



على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

(u_n) متتالية عددية معرفة بعدها الأول $u_0 = 1$ حيث $u_0 = 1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = 1 - \frac{9}{u_n + 5}$

- (1) أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n > -2$
 ب) بين أن (u_n) متتالية متناقصة تماما على \mathbb{N} واستنتج أنها متقاربة.

(2) نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n = \frac{1}{u_n + 2}$

- أثبت أن المتتالية (v_n) حسابية أساسها $\frac{1}{3}$ يطلب تعيين حدها الأول .

(3) عبّر بدلالة n عن u_n و v_n ، و احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

(4) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_0 v_0 + u_1 v_1 + \dots + u_n v_n = \frac{1}{3}(1 - n^2)$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

يحتوي صندوق 10 كريات متماثلة لا نفرق بينها باللمس، منها أربع كريات بيضاء مرقمة بـ: 1 ، 2 ، 2 ، 3 وثلاث كريات حمراء مرقمة بـ: 2 ، 2 ، 3 وثلاث كريات خضراء مرقمة بـ: 2 ، 3 ، 3 نسحب عشوائيا وفي آن واحد 3 كريات من هذا الصندوق.

نعتبر الحادثتين A : "الكريات الثلاث المسحوبة تحمل ألوان العلم الوطني" و B : "الكريات الثلاث المسحوبة لها نفس الرقم".

(1) أ) احسب: $P(A)$ و $P(B)$ احتمالي الحادثتين A و B على الترتيب.

ب) بين أن: $P(A \cap B) = \frac{1}{20}$ ثم استنتج $P_A(B)$ و $P(A \cup B)$.

(2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل نتيجة عملية سحب عدد الكريات التي تحمل رقما فرديا. عرّف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X واحسب أمله الرياضي $E(X)$.

التمرين الثالث: (05 نقاط)

(1) حلّ في مجموعة الأعداد المركبة \mathbb{C} المعادلة ذات المجهول z التالية : $z^2 - \sqrt{3}z + 1 = 0$

(2) المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$

A، B و C ثلاث نقط من المستوي لاحتقاتها على الترتيب: z_A, z_B, z_C حيث :

$$z_A = \frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}, \quad z_B = \frac{\sqrt{3}}{2} + i\frac{1}{2}, \quad z_C = \bar{z}_B \quad (\text{يُرمز بـ } \bar{z}_B \text{ لمرافق } z_B)$$

اكتب z_A و z_B على الشكل الأسّي ثم عيّن قيم العدد الطبيعي n بحيث يكون: $\left(\frac{z_A}{z_B}\right)^n = \frac{1+i\sqrt{3}}{2}$

(3) أ) تحقق أن: $\frac{z_B}{z_C} = e^{i\frac{\pi}{3}}$ وحدّد طبيعة المثلث OBC .

ب) استنتج أن: B هي صورة C بدوران r يطلب تعيين عناصره المميزة.

(4) نسمي (γ) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z التي تحقق: $|z| = \left| \bar{z} - \frac{\sqrt{3}+i}{2} \right|$

عيّن طبيعة المجموعة (γ) ثم عيّن صورتها بالدوران r .

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I. g الدالة العددية المعرفة على \mathbb{R} كما يلي: $g(x) = 2 + (x-1)e^{-x}$.

أ) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$.

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكّل جدول تغيراتها.

ج) بيّن أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $-0.38 < \alpha < -0.37$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ على \mathbb{R} .

II. لتكن f الدالة المعرفة على \mathbb{R} ب: $f(x) = 2x + 1 - xe^{-x}$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي

المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(1) أ) احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

ب) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - (2x+1))$ ، ثم فسّر النتيجة بيانيا.

ج) ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمستقيم $(\Delta): y = 2x + 1$ حيث:

(2) بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x يكون $f'(x) = g(x)$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكّل جدول تغيراتها.

(3) اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1.

(4) ارسم (Δ) ، (T) والمنحنى (C_f) (نأخذ $f(\alpha) = 0.8$).

(5) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة ذات المجهول x : $x = (1-m)e^x$.

(6) أ) باستعمال المكاملة بالتجزئة عيّن الدالة الأصلية للدالة $x \mapsto xe^{-x}$ على \mathbb{R} والتي تتعدم من أجل $x = 1$.

