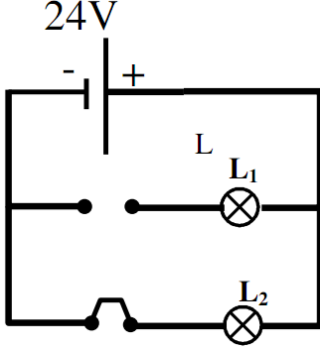


الوحدة التعليمية: المنطق التوافقي

الوضعية التعليمية: جبر بول، تبسيط المعادلات المنطقية

* إشكالية:



* ليكن التركيب التالي:

* ما هي حالة المصباحين L_1 و L_2 وكيف يتم تمثيلهما في النظام الثنائي ؟

- المصباح L_1 منطفئ و المصباح L_2 متوهج.

- توهج المصباح يمثل بالرقم 1 ($L_2=1$) وانطفائه يمثل بالرقم 0 ($L_1=0$).

* ماذا يمثل هذين العددين بالنسبة للدائرة الكهربائية؟

- العدد 1 يمثل مرور التيار و العدد 0 يمثل عدم مرور التيار.

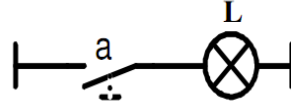
1-تعريف جبر بول:

هو الجبر الذي طرحه العالم والفيلسوف جورج بول سنة 1854، ويستعمل لدراسة الدارات المنطقية، وهو مجموعة من المتغيرات الممثلة بالقيمتين ال "1" وال "0"

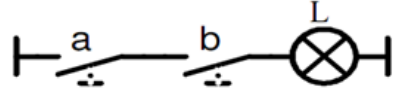
* إشكالية:

a	L
0	0
1	1

* ضع جدول تبين فيه حالات التشغيل الممكنة ؟



* ليكن المخطط الكهربائي التالي:



* ليكن المخطط الكهربائي التالي:

a	b	L
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

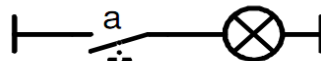
* ضع جدول تبين فيه حالات التشغيل الممكنة ؟

2-جدول الحقيقة:

عبارة عن مخطط يشمل متغيرات الدخول و متغيرات الخروج، يتكون من خانات و أسطر عدد الخانات هو عدد متغيرات الدخول و الخروج و نحصل على عدد الأسطر أو حالات التشغيل الممكنة باتباع القاعدة 2^n حيث أن n هي عدد متغيرات الدخول (2^n هي عدد التوفيقات).

3-الدوال المنطقية الأساسية:

1-3 الدالة المنطقية " نعم " OUI :



* ليكن المخطط الكهربائي التالي:

a	S
0	0
1	1

* ضع جدول الحقيقة لهذا المخطط الكهربائي؟

$$S = a$$

* استخراج معادلة المخرج بدلالة متغيرات الدخول من جدول الحقيقة ؟

* الرمز المنطقي للدالة نعم: الرمز الاوروبي الرمز الامريكي



استنتاج: حالة المخارج تساوي حالة المداخل

3-2- الدالة المنطقية " لا " NON :

* ليكن المخطط الكهربائي التالي:

a	S
0	1
1	0

* ضع جدول الحقيقة لهذا المخطط الكهربائي؟

$$S = \bar{a}$$

* استخراج معادلة المخرج بدلالة متغيرات الدخول من جدول الحقيقة ؟

* الرمز المنطقي للدالة لا: الرمز الاوروبي الرمز الامريكي



استنتاج: حالة المخارج تساوي عكس حالة المخرج

$$a \rightarrow a \equiv a \rightarrow \bar{a} \rightarrow a$$

ملاحظة

3-3- الدالة المنطقية " و " ET (AND):

* ليكن المخطط الكهربائي التالي:

a	b	S
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

* ضع جدول الحقيقة لهذا المخطط الكهربائي؟

$$S = a \cdot b$$

* استخراج معادلة المخرج بدلالة متغيرات الدخول من جدول الحقيقة ؟

* الرمز المنطقي للدالة لا: الرمز الاوروبي الرمز الامريكي



استنتاج: يأخذ المخرج القيمة "1" اذا كانت جميع متغيرات الدخول في الحالة المنطقية "1"

3-4- الدالة المنطقية " أو " OU (OR):

