

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

### الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

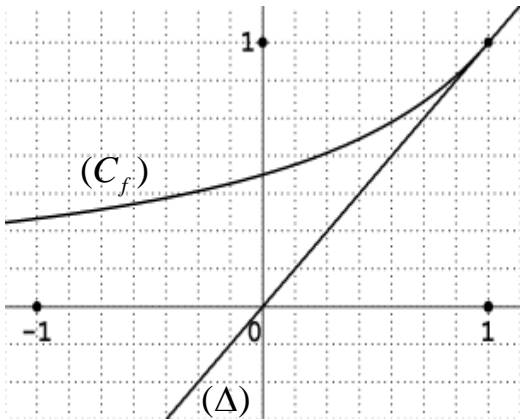
الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ . نعتبر النقط  $A(2;2;0)$ ،  $B(0;-2;2)$  و  $C(1;1;3)$ .

- (1) اكتب معادلة ديكارتية للمستوي  $(P)$  الذي يشمل النقطة  $A$  ويعامد المستقيم  $(BC)$ .
- (2) نعتبر  $(P')$  المستوي المحوري للقطعة  $[AB]$ ، تحقق أن معادلة  $(P')$  هي:  $x + 2y - z = 0$ .
- (3) بين أن المستويين  $(P)$  و  $(P')$  يتقاطعان وفق مستقيم  $(\Delta)$ ، يطلب إيجاد تمثيل وسيطي له.
- (4) بين أن النقطة  $G$  مرجح الجملة المثقلة  $\{(A;1), (B;1), (C;-12)\}$  هي نقطة تقاطع  $(\Delta)$  و  $(ABC)$ ، ثم عيّن  $(E)$  مجموعة النقط  $M$  من الفضاء التي تحقق:  $\|\vec{MA} + \vec{MB} - 12\vec{MC}\| = 10\|\vec{OA}\|$ .

التمرين الثاني: (04 نقاط)

نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة على المجال  $]-\infty; 1]$  بـ:  $f(x) = \frac{1}{2-x}$ ،  $(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوي

المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ ، وليكن  $(\Delta)$  المستقيم ذا المعادلة  $y = x$ .



$(u_n)$  المتتالية العددية المعرفة بحددها الأول  $u_0 = -1$  حيث

ومن أجل كل عدد طبيعي  $n$ ،  $u_{n+1} = f(u_n)$ .

(1) أعد رسم الشكل المقابل ثم مثل على حامل محور الفواصل

الحدود  $u_0$ ،  $u_1$ ،  $u_2$  و  $u_3$  مبرزاً خطوط التمثيل،

ثم ضع تخميناً حول اتجاه تغير المتتالية  $(u_n)$  وتقاربها.

(2) برهن بالتراجع أن: من أجل كل عدد طبيعي  $n$ ،  $u_n < 1$ .

(3) ادرس اتجاه تغير المتتالية  $(u_n)$  ثم استنتج أنها متقاربة.

(4) نعتبر المتتالية  $(v_n)$  المعرفة كما يلي: من أجل كل عدد طبيعي  $n$ ،  $v_n = \frac{2}{1-u_n}$ .

(أ) برهن أن المتتالية  $(v_n)$  حسابية أساسها 2 ثم عين عبارة حددها العام  $v_n$  بدلالة  $n$ .

(ب) استنتج عبارة الحد العام  $u_n$  بدلالة  $n$  واحسب  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$ .

**التمرين الثالث: (05 نقاط)**

المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{u}, \vec{v})$ .

نعتبر النقط  $A$  ،  $B$  و  $C$  التي لواحقتها :  $z_A = -1$  ،  $z_B = 2+i$  و  $z_C = -i$ .

(1) اكتب العدد المركب  $\frac{z_A - z_C}{z_B - z_C}$  على الشكل الأسّي ثم استنتج طبيعة المثلث  $ABC$ .

(2) عيّّن العبارة المركبة للتشابه المباشر  $S$  الذي مركزه  $C$  ويحول  $B$  إلى  $A$ .

(3) نعتبر النقطة  $D$  نظيرة  $B$  بالنسبة إلى  $C$  والنقطة  $E$  صورة  $D$  بالتشابه  $S$ .

