

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول: ( 05 نقاط )

نعتبر في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس  $(O; \vec{u}, \vec{v})$  النقطتين  $A$  و  $B$  اللتين لاحقتيهما على الترتيب:  $z_A = 1+i$  و  $z_B = 3i$ .

- (1) اكتب على الشكل الأسّي:  $z_A$  و  $z_B$ .
- (2) ليكن  $S$  التشابه المباشر الذي يرفق بكل نقطة  $M$  لاحقتها  $z$  النقطة  $M'$  ذات اللاحقة  $z'$  حيث:

$$z' = 2iz + 6 + 3i$$

- (أ) عين العناصر المميزة للتشابه المباشر  $S$ .
- (ب) عين  $z_C$  لاحقة النقطة  $C$  صورة النقطة  $A$  بالتشابه المباشر  $S$ .
- (ج) استنتج طبيعة المثلث  $ABC$ .
- (3) لتكن النقطة  $D$  مرجح الجملة  $\{(A; 2), (B; -2), (C; 2)\}$ .
- (أ) عين  $z_D$  لاحقة النقطة  $D$ .
- (ب) عين مع التبرير طبيعة الرباعي  $ABCD$ .
- (4) لتكن  $M$  نقطة من المستوى تختلف عن  $B$  وعن  $D$  لاحقتها  $z$  ولتكن  $(\Delta)$  مجموعة النقط ذات اللاحقة  $z$  التي يكون من أجلها  $\frac{z_B - z}{z_D - z}$  عددا حقيقيا موجبا تماما.
- (أ) تحقق أن النقطة  $E$  ذات اللاحقة  $z_E = 6 + 3i$  تنتمي إلى  $(\Delta)$ .
- (ب) أعط تفسيرا هندسيا لعمدة العدد المركب  $\frac{z_B - z}{z_D - z}$ . عين حينئذ المجموعة  $(\Delta)$ .

التمرين الثاني: ( 05 نقاط )

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ، النقط  $A(1; 1; 0)$ ،  $B(2; 1; 1)$  و  $C(-1; 2; -1)$ .

- (1) (أ) بين أن النقط  $A$ ،  $B$  و  $C$  ليست في استقامية.
- (ب) بين أن المعادلة الديكارتية للمستوي  $(ABC)$  هي:  $x + y - z - 2 = 0$ .
- (2) نعتبر المستويين  $(P)$  و  $(Q)$  اللذين معادلتيهما على الترتيب:

$$(P): x + 2y - 3z + 1 = 0 \quad \text{و} \quad (Q): 2x + y - z - 1 = 0$$

والمستقيم  $(D)$  الذي يشمل النقطة  $F(0; 4; 3)$  و  $G(-1; 5; 3)$  شعاع توجيه له.

(أ) اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (D).

(ب) تحقق أن تقاطع المستويين (P) و (Q) هو المستقيم (D).

(3) عين تقاطع المستويات الثلاث (ABC)، (P) و (Q).

**التمرين الثالث: (10 نقاط)**

(I) لتكن  $f$  الدالة العددية المعرفة على المجال  $I = \left] \frac{1}{2}; +\infty \right[$  بـ:  $f(x) = 1 + \ln(2x - 1)$

وليكن  $(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .

(1) احسب  $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}^+} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ .

(2) بين أن الدالة  $f$  متزايدة تماما على المجال  $I$  ثم شكل جدول تغيراتها.

(3) عين فاصلة النقطة من  $(C_f)$  التي يكون فيها المماس موازيا للمستقيم (d) ذي المعادلة  $y = x$ .

(4) أثبت أنه من أجل كل  $x$  من  $I$  يمكن كتابة  $f(x)$  على الشكل :

$f(x) = \ln(x + a) + b$  حيث:  $a, b$  عدنان حقيقيان يطلب تعيينهما.

(ب) استنتج أنه يمكن رسم  $(C_f)$  انطلاقا من  $(C)$  منحنى الدالة اللوغاريتمية  $\ln$  ثم ارسم  $(C)$  و  $(C_f)$ .

(II) نعتبر الدالة العددية  $g$  المعرفة على المجال  $I$  بـ:  $g(x) = f(x) - x$

(1) احسب  $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}^+} g(x)$  ثم بين أن  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = -\infty$ .

