

## السلسلة رقم 02 – الاحتمالات

## ➤ التمرين 01:

- نرمي قطعة نقدية متوازنة ثلاث مرات نرسم للوجه F وللظهر P .
- (1) أرسم مخطط شجرة الإمكانات الممثل لهاته التجربة.
  - (2) احسب احتمال الحوادث التالية:
    - الحادثة A: " الحصول على ثلاث أوجه " .
    - الحادثة B: " الحصول على وجهين و ظهر " .
    - الحادثة C: " الحصول على الأقل على ظهر " .
  - (3) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل رمية عدد الأوجه الظاهرة.
    - أ- عين قيم المتغير العشوائي X ثم عرف قانون احتمال.
    - ب- أحسب الأمل الرياضي والتباين والانحراف للمتغير العشوائي X .

## ➤ التمرين 02:

- كيس يحتوي على 6 كريات لا نفرق بينها باللمس تحمل الأرقام 3 ; 2 ; 1 - ; 2 ; 1 - ; 0 نسحب من الكيس كرتين في آن واحد و نسجل رقميهما.
- ليكن X المتغير العشوائي الذي يمثل مجموع الكرتين المسحوبتين .
- (1) عين قيم المتغير العشوائي X .
  - (2) أحسب الأمل الرياضي والتباين والانحراف للمتغير العشوائي X .

## ➤ التمرين 03:

الجدول التالي يمثل نتائج امتحان لتلاميذ مؤسسة ما حسب صفتهم داخلي أو خارجي.

	داخلي	خارجي
الناجحون	212	195
الراسبون	81	43

- (1) نختار تلميذا عشوائياً من هذه المؤسسة.
- (2) ما هو احتمال أن يكون: أ- داخلي و ناجح ؟ ب- خارجي ؟ ج- راسب ؟
- (2) نختار عشوائياً تلميذاً داخلياً. ما هو احتمال أن يكون ناجحاً؟

## ➤ التمرين 04:

- يحتوي كيس على 4 كريات لا نفرق بينها باللمس منها كرتان بيضاويتين و كرية حمراء و كرية سوداء.
- (1) نسحب كرتين من الكيس على التوالي دون إرجاع الكرية المسحوبة إلى الكيس.
    - أ- أنشئ مخططاً تبين فيه كل الحالات الممكنة.
    - ب- عين مجموعة الإمكانات الكلية.
    - ت- أحسب احتمال الحوادث التالية:
      - الحادثة A: " سحب كرية من نفس اللون " .
      - الحادثة B: " سحب على الأقل كرية بيضاء " .
      - الحادثة C: " سحب كرية بيضاء و كرية حمراء " .
  - (2) يربح اللاعب 10 دج إذا سحب كرتين من نفس اللون و يخسر 5 دج إذا سحب كرتين مختلفتين في اللون، نعرف المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحبة قيمة الربح للاعب.
    - أ- عين قيم المتغير العشوائي X .
    - ب- عرف قانون احتمال.
    - ت- أحسب الأمل الرياضي والتباين والانحراف للمتغير العشوائي X .
    - ث- هل اللعبة مربحة أم مخسرة للاعب .

متغير عشوائي قانون احتماله موزع كالآتي:  $X$

$X$	-1	0	1	2	3	4
$P(X=x)$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{10}$	$\alpha$	$\alpha$	$\frac{1}{3}$

- (1) عين قيمة العدد  $\alpha$  .
- (2) احسب  $E(X)$  الأمل الرياضي لـ  $X$  .

ومنه بتطبيق حسابي نجد  $V(X) = 0.75$  ..... (0.5ن)

حساب الانحراف المعياري لدينا  $\sigma(X) = \sqrt{V(X)}$

ومنة بتطبيق حسابي نجد  $\sigma(X) = 0.866$  ..... (0.25ن)

### حل التمرين الثاني : 5.25 نقطة

1- تعيين قيم المتغير العشوائي  
أولا نقوم بإنجاز مخطط يصف نتائج هاته التجربة

السحب 2 السحب 1	0	1-	2	1-	2	3
0	×	{0;-1}	{0;2}	{0;-1}	{0;2}	{0;3}
-1	×	×	{-1;2}	{-1;-1}	{-1;2}	{-1;3}
2	×	×	×	{2;-1}	{2;2}	{2;3}
1-	×	×	×	×	{-1;2}	{-1;3}
2	×	×	×	×	×	{2;3}
3	×	×	×	×	×	×

ومنه قيم هي  $X = \{-1; -2; 1; 2; 3; 4; 5\}$

- نقوم بتعيين قانون احتمال المتغير العشوائي X

X=x	2-	1-	1	2	3	4	5
P(X=x)	$\frac{1}{15}$	$\frac{2}{15}$	$\frac{4}{15}$	$\frac{4}{15}$	$\frac{1}{15}$	$\frac{1}{15}$	$\frac{2}{15}$

تشكيل المخطط + قيم المتغير العشوائي + قانون  
الاحتمال ..... (2ن)