ب) احسب العدد A مساحة الحيز المستوي المحدّد بالمنحنى (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها $x = 1$ ،

$x = 3$ و $y = 2x + 1$.

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط)

- (1) احسب كلا من u_1 ، u_2 و u_3 .
- (2) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $\frac{2n+3}{2n+1} > 1$ ثم استنتج اتجاه تغير المتتالية (u_n) .
- (3) (v_n) متتالية عددية معرفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ : $v_n = 2n+1$.
 أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $e^{u_n} = v_n$.
 ب) استنتج عبارة الحد العام للمتتالية (u_n) بدلالة n ثم احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.
- (4) احسب المجموعين S_n و T حيث:
- $$T = e^{u_{1439}} + e^{u_{1440}} + \dots + e^{u_{2018}} \quad \text{و} \quad S_n = \ln\left(\frac{v_1}{v_0}\right) + \ln\left(\frac{v_2}{v_1}\right) + \dots + \ln\left(\frac{v_n}{v_{n-1}}\right)$$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

- الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ، نعتبر النقطة $A(1; -2; 1)$ والمستويين (P_1) و (P_2) اللذين معادلتيهما على الترتيب $-x + y + 2z + 1 = 0$ و $-3x + y + z + 4 = 0$.
- (1) اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) الذي يشمل النقطة A و $\vec{u}(1; 5; -2)$ شعاع توجيه له .
- (2) بين أن المستويين (P_1) و (P_2) متقاطعان ثم تحقق أن تقاطعهما هو المستقيم (Δ) .
- (3) اكتب معادلة ديكارتية للمستوي (Q) الذي يشمل $B(-1; 4; 0)$ ويعامد كلا من (P_1) و (P_2) ثم استنتج تقاطع المستويات الثلاثة (P_1) ، (P_2) و (Q) .
- (4) لتكن $E(2; 3; -1)$ و $H(0; 3; -2)$ نقطتان من الفضاء .
 أ) تحقق أن H هي المسقط العمودي للنقطة B على المستوي (P_1) .
 ب) حدّد طبيعة المثلث EBH ثم احسب V حجم رباعي الوجوه $AEBH$.

التمرين الثالث: (05 نقاط)

- (I) حلّ في مجموعة الأعداد المركبة \mathbb{C} المعادلة : $(\bar{z} - 4 + i)(z^2 - 4z + 5) = 0$ (يرمز \bar{z} لمرافق العدد z)
- (II) في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$ نعتبر النقط A ، B و C التي لاحقاتها على الترتيب $z_A = 2 + i$ ، $z_B = 4 + i$ و $z_C = \bar{z}_A$.
- (1) تحقق أن $\frac{z_B - z_A}{z_C - z_A} = i$ ثم عيّن قيم العدد الطبيعي n بحيث يكون العدد $\left(\frac{z_B - z_A}{z_C - z_A}\right)^n$ تخيليا صرفا .

$$\begin{cases} |z_D - z_A| = |z_B - z_A| \\ \text{Arg}\left(\frac{z_D - z_A}{z_B - z_A}\right) = \frac{\pi}{3} + 2k\pi \quad (k \in \mathbb{Z}) \end{cases} \quad (2) \text{ نقطة من المستوى لاحقها } z_D \text{ حيث:}$$

يُبين أن المثلث ABD متقايس الأضلاع و احسب z_D .

(3) احسب z_G لاحقة النقطة G مركز ثقل المثلث ABD ثم عيّن نسبة وزاوية التشابه المباشر الذي مركزه A ويحول G إلى D .

(4) عيّن (Γ) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z (M تختلف عن C) بحيث: $\text{Arg}\left(\frac{z_G - z}{z_C - z}\right) = \pi + 2k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I- الدالة العددية ذات المتغير الحقيقي x المعرفة على $]0; +\infty[$ بـ:

$$g(x) = \frac{1}{x} - (\ln x)^2 - \ln x - 1 \quad \text{و } (C_g) \text{ المنحنى البياني الممثل لها}$$

كما هو مبين في الشكل المقابل:

- احسب $g(1)$ ثم استنتج بيانيا إشارة $g(x)$.