(أ) عيّّن  $z_D$  لاحقة  $D$  ثم تحقق أن:  $z_E = 1 - 2i$  حيث  $z_E$  لاحقة  $E$ .

(ب) حدّد طبيعة الرباعي  $ADEB$ .

(4)  $(\Gamma)$  مجموعة النقط  $M$  من المستوي ذات اللاحقة  $z$ . ( $M$  تختلف عن  $A$  و  $B$ )

حيث  $\arg(z - z_A) - \arg(z - z_B) = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$  ;  $k \in \mathbb{Z}$

تحقق أن النقطة  $C$  تنتمي إلى  $(\Gamma)$ ، ثم حدّد طبيعة المجموعة  $(\Gamma)$  وأنشئها.

**التمرين الرابع: (07 نقاط)**

لتكن الدالة العددية  $f$  المعرفة على  $D_f$  حيث  $D_f = ]-\infty; 1[ \cup ]2; +\infty[$  كما يلي:  $f(x) = -2x + 3 + 2\ln\left(\frac{x-1}{x-2}\right)$

وليكن  $(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .

(1) (أ) احسب النهايتين :  $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$  ،  $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$  ، ثم فسّر النتيجةين بيانياً.

(ب) احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

(2) بيّن أنه من أجل كل  $x$  من  $D_f$  ،  $f'(x) = -2 - \frac{2}{(x-1)(x-2)}$  ، ثم شكّل جدول تغيرات الدالة  $f$ .

(3) (أ) تحقق أن: من أجل كل عدد حقيقي  $x$  من  $D_f$  ،  $(3-x) \in D_f$  و  $f(3-x) + f(x) = 0$ .

(ب) استنتج أن  $(C_f)$  يقبل مركز تناظر يُطلب تعيين إحداثيه.

(4) أثبت أن المعادلة  $f(x) = 0$  تقبل حلاً وحيداً  $\alpha$  على المجال  $]0,45; 0,46[$  ثم استنتج أنها تقبل حلاً آخر  $\beta$  يطلب تعيين حصر له.

(5) بيّن أن المستقيم  $(\Delta)$  ذا المعادلة:  $y = -2x + 3$  مقارب مائل لـ  $(C_f)$ ، ثم ادرس وضعية  $(C_f)$  بالنسبة لـ  $(\Delta)$ .

(6) ارسم  $(\Delta)$  و  $(C_f)$ .

(7) بيّن أن الدالة:  $h: x \mapsto (x-1)\ln(x-1) - (x-2)\ln(x-2)$  أصلية للدالة  $x \mapsto \ln\left(\frac{x-1}{x-2}\right)$  على  $]2; +\infty[$ .

ثم احسب بدلالة  $\beta$  مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى  $(C_f)$  والمستقيمتين التي معادلاتها:

$$y = -2x + 3 \text{ ، } x = \beta \text{ و } x = 3 .$$

انتهى الموضوع الأول

## الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$

نعتبر النقط  $A(1;1;0)$ ،  $B(-1;2;-3)$ ،  $C(0;5;2)$ ،  $D(4;7;0)$ .

(1) بين أن النقط  $A$ ،  $B$  و  $C$  تعين مستو.

(2) أ) أثبت أن المستقيم  $(CD)$  عمودي على كل من المستقيمين  $(AB)$  و  $(AC)$ .

ب) جد معادلة ديكارتية للمستوي  $(ABC)$ ، ثم احسب المسافة بين النقطة  $D$  والمستوي  $(ABC)$ .

(3) أ) حدّد طبيعة المثلث  $ABC$ .

ب) احسب حجم رباعي الوجوه  $ABCD$ .

التمرين الثاني: (04 نقاط)

(1) بين أن: من أجل كل عدد طبيعي  $k$ ،  $4^k \equiv 1[11]$ .

(2) استنتج تبعا لقيم العدد الطبيعي  $n$  بواقي القسمة الإقليدية للعدد  $4^n$  على 11.

(3) بين أن: من أجل كل عدد طبيعي  $n$ ، العدد  $(2 \times 2017^{5n+3} + 3 \times 1438^{10n} + 1)$  يقبل القسمة على 11.

(4) عيّن قيم العدد الطبيعي  $n$  التي يكون من أجلها العدد  $(2 \times 2017^{5n+2} + n - 3)$  قابلا للقسمة على 11.

