

EXAMEN Rattrapage

Exercice 1 (5 points)

Mettre le PL suivant sous forme standard, puis sous forme canonique, en précisant à chaque fois la matrice A et les vecteurs B, C :

$$\text{Min } z = 7x_1 + 3x_2 - 4x_3 + x_5$$

S.C:

$$7x_1 + 3x_2 - 4x_3 = 70$$

$$x_1 + x_2 - x_4 = 10$$

$$7x_1 + 3x_3 + x_5 = 20$$

$$x_1 - 4x_5 \leq 0$$

$$x_2 + x_4 \geq 5$$

$$x_1 \geq 0 \quad x_2 \geq 0 \quad x_5 \geq 0$$

Exercice 2 (5 Points)

On considère le PL P :

$$\begin{aligned} \max z = & 9x_1 + 12x_2 + 10x_3 + 7x_4 \\ & 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 + x_4 \leq 10 \\ & 2x_1 + 3x_2 + x_3 + 2x_4 \leq 16 \\ & x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0 \end{aligned}$$

- Multiplier la première inégalité de P par 3, la seconde par 2, et ajouter membre à membre la somme des deux inégalités. En déduire que $z \leq 62$.
- Montrer que $x_1 = 0, x_2 = 4, x_3 = 0, x_4 = 2$ est une solution optimale pour P.

Exercice 3 (10 Points)

Soit le PL:

$$\text{Max } z = -x_1 - x_2$$

$$Sx_1 + Tx_2 \geq 1$$

$$Sx_1 - Tx_2 \leq 3$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

- Donner des conditions sur les paramètres $S, T \in \mathbb{R}$ telles que:
 - Le PL n'a aucune solution réalisable;
 - Le PL a une solution optimale;
 - Le PL a une fonction objectif non majorée.
- Résoudre avec la méthode simplexe tableau le PL suivant avec la matrice de base B initiale associée aux variable x_1, x_2, x_3 :

$$\text{Max } z = x_1 + x_2 + x_3$$

$$-x_1 + x_2 - x_3 \geq -1$$

$$-x_1 + 2x_2 + 3x_3 \leq 2$$

$$x_1 + x_2 + x_3 = 5$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

Note: $B^{-1} = \begin{bmatrix} -1/8 & -1/4 & 5/8 \\ 1/2 & 0 & 1/2 \\ -3/8 & 1/4 & -1/8 \end{bmatrix}$