II- الدالة العددية ذات المتغير الحقيقي x المعرفة على $]0; +\infty[$ بـ:

$$f(x) = \frac{1 + \ln x}{1 + x \ln x} \quad (C_f) \text{ تمثيلها البياني في مستو منسوب}$$

إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

$$(1) \text{ احسب } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) \text{ و بيّن أنّ } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$$

ثم فسّر النتيجة بيانيا.

$$(2) \text{ أ) بيّن أنّه من أجل كل } x \text{ من }]0; +\infty[: f'(x) = \frac{g(x)}{(1 + x \ln x)^2}$$

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها.

$$(3) \text{ بيّن أنّ } y = \left(\frac{e^2}{e-1}\right)x - \frac{e}{e-1} \text{ هي معادلة لـ } (T) \text{ مماس المنحنى } (C_f) \text{ في نقطة تقاطعه مع حامل محور}$$

الفواصل، ثم ارسم المماس (T) و المنحنى (C_f) .

$$(4) \text{ عيّن بيانيا قيم الوسيط الحقيقي } m \text{ بحيث تقبل المعادلة } (e-1)f(x) = e^2x - me \text{ حلين متميزين.}$$

III- n عدد طبيعي حيث $n > 1$ ، I_n مساحة الحيز من المستوي المحدد بحامل محور الفواصل و المنحنى (C_f)

والمستقيمين اللذين معادلتيهما $x = n$ و $x = 1$.

$$(1) \text{ بيّن أنّه من أجل كل عدد طبيعي } n \text{ حيث } n > 1 : I_n = \ln(1 + n \ln n)$$

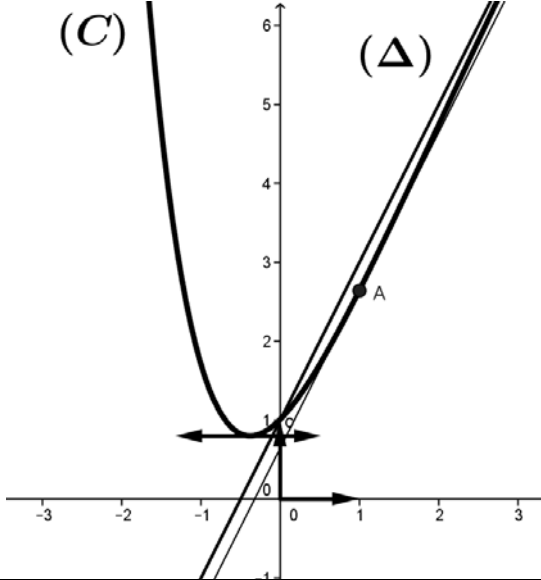
(2) ادرس اتجاه تغير المتتالية (I_n) .

انتهى الموضوع الثاني

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الأول)
مجموع	مجزأة	
02	01	التمرين الأول: (04 نقاط) (1) أ) البرهان بالتراجع..... ب) إثبات أن: (u_n) متناقصة تماما على \mathbb{N}
	0.5	من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} - u_n = \frac{-(u_n + 2)^2}{u_n + 5}$
	0.5	- (u_n) متقاربة
0.75	0.5	(2) إثبات أن (v_n) متتالية حسابية : من أجل كل عدد طبيعي n : $v_{n+1} - v_n = \frac{1}{3}$
	0.25	- حدّها الأول $v_0 = \frac{1}{3}$
01	0.5	(3) - من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n = \frac{1}{3} + \frac{1}{3}n$
	0.25	- من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n = \frac{1}{v_n} - 2$ ومنه $u_n = \frac{-2n+1}{n+1}$
	0.25	- حساب النهاية
0.25	0.25	(4) إثبات أن : من أجل كل عدد طبيعي n : $S_n = u_0v_0 + u_1v_1 + \dots + u_nv_n$ من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n = \frac{1}{u_n + 2}$ معناه $u_nv_n = 1 - 2v_n$
	0.25	$S_n = (1 - 2v_0) + (1 - 2v_1) + \dots + (1 - 2v_n)$ $S_n = \frac{1}{3}(1 - n^2)$
03	0.75×2	التمرين الثاني : (04 نقاط) (1) أ) $P(A) = \frac{3}{10}$ ، $P(B) = \frac{7}{60}$
	0.5×3	ب) $P(A \cap B) = \frac{1}{20}$ و $P_A(B) = \frac{1}{6}$ و $P(A \cup B) = \frac{11}{30}$

