

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

يحتوي الموضوع الأول على 03 صفحات (من الصفحة 1 من 5 إلى الصفحة 3 من 5).

التمرين الأول: (04,5 نقطة)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

نعتبر النقط $A(1;1;0)$ ، $B(2;-1;1)$ ، $C(-1;0;1)$ ، $D\left(\frac{1}{2};2;-\frac{1}{2}\right)$ ، $E(0;1;1)$ ، $H\left(\frac{5}{4};\frac{7}{4};-\frac{1}{2}\right)$

و المستوي (P) المعرف بالتمثيل الوسيطى: $\begin{cases} x=1+\alpha+\beta \\ y=2-\alpha \\ z=-1+2\alpha-\beta \end{cases}$ ، α و β وسيطان حقيقيان.

(1) أ) بين أن النقط A ، B و C تُعَيِّن مستويا.

ب) تحقق أن الشعاع $\vec{n}(1;3;5)$ ناظمي للمستوي (ABC) ثم اكتب معادلة ديكارتية له.

(2) أ) اكتب معادلة ديكارتية للمستوي (P) ثم بين أن المستويين (ABC) و (P) متقاطعان.

ب) نسمي (Δ) مستقيم تقاطع المستويين (ABC) و (P) .

- تحقق أن النقطة D تنتمي إلى المستقيم (Δ) و أن $\vec{u}(-3;1;0)$ شعاع توجيه للمستقيم (Δ) .

ج) اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) .

د) بين أن النقطة H هي المسقط العمودي للنقطة A على المستقيم (Δ) ثم استنتج المسافة بين A و (Δ) .

(3) G مرجح الجملة المثقلة: $\{(A,2);(B,-3);(C,2)\}$.

نسمي (Γ) مجموعة النقط M من الفضاء التي تحقق: $\vec{EM} \cdot \vec{GM} = 11$.

أ) عَيِّن إحداثيات النقطة G .

ب) اكتب معادلة ديكارتية للمجموعة (Γ) ثم بين أنها سطح كرة يطلّب تعيين مركزها و نصف قطرها.

ج) حدّد الوضعية النسبية للمستوي (ABC) و المجموعة (Γ) .

التمرين الثاني: (04,5 نقطة)

(u_n) متتالية هندسية متزايدة تماما، حدودها موجبة تماما، حدّها الأول u_0 و أساسها q حيث: $\begin{cases} \ln(u_1) + \ln(u_2) = 11 \\ u_1 + u_2 = e^4(1+e^3) \end{cases}$

(1) احسب u_1 و u_2 ثم استنتج قيمة الأساس q .

(2) نضع: $u_1 = e^4$ و $q = e^3$.

أ) عبّر عن u_n بدلالة n .

ب) نضع: $S_n = \ln(u_0) + \ln(u_1) + \ln(u_2) + \dots + \ln(u_n)$ احسب S_n بدلالة n .

- (3) من أجل كل عدد طبيعي n نضع : $a_n = n + 3$.
 أ) بين أن : $PGCD(2S_n, a_n) = PGCD(a_n, 14)$.
 ب) عين القيم الممكنة لـ : $PGCD(2S_n, a_n)$.
 ج) عين قيم الأعداد الطبيعية n التي من أجلها : $PGCD(2S_n, a_n) = 7$.
 (4) ادرس تبعا لقيم العدد الطبيعي n باقي القسمة الإقليدية للعدد 2^n على 7 .
 (5) نضع : $b_n = 3na_n - 2S_n + 1437^{2016} + 1$.
 عين قيم العدد الطبيعي n التي من أجلها يكون : $\begin{cases} b_n \equiv 0[7] \\ n \equiv 0[5] \end{cases}$.
 (6) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، العدد $(1437^{9n+1} - 3 \times 4^{12n+1} + 52)$ يقبل القسمة على 7 .
التمرين الثالث: (04,5 نقطة)