(2) ادرس اتجاه تغير الدالة  $g$  على  $I$  ثم شكل جدول تغيراتها.

(3) أ) احسب  $g(1)$  ثم بين أن المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل في المجال  $\left] \frac{3}{2}; +\infty \right[$  حلا وحيدا  $\alpha$ .  
تحقق أن  $2 < \alpha < 3$ .

(ب) ارسم  $(C_g)$  منحنى الدالة  $g$  على المجال  $\left] \frac{1}{2}; 5 \right]$  في المعلم السابق.

(4) استنتج إشارة  $g(x)$  على المجال  $I$  ثم حدّد وضعية المنحنى  $(C_f)$  بالنسبة إلى (d).

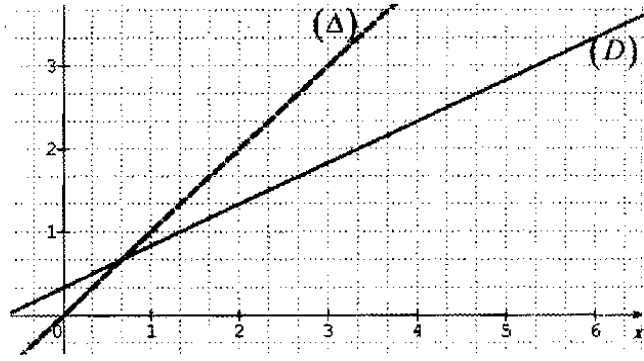
(5) برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  من المجال  $\alpha; 1$  فإن:  $f(x)$  ينتمي إلى المجال  $\alpha; 1$ .

(III) نسمي  $(u_n)$  المتتالية العددية المعرفة على  $\mathbb{N}^*$  كما يأتي:  $u_n = f\left(1 + \frac{1}{2n}\right)$

(1) عين قيمة العدد الطبيعي  $n$  التي من أجلها يكون:  $u_n = 1 + 2\ln 3 - 3\ln 2$ .

(2) احسب بدلالة  $n$  المجموع  $S_n$  حيث:  $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$ .

## الموضوع الثاني



### التمرين الأول: (05 نقاط)

في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس مثلنا  
المستقيمين  $(\Delta)$  و  $(D)$  معادلتيهما على الترتيب:

$$y = x \text{ و } y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{3}$$

(1) لنكن المتتالية  $(u_n)$  المعرفة على مجموعة الأعداد

$$\text{الطبيعية } \mathbb{N} : u_0 = 6 \text{ ومن أجل كل عدد طبيعي } n, u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + \frac{1}{3}$$

أ - انقل الشكل ثم مقل على محور الفواصل الحدود التالية:  $u_0, u_1, u_2, u_3, u_4$  ؛ دون حسابها  
مبرزاً خطوط الرسم.

ب - عيّن إحداثي نقطة تقاطع المستقيمين  $(\Delta)$  و  $(D)$ .

ج - أعط تخميناً حول اتجاه تغير المتتالية  $(u_n)$ .

(2) أ - باستعمال الاستدلال بالتراجع، اثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n, u_n > \frac{2}{3}$ .

ب - استنتج اتجاه تغير المتتالية  $(u_n)$ .

(3) نعتبر المتتالية  $(v_n)$  المعرفة من أجل كل عدد طبيعي  $n$  بالعلاقة:  $v_n = u_n - \frac{2}{3}$ .

أ - بين أن المتتالية  $(v_n)$  هندسية يطلب تحديد أساسها وحدها الأول.

ب - اكتب بدلالة  $n$  عبارة الحد العام  $v_n$ ، واستنتج عبارة  $u_n$  بدلالة  $n$ .

ج - احسب بدلالة  $n$  المجموع  $S_n$  حيث:  $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$  واستنتج المجموع  $S'_n$  حيث:

$$S'_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$$

### التمرين الثاني: (04 نقاط)

(1) حل في مجموعة الأعداد المركبة  $\mathbb{C}$  المعادلة  $z^2 - 6z + 18 = 0$ ، ثم اكتب الحلين على الشكل الأسّي.