التمرين الثالث: (05 نقاط)

المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس  $(O; \vec{u}, \vec{v})$ .

نعتبر النقط  $A$ ،  $B$ ،  $C$  و  $D$  التي لواحقها:  $z_A = 1+i$ ،  $z_B = \bar{z}_A$ ،  $z_C = \frac{1}{2}(1-i)$  و  $z_D = \bar{z}_C$ .

(1) أ) اكتب  $z_A$  و  $z_C$  على الشكل الأسّي ثم استنتج الشكل الأسّي للعددين  $z_B$  و  $z_D$ .

ب) عيّن قيم العدد الطبيعي  $n$  التي تحقق:  $(z_A)^n = (z_B)^n$ .

(2) أ) اوجد نسبة ومركز التحاكي  $h$  الذي يحول  $D$  إلى  $A$  ويحول  $C$  إلى  $B$ .

ب) احسب طولية العدد المركب  $\frac{z_C - z_B}{z_D - z_A}$  ثم استنتج طبيعة الرباعي  $ADCB$ .

(3) جد  $z_G$  لاحقة النقطة  $G$  مرجح الجملة  $\{(A;2), (B;2), (C;-1), (D;-1)\}$ .

(4) لتكن  $(\Gamma)$  مجموعة النقط  $M$  من المستوي بحيث:  $\|2\vec{MA} + 2\vec{MB} - \vec{MC} - \vec{MD}\| = \sqrt{5}$ .

بين أن  $A$  نقطة من  $(\Gamma)$ ، ثم حدد طبيعة المجموعة  $(\Gamma)$  وعناصرها المميزة وأنشئها.

التمرين الرابع: (07 نقاط)

**I** نعتبر الدالة العددية  $g$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي:  $g(x) = x^3 + 6x + 12$ .  
 (1) ادرس اتجاه تغير الدالة  $g$ .

(2) بيّن أنّ المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  حيث  $\alpha \in ]-1,48; -1,47[$  ثم استنتج حسب قيم العدد الحقيقي  $x$  إشارة  $g(x)$ .

**II** نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي:  $f(x) = \frac{x^3 - 6}{x^2 + 2}$

وليكن  $(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .

(1) أ) احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ .

ب) بيّن أنّ من أجل كل عدد حقيقي  $x$ ،  $f'(x) = \frac{x g(x)}{(x^2 + 2)^2}$ ،

ثم ادرس اتجاه تغير الدالة  $f$  وشكل جدول تغيراتها.

(2) أ) بيّن أنّ المستقيم  $(\Delta)$  ذا المعادلة  $y = x$  مقارب مائل للمنحنى  $(C_f)$ .

ب) ادرس وضعية المنحنى  $(C_f)$  بالنسبة إلى المستقيم  $(\Delta)$ .

(3) بيّن أنّ  $f(\alpha) = \frac{3}{2}\alpha$  ثم استنتج حصرا للعدد  $f(\alpha)$ .

(4) ارسم المستقيم  $(\Delta)$  والمنحنى  $(C_f)$ .

(5) نرمز بـ  $S$  الى مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى  $(C_f)$  والمستقيمتين التي معادلاتها

$x = \alpha$  ،  $x = 0$  و  $y = 0$ .

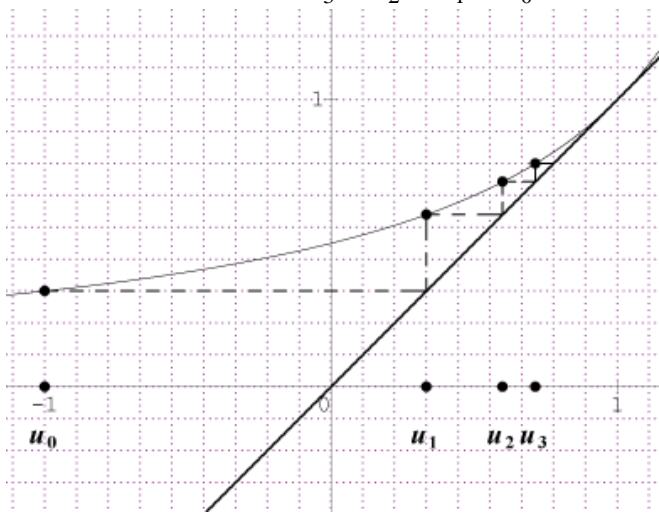
أثبت أنّ: من أجل كل  $x \in [\alpha; 0]$ ،  $-3 \leq f(x) \leq f(\alpha)$ ، ثم بيّن أنّ:  $\frac{3}{2}\alpha^2 \leq S \leq -3\alpha$ .