01	0.75	<table><tr><td>X_i</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td></tr><tr><td>$P(X_i)$</td><td>$\frac{1}{12}$</td><td>$\frac{5}{12}$</td><td>$\frac{5}{12}$</td><td>$\frac{1}{12}$</td></tr></table>	X_i	0	1	2	3	$P(X_i)$	$\frac{1}{12}$	$\frac{5}{12}$	$\frac{5}{12}$	$\frac{1}{12}$
	X_i	0	1	2	3							
$P(X_i)$	$\frac{1}{12}$	$\frac{5}{12}$	$\frac{5}{12}$	$\frac{1}{12}$								
0.25	$E(X) = \frac{3}{2}$ - الأمل الرياضيائي											
التمرين الثالث : (05 نقاط)												
1.5	0.5×3	(1) حل في \mathbb{C} المعادلة: $z^2 - \sqrt{3}z + 1 = 0$ $Z_2 = \frac{\sqrt{3}+i}{2}$ و $Z_1 = \frac{\sqrt{3}-i}{2}$ و $\Delta = -1 = i^2$										
1.5	2×0.5 0.25×2	(2) - الشكل الاسي: $Z_A = e^{i\frac{\pi}{3}}$ و $Z_B = e^{i\frac{\pi}{6}}$ - $\left(\frac{Z_A}{Z_B}\right)^n = \left(e^{i\frac{\pi}{6}}\right)^n = e^{i\frac{n\pi}{6}}$ ومنه $n = 12k + 2; k \in \mathbb{N}$										
1.5	0.5 0.5 0.5	(3) أ) لدينا $\frac{Z_B}{Z_C} = \frac{e^{i\frac{\pi}{6}}}{e^{i\left(-\frac{\pi}{6}\right)}} = e^{i\frac{\pi}{3}}$ أي $\frac{Z_B - Z_0}{Z_C - Z_0} = e^{i\frac{\pi}{3}}$ ومنه المثلث OBC متقايس الاضلاع ب) $Z_B = e^{i\frac{\pi}{3}} Z_C$ ومنه B هي صورة C بالدوران r الذي مركزه O وزاويته $\frac{\pi}{3}$.										
0.5	0.25 0.25	(4) تعيين مجموعة النقط : $ Z = \left \bar{Z} - \frac{\sqrt{3}}{2} - i\frac{1}{2} \right $ تكافئ $ Z = \bar{Z} - Z_B $ تكافئ $ Z = \bar{Z} - Z_C $ أي $ Z = Z - Z_C $ ومعناها $OM = CM$ و (γ) هي محور القطعة المستقيمة $[OC]$ بما أن: $r(O) = O$ و $r(C) = B$ فإن صورة (γ) بالدوران r هي محور القطعة $[OB]$										

التمرين الرابع : (07 نقاط)		
1.5	0.25×2	I. $g(x) = 2 + (x-1)e^{-x}$ (أ) $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = 2$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = -\infty$ (ب) دراسة اتجاه تغير الدالة g . الدالة g تقبل الاشتقاق على \mathbb{R} ، $g'(x) = (2-x)e^{-x}$ الدالة g متزايدة تماما على $]-\infty; 2]$ ومتناقصة تماما على $[2; +\infty[$ — جدول تغيرات g
	0.25	
	0.5	
	0.25	
01	0.5	(ج) دالة مستمرة ومتزايدة تماما على $]-\infty; 2]$ مغيرة إشارتها فحسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة $g(x) = 0$ تقبل في $]-\infty; 2]$ حلا وحيدا α و $g(-0.38) = -0.017$ ؛ $g(-0.37) = 0.016$ $g(-0.38) \times g(-0.37) < 0$ إذن $-0.38 < \alpha < -0.37$ — استنتاج إشارة $g(x)$
	0.5	
1.25	0.25×2	II. (أ) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ ، $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$ (ب) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - (2x+1)) = 0$ نستنتج أن $y = 2x+1$ (Δ) مستقيم مقارب مائل لـ (C) بجوار $+\infty$ (ج) دراسة الوضع النسبي :
	0.25×2	
	0.25	
1.25	0.5	(2) من أجل كل x من \mathbb{R} $f'(x) = g(x)$
	0.5	f متزايدة تماما على المجال $[\alpha; +\infty[$ و f متناقصة تماما على المجال $]-\infty; \alpha]$
	0.25	— جدول التغيرات
0.5	0.5	(3) معادلة المماس $(T): y = 2x + 1 - e^{-1}$