(2) في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{u}, \vec{v})$ ، نعتبر النقاط  $A, B, C$  و  $D$

$$\text{لاحقاتها على الترتيب: } z_A = 3 + 3i, z_B = \overline{z_A}, z_C = -z_A, z_D = -z_B$$

أ - بين أن النقاط  $A, B, C$  و  $D$  تنتمي إلى نفس الدائرة ذات المركز  $O$  مبدأ المعلم.

ب - عيّن زاوية الدوران  $R$  الذي مركزه  $O$  ويحول النقطة  $A$  إلى النقطة  $B$ .

ج - بين أن النقاط  $A, O, C$  و  $B$  في استقامة وكذلك النقاط  $O, D$  و  $B$ .

د - استنتج طبيعة الرباعي  $ABCD$ .

### التمرين الثالث: (04 نقاط)

- في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  نعتبر المستوي  $(\mathcal{P})$  الذي معادلته:
- $$x - 2y + z + 3 = 0$$
- (1) نذكر أن حامل محور الفواصل  $(O; \vec{i})$  يعرف بالجملة  $\begin{cases} y=0 \\ z=0 \end{cases}$ .
- عيّن إحداثيات  $A$  نقطة تقاطع حامل  $(O; \vec{i})$  مع المستوي  $(\mathcal{P})$ .
- (2)  $B$  و  $C$  النقطتان من الفضاء حيث:  $B(0; 0; -3)$  و  $C(-1; -4; 2)$ .
- أ - تحقق أن النقطة  $B$  تنتمي إلى المستوي  $(\mathcal{P})$ .
- ب - احسب الطول  $AB$ .
- ج - احسب المسافة بين النقطة  $C$  والمستوي  $(\mathcal{P})$ .
- (3) أ - اكتب تمثيلاً وسيطياً للمستقيم  $(\Delta)$  المارّ بالنقطة  $C$  والعمودي على المستوي  $(\mathcal{P})$ .
- ب - تحقق أن النقطة  $A$  تنتمي إلى المستقيم  $(\Delta)$ .
- ج - احسب مساحة المثلث  $ABC$ .

### التمرين الرابع: (07 نقاط)

- نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}^*$  كما يلي:  $f(x) = x - \frac{1}{e^x - 1}$ .
- نرمز بـ  $(C_f)$  لتمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .
- (1) أ - احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ .
- ب - احسب  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$  وفسّر هندسياً النتيجة.
- (2) ادرس اتجاه تغير الدالة  $f$  على كل مجال من مجالي تعريفها ثم شكّل جدول تغيراتها.
- (3) أ - بيّن أن المنحنى  $(C_f)$  يقبل مستقيمين مقاربين مائلين  $(\Delta)$  و  $(\Delta')$  معادلتيهما على الترتيب:  $y = x$  و  $y = x + 1$ .
- ب - ادرس وضعية  $(C_f)$  بالنسبة إلى كل من  $(\Delta)$  و  $(\Delta')$ .
- (4) أثبت أن النقطة  $\omega\left(0; \frac{1}{2}\right)$  هي مركز تناظر للمنحنى  $(C_f)$ .
- (5) أ - بيّن أن المعادلة  $f(x) = 0$  تقبل حلين  $\alpha$  و  $\beta$  حيث:  $\ln 2 < \alpha < 1$  و  $-1,4 < \beta < -1,3$ .
- ب - هل توجد مماسات لـ  $(C_f)$  توازي المستقيم  $(\Delta)$ ؟
- ج - ارسم  $(\Delta)$ ،  $(\Delta')$  ثم المنحنى  $(C_f)$ .
- د - ناقش بياناً حسب قيم الوسيط الحقيقي  $m$  عدد وإشارة حلول المعادلة:  $(m-1)e^{-x} = m$ .

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول: ( 05 نقاط )

نعتبر في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس  $(O; \vec{u}, \vec{v})$  النقطتين  $A$  و  $B$  اللتين لاحقتيهما على الترتيب:  $z_A = 1+i$  و  $z_B = 3i$ .

(1) اكتب على الشكل الأسّي:  $z_A$  و  $z_B$ .

(2) ليكن  $S$  التشابه المباشر الذي يرفق بكل نقطة  $M$  لاحقتها  $z$  النقطة  $M'$  ذات اللاحقة  $z'$  حيث:

$$z' = 2iz + 6 + 3i$$

(أ) عين العناصر المميزة للتشابه المباشر  $S$ .