- (1) أ) حل في مجموعة الأعداد المركبة \mathbb{C} المعادلة : $z^2 - 4z + 5 = 0$.
 ب) استنتج حلول المعادلة ذات المجهول المركب z الآتية : $(z + 1 + i(1 - \sqrt{3}))^2 - 4z + 1 - 4i(1 - \sqrt{3}) = 0$.
 (2) θ عدد حقيقي حيث : $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ و z_0 عدد مركب طويلته 1 و θ عمدة له .
 أ) اكتب العدد المركب $1 + i\sqrt{3}$ على الشكل الأسّي .
 ب) عين θ علما أن : $\frac{z_0(1 + i\sqrt{3})}{z_0} = 2e^{i\frac{\pi}{2}}$. ($\overline{z_0}$ هو مرافق العدد المركب z_0) .
 ج) n عدد طبيعي . من أجل قيمة θ المتحصل عليها ، اكتب العدد المركب $\left[\frac{z_0(1 + i\sqrt{3})}{2} \right]^n$ على الشكل المثلثي .
 د) عين قيم العدد الطبيعي n التي من أجلها يكون $\left[\frac{z_0(1 + i\sqrt{3})}{2} \right]^n$ عددا حقيقيا موجبا تماما .
 (3) المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$. نعتبر النقط A, B, C التي لاحقاتها على الترتيب : z_A, z_B, z_C حيث : $z_A = 2 - i$ ، $z_B = 2 + i$ و $z_C = 1 + i\sqrt{3}$.
 أ) عين z_D لاحقة النقطة D مرجح الجملة المثقلة $\{(A, 1); (B, -1); (C, 1)\}$.
 ب) استنتج أن الرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع .
 ج) E النقطة من المستوي المركب ذات اللاحقة z_E حيث : $\begin{cases} \arg(z_E - z_A) - \arg(z_E - z_B) = \frac{\pi}{2} \\ \left| \frac{z_E - z_A}{z_E - z_B} \right| = 2 \end{cases}$.
 - بين أن : $z_E = \frac{14}{5} + \frac{3}{5}i$.
 - بين أن النقطة A هي صورة النقطة B بتشابه مباشر يطلب تعيين عناصره المميّزة .
 (4) M نقطة من المستوي المركب لاحقتها z ، النقطة I منتصف القطعة المستقيمة $[AB]$.
 أ) عين z_I لاحقة النقطة I .
 ب) α عدد حقيقي ، نسمي (Γ) مجموعة النقط M من المستوي المركب التي تُحقّق : $z - z_I = e^{i\alpha}$.
 - تحقّق أن النقطة E تنتمي إلى المجموعة (Γ) .
 - عين طبيعة المجموعة (Γ) و عناصرها المميّزة عندما يتغيّر α في \mathbb{R} .

التمرين الرابع: (06,5 نقطة)

(I) g الدالة العددية المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ: $g(x) = 1 + x^2 + 2\ln x$.

(1) ادرس اتجاه تغير الدالة g .

(2) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل في المجال $]0,52; 0,53[$ حلاً وحيداً α .

(3) استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0; +\infty[$.

(II) f الدالة العددية المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ: $f(x) = -x + \frac{3 + 2\ln x}{x}$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$.

(2) أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0; +\infty[$: $f'(x) = \frac{-g(x)}{x^2}$.

ب) شكّل جدول تغيرات الدالة f .

ج) تحقق أن: $f(\alpha) = 2\left(\frac{1}{\alpha} - \alpha\right)$ ثم عيّن حصراً له.

(3) أ) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) + x]$ ثم فسّر النتيجة هندسياً.

ب) ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى مستقيميه المقارب المائل (Δ).

ج) بين أن (C_f) يقبل مماساً (T) يوازي (Δ) يطلب كتابة معادلة ديكارتية له.

(4) نقبل أن (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطتين فاصلتيهما x_0 و x_1 حيث:

$$2,11 < x_1 < 2,13 \text{ و } 0,22 < x_0 < 0,23$$

أنشئ (T) ، (Δ) و (C_f).

(5) m وسيط حقيقي . ناقش بيانها و حسب قيم m ، عدد حلول المعادلة : $3 + 2\ln x - mx = 0$.

(III) من أجل كل عدد طبيعي n نضع : $u_n = \int_{e^n}^{e^{n+1}} [f(x) + x] dx$.