0.75	0.75	<p>(4) رسم المماس و المنحنى</p> 
0.25	0.25	<p>(5) $f(x) = 2x + m$</p> <p>لما $m \in]-\infty; 1 - \frac{1}{e}[$ المعادلة لا تقبل حلول</p> <p>لما $m = 1 - \frac{1}{e}$ المعادلة تقبل حل مضاعف</p> <p>لما $m \in]1 - \frac{1}{e}; 1[$ المعادلة تقبل حلين موجبيين تماما</p> <p>لما $m = 1$ المعادلة تقبل حل واحد معدوم</p> <p>لما $m \in]1; +\infty[$ المعادلة تقبل حل وحيد سالب تماما</p>
0.5	0.25 0.25	<p>(6) أ) الدالة الأصلية للدالة f على \mathbb{R} والتي تنعدم من أجل القيمة 1 للمتغير</p> $F(x) = \int_1^x te^{-t} dt = (-1-x)e^{-x} + 2e^{-1}$ <p>ب) $A = \int_1^3 ((2x-1) - f(x)) dx = 2e^{-1} - 4e^{-3} u a$</p>

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)
مجموع	مجزأة	
ع		
التمرين الأول: (04 نقاط)		
01.5	0.5×3	(1) حساب u_1 ، u_2 و u_3 : $u_1 = \ln 3$ ، $u_2 = \ln 5$ و $u_3 = \ln 7$
0.25	0.25	(2) نبين أن $\frac{2n+3}{2n+1} > 1$: بما أن $2n+3 > 2n+1$ فإن $\frac{2n+3}{2n+1} > 1$ - اتجاه تغير المتتالية (u_n) : $u_{n+1} - u_n = \ln\left(\frac{2n+3}{2n+1}\right)$ بما أن $\ln\left(\frac{2n+3}{2n+1}\right) > 0$ فإن (u_n) متزايدة تماما
1.75	0.5×2 0.25 0.5	(3) أ) نبين أن $e^{u_n} = v_n$: لدينا $v_0 = 1$ و $e^{u_0} = 1$ و منه الخاصية محققة من أجل $n = 0$ نفرض $e^{u_n} = v_n$ و نبين أن $e^{u_{n+1}} = v_{n+1}$: لدينا : $e^{u_{n+1}} = e^{u_n + \ln\left(\frac{2n+3}{2n+1}\right)} = 2n+3 = v_{n+1}$ ب) استنتاج عبارة u_n : $u_n = \ln v_n = \ln(2n+1)$ $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty$
0.5	0.25 0.25	(4) حساب المجموعين : $S_n = \ln\left(\frac{v_1}{v_0}\right) + \ln\left(\frac{v_2}{v_1}\right) + \dots + \ln\left(\frac{v_n}{v_{n-1}}\right) = \ln v_n - \ln v_0 = \ln\left(\frac{v_n}{v_0}\right) = \ln v_n = u_n$ $T = e^{u_{1439}} + e^{u_{1440}} + \dots + e^{u_{2018}} = v_{1439} + v_{1440} + \dots + v_{2018}$ $= \frac{2018 - 1439 + 1}{2} [2(1439 + 2018) + 2] = 2005640$
التمرين الثاني: (03 نقاط)		
1.25	+0.5 0.75	(1) تمثيل وسيطي للمستقيم (Δ) : $(\Delta) : \begin{cases} x = t + 1 \\ y = 5t - 2 \\ z = -2t + 1 \end{cases} (t \in \mathbb{R})$
0.5	0.25 0.25	(2) التحقق أن المستويين (P_1) ، (P_2) يتقاطعان . - التقاطع وفق المستقيم (Δ)
0.5	0.25	(3) معادلة ديكارتية للمستوي (Q) : $(Q) : x + 5y - 2z - 19 = 0$