(ب) عين  $z_C$  لاحقة النقطة  $C$  صورة النقطة  $A$  بالتشابه المباشر  $S$ .

(ج) استنتج طبيعة المثلث  $ABC$ .

(3) لتكن النقطة  $D$  مرجح الجملة  $\{(A; 2), (B; -2), (C; 2)\}$ .

(أ) عين  $z_D$  لاحقة النقطة  $D$ .

(ب) عين مع التبرير طبيعة الرباعي  $ABCD$ .

(4) لتكن  $M$  نقطة من المستوى تختلف عن  $B$  وعن  $D$  لاحقتها  $z$  ولتكن  $(\Delta)$  مجموعة النقط ذات

اللاحقة  $z$  التي يكون من أجلها  $\frac{z_B - z}{z_D - z}$  عددا حقيقيا موجبا تماما.

(أ) تحقق أن النقطة  $E$  ذات اللاحقة  $z_E = 6 + 3i$  تنتمي إلى  $(\Delta)$ .

(ب) أعط تفسيراً هندسياً لعمدة العدد المركب  $\frac{z_B - z}{z_D - z}$ . عين حينئذ المجموعة  $(\Delta)$ .

التمرين الثاني: ( 05 نقاط )

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  النقط  $A(1; 1; 0)$  و

$B(2; 1; 1)$  و  $C(-1; 2; -1)$ .

(1) (أ) بين أن النقط  $A$ ،  $B$  و  $C$  ليست في استقامة.

(ب) بين أن المعادلة الديكارتية للمستوي  $(ABC)$  هي:  $x + y - z - 2 = 0$ .

(2) نعتبر المستويين  $(P)$  و  $(Q)$  اللذين معادلتيهما على الترتيب:

$$(Q): 2x + y - z - 1 = 0 \quad \text{و} \quad (P): x + 2y - 3z + 1 = 0$$

والمستقيم  $(D)$  الذي يشمل النقطة  $F(0; 4; 3)$  و  $\vec{u}(-1; 5; 3)$  شعاع توجيه له.

- (أ) اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم  $(D)$  .  
 (ب) تحقق أن تقاطع المستويين  $(P)$  و  $(Q)$  هو المستقيم  $(D)$  .  
 (3) عين تقاطع المستويات الثلاث  $(ABC)$ ،  $(P)$  و  $(Q)$  .

### التمرين الثالث: (10 نقاط)

(I) لتكن  $f$  الدالة العددية المعرفة على المجال  $I = \left] \frac{1}{2}; +\infty \right[$  بـ:  $f(x) = 1 + \ln(2x - 1)$

وليكن  $(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  .

(1) احسب  $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}^+} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  .

(2) بين أن الدالة  $f$  متزايدة تماما على المجال  $I$  .

(3) عين فاصلة النقطة من  $(C_f)$  التي يكون فيها المماس موازيا للمستقيم  $(d)$  ذي المعادلة  $y = x$  ، ثم اكتب معادلة له .

(4) (أ) أثبت أنه من أجل كل  $x$  من  $I$  يمكن كتابة  $f(x)$  على الشكل :

$f(x) = \ln(x + a) + b$  حيث:  $a, b$  عدنان حقيقيان يطلب تعيينهما .

(ب) استنتج أنه يمكن رسم  $(C_f)$  انطلاقا من  $(C)$  منحنى الدالة اللوغاريتمية النيبيرية  $\ln$

(لا يطلب رسم  $(C)$  و  $(C_f)$  .)

(II) نعتبر الدالة العددية  $g$  المعرفة على المجال  $I$  بـ:  $g(x) = f(x) - x$

(1) احسب  $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}^+} g(x)$  ثم بين أن  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = -\infty$  .

(2) ادرس اتجاه تغير الدالة  $g$  على  $I$  ، ثم حدّد القيمة الحدية لها .

(3) احسب  $g(1)$  ثم بين أن المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل في المجال  $\left] \frac{3}{2}; +\infty \right[$  حلا وحيدا  $\alpha$  .

تحقق أن  $2 < \alpha < 3$  .

(4) استنتج إشارة  $g(x)$  على المجال  $I$  ثم حدّد وضعية المنحنى  $(C_f)$  بالنسبة إلى  $(d)$  .

