها	الدالة
$u'+v'$	$u+v$
$u' \times v + v' \times u$	$u \times v$
ku'	ku (k عدد ثابت)
$\frac{u' \times v - v' \times u}{v^2}$	$\frac{u}{v} \quad (v \neq 0)$
$\frac{-kv'}{v^2}$	$\frac{k}{v}$ (k عدد ثابت) $(v \neq 0)$
$u' \times (v' \circ u)$	$v \circ u$

5- مشتقات دوال مركبة مألوفة

مشتقتها	الدالة
$au'(ax+b)$	$u(ax+b)$
$nu'.u^{n-1}$	$u^n \ (n \in \mathbb{N}^* - \{1\})$
$\frac{u'}{2\sqrt{u}} \quad (u>0)$	$\sqrt{u} \quad (u \geq 0)$
$-\frac{n}{x^{n+1}}$	$\frac{1}{x^n} \quad (x \neq 0) \ (n \in \mathbb{N}^*)$
$-\frac{nu'}{u^{n+1}}$	$\frac{1}{u^n} \quad (u \neq 0) \ (n \in \mathbb{N}^*)$

6- التقريب التآلفي

أحسن تقريب تآلفي للدالة f عند القيمة x_0 هو:

$$f(x) \approx f'(x_0)(x-x_0)+f(x_0)$$

باعتبار $h = x - x_0$ قريب جدا من الصفر، يمكن كتابة التقريب على الشكل التالي:

$$f(x_0+h) \approx f'(x_0).h + f(x_0)$$

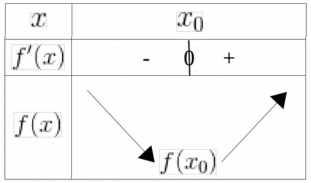
7- اتجاه تغير دالة f على مجال I من $\mathbb{R}$

- إذا كان $f'(x) > 0$ من أجل كل x من I فإن: f متزايدة تماما على I
- إذا كان $f'(x) < 0$ من أجل كل x من I فإن: f متناقصة تماما على I
- إذا كان $f'(x) = 0$ من أجل كل x من I فإن: f ثابتة على I

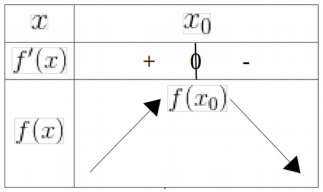
8- القيم الحدية المحلية لدالة f على مجال I من $\mathbb{R}$

إذا كانت f' تنعدم عند قيمة x_0 من I أي $f'(x_0)=0$ مغيرة إشارتها فإن $f(x_0)$ قيمة حدية محلية للدالة f على I في حالتين:

أ- $f(x_0)$ قيمة حدية محلية صغرى كما في هذا الجدول



ب- $f(x_0)$ قيمة حدية محلية كبرى كما في هذا الجدول



9- نقطة الانعطاف

f'' المشتقة الثانية للدالة f على مجال I من $\mathbb{R}$ و x_0 قيمة منه.

إذا كانت f'' تنعدم عند x_0 أي $f''(x_0)=0$ مغيرة إشارتها فإن المنحنى $(\mathbf{C_f})$ يقبل نقطة انعطاف $\Omega(x_0; f(x_0))$