

EXAMEN EMD

Exercice 1 (5 points)

Une entreprise a obtenu un marché pour construire et fournir 2 0 000 postes de radio dans un délai de 4 semaines. Le client est prêt à payer 20 € (resp. 18, 16 et 14) pour un poste fourni à la fin de la première (resp. seconde, troisième et quatrième) semaine. Puisque l'entreprise ne dispose que de 40 ouvriers permanents et que chaque ouvrier ne peut monter que 50 postes par semaine, il est clair qu'elle ne peut satisfaire son carnet de commande. Elle est donc amenée à recruter des ouvriers temporaires et les instruire.

Un ouvrier expérimenté est, soit un ouvrier permanent, soit un ouvrier temporaire ayant subi une semaine d'instruction. N'importe quel ouvrier expérimenté peut soit passer à la chaîne de montage (commencer à monter des postes), soit instruire trois ouvriers fraîchement recrutés. Après une semaine d'instruction, chaque ouvrier temporaire recruté peut soit passer à la chaîne de montage, soit instruire trois autres ouvriers recrutés.

Actuellement, l'entreprise n'a aucun autre contrat, de sorte que certains ouvriers peuvent éventuellement être inactifs une fois la commande satisfaite. Tous les ouvriers, qu'ils soient temporaires ou permanents, qu'ils soient actifs ou non, doivent être payés jusqu'à la fin de la quatrième semaine. Le salaire hebdomadaire d'un ouvrier expérimenté, actif ou non, est de 200 €, et celui d'un stagiaire en instruction est de 100 €. En dehors des salaires, le coût de production d'un poste est de 5 €. Voici la politique adoptée par la compagnie :

✓ **Semaine 1** : 10 ouvriers sont affectés au montage, 30 à l'instruction de 90 stagiaires recrutés. L'entreprise dépense 8 000 € en salaires pour les ouvriers 9 000 € pour les stagiaires. Elle produit 500 postes et obtient un bénéfice net de 7 500 €. La perte nette de l'entreprise durant cette semaine est de 9 500 €.

✓ **Semaine 2** : 120 ouvriers sont affectés au montage, 10 à l'instruction de 30 stagiaires qu'on vient de recruter. L'entreprise dépense 26 000 € pour les ouvriers et 3 000 € pour les stagiaires. Elle produit 6 000 postes pour 78 000 €. Le profit net de l'entreprise durant cette semaine est donc de 49 000 €.

✓ **Semaine 3** : 160 ouvriers affectés au montage. L'entreprise dépense 32 000 € pour les ouvriers et 9 000 € pour les stagiaires. Elle produit 8 000 postes pour un profit de 88 000 €. Soit un profit net de 56 000 €.

✓ **Semaine 4** : 110 ouvriers sont affectés au montage et 50 ouvriers sont inactifs. L'entreprise dépense 32 000 € en salaires. Elle produit 5 500 postes pour un profit de 49 500 €. Le profit net durant cette semaine est donc de 17 500 €. Au total, le profit net de l'entreprise durant ces quatre semaines est 1 13 000€. Écrire un PL qui exprime l'objectif de maximiser le profit.

- Écrire un PL qui exprime l'objectif de maximiser le profit.

Exercice 2 (5 Points)

Soit le programme d'optimisation suivant :

$$\text{Max } Z = \sum_{i=1}^n c_i x_i + \sum_{i=n+1}^{n+m} \log |c_i|^{x_i}$$

Sujet à:

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j + x_{n+i} = b_{i1}$$

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j - x_{n+i} \geq b_{i2}$$

$a_{ij}, b_{i1} \geq 0, b_{i2} \leq 0, c_i$ sont des constantes réelles, $i = 1, 2, \dots, m, j = 1, 2, \dots, n + m$

$x_j \geq 0, j = 1, 2, \dots, n$

$x_j \in \mathbb{R}, j = n + 1, n + 2, \dots, n + m$

- Donner pour ce programme d'optimisation :
 - Son type;
 - Le nombre de variables de décision;

- Le nombre de contraintes fonctionnelles;
- Son degré de liberté (DL).
- Donner le programme linéaire (PL) équivalent à ce programme d'optimisation.
- Mettre le PL résultant sous forme standard.
- Donner le dual du PL résultant.

Exercice 3 (6 Points)

Soit le PL:

$$\text{Max } z = x_1 + x_2$$

$$Sx_1 + Tx_2 \leq 1$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

- Donner des conditions sur les paramètres $S, T \in \mathbb{R}$ telles que:
 - Le PL n'a aucune solution réalisable;
 - Le PL a une solution optimale;
 - Le PL a une fonction objectif non majorée.
- Résoudre avec la méthode simplexe tableau le PL suivant avec la matrice de base B initiale associée aux variables x_1 et x_2 :

$$\text{Min } z = x_1 + x_2$$

$$-x_1 + x_2 \geq -1$$

$$-x_1 + 2x_2 \leq 2$$

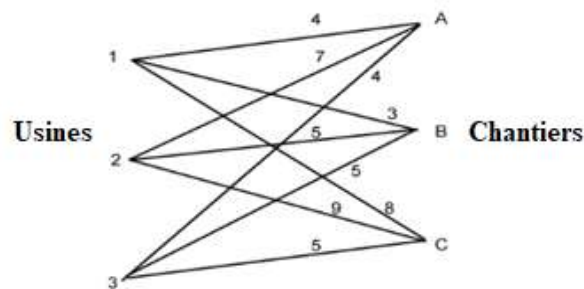
$$x_1, x_2 \geq 0$$

Note: $B^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$

Exercice 4: (4 Points)

Une entreprise doit transporter des fournitures des usines aux chantiers de construction. Les trois usines ont respectivement une capacité d'approvisionnement de 700, 500, 300. Et les trois chantiers en demandent respectivement 500, 500, 500.

Les frais de transport sont indiqués dans le graphique suivant :



- Donner le tableau de ce problème de transport.
- Donner une solution initiale réalisable en utilisant la méthode du coin Nord-Ouest.
- Donner la solution optimale en utilisant la méthode du simplexe appliquée au problème de transport.

Bon courage.