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

0.50	0.50	(1) معادلة المستوي $(P): x + 3y + z - 8 = 0$
01	01	(2) التحقق أن معادلة $(P')$ هي : $x + 2y - z = 0$ .
0.75	0.25	(3) $(P)$ و $(P')$ يتقاطعان وفق مستقيم $(\Delta)$ لأن الشعاعين النازمين لكل من $(P)$ و $(P')$ غير مرتبطين خطياً
	0.50	$\begin{cases} x = 5t - 16 \\ y = -2t + 8 \\ z = t \end{cases} / t \in \mathbb{R} : (\Delta)$ التمثيل الوسيطى للمستقيم $(\Delta)$
1.75	0.50	(4) إحداثيات $G: \left(1; \frac{6}{5}; \frac{17}{5}\right)$
	0.25	(1)..... $C; B; A$ لأنها مرجح للنقط الثلاث $G \in (ABC)$
	0.25	(2)..... $(\Delta)$ تحقق جملة التمثيل الوسيطى لـ $G \in (\Delta)$ لأن إحداثيات $G$ من (1) و (2) نجد $\{G\} = (ABC) \cap (\Delta)$
	0.50	مجموعة النقط:
	0.25	$MG = OA \quad \text{تكافئ} \quad \ \vec{MA} + \vec{MB} - 12\vec{MC}\  = 10\ \vec{OA}\ $
		(E) سطح كرة مركزها $G$ ونصف قطرها $OA$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

0.75	0.50	(1) رسم الشكل المقابل وتمثيل الحدود $u_0, u_1, u_2, u_3$ مُبرزاً خطوط التمثيل
	0.25	
		التخمين : المتتالية $(u_n)$ متزايدة تماماً ومتقاربة

0.75	0.75	(2) البرهان بالتراجع أن: من أجل كل عدد طبيعي $n$ ، $u_n < 1$ .
0.75	0.50 0.25	(3) اتجاه التغير : نجد $u_{n+1} - u_n = \frac{(1-u_n)^2}{2-u_n}$ و منه المتتالية $(u_n)$ متزايدة تماما . تقارب $(u_n)$ : المتتالية $(u_n)$ متزايدة تماما ومحدودة فهي متقاربة .
1.75	0.50 0.50	(4) أ) المتتالية $(v_n)$ حسابية أساسها 2 : $v_{n+1} - v_n = 2$ عبارة الحد العام : $v_n = 2n + 1$
	0.50 0.25	ب) عبارة $u_n$ بدلالة $n$ : $u_n = 1 - \frac{2}{2n+1}$ النهاية $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 1$
التمرين الثالث: (05 نقاط)		
01	0.50 0.50	(1) الشكل الاسي: $\frac{z_A - z_C}{z_B - z_C} = \frac{1}{2} e^{i\frac{\pi}{2}}$ طبيعة المثلث $ABC$ : المثلث $ABC$ قائم في $C$ لان $(\overrightarrow{CB}; \overrightarrow{CA}) = \frac{\pi}{2}$
01	01	(2) العبارة المركبة للتشابه المباشر $S$ : $z' = \frac{1}{2} i z - \frac{1}{2} - i$ .
1.50	0.50 0.25	(3) أ) لاحقة $D$ : $z_D = -2 - 3i$ التحقق أن: $z_E = 1 - 2i$
	0.75	ب) الرباعي $ADEB$ معين .
01.50	0.25 0.25 0.50 0.50	(4) التحقق أن النقطة $C$ تنتمي الى $(\Gamma)$ : $\arg\left(\frac{z_C - z_A}{z_C - z_B}\right) = \frac{\pi}{2}$ طبيعة المجموعة $(\Gamma)$ : $\arg\left(\frac{z - z_A}{z - z_B}\right) = \frac{\pi}{2}$ معناه $(\overrightarrow{MB}; \overrightarrow{MA}) = \frac{\pi}{2} + 2\pi k$ / $k \in \mathbb{Z}$ $(\Gamma)$ هي نصف الدائرة المفتوحة التي حداثها النقطتين $A$ و $B$ وتشمل النقطة $C$ . إنشاء $(\Gamma)$ .