(5) برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  من المجال  $\alpha; 1$  ،  $f(x)$  ينتمي إلى المجال  $\alpha; 1$  .

(III) نسمي  $(u_n)$  المتتالية العددية المعرفة على  $\mathbb{N}^*$  كما يأتي:  $u_n = f\left(1 + \frac{1}{2n}\right)$

(1) عين قيمة العدد الطبيعي  $n$  التي من أجلها يكون:  $u_n = 1 + 2\ln 3 - 3\ln 2$  .

(2) احسب بدلالة  $n$  المجموع  $S_n$  حيث:  $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$  .

## الموضوع الثاني

### التمرين الأول: (05 نقاط)

لتكن المتتالية  $(u_n)$  المعرفة على مجموعة الأعداد الطبيعية  $\mathbb{N}$  بـ :

$$u_0 = 6 \text{ ومن أجل كل عدد طبيعي } n, u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + \frac{1}{3}$$

(1) أ - احسب  $u_1, u_2, u_3, u_4$ .

ب - في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس، عيّن إحداثي نقطة تقاطع المستقيمين  $(\Delta)$  و  $(D)$

اللذين معادلتيهما على الترتيب  $y = x$  و  $y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{3}$ .

(2) أ - باستعمال الاستدلال بالتراجع، أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n, u_n > \frac{2}{3}$ .

ب - استنتج اتجاه تغير المتتالية  $(u_n)$ .

(3) نعتبر المتتالية  $(v_n)$  المعرفة من أجل كل عدد طبيعي  $n$  بالعلاقة:  $v_n = u_n - \frac{2}{3}$ .

أ - بَيِّنْ أَنَّ المتتالية  $(v_n)$  هندسية يطلب تحديد أساسها وحدّها الأول.

ب - اكتب بدلالة  $n$  عبارة الحد العام  $v_n$ ، واستنتج عبارة  $u_n$  بدلالة  $n$ .

ج - احسب بدلالة  $n$  المجموع  $S_n$  حيث:  $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$  واستنتج المجموع  $S'_n$  حيث:

$$S'_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$$

### التمرين الثاني: (04 نقاط)

(1) حل في مجموعة الأعداد المركبة  $\mathbb{C}$  المعادلة  $z^2 - 6z + 18 = 0$ ، ثم اكتب الحلين على الشكل الأسّي.

(2) في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{u}, \vec{v})$ ، نعتبر النقط  $A, B, C$  و  $D$

لاحقاتها على الترتيب:  $z_A = 3 + 3i, z_B = \overline{z_A}, z_C = -z_A, z_D = -z_B$  و  $z_D = -z_B$ .

أ - بَيِّنْ أَنَّ النقط  $A, B, C$  و  $D$  تنتمي إلى نفس الدائرة ذات المركز  $O$  مبدأ المعلم.

ب - عيّن زاوية للدوران  $R$  الذي مركزه  $O$  ويحول النقطة  $A$  إلى النقطة  $B$ .

ج - بَيِّنْ أَنَّ النقط  $A, O, C$  في استقامة وكذلك النقط  $B, O, D$ .

د - استنتج طبيعة الرباعي  $ABCD$ .

### التمرين الثالث: (04 نقاط)

في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  نعتبر المستوي  $(\mathcal{P})$  الذي معادلته :

$$x - 2y + z + 3 = 0$$

(1) نذكر أَنَّ حامل محاور الفواصل  $(O; \vec{i})$  يعرف بالجملة  $\begin{cases} y=0 \\ z=0 \end{cases}$ .

- عيّن إحداثيات  $A$  نقطة تقاطع حامل  $(O; \vec{i})$  مع المستوي  $(\mathcal{P})$ .

2)  $B$  و  $C$  النقطتان من الفضاء حيث:  $B(0; 0; -3)$  و  $C(-1; -4; 2)$ .

أ - تحقق أن النقطة  $B$  تنتمي إلى المستوي  $(\mathcal{P})$ .

ب - احسب الطول  $AB$ .

ج - احسب المسافة بين النقطة  $C$  والمستوي  $(\mathcal{P})$ .

3) أ - اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم  $(\Delta)$  المار بالنقطة  $C$  والعمودي على المستوي  $(\mathcal{P})$ .