(1) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n > 0$.

(2) أعط تفسيراً هندسياً للعدد u_0 .

(3) احسب u_n بدلالة n .

(4) نضع: $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n$. احسب S_n بدلالة n .

الموضوع الثاني

يحتوي الموضوع الثاني على صفتين (الصفحة 4 من 5 والصفحة 5 من 5).

التمرين الأول: (05 نقاط)

- (1) الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ، نعتبر النقط A, B, C و D حيث:

$$A(1;0;3), B(1;2;4), C(0;0;2) \text{ و } D(3;4;1).$$
 أ) عيّن العددين الحقيقيين α و β حتى يكون الشعاع $\vec{n}(2;\alpha;-\beta)$ ناظميا للمستوي (ABC) .
 ب) جد معادلة ديكارتية للمستوي (ABC) .
 (2) $z = 2 - x$ و $y = 2z - 2x - 4$ معادلتان ديكارتيتان للمستويين (P) و (Q) على الترتيب.
 أ) بيّن أنّ المستويين (P) و (Q) متعامدان.
 ب) أعط تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) تقاطع المستويين (P) و (Q) .
 ج) احسب المسافة بين النقطة D و المستقيم (Δ) .
 (3) (S) سطح الكرة التي مركزها D و مماس للمستوي (Q) .
 أ) اكتب معادلة ديكارتية لسطح الكرة (S) .
 ب) جد الطبيعة والعناصر المميزة لتقاطع (P) و (S) .
 (4) λ عدد حقيقي، G_λ نقطة من الفضاء حيث: $2\vec{G_\lambda A} - \vec{G_\lambda B} + e^\lambda \vec{G_\lambda C} = \vec{0}$. (e يرمز إلى أساس اللوغاريتم النيبيري).
 أ) عيّن (Γ) مجموعة النقط M من الفضاء التي تُحقّق: $\|2\vec{MA} - \vec{MB} + e\vec{MC}\| = 2\|2\vec{MA} - \vec{MB} + \vec{MC}\|$ ($1+e$).
 ب) H مرجح الجملة $\{(A,2);(B,-1)\}$. اكتب $\vec{CG_\lambda}$ بدلالة \vec{CH} .
 ج) عيّن مجموعة النقط G_λ لما يتغيّر λ في المجموعة \mathbb{R} .
 د) جد قيمة λ التي تكون من أجلها G_λ منتصف القطعة $[CH]$.

التمرين الثاني: (04 نقاط)

- (I) (1) حلّ في مجموعة الأعداد المركبة \mathbb{C} المعادلة: $z^2 - 2z + 2 = 0$.
 (2) جد العددين المركبين z_1 و z_2 حيث:
$$\begin{cases} 2z_1 - 3z_2 = 5i\sqrt{2} \\ z_1 + 3z_2 = -2i\sqrt{2} \end{cases}$$
- (II) المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$. النقط A, B, C, D و H لاحتقاتها على الترتيب: $z_A = i\sqrt{2}$, $z_B = -i\sqrt{2}$, $z_C = 1+i$, $z_D = 1-i$ و $z_H = \frac{z_C - z_B}{z_E - z_B}$ حيث E النقطة التي تُحقّق: $\vec{DE} = 2\vec{DO}$.
 (1) اكتب z_H على الشكل الأسّي و استنتج نوع المثلث BEC .
 (2) S تحويل نقطي في المستوي يرفق بكل نقطة M لاحتقتها z النقطة M' لاحتقتها z' حيث: $z' = z_A z + z_B$.
 أ) ما هي طبيعة التحويل S ؟ و ما هي عناصره المميزة؟
 ب) احسب مساحة الدائرة (γ) التي مركزها C و نصف قطرها CD .
 ج) عيّن (γ') صورة (γ) بالتحويل S و استنتج مساحتها.
 (3) عيّن (δ) مجموعة النقط M من المستوي (M) تختلف عن B و C ذات اللاحقات z التي يكون من أجلها العدد $\frac{z_B - z}{z_C - z}$ حقيقيا سالبا تماما.