التمرين الرابع: (07 نقاط)

التمرين الرابع : (07 نقاط)																
1.25	2×0.25 0.25	(1) أ) $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = +\infty$ ، $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -\infty$ ، وجود مستقيمين مقاربين معادلتيهما : $x=1$ ; $x=2$														
	2×0.25	ب) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$														
01	0.50	(2) بيّن أنّه من أجل كل $x$ من $D_f$ ، $f'(x) = -2 - \frac{2}{(x-1)(x-2)}$ ، جدول تغيرات الدالة $f$ .														
	0.50	<table><tr><td><math>x</math></td><td><math>-\infty</math></td><td>1</td><td>2</td><td><math>+\infty</math></td></tr><tr><td><math>f'(x)</math></td><td>-</td><td></td><td></td><td>-</td></tr><tr><td><math>f(x)</math></td><td><math>+\infty \rightarrow -\infty</math></td><td></td><td></td><td><math>+\infty \rightarrow -\infty</math></td></tr></table>	$x$	$-\infty$	1	2	$+\infty$	$f'(x)$	-			-	$f(x)$	$+\infty \rightarrow -\infty$		
$x$	$-\infty$	1	2	$+\infty$												
$f'(x)$	-			-												
$f(x)$	$+\infty \rightarrow -\infty$			$+\infty \rightarrow -\infty$												
01	0.25 0.50	(3) أ) من أجل كل عدد حقيقي $x$ من $D_f$ ، $(3-x) \in D_f$ ، من أجل كل عدد حقيقي $x$ من $D_f$ ، $f(3-x) + f(x) = 0$ ،														
	0.25	ب) $(C_f)$ يقبل مركز تناظر إحداثياته: $A(\frac{3}{2}; 0)$														
01	0.50	(4) أثبت أنّ المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha$ على المجال $]0,45; 0,46[$														
	0.25	استنتج أنّها تقبل حلا آخر $\beta$ لدينا $f(3-\alpha) + f(\alpha) = 0$ و $f(\alpha) = 0$														
	0.25	$\beta = 3 - \alpha$ حصر $\beta$ : $2,54 \leq \beta \leq 2,55$														
01	0.50	(5) $(\Delta)$ مقارب مائل لـ $(C_f)$ ، $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (-2x + 3)] = 0$ ; $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (-2x + 3)] = 0$														
	0.50	وضعية $(C_f)$ بالنسبة لـ $(\Delta)$ . لما $x < 1$ يقع تحت $(\Delta)$ . لما $x > 2$ يقع فوق $(\Delta)$														
0.75	0.25	(6) ارسم $(\Delta)$ و $(C_f)$ .														
	0.50															

01	0.50	<p>(7) اثبات أن الدالة: <math>h: x \mapsto (x-1)\ln(x-1) - (x-2)\ln(x-2)</math> أصلية للدالة</p> <p><math>x \mapsto \ln\left(\frac{x-1}{x-2}\right)</math> على <math>]2; +\infty[</math>.</p> <p>حساب بدلالة <math>\beta</math> المساحة : <math>S = \int_{\beta}^3 2\ln\left(\frac{x-1}{x-2}\right)dx = 2h(3) - 2h(\beta)</math></p>
	0.50	



**الموضوع الثاني**

**التمرين الأول: (04 نقاط)**

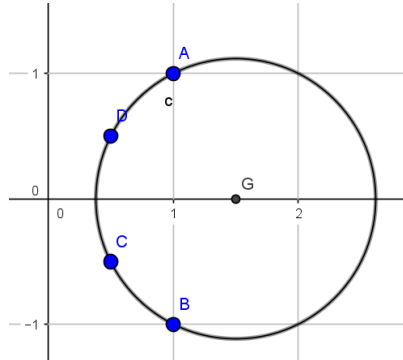
0.75	0.75	(1) اثبات أن النقط $A, B, C$ تعين مستو
1.75	0.50	(2) أ) $\begin{cases} \overrightarrow{CD} \cdot \overrightarrow{AB} = 0 \\ \overrightarrow{CD} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \end{cases} \text{ يكفي اثبات } \begin{cases} (CD) \perp (AB) \\ (CD) \perp (AC) \end{cases}$
	0.75 0.50	ب) معادلة المستوي $(ABC): 2x + y - z - 3 = 0$ حساب المسافة $d(D; (ABC)) = 2\sqrt{6}$
1.50	0.50	(3) أ) المثلث $ABC$ قائم في النقطة $A$ لأن $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0$
	01	ب) حجم رباعي الوجوه $ABCD: V_{ABCD} = 14 u.v$