ب - تحقق أن النقطة  $A$  تنتمي إلى المستقيم  $(\Delta)$ .

ج - احسب مساحة المثلث  $ABC$ .

#### التمرين الرابع: (07 نقاط)

نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}^*$  كما يلي:  $f(x) = x - \frac{1}{e^x - 1}$ .

نرمز بـ  $(C_f)$  لتمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .

1) أ) احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ .

ب) احسب  $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$  وفسر هندسيا النتيجة.

2) ادرس اتجاه تغير الدالة  $f$  على كل مجال من مجالي تعريفها.

3) أ) بين أن المنحنى  $(C_f)$  يقبل مستقيمين مقاربين مائلين  $(\Delta)$  و  $(\Delta')$  معادلتيهما على الترتيب

$$y = x \text{ و } y = x + 1.$$

ب) ادرس وضعية  $(C_f)$  بالنسبة إلى كل من  $(\Delta)$  و  $(\Delta')$ .

4) أثبت أن النقطة  $\omega\left(0; \frac{1}{2}\right)$  هي مركز تناظر للمنحنى  $(C_f)$ .

5) أ) بين أن المعادلة  $f(x) = 0$  تقبل حلين  $\alpha$  و  $\beta$  حيث:  $\ln 2 < \alpha < 1$  و  $-1,4 < \beta < -1,3$ .

ب) هل توجد مماسات لـ  $(C_f)$  توازي  $(\Delta)$ ؟

6) أ) تحقق أنه من أجل كل  $x$  من  $\mathbb{R}^*$  فإن:  $\frac{1}{e^x - 1} = \frac{e^{-x}}{1 - e^{-x}}$ .

ب) ناقش جبريا حسب قيم الوسيط الحقيقي  $m$  عدد وإشارة حلول المعادلة:  $f(x) = x + m$ .



## الإجابة النموذجية وسلم التقييط

العلامة		عناصر الاجابة ( الموضوع الأول)	محاو الموضوع
المجموع	مجزأة		
05		التمرين الأول: ( 5 نقاط)	الأعداد المركبة
	0,5×2	1. كتابة $z_B$ و $z_A$ على الشكل الأسّي: $z_B = 3e^{i\frac{\pi}{2}}$ ، $z_A = \sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$	
	0,25×3	2. أ) المركز $B$ ، النسبة 2 ، الزاوية $\frac{\pi}{2}$	
	0,5	ب) $z_C = 4 + 5i$	
	0,5	ج) مثلث قائم في $B$	
	0,5	3. أ) $z_D = 5 + 3i$	
	0,5	ب) $ABCD$ مستطيل لأن: $z_{\overline{AB}} = z_{\overline{DC}}$ ، $\hat{B} = 90^\circ$	
	0,25	4. أ) $\frac{z_B - z_E}{z_D - z_E} = 6$	
0,5	ب) $\arg\left(\frac{z_B - z}{z_D - z}\right) = (\overline{MD}, \overline{MB}) = 0 + 2k\pi$		
0,5	$(\Delta) = (BD) - [BD]$		
05		التمرين الثاني: ( 5 نقاط)	الهندسة الفضائية
	1	1. أ) النقط $A$ ، $B$ و $C$ ليست في استقامية لأن $\overline{AB}$ ، $\overline{AC}$ غير مرتبطين خطيا.	
	1	ب) $(ABC): x + y - z - 2 = 0$	
	1	2. أ) تمثيل وسيطي للمستقيم $(D): \begin{cases} x = -t \\ y = 5t + 4 \\ z = 3t + 3 \end{cases} (t \in \mathbb{R})$	
	1	ب) التحقق أن $(D) \subset (P)$ و $(D) \subset (Q)$	
	1	أو حل الجملة. (الانتقال من جملة معادلتين إلى التمثيل الوسيطي)	
	3. $(P) \cap (Q) \cap (ABC) = \{E(-1; 9; 6)\}$		