التمرين الثالث: (04 نقاط)

- (1) أ) ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n ، بواقي القسمة الإقليدية لكل من العددين 3^n و 7^n على 11.
 ب) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، العدد $2 \times 2016^{5n+4} + 1437^{10n+4}$ مضاعف للعدد 11.
 (2) نعتبر المعادلة (E) ذات المجهول $(x; y)$: $7x - 3y = 8$ ، حيث x و y عدنان طبيعيان.
 أ) حلّ المعادلة (E).
 ب) d القاسم المشترك الأكبر للعددين x و y حيث الثنائية $(x; y)$ حلا للمعادلة (E) .
 - ما هي القيم الممكنة للعدد d ؟
 - عيّن الثنائيات $(x; y)$ حلول المعادلة (E) من أجل $d = 4$.
 ج) جد الثنائيات $(x; y)$ حلول المعادلة (E) التي تحقق: $2016^{7x} + 1437^{3y} \equiv 0 [11]$.

التمرين الرابع: (07 نقاط)

- (I) φ الدالة العددية المعرفة على \mathbb{R} كما يلي: $\varphi(x) = (x^2 - x + 1)e^{-x+1} - 1$
 (1) أ) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} \varphi(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} \varphi(x)$.
 ب) ادرس اتجاه تغير الدالة φ ثم شكّل جدول تغيراتها .
 (2) بيّن أنّ المعادلة $\varphi(x) = 0$ تقبل في \mathbb{R} ، حلّاً α يختلف عن 1 ثم تحقّق أنّ: $2,79 < \alpha < 2,80$.
 (3) استنتج إشارة $\varphi(x)$ على \mathbb{R} .
 (II) f و g الدالتان العدديتان المرفقتان على \mathbb{R} كما يلي: $f(x) = (2x - 1)e^{-x+1}$ و $g(x) = \frac{2x - 1}{x^2 - x + 1}$
 (C_f) و (C_g) تمثيلاهما البيانيان في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.
 (1) أ) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.
 ب) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكّل جدول تغيراتها .
 (2) بيّن أنّ للمنحنيين (C_f) و (C_g) مماساً مشتركاً (T) في النقطة ذات الفاصلة 1 ثم جد معادلة له.
 (3) ارسم المماس (T) و المنحنى (C_f) .
 (4) أ) بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f(x) - g(x) = \frac{(2x - 1)\varphi(x)}{x^2 - x + 1}$.
 ب) ادرس إشارة الفرق $f(x) - g(x)$ على \mathbb{R} ثم استنتج الوضع النسبي للمنحنيين (C_f) و (C_g) .
 ج) باستعمال مكاملة بالتجزئة ، احسب بدلالة العدد الحقيقي x : $\int_1^x f(t) dt$.
 د) احسب مساحة الحيز المستوي المحدّد بالمنحنيين (C_f) و (C_g) و المستقيمين اللذين معادلتيهما:
 $x = 1$ و $x = 2$.
 (III) 1) احسب $f''(x)$ ، $f^{(3)}(x)$ و $f^{(4)}(x)$. أعط تخميناً لعبارة $f^{(n)}(x)$ حيث n عدد طبيعي غير معدوم.
 ($f^{(n)}$ الدالة المشتقة من المرتبة n للدالة f)
 (2) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n ، $f^{(n)}(x) = (-1)^n [2x - (2n + 1)]e^{1-x}$.
 (3) (u_n) المتتالية العددية المعرفة من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n ، كما يلي: $u_n = f^{(n)}(1)$.
 أ) احسب بدلالة العدد الطبيعي غير المعدوم k ، المجموع : $u_k + u_{k+1}$.
 ب) استنتج بدلالة n ، المجموع : $u_1 + u_2 + \dots + u_{2n}$.