	0.25	$E(2;3;-1)$ بالتعويض نجد نقطة التقاطع $(P_1) \cap (P_2) \cap (Q) = (\Delta) \cap (Q)$
0.75	0.25	(4 أ) التحقق أن النقطة H هي المسقط العمودي
	0.25	(ب) طبيعة المثلث EBH : المثلث قائم في H
	0.25	حجم رباعي الوجوه $ABEH$: $V_{ABEH} = \frac{1}{3} S_{EBH} \times d[A, (Q)] = 5 \text{ uv}$ (مساحة المثلث EBH : $S_{EBH} = \frac{1}{2} EH \times HB = \frac{\sqrt{30}}{2}$)
التمرين الثالث: (05 نقاط)		
01	0,25×4	(1) مجموعة حلول المعادلة: $(\bar{z} - 4 + i)(z^2 - 4z + 5) = 0$ هي $S = \{4 + i; 2 - i; 2 + i\}$
1.25	0,25×4	(1) التحقق أن: $\frac{z_B - z_A}{z_C - z_A} = i$
	0.25	قيم العدد الطبيعي : $n = 2k + 1; k \in \mathbb{N}$
01	0.5	(2) أي $\begin{cases} z_D - z_A = z_B - z_A \\ \arg\left(\frac{z_D - z_A}{z_B - z_A}\right) = \frac{\pi}{3} + 2k\pi \quad (k \in \mathbb{Z}) \end{cases}$ ومنه ABD مثلث متقايس الاضلاع.
	0.5	$z_D = e^{i\frac{\pi}{3}}(z_B - z_A) + z_A = 3 + (1 + \sqrt{3})i$
1.25	0.75	(3) حساب z_G : $z_G = 3 + i\left(1 + \frac{\sqrt{3}}{3}\right)$
	0.5	- عناصر التشابه المباشر: نسبته $\sqrt{3}$ و زاويته $\frac{\pi}{6}$
0.5	0.5	(4) طبيعة مجموعة النقط : (Γ) هي القطعة $[CG]$

التمرين الرابع: (08 نقاط)		
1.5	0.5 01	<p>I - حساب $g(1)$</p> <p>- استنتاج إشارة $g(x)$:</p>
1.75	0.75 0.5 0.5	<p>II - (1) حساب النهاية: $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty$</p> <p>و تبيان أن: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$</p> <p>التفسير البياني: $x=0$ و $y=0$ معادلتى المستقيمين المقاربين لـ (C_f)</p>
2.50	01 0.75 0.75	<p>(2) أ- تبيان أن $f'(x) = \frac{g(x)}{(1+x \ln x)^2}$</p> <p>ب- f متناقصة تماما على $[1; +\infty[$ و متزايدة تماما على $]0; 1]$</p> <p>- جدول التغيرات</p>
1.25	0.25 0.25 0.75	<p>(3) (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطة فاصلتها e^{-1}</p> <p>معادلة المماس: $y = \frac{e^2}{e-1}x - \frac{e}{e-1}$: (T)</p> <p>- رسم المماس و المنحنى</p>
0.5	0.25 0.25	<p>(4) المعادلة $(e-1)f(x) = e^2x - me$ تكافئ $f(x) = \frac{e^2}{e-1}x - \frac{e}{e-1}m$ و</p> <p>منه المعادلة تقبل حلين متمايزين من أجل $m > 1$</p>
0.25	0.25	<p>III - (1) $I_n = \int_1^n f(x)dx = [\ln(1+x \ln x)]_1^n = \ln(1+n \ln n)$</p>
0.25	0.25	<p>(2) اتجاه تغير المتتالية (I_n)</p> <p>$I_{n+1} - I_n = \ln\left(\frac{1+(n+1)\ln(n+1)}{1+n \ln n}\right)$ و منه (I_n) متزايدة تماما</p> <p>لأن $(\ln(1+(n+1)\ln(n+1)) > \ln(1+n \ln n))$</p> <p>أو $I_{n+1} - I_n = \int_n^{n+1} f(x)dx > 0$</p>