

## 5. Exercices de TD

### Exercice 1

Construisez un automate à pile pour les langages suivants. Donnez à chaque fois un mot accepté et un autre qui ne l'est pas en montrant les étapes d'analyse :

1.  $\{a^{2n}b^n | n > 0\}$
2.  $\{a^p b^q | p, q \geq 0, p \neq q\}$
3.  $\{a^p b^q | p + q = 2k, k \geq 0\}$
4.  $\{a^p b^q a^q b^p | p, q \geq 0\}$
5.  $\{wc^n | w \in (a|b)^*, |w| = n, n \geq 0\}$
6. Les mots sur  $\{a, b\}$  tels que tout préfixe contient plus de  $a$  que de  $b$ .

### Exercice 2

Construisez un automate à pile des langages suivants. Dites à chaque fois s'il s'agit d'un langage déterministe ou non, puis donnez une grammaire hors-contexte qui génère le langage :

1.  $\{a^p b^q a^p | p, q \geq 0\}$
2.  $\{a^n b^n | n > 0\} + \{a^{2n} b^n | n > 0\}$
3. Tous les mots sur  $\{a, b\}$  ayant autant de  $a$  que de  $b$
4.  $\{a^n b^n | n > 0\} + \{a^m b^n | m, n > 0\}$

### Exercice 3

1. Soit la grammaire  $G = (\{\neg, f, t, \wedge, (, )\}, \{S\}, S, \{S \rightarrow S \wedge S | \neg S | (S) | t | f\})$ .
  - (a) Montrez que les mots  $f \wedge t$ ,  $\neg t \wedge t$  et  $t \wedge t \wedge \neg f$  sont générés par  $G$ . Montrez que  $G$  est ambiguë.
  - (b) Quel est le type du langage généré par  $G$ ? pourquoi?
  - (c) Si on attache  $G$  au contexte des expressions booléennes, dites en quoi l'ambiguïté de  $G$  dérange.
  - (d) Donnez une forme propre de  $G$ , ainsi que sa forme normale de Chomsky.
2. Soit la grammaire  $G' = (\{\neg, f, t, \wedge, (, )\}, \{S, T\}, S, \{S \rightarrow T \wedge S | \neg S | T, T \rightarrow (S) | t | f\})$ .
  - (a) Montrez que les mots  $f \wedge t$ ,  $\neg t \wedge t$  et  $t \wedge t \wedge \neg f$  sont générés par  $G'$ .  $G'$  est-elle ambiguë?
  - (b) Qu'a-t-on fait à  $G$  pour obtenir  $G'$ ? Est-ce que cette transformation est unique?