انتهى الموضوع الثاني

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الأول)
مجموع	مجزأة	
04,5		التمرين الأول: (04,5 نقطة)
	0,25	أ.1 $\vec{AB}(1;-2;1)$ و $\vec{AC}(-2;-1;1)$ غير مرتبطين خطيا
	0,75	ب) $\vec{n} \cdot \vec{AB} = 0$ و $\vec{n} \cdot \vec{AC} = 0$ و $x + 3y + 5z - 4 = 0$ معادلة للمستوي (ABC) .
	$0,25 \times 2$	أ.2 $(P): x + 3y + z - 6 = 0$ و الشعاعين \vec{n} و \vec{n}_p غير مرتبطين خطيا.
	$0,50 \times 2$	ب) $D \in (\Delta)$ و \vec{u} شعاع توجيه له.
	0,25	ج) $(\Delta) \begin{cases} x = -3\lambda + \frac{1}{2} \\ y = \lambda + 2 \\ z = -\frac{1}{2} \end{cases}, (\lambda \in \mathbb{R})$
	0,75	د) $(H \in (\Delta))$ و $\vec{AH} \cdot \vec{u} = 0$ و $d(A;(\Delta)) = AH = \frac{\sqrt{14}}{4}$.
	0,25	3. أ) $G(-6;5;-1)$.
	0,25 0,25	ب) $(\Gamma): x^2 + y^2 + z^2 + 6x - 6y - 7 = 0$ $(\Gamma): (x+3)^2 + (y-3)^2 + z^2 = 25$
	0,25	ج) $d(\Omega; (ABC)) = \frac{2}{\sqrt{35}} < 5$ و (Γ) يقطع (ABC) وفق دائرة .
02,75		التمرين الثاني: (04,5 نقطة)
	0,50	1. u_1 و u_2 حلا للمعادلة $x^2 - e^4(1+e^3)x + e^{11} = 0$ ، $\Delta = [e^4(e^3-1)]^2$ منه $u_1 < u_2$ و $u_1 = e^4$ و $u_2 = e^7$ و $q = e^3$
	0,25	أ.2 $u_n = e^{3n+1}$.
	0,50	ب) $S_n = \frac{(n+1)(3n+2)}{2}$.
	0,50	3. أ) $2S_n = a_n(3n-4) + 14$ تبيان أن: $PGCD(2S_n, a_n) = PGCD(a_n, 14)$.
	0,25	ب) القيم الممكنة لـ $PGCD(2S_n, a_n)$ هي 1 ، 2 ، 7 ، 14.
	0,75	ج) $n = 14k + 4$ و $k \in \mathbb{N}$.

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الأول)			
مجموع	مجزأة				
01,75	0,50	$k \in \mathbb{N}$	n	$3k$	$3k+1$
			الباقي	1	2
	0,75	5. $n=35p$ حيث $p \in \mathbb{N}$			
	0,50	6. $[7] \quad .1437^{9n+1} - 3 \times 4^{12n+1} + 52 \equiv 0$			
04,5		التمرين الثالث: (04,5 نقطة)			
	0,50	أ.1 $z_1 = 2+i$ و $z_2 = 2-i$			
	0,50	ب $z' = 1+i\sqrt{3}$ و $z'' = 1+i(\sqrt{3}-2)$			
	0,25	أ.2 $1+i\sqrt{3} = 2e^{i\frac{\pi}{3}}$			
	0,50	ب $\theta = \frac{\pi}{12}$			
	0,25	ج $\left[\frac{z_0(1+i\sqrt{3})}{2} \right]^n = \cos\left(\frac{5n\pi}{12}\right) + i\sin\left(\frac{5n\pi}{12}\right)$			
	0,50	د $n=24p$ و $p \in \mathbb{N}$			
	0,25	أ.3 $z_D = 1+i(\sqrt{3}-2)$			
	0,25	ب الرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع.			
	0,50	ج - $z_E = \frac{14}{5} + \frac{3}{5}i$			
	0,25	- التشابه المباشر مركزه E نسبته 2 و $\frac{\pi}{2}$ زاوية له .			
	0,25	أ.4 $z_I = 2$			
	0,25	ب $ z_E - z_I = 1$			
	0,25	(Γ) هي الدائرة التي مركزها I و نصف قطرها 1.			
01		التمرين الرابع: (06,50 نقطة)			
	0,50	1. (I) $g'(x) = 2x + \frac{2}{x}$ ، g متزايدة تماما على المجال.			
	0,50	2. المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α يُحقَق : $0,52 < \alpha < 0,53$. $g(0,52) \approx -0,04$ و $g(0,53) \approx 0,01$			