**التمرين الثاني: (04 نقاط)**

01	01	(1) اثبات أن: من أجل كل عدد طبيعي $k, 4^{5k} \equiv 1[11]$
01	01	(2) الاستنتاج $4^{5k} \equiv 1[11]; 4^{5k+1} \equiv 4[11]; 4^{5k+2} \equiv 5[11]; 4^{5k+3} \equiv 9[11]; 4^{5k+4} \equiv 3[11]$
01	01	(3) اثبات أن: من أجل كل عدد طبيعي $n, (2 \times 2017^{5n+3} + 3 \times 1438^{10n} + 1) \equiv 0[11]$
01	01	(4) $(2 \times 2017^{5n+2} + n - 3) \equiv 0[11]$ معناه $n = 11k + 6 / k \in \mathbb{N}$

**التمرين الثالث: (05 نقاط)**

1.50	2×0.25	(1) أ) اكتب $z_C = \frac{\sqrt{2}}{2} e^{-i\frac{\pi}{4}}$ و $z_A = \sqrt{2} e^{i\frac{\pi}{4}}$
	2×0.25	استنتاج الشكل الأسي $z_D = \bar{z}_C = \frac{\sqrt{2}}{2} e^{i\frac{\pi}{4}}$ و $z_B = \bar{z}_A = \sqrt{2} e^{-i\frac{\pi}{4}}$
	0.50	ب) تعيين قيم العدد الطبيعي $n$ التي تحقق: $(z_A)^n = (z_B)^n$ معناه $n = 4k / k \in \mathbb{N}$
1.50	0.50	(2) أ) مركز التحاكي $h$ هو $O$ ونسبته 2
	0.25	ب) $\left  \frac{z_C - z_B}{z_D - z_A} \right  = 1$
	0.75	الرباعي $ADCB$ شبه منحرف متساوي الساقين لأن $\begin{cases} \overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{DC} \\ BC = AD \end{cases}$
0.50	0.50	(3) $z_G = \frac{3}{2}$

1.50	0.50	$2(z_B - z_A) - (z_C - z_A) - (z_D - z_A) = 1 - 2i$ لأن $A \in (\Gamma)$ (4									
	0.50	المجموعة $(\Gamma)$ هي مجموعة نقط دائرة مركزها $G$ ونصف قطرها $\frac{\sqrt{5}}{2}$									
	0.50	انشاء $(\Gamma)$									
											
التمرين الرابع: (07 نقاط)											
0.50	0.25 0.25	(I) 1) دراسة اتجاه التغير: $g$ تقبل الاشتقاق على $\mathbb{R}$ ولدينا $g'(x) = 3x^2 + 6$ $g$ متزايدة تماما على $\mathbb{R}$ لأن $3x^2 + 6 > 0$									
01	0.50 0.50	2) اثبات أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha$ حيث $\alpha \in ]-1,48; -1,47[$ إشارة $g(x)$ <table border="1" data-bbox="987 1240 1331 1352"><tr><td><math>x</math></td><td><math>-\infty</math></td><td><math>\alpha</math></td><td><math>+\infty</math></td></tr><tr><td><math>g(x)</math></td><td><math>-</math></td><td><math>0</math></td><td><math>+</math></td></tr></table>	$x$	$-\infty$	$\alpha$	$+\infty$	$g(x)$	$-$	$0$	$+$	
$x$	$-\infty$	$\alpha$	$+\infty$								
$g(x)$	$-$	$0$	$+$								
1.75	0.50	(II) 1) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$									
	0.25	ب) تبيان أن: من أجل كل عدد حقيقي $x$ ، $f'(x) = \frac{x g(x)}{(x^2 + 2)^2}$ اتجاه تغير الدالة: <table border="1" data-bbox="979 1695 1347 1800"><tr><td><math>x</math></td><td><math>-\infty</math></td><td><math>\alpha</math></td><td><math>0</math></td><td><math>+\infty</math></td></tr><tr><td><math>f'(x)</math></td><td><math>+</math></td><td><math>0</math></td><td><math>-</math></td><td><math>+</math></td></tr></table> الدالة $f$ متناقصة تماما على $[\alpha; 0]$ ومتزايدة تماما على المجالين $]-\infty; \alpha]$ و $[0; +\infty[$	$x$	$-\infty$	$\alpha$	$0$	$+\infty$	$f'(x)$	$+$	$0$	$-$
$x$	$-\infty$	$\alpha$	$0$	$+\infty$							
$f'(x)$	$+$	$0$	$-$	$+$							