-حساب الأمل الرياضي

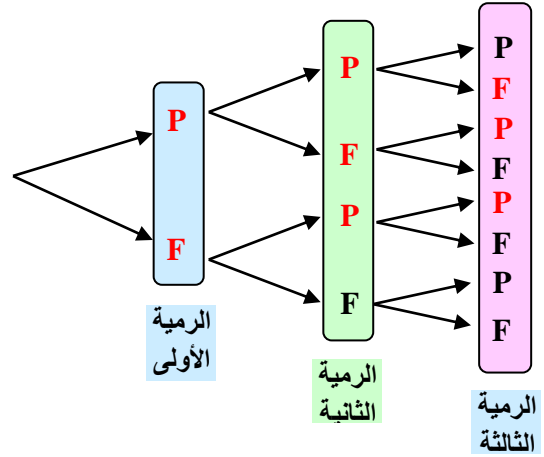
لدينا  $E(X) = \sum_{i=1}^n x_i p_i$  ومنه بتطبيق حسابي نجد

$E(X) = 1.66$  ..... (0.5ن)

حساب التباين لدينا  $V(X) = \sum_{i=1}^n x_i^2 P_i - (E(X))^2$

### حل التمرين الأول: 6 نقاط

1 رسم شجرة الإمكانات الممثلة لهاته التجربة.. (1ن)



(2 حساب احتمال الحوادث

احتمال الحادثة A

$P(A) = \frac{1}{8}$  ..... (0.5ن)

احتمال الحادثة B

$P(B) = \frac{3}{8}$  ..... (0.5ن)

احتمال الحادثة C

$P(C) = \frac{7}{8}$  ..... (0.75ن)

3 تعيين قيم المتغير العشوائي X

$X = \{0; 1; 2; 3\}$  ..... (1ن)

4 حساب الأمل الرياضي والتباين والانحراف للمتغير

العشوائي X

- نقوم بتعيين قانون احتمال المتغير العشوائي X

X=x	0	1	2	3
P(X=x)	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$

..... (1ن)

- الأمل الرياضي

لدينا  $E(X) = \sum_{i=1}^n x_i p_i$  ومنه بتطبيق حسابي نجد

$E(X) = 1.5$  ..... (0.5ن)

- التباين لدينا  $V(X) = \sum_{i=1}^n x_i^2 P_i - (E(X))^2$

$$P(A) = \frac{2}{12} \text{ ..... (0.5ن)}$$

احتمال الحادثة B

$$P(B) = \frac{10}{12} \text{ ..... (0.5ن)}$$

احتمال الحادثة C

$$P(C) = \frac{4}{12} \text{ ..... (0.5ن)}$$

(2) أ) تعيين قيم المتغير العشوائي X

$$X = \{-5; +10\} \text{ ..... (1ن)}$$

ب) قانون احتمال المتغير العشوائي هو ..... (1ن)

X=x	5-	10+
P(X = x)	$\frac{10}{12}$	$\frac{2}{12}$

ت) حساب الأمل الرياضي

$$E(X) = \sum_{i=1}^n x_i p_i \text{ لدينا ومنه بتطبيق حسابي نجد}$$

$$E(X) = -2.5 \text{ ..... (0.5ن)}$$

$$V(X) = \sum_{i=1}^n x_i^2 P_i - (E(X))^2 \text{ لدينا حساب التباين}$$

$$V(X) = 31.25 \text{ ومنه بتطبيق حسابي نجد ..... (0.5ن)}$$

$$\sigma(X) = \sqrt{V(X)} \text{ لدينا حساب الانحراف المعياري}$$

$$\sigma(X) = 5.59 \text{ ومنه بتطبيق حسابي نجد ..... (0.25ن)}$$

$$E(X) < 0 \text{ ث- اللعبة مخرسة لأن ..... (0.5ن)}$$

#### التمرين الخامس: 1.5 نقطة

$$\alpha = \frac{11}{80} \text{ : تعيين قيمة العدد } \alpha \text{ ..... (1ن)}$$

$$E(X) = 2.245 \text{ ..... (0.5ن)}$$

$$V(X) = 3.97 \text{ ومنه بتطبيق حسابي نجد ..... (0.5ن)}$$

$$\sigma(X) = \sqrt{V(X)} \text{ حساب الانحراف المعياري لدينا}$$

$$\sigma(X) = 1.99 \text{ ومنه بتطبيق حسابي نجد ..... (0.25ن)}$$

التمرين الثالث:

$$\frac{212}{531} \approx 0.399 \text{ أ- احتمال أن يكون داخلي و ناجح هو}$$

$$\text{..... (0.5ن)}$$

$$\frac{238}{531} \approx 0.448 \text{ ب- احتمال أن يكون خارجي هو}$$

$$\text{..... (0.5ن)}$$

$$\frac{124}{531} \approx 0.233 \text{ ج- احتمال أن يكون راسب هو}$$

$$\text{..... (0.5ن)}$$

(2) احتمال أن يكون ناجحا حيث التلميذ المختار هو داخلي

$$\frac{212}{293} \approx 0.72 \text{ ..... (0.5ن)}$$

#### التمرين الرابع: 7.25 نقطة

أ) إنشاء المخطط ..... (1ن)

السحب 2 السحب 1	B1	B2	R	N
B1	×	{B1;B2}	{B1;R}	{B1;N}
B2	{B2;B1}	×	{B2;R}	{B2;N}
R	{R;B1}	{R;B2}	×	{R;N}
N	{N;B1}	{N;B2}	{N;R}	×

ب- تعيين مجموعة الإمكانيات الكلية ..... (1ن)

$$\Omega = \left\{ \{B1;B2\} \{B1;R\} \{B1;N\} \{B2;B1\} \{B2;R\} \{B2;N\} \{R;B1\} \{R;B2\} \{R;N\} \{N;B1\} \{N;B2\} \{N;R\} \right\}$$

ت- حساب احتمال الحوادث

احتمال الحادثة A