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الأول)								
مجموع	مجزأة									
05,50	0,25	3. <table><tr><td>x</td><td>0</td><td>α</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$g(x)$</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td></tr></table>	x	0	α	$+\infty$	$g(x)$	-	0	+
	x	0	α	$+\infty$						
	$g(x)$	-	0	+						
	$0,25 \times 2$	II) 1. $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ و $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty$.								
	0,50	2. أ) $f'(x) = \frac{-g(x)}{x^2}$.								
	0,25	ب) جدول تغيرات الدالة f .								
	$0,25 \times 2$	ج) $f(\alpha) = 2\left(\frac{1}{\alpha} - \alpha\right)$ و $2,71 < f(\alpha) < 2,81$.								
	$0,25 \times 2$	3. أ) $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) + x] = 0$ ، (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا $y = -x$: (Δ) .								
	0,25	ب) وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ) .								
	0,50	ج) $(T): y = -x + 2\sqrt{e}$.								
	0,50	4. إنشاء (T) و (Δ) و (C_f) .								
	0,50	5. المناقشة بيانيا: - إذا كان $m \leq 0$ فإنّ المعادلة تقبل حلا وحيدا. - إذا كان $0 < m < 2\sqrt{e}$ فإنّ المعادلة تقبل حلّين متمايزين. - إذا كان $m = 2\sqrt{e}$ فإنّ المعادلة تقبل حلا مضاعفا. - إذا كان $m > 2\sqrt{e}$ فإنّ المعادلة لا تقبل حلوًا.								
	0,25	III) 1. الدالة $h: x \mapsto f(x) + x$ موجبة تماما على المجال $[e^n; e^{n+1}]$ من أجل كل عدد طبيعي n .								
	0,25	2. u_0 يشير إلى مساحة الحيزّ المستوي المحدّد بالمنحنى (C_f) و المستقيم (Δ) و المستقيمين اللذين معادلتيهما: $x = 1$ و $x = e$.								
0,50	3. $u_n = 2n + 4$.									
0,25	4. $S_n = n^2 + 5n + 4$.									

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)
مجموع	مجزأة	
05		التمرين الأول: (05 نقاط)
	0,50	(1) أ. $\vec{AB}(0;2;1)$ و $\vec{AC}(-1;0;-1)$: $\begin{cases} \vec{n} \cdot \vec{AC} = 0 \\ \vec{n} \cdot \vec{AB} = 0 \end{cases}$ ومنه $\alpha = 1$ و $\beta = 2$.
	0,50	ب. $(ABC): 2x + y - 2z + 4 = 0$.
	0,25	(2) أ. $\vec{n} \cdot \vec{n}_{(P)} = 0$ ، $\vec{n} \perp \vec{n}_{(P)}$.
	0,50	ب. $\begin{cases} x = t \\ y = -4t \\ z = 2 - t \end{cases}$; $(t \in \mathbb{R})$ تمثيل وسيطي للمستقيم (Δ) .
	0,75	ج. المسافة بين النقطة D و المستقيم (Δ) . لدينا: $d(D; (Q)) = 4$ و $d(D; (P)) = \sqrt{2}$ ومنه $d((\Delta); D) = \sqrt{4^2 + (\sqrt{2})^2} = 3\sqrt{2}$
	0,25	(3) أ. معادلة ديكارتية لسطح الكرة (S) : $(x-3)^2 + (y-4)^2 + (z-1)^2 = 4^2$.
	0,25	ب. إيجاد الطبيعة والخصائص المميزة لتقاطع المستوي (Q) و سطح الكرة (S) $d(D; (P)) = \sqrt{2} < 4$ إذن (S) و (P) يتقاطعان وفق دائرة مركزها نقطة تقاطع المستقيم العمودي على (P) والمار من D إذن إحداثياتها تحقق
	0,50	$\omega(2;4;0)$ وبالتالي $t = -1$ أي $(3+t) + 0(4) + (1+t) - 2 = 0$
	0,25	نصف قطرها : r يحقق $r = \sqrt{4^2 - (\sqrt{2})^2}$ أي $r = \sqrt{14}$.
	0,25	(4) أ. المجموعة (Γ) : $MG_0 = MG_1$ ومنه (Γ) هي المستوي المحوري للقطعة $[G_0G_1]$
	0,25	ب. كتابة \vec{CG}_λ بدلالة \vec{CH} : $\vec{CG}_\lambda = \frac{1}{1+e^\lambda} \vec{CH}$.
01,50	0,25	ج. مجموعة النقط G_λ لما $\lambda \in \mathbb{R}$: لدينا $\lambda \in \mathbb{R}$ إذن $\frac{1}{1+e^\lambda} \in]0;1[$.
	0,25	مجموعة النقط هي قطعة المستقيم $[CH]$ باستثناء طرفيها H و C
	0,25	د. G_λ منتصف القطعة المستقيمة $[CH]$ معناه $\vec{CG}_\lambda = \frac{1}{2} \vec{CH}$ أي $e^\lambda = 1$ فيكون بذلك $\lambda = 0$.
		التمرين الثاني : (04 نقاط)
01,50	0,50	(I) حل المعادلة $z^2 - 2z + 2 = 0$: $S = \{1-i; 1+i\}$
	0,50	(2) إيجاد z_1 و z_2 : $z_1 = i\sqrt{2}$ و $z_2 = -i\sqrt{2}$
	0,25	(II) 1) كتابة z_H على الشكل الأسّي و استنتاج نوع المثلث BEC .
	0,25	$z_H = \frac{\sqrt{2}}{2}(1-i) = 1.e^{i(-\frac{\pi}{4})}$ ، $z_E = -1+i$ ، المثلث BEC متقايس الساقين $BC = BE$