	0.50	<table><tr><td><math>x</math></td><td><math>-\infty</math></td><td><math>\alpha</math></td><td><math>0</math></td><td><math>+\infty</math></td></tr><tr><td><math>f'(x)</math></td><td><math>+</math></td><td><math>0</math></td><td><math>-</math></td><td><math>0</math></td><td><math>+</math></td></tr><tr><td><math>f(x)</math></td><td><math>-\infty</math></td><td><math>f(\alpha)</math></td><td><math>-3</math></td><td><math>+\infty</math></td></tr></table>	$x$	$-\infty$	$\alpha$	$0$	$+\infty$	$f'(x)$	$+$	$0$	$-$	$0$	$+$	$f(x)$	$-\infty$	$f(\alpha)$	$-3$	$+\infty$
$x$	$-\infty$	$\alpha$	$0$	$+\infty$														
$f'(x)$	$+$	$0$	$-$	$0$	$+$													
$f(x)$	$-\infty$	$f(\alpha)$	$-3$	$+\infty$														
01	0.50	$\lim_{ x  \rightarrow +\infty} [f(x) - x] = \lim_{ x  \rightarrow +\infty} \frac{-2(x+3)}{x^2 + 2} = 0 \quad (2)$																
	0.50	<p>(ب) الوضع النسبي للمنحني <math>(C_f)</math> بالنسبة الى <math>(\Delta)</math></p> <table><tr><td><math>x</math></td><td><math>-\infty</math></td><td><math>-3</math></td><td><math>+\infty</math></td></tr><tr><td><math>f(x)-x</math></td><td><math>+</math></td><td><math>0</math></td><td><math>-</math></td></tr></table> <p><math>(C_f)</math> فوق <math>(\Delta)</math> لما <math>x \in ]-\infty; -3[</math> <math>(C_f)</math> تحت <math>(\Delta)</math> لما <math>x \in ]-3; +\infty[</math> <math>(C_f) \cap (\Delta) = \{I(-3; -3)\}</math></p>	$x$	$-\infty$	$-3$	$+\infty$	$f(x)-x$	$+$	$0$	$-$								
$x$	$-\infty$	$-3$	$+\infty$															
$f(x)-x$	$+$	$0$	$-$															
01	0.50	<p>(3) بيان أن <math>f(\alpha) = \frac{3}{2}\alpha</math></p>																
	0.50	<p>استنتاج حصرا للعدد <math>f(\alpha)</math> . <math>-2,22 &lt; f(\alpha) &lt; -2,21</math></p>																
0.75	0.25	<p>(4) رسم المستقيم <math>(\Delta)</math> والمنحني <math>(C_f)</math> .</p>																
	0.50																	
	0.25	<p>(5) اثبات أن: من أجل كل <math>x \in [\alpha; 0]</math> ، <math>-3 \leq f(x) \leq f(\alpha)</math> ، ثم بيان أن : <math>\frac{3}{2}\alpha^2 \leq S \leq -3\alpha</math></p> <p>من جدول تغيرات الدالة <math>f</math></p>																

01	0.75	<p>إذا كان <math>\alpha \leq x \leq 0</math> فإن <math>f(0) \leq f(x) \leq f(\alpha)</math></p> $-\int_{\alpha}^0 f(\alpha)dx \leq -\int_{\alpha}^0 f(x)dx \leq -\int_{\alpha}^0 (-3)dx$ <p>معناه <math>\frac{3}{2}\alpha^2 \leq S \leq -3\alpha</math></p>
----	------	---