

UNIVERSITE BADJI MOKHTAR ANNABA
FACULTE DES SCIENCES
DEPARTEMENT M.I

ALGEBRE II

Algèbre II

SEMESTER 2

2021/2022

Date: Lundi 17/01/2022

Time: 9.45-10.45
(reading time)

Exercice 1 (4 pts)

1. En utilisant la contraposée montrer que, si n^2 est impair, alors n est impair (2pts)
2. Soit E un ensemble, A, B deux parties de E . Montrer que

$$(A \cap B) \cup C_E B = A \cup C_E B. \text{ (2pts)}$$

Exercice 2 (6 pts) On considère les applications

$$\begin{array}{ll} f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N} & g : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N} \\ n \rightarrow n + 1 & m \rightarrow \begin{cases} 0 & \text{si } m = 0 \\ m - 1 & \text{si } m \geq 1 \end{cases} \end{array}$$

1. Étudier l'injectivité, la surjectivité, la bijectivité de f et g .
(1.5pt+1pt+1.5pt+1pts+0.5pts+0.5pts)

Exercice 3 (6 pts). On définit sur l'ensemble $E = \mathbb{R}^2$ la relation \mathfrak{R} par:

$$\forall (a, b), (a', b') \in E : (a, b) \mathfrak{R} (a', b') \Leftrightarrow a + b = a' + b'.$$

1. Montrer que \mathfrak{R} est une relation d'équivalence (4pts)
2. Déterminer la classe d'équivalence du couple $(0, 0)$. (2pts)

Exercice 5 (4 pts) On définit dans l'ensemble $E = \mathbb{Q} / \{-\frac{1}{2}\}$, et la loi $*$ comme suit:

$$\forall a, b \in E : a * b = a + b + 2ab$$

Montrer que E est un groupe abélien

Le chargé de cours
Pr. A. Djebabla