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)
مجموع	مجزأة	
02,50	0,50 0,50	(2) أ. $z' = z_A z + z_B$ ، $ z_A = \sqrt{2}$ إذن S تشابه مباشر نسبته $\sqrt{2}$ وقيس زاويته $\frac{\pi}{2}$ ومركزه النقطة الصامدة ذات اللاحقة $\frac{z_B}{1-z_A} = \frac{2}{3} - i \frac{\sqrt{2}}{3}$
	0,25	ب. $CD = z_D - z_C = -2i = 2$ إذن مساحة الدائرة $4\pi ua$
	0,50 0,25	ج. (γ') هي الدائرة ذات المركز $C'(-\sqrt{2}; 0)$ صورة C ونصف قطرها $2\sqrt{2}$ مساحتها $(4\pi)(\sqrt{2})^2 = 8\pi ua$
	0,50	(3) مجموعة النقط (δ) حيث $\frac{z_B - z}{z_C - z}$ حقيقيا سالبا تماما حقيقيا سالبا تماما معناه قيس الزاوية $(\overline{MC}; \overline{MB}) = \pi + 2k\pi \quad / k \in \mathbb{Z}$ إذن (δ) القطعة المستقيمة $[CB]$ باستثناء طرفيها B و C .
04		التمرين الثالث: (04 نقاط)
	0,50	(1) أ. دراسة بواقي القسمة الإقليدية للعدد 3^n على 11 : $r \in \{1; 3; 4; 5; 9\}$
	0,75	دراسة بواقي القسمة الإقليدية للعدد 7^n على 11 : $r' \in \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10\}$
	0,25 0,25 0,25	ب. برهان أنه من أجل كل n من \mathbb{N} فإن: $2 \times 2016^{5n+4} + 1437^{10n+4} \equiv 0 \pmod{11}$ لدينا $2016 \equiv 3 \pmod{11}$ إذن $2016^{5n+4} \equiv 3^{5n+4} \pmod{11}$ و $2016^{5n+4} \equiv 8 \pmod{11}$: (1) لدينا $1437 \equiv 7 \pmod{11}$ و $1437^{10n+4} \equiv 7^{10n+4} \pmod{11}$ أي: (2) من (1) و (2) نجد : $2 \times 2016^{5n+4} + 1437^{10n+4} \equiv 0 \pmod{11}$
	0,50	(2) أ. مجموعة حلول المعادلة (E) : $(x; y) = (3k + 2; 7k + 2)$, $k \in \mathbb{N}$
	0,50	ب. - القيم الممكنة للعدد d : $d \in \{1; 2; 4; 8\}$ - تعيين كل الثنائيات $(x; y)$ حلول المعادلة (E) من أجل $d = 4$
	0,50	ج. $(x; y) = (24k' + 20; 56k' + 44)$, $k' \in \mathbb{N}$
01	0,50	ج. $(x; y) = (30k + 17; 70k + 37)$, $k \in \mathbb{N}$
		التمرين الرابع: (07 نقاط)
	0,25 × 2	(I) أ. $\varphi(x) = e^{\left(\frac{x^2}{e^x} - \frac{x}{e^x} + \frac{1}{e^x}\right)} - 1$ ، $\lim_{x \rightarrow +\infty} \varphi(x) = -1$ ، $\lim_{x \rightarrow -\infty} \varphi(x) = +\infty$ إذن
01	0,25	ب. اتجاه التغير : $\varphi'(x) = -(x-1)(x-2)e^{-x+1}$
	0,25	الدالة φ متناقصة تماما على كل من المجالين $]-\infty; 1]$ و $[2; +\infty[$ الدالة φ متزايدة تماما على المجال $[1; 2]$.