محاو ر الموضوع	عناصر الاجابة (تابع الموضوع الأول)		العلامة	
			مجزأة	المجموع
المتاليات + الدوال اللوغاريتمية	التمرين الثالث: (10 نقاط)			
	1. I. $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}^+} f(x) = -\infty$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$		0,5	
	2. $f'(x) = \frac{2}{2x-1} > 0$ ومنه $f$ متزايدة تماما على $I$		0,75	
	جدول التغيرات		0,25	
	3. $f'(x) = 1$ تكافئ $x = \frac{3}{2}$		0,5	
	سلم خاص بالمكفوفين: معادلة المماس ..... 0,75			
	4. $f(x) = \ln(x - \frac{1}{2}) + 1 + \ln 2$		0,5	
	(ب) $(C_f)$ ينتج من $(C)$ بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{u}(\frac{1}{2}; 1 + \ln 2)$			
	أو في المعلم $(\vec{i}, \vec{j})$ حيث $(\omega; \frac{1}{2}; 1 + \ln 2)$ $(C_f)$ هو منحنى الدالة $\ln$		0,5	
	رسم $(C)$ و $(C_f)$ .			
	سلم خاص بالمكفوفين: تعطى 0,5 لشرح كيفية رسم $(C_f)$ فقط (لا يطلب الرسم)			
	1. II. $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = -\infty$ و $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}^+} g(x) = -\infty$		0,5+0,25	
	2. اتجاه تغير $g$ : $g'(x) = \frac{3-2x}{2x-1}$ وإشارته:		2x0,5	
	$g$ متزايدة تماما على $[\frac{1}{2}; \frac{3}{2}]$ ومتناقصة تماما على $[\frac{3}{2}; +\infty[$		0,25	
	- جدول التغيرات		0,5	
	سلم خاص بالمكفوفين: القيمة الحدية $g(\frac{3}{2}) = \ln 2 - \frac{1}{2}$ ..... 0,5			
	3. $g(1) = 0$		0,25	
	$g(\alpha) = 0$ و $2 < \alpha < 3$		1	
	(ب) رسم $(C_g)$ .		0,5	
	4. إشارة $g(x)$		0,5	
	- وضعية المنحني $(C_f)$ بالنسبة إلى $(d)$		0,5	
	5. من أجل كل $x$ من $]1; \alpha[$ ، $]\alpha; 1[$ $f(x) \in ]1; \alpha[$		0,5	
	1. III. $u_n = 1 + \ln(1 + \frac{1}{n})$		0,25	
	$n = 8$		0,5	
	2. $S_n = n + \ln(n+1)$		0,5	

مجاور	عناصر الاجابة	العلامة
الموضوع	الموضوع الثاني	مجزأة
المتتاليات العديدية	التمرين الأول: ( 05 نقاط)	
	1. أ - تمثيل على محور الفواصل الحدود : $u_0, u_1, u_2, u_3, u_4$	1
	ب - $(\Delta)$ و $(D)$ يتقاطعان في النقطة ذات الإحداثيتين $(\frac{2}{3}; \frac{2}{3})$	0,25
	ج - التخمين: يبدو أن المتتالية $(u_n)$ متناقصة تماما.	0,25
	سلم خاص بالمكفوفين:	
	1. أ - حساب $u_1, u_2, u_3, u_4$ ..... 1	
	ب - إحداثيي نقطة تقاطع المستقيمين $(\Delta)$ و $(D)$ : $(\frac{2}{3}; \frac{2}{3})$ ..... 0,5	
	2. أ - استعمال الاستدلال بالتراجع لإثبات $u_n > \frac{2}{3}$	0,75
	ب - $u_{n+1} - u_n = -\frac{1}{2}(u_n - \frac{2}{3})$ ؛ $u_{n+1} - u_n < 0$ وبالتالي $(u_n)$ متناقصة تماما	0,5
	3. أ - $v_{n+1} = \frac{1}{2}v_n$ إذن $(v_n)$ هندسية أساسها $\frac{1}{2}$ وحدها الأول $v_0 = \frac{16}{3}$	0,75
	ب - كتابة بدلالة $n$ عبارة الحد العام $v_n$ : $v_n = \frac{16}{3} \times (\frac{1}{2})^n$	0,5
	$u_n = \frac{16}{3} \times (\frac{1}{2})^n + \frac{2}{3}$	0,25
الأعداد المركبة	$S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n = \frac{32}{3} [1 - (\frac{1}{2})^{n+1}]$ - $\rightarrow$	0,5
	$S'_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n = n + 1 + \frac{32}{3} [1 - (\frac{1}{2})^{n+1}]$	0,25
	التمرين الثاني: ( 04 نقاط)	
	1. حل في $\square$ المعادلة: $\Delta' = -9 = (3i)^2$ ؛ $z' = 3 + 3i$ ؛ $z'' = 3 - 3i$	0,75
	- الشكل الأسّي للحلين: $z' = 3\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$ ؛ $z'' = 3\sqrt{2}e^{-i\frac{\pi}{4}}$	0,5
	2. أ - $ z_A  =  z_B  =  z_C  =  z_D  = 3\sqrt{2}$ أي $OA = OB = OC = OD = 3\sqrt{2}$	1
	ب - تعيين زاوية للدوران $R$ : $\frac{z_B}{z_A} = e^{-i\frac{\pi}{2}}$ ومنه $(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}) = -\frac{\pi}{2} + 2k\pi$ مع $(k \in \square)$	0,5
	ج - $\frac{z_D}{z_B} = -1$ ، $\frac{z_C}{z_A} = -1$ هما عددان حقيقيان إذن $C, O, A$ والنقط $D, O, B$ في استقامة. أو $z_B + z_D = 0$ ، $z_A + z_C = 0$ ومنه $O$ منتصف كل من $[BD]$ ، $[AC]$	0,5
	د - $ABCD$ مربع (القطران متناصفان، متعامدان ومتقايسان)	0,75