* ليكن المخطط الكهربائي التالي:

a	b	S
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

* ضع جدول الحقيقة لهذا المخطط الكهربائي؟

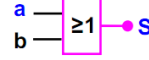
$$S = a + b$$

* استخرج معادلة المخرج بدلالة متغيرات الدخول من جدول الحقيقة ؟

الرمز الأمريكي

الرمز الاوروبي

* الرمز المنطقي للدالة لا:



استنتاج: يأخذ المخرج القيمة "1" اذا كانت حالة احد متغيرات الدخول تساوي "1"

3-5- الدالة المنطقية نفي و "لا و" :NON-ET (NAND)

a	b	S
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

* أوجد جدول الحقيقة للدالة "لا و" انطلاقا من جدول الحقيقة للدالة المنطقية "و" ؟

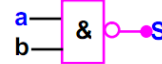
* استخرج معادلة المخرج بدلالة متغيرات الدخول من جدول الحقيقة ؟

$$S = \overline{a \cdot b}$$

الرمز الأمريكي

الرمز الاوروبي

* الرمز المنطقي للدالة لا:



استنتاج: الدالة "لا و" هي نفسها دالة الضرب لكن المخرج معكوس

3-6- الدالة المنطقية نفي أو "لا أو" :NON-OU (NOR)

a	b	S
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

* أوجد جدول الحقيقة للدالة "لا أو" انطلاقا من جدول الحقيقة للدالة المنطقية "أو" ؟

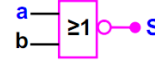
* استخرج معادلة المخرج بدلالة متغيرات الدخول من جدول الحقيقة ؟

$$S = \overline{a + b}$$

الرمز الأمريكي

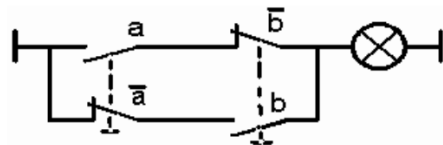
الرمز الاوروبي

* الرمز المنطقي للدالة لا:



استنتاج: الدالة "لا أو" هي نفسها دالة الجمع لكن المخرج معكوس

3-7- الدالة المنطقية "أو استبعادي" :OU Exclusif



* ليكن المخطط الكهربائي التالي:

a	b	S
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

* ضع جدول الحقيقة لهذا المخطط الكهربائي؟

$$S = a\bar{b} + \bar{a}b$$

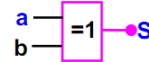
* استخراج معادلة المخرج بدلالة متغيرات الدخول من جدول الحقيقة ؟

$$S = a \oplus b$$

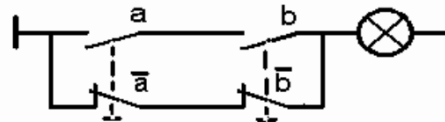
الرمز الأمريكي

الرمز الاوروبي

* الرمز المنطقي للدالة لا:



3-8 - الدالة المنطقية "لا أو استيعادي" ET Inclusif:



* ليكن المخطط الكهربائي التالي:

a	b	S
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

* ضع جدول الحقيقة لهذا المخطط الكهربائي؟

$$S = \bar{a}\bar{b} + ab$$

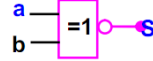
* استخراج معادلة المخرج بدلالة متغيرات الدخول من جدول الحقيقة ؟

$$S = a \odot b$$

الرمز الأمريكي

الرمز الاوروبي

* الرمز المنطقي للدالة لا:



ملاحظة: تسمى الرموز المنطقية الممثلة بالبوابات المنطقية « les portes logiques » وهي موجودة على شكل دارات مندمجة

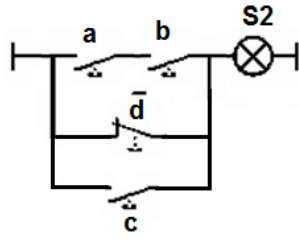
- قلد جميع البوابات المنطقية المدروسة على برنامج multisim وتحقق من جداول تشغيلها

4 - العلاقات الأساسية الشهيرة:

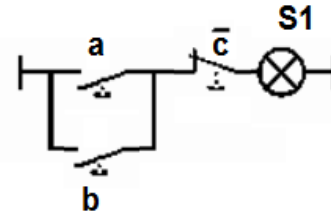
* أكمل الجدول التالي:

العلاقة	التمثيل الكهربائي	العلاقة	التمثيل الكهربائي
$a + 0 = a$		$a + a = a$	
$a \cdot 0 = 0$		$a \cdot a = a$	
$a + 1 = 1$		$a + \bar{a} = 1$	
$a \cdot 1 = a$		$a \cdot \bar{a} = 0$	

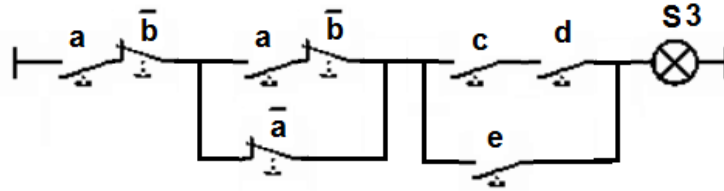
التمرين 01 : اوجد المعادلات المنطقية للتصاميم الكهربائية التالية :



S2=.....



S1=.....



S3=.....

5- تمثيل الدوال المنطقية : تمثل الدوال المنطقية بعدة طرق :

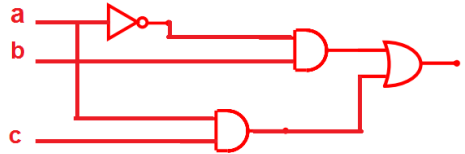
1- بالعبرة الجبرية (المعادلة المنطقية)

2- بجدول الحقيقة

3- بالبوابات المنطقية (التمثيل المنطقي)

4- بالدائرة الكهربائية (التمثيل الكهربائي)

التمرين 02 : 1- اوجد المعادلة المنطقية للدائرة المنطقية التالية ثم انجز جدول الحقيقة لمعادلة الخروج



$$s = \bar{a}.b + b.c$$

2- ارسم التمثيل المنطقي للمعادلة التالية

3- اوجد معادلات الخروج من جداول الحقيقة التالية ثم ارسم التصاميم المنطقية لهذه المعادلات

الحل : للحصول على المعادلة المنطقية من الجدول نقوم بجمع حواصل جداء للقيم 1

	المداخل		المخرج
	a	b	s
	0	0	0
	0	1	1
$\bar{a}.b \rightarrow$	1	0	1
$a.\bar{b} \rightarrow$	1	1	0

a	b	c	S
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

عمل منزلي « home work » :

- تمرين 2 و 3 صفحة 58

6. - نظرية ديمورغان THEOREMES DE DEMORGAN :

* النظرية الأولى: $\overline{\overline{a}} = a$

* النظرية الثانية:

نفي جداء المتغيرات يساوي جمع نفي المتغيرات

نفي جمع المتغيرات يساوي جداء نفي المتغيرات

مثال: $\overline{a \cdot b} = \overline{a} + \overline{b}$

مثال: $\overline{a + b + c} = \overline{a} \cdot \overline{b} \cdot \overline{c}$

$\overline{\overline{a + b}} = \overline{a} \cdot \overline{b}$

$\overline{\overline{a \cdot b}} = \overline{a} + \overline{b}$

7- تبسيط المعادلات المنطقية :

الإشكالية : في العالم الآن هناك حتمية ولا بد منها وهي الحصول على أجهزة ذات حجم صغير وفعالية كبيرة

ولغرض التقليل من حجم هذه الأجهزة لابد من تبسيط المعادلات التابعة لهذه الأجهزة

فكيف يمكن تبسيط هذه المعادلات؟

يمكن تبسيط المعادلات المنطقية بطريقتين

1- الطريقة الجبرية : تعتمد هذه الطريقة على تطبيق خواص جبر بول و العلاقات الأساسية ونظرية ديمورغان

التمرين 03 : قم بتبسيط المعادلات المنطقية التالية

$f = \overline{a} \overline{b} \overline{c} + \overline{a} \overline{b} c + \overline{a} b c$