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)
مجموع	مجزأة	
06	0,25	جدول تغيرات الدالة φ .
	0,50	(2) بيّن أنّ المعادلة $\varphi(x)=0$ تقبل في \mathbb{R} حلا α يختلف عن 1
	0,25	(3) إشارة $\varphi(x)$.
	$0,25 \times 2$	(II) 1 أ) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)=0$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)=-\infty$
	0,25	ب) $f'(x)=(3-2x)e^{-x+1}$. إشارة $f'(x)$: $-\infty \rightarrow +\frac{3}{2} \rightarrow - \rightarrow +\infty$
	0,25	الدالة f متزايدة تماما على $]-\infty; \frac{3}{2}]$ و متناقصة تماما على $[\frac{3}{2}; +\infty[$.
	0,25	جدول التغيرات
	0,25	(2) المنحنيين (C_f) و (C_g) لهما نفس المماس (T)
	0,25	أي : $\begin{cases} f(1) = g(1) = 1 \\ f'(1) = g'(1) = 1 \end{cases}$ و منه المنحنيين (C_f) و (C_g) لهما نفس المماس
	0,25	(T) عند النقطة ذات الفاصلة 1 $(T): y = x$
	0,50	(3) رسم (C_f) و (T)
	0,25	(4) أ) تبيان أنّ: $f(x) - g(x) = \frac{(2x-1)\varphi(x)}{x^2 - x + 1}$
	0,25	ب. دراسة إشارة الفرق $f(x) - g(x)$: $-\infty \rightarrow -\frac{1}{2} \rightarrow + \rightarrow 1 \rightarrow + \rightarrow \alpha \rightarrow - \rightarrow +\infty$
	0,25	- الوضع النسبي لـ (C_f) و (C_g) .
	0,25	ج. الدالة: $\int_1^x f(t)dt = -(2x+1)e^{-x+1} + 3$.
	0,25	د. المساحة : $A = \int_1^2 (f(x) - g(x))dx = 3 - \frac{5}{e} - \ln 3$.
	0,25	(III) 1 أ) $f''(x) = (2x-5)e^{-x+1}$ و $f'''(x) = -(2x-7)e^{-x+1}$ ، $f^{(4)}(x) = (2x-9)e^{-x+1}$
	0,25	- التخمين : $f^n(x) = (-1)^n [2x - (2n+1)] e^{1-x}$
	0,50	(2) البرهان بالتراجع أنّ: من أجل كل n من \mathbb{N}^* ، $f^n(x) = (-1)^n [2x - (2n+1)] e^{1-x}$
	0,25	(3) أ. حساب : $u_{k+1} + u_k = 2(-1)^k$
	0,25	ب. $u_1 + u_2 + \dots + u_{2n} = (u_1 + u_2) + (u_3 + u_4) + \dots + (u_{2n-1} + u_{2n}) = -2n$

ملاحظة: تقبل جميع الطرق الممكنة للحل.