العلامة		عناصر الاجابة	معاور
المجموع	مجزأة	تابع للموضوع الثاني	الموضوع
04		التمرين الثالث: ( 04 نقاط)	الهندسة الفضائية
	0,5	1. $A(-3;0;0)$	
	0,25	2. أ - لدينا $0 - 2 \times 0 + (-3) + 3 = 0$ معناه $B \in (\mathcal{P})$	
	0,5	ب - حساب الطول $AB$ : لدينا $AB(3;0;-3)$ ومنه $AB = \sqrt{9+0+9} = 3\sqrt{2}$	
	0,75	ج - $\partial(C;(\mathcal{P})) = \frac{ -1+8+2+3 }{\sqrt{1+4+1}} = \frac{12}{\sqrt{6}} = 2\sqrt{6}$	
	0,75	3. أ - $\vec{u}(1;-2;1)$ هو شعاع توجيهي لـ $(\Delta)$ وبالتالي $\begin{cases} x = -1+t \\ y = -4-2t \\ z = 2+t \end{cases}$	
	0,5	ب - تحقق أن النقطة $A$ تنتمي إلى المستقيم $(\Delta)$ : $t = -2$ إذن $A \in (\Delta)$	
	0,75	ج - حساب مساحة المثلث $ABC$ : $\frac{1}{2} AB \times AC = \frac{1}{2} \times 3\sqrt{2} \times 2\sqrt{6} = 6\sqrt{3} \text{ ua}$	
07		التمرين الرابع: ( 07 نقاط)	
	0,5	1. $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$	
	0,5	ب $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty$ $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = +\infty$	
	0,25	$x = 0$ معادلة مستقيم مقارب للمنحنى $(C_f)$	
	0,25+0,5	2. المشتقة + الإشارة	
	2x0,25	- جدول التغيرات + اتجاه التغير	
	0,5	سلم خاص بالمكفوفين: اتجاه التغير .....	
	2x0,25	3. مستقيمان مقاربا $(\Delta): y = x$ $(\Delta'): y = x + 1$	
	2x0,5	تحديد الوضعية	
	0,25	4. $\omega(0; 0,5)$ مركز تناظر	
	2x0,5	5. أ) إثبات وجود وحصر كل من $\alpha$ ، $\beta$ (تطبيق نظرية القيم المتوسطة)	
	0,5	ب) $f'(x) = 1$ معادلة ليس لها حل في $\mathbb{R}^*$ ومنه لا توجد مماسات .	
	0,75	ج) رسم $(\Delta)$ ، $(\Delta')$ ، $(C_f)$	
	0,25	د) $(m-1)e^{-x} = m$ تكافئ $f(x) = x + m$	
	0,25	المناقشة حسب قيم $m$ .	
		سلم خاص بالمكفوفين:	
	0,5	6. أ) التحقق من المساواة. ....	
	0,75	ب) المناقشة حسب قيم $m$ .....	