$g = (a + \overline{a}).(a + b)$

$h = \overline{a} b + \overline{a} \overline{b}$

$f = \overline{a} \overline{b} .(\overline{c} + c) + \overline{a} b c$

$g = 1.(a + b)$

$h = \overline{a} .(b + \overline{b})$

$f = \overline{a} \overline{b} .1 + \overline{a} b c$

$g = a + b$

$h = \overline{a}$

$f = \overline{a} \overline{b} + \overline{a} b c$

$f = \overline{a} .(\overline{b} + b c)$

$f = \overline{a} .((\overline{b} + b).(\overline{b} + c))$

$f = \overline{a} .(\overline{b} + c) = \overline{a} \overline{b} + \overline{a} c$

$$\begin{aligned}
Y &= \overline{a}\overline{b}\overline{c}\overline{d} + \overline{a}\overline{b}c\overline{d} + \overline{a}b\overline{c}\overline{d} + \overline{a}bc\overline{d} + a\overline{b}\overline{c}\overline{d} + a\overline{b}c\overline{d} \\
Y &= \overline{a}\overline{b}\overline{d}(\overline{c} + c) + \overline{a}\overline{b}d(\overline{c} + c) + bc\overline{d}(\overline{a} + a) \\
Y &= \overline{a}\overline{b}\overline{d} + \overline{a}\overline{b}d + bc\overline{d} \\
Y &= \overline{b}\overline{d}(a + \overline{a}) + bc\overline{d} \\
Y &= \overline{d}(\overline{b} + bc) \\
Y &= \overline{d}((\overline{b} + b).(\overline{b} + c)) \\
Y &= \overline{d}(\overline{b} + c) = \overline{b}\overline{d} + c\overline{d}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
S &= \overline{a}\overline{b}\overline{c} + abc + ab\overline{c} \\
S &= b\overline{c}(\overline{a} + a) + abc \\
S &= b\overline{c} + abc \\
S &= b(\overline{c} + ac) \\
S &= b((\overline{c} + a)(\overline{c} + c)) \\
S &= b(\overline{c} + a) = b\overline{c} + ab
\end{aligned}$$

2- استعمال جدول كارنو :

عبارة عن جدول مربع او مستطيل حسب عدد المتغيرات حيث تجمع فيه جميع حالات المخرج, ويتكون من 2^n خانة (n عدد متغيرات الدخول)

	b	0	1
a			
0	$\overline{a}\overline{b}$	$\overline{a}b$	
1	$a\overline{b}$	ab	

مثال : جدول كارنو بمتغيرين

عدد متغيرات الدخول 2

عدد الخانات $2^2 = 4$

- لدينا المعادلة المنطقية التالية : $S = \overline{a}\overline{b}c + \overline{a}b\overline{c} + abc$

- اعطي جدول الحقيقة

- مثل هذه المعادلة بواسطة جدول كارنو

جدول الحقيقة

جدول كارنو

	bc	00	01	11	10
a					
0		0	1	0	0
1		0	1	1	0

a	b	c	s
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

مراحل تبسيط معادلة منطقية باستعمال جدول كارنو

1- تمثيل كل عوامل المعادلة في الخانات المناسبة بالرقم 1

2- نجتمع الخانات المتجاورة المعطاة لها القيمة 1

3- قراءة وكتابة الاجماعات

ملاحظة : الجمع يكون بالواحد او الاثنين او الأربع او الثمانية او 2^n حيث n عدد طبيعي

تمرين 04 : بسط المعادلات التالية باستعمال جدول كارنو

$$s1 = ab + \bar{a}\bar{b}$$

$$s2 = abc + \bar{a}bc + \bar{a}\bar{b}c + \bar{a}b\bar{c} + a\bar{b}\bar{c}$$

$$s3 = ab\bar{c}d + abcd + ab\bar{c}\bar{d} + a\bar{b}cd$$

مثل التصميم المنطقي للمعادلة s3

التمرين 05 : استخرج المعادلات المبسطة من جدول كارنو

bc	00	01	11	10
a				
0	1	0	0	1
1	0	1	1	0

a	0	1
b		
0	1	0
1	0	1

a	0	1
b		
0	1	1
1	0	1

cd	00	01	11	10
ab				
00	0	1	1	0
01	0	0	0	0
11	1	1	1	1
10	1	1	1	1

cd	00	01	11	10
ab				
00	1	1	1	1
01	0	0	0	0
11	0	0	0	0
10	1	1	1	1

cd	00	01	11	10
ab				
00	0	0	0	0
01	0	1	1	0
11	1	1	1	1
10	1	1	1	1

عمل منزلي « home work » :

- تمرين 2 صفحة 64