

## Corrigé exo 5 et 6 de la série Normalisation

### exercice 5:

Soit la relation  $R\{A,B,C,D,E,G,H\}$

$F=\{$

- (1)  $G \rightarrow A,$
- (2)  $AB \rightarrow C,$
- (3)  $B \rightarrow D,$
- (4)  $CD \rightarrow E,$
- (5)  $CE \rightarrow GH\}$

- 1) calculer la fermeture transitive de G ( $G^+$ )
- 2) calculer la fermeture transitive de BC ( $BC^+$ )
- 3) Donner toutes les clés candidates par la méthode de réduction de la superclé.

1)  $G^+ = \{G\}$

#### 1<sup>ière</sup> itération:

$G \rightarrow A \quad G^+ = \{G, A\}$

$G^+$  a changé donc 2<sup>ième</sup> itération

#### 2<sup>ième</sup> itération

$G^+ = \{G, A\}$

DF (1)  $G^+$  reste inchangé

DF (2)  $G^+$  reste inchangé

DF (3)  $G^+$  reste inchangé

DF (4) et (5)  $G^+$  reste inchangé

donc  $G^+ = \{G, A\}$  est inchangé dans cette itération donc on arrête. La fermeture transitive de G

$G^+ = \{G, A\}$

2)  $BC^+$

initialisation :  $BC^+ = \{B, C\}$

#### 1<sup>ière</sup> itération:

DF (1)  $BC^+$  reste inchangé

DF (2)  $BC^+$  reste inchangé

DF(3)  $BC^+ = \{B, \underline{C}, \underline{D}\}$

DF(4)  $BC^+ = \{B, \underline{C}, \underline{D}, \underline{E}\}$

DF (5)  $BC^+ = \{B, C, D, E, G, H\}$

$BC^+$  a été modifié on passe à 2<sup>ième</sup> itération

#### 2<sup>ième</sup> itération

$BC^+ = \{B, C, D, E, \underline{G}, H\}$

DF (1)  $BC^+ = \{B, C, D, E, G, H, A\}$

les autres DF (de 2 à 5)  $BC^+$  reste inchangé

$BC^+$  a changé dans cette itération donc on passe à la 3<sup>ième</sup> itération

#### 3<sup>ième</sup> itération

$BC^+ = \{B, C, D, E, G, H, A\}$

Toutes les DF ne vont rien changer dans  $BC^+$  (c'est normal car  $BC^+$  de la deuxième itération contient tous les attributs de R. ou bien dans cette itération  $BC^+$  reste inchangé donc arrêt)

3) les clés candidates par réduction de superclé.

superclé: tous les attributs de R ou pour optimiser l'union des attributs se trouvant à la partie gauche des DF

ABCDEG (on peut omettre l'attribut H car il n'est dans la partie gauche d'aucune DF)

réduction de la superclé:

ABCDEG  $\rightarrow$  ABCDEG (car  $G \rightarrow A$ )  $\rightarrow$  BCDEG ( $CE \rightarrow G$ )  $\rightarrow$  BCDE ( $CD \rightarrow E$ )  $\rightarrow$  BC D ( $B \rightarrow D$ ) BC clé candidate

ABCDEG  $\rightarrow$  ABCDEG ( $CD \rightarrow D$ )  $\rightarrow$  ABCDG ( $B \rightarrow D$ )  $\rightarrow$  ABCG  $\rightarrow$  ABCG ( $B \rightarrow C$ )  $\rightarrow$  BG ( $G \rightarrow A$ ) BG clé candidate

ABCDEG  $\rightarrow$  ABCDGEG ( $CE \rightarrow G$ )  $\rightarrow$  ABCDEG ( $CD \rightarrow E$ )  $\rightarrow$  ABCD ( $B \rightarrow D$ )  $\rightarrow$  ABC ( $AB \rightarrow C$ ) (AB) clé candidate

nous avons 3 clé candidates.

#### exercice 6:

Soit la relation  $R\{A,B,C,D,E,F\}$

$\{AC \rightarrow D, B \rightarrow AF, C \rightarrow BE, F \rightarrow EC\}$

1) Donner les clés candidates par fermeture transitive sur les attributs.

2) donner les couvertures minimales

1) clés candidates:

$A^+ = \{A\}$  1ère itération  $A^+$  reste inchangé on arrête A n'est pas une clé candidate

$B^+ = \{B\}$

**1ère itération**

$B \rightarrow AF$ ,  $B^+ = \{B, A, F\}$ ,

$F \rightarrow EC$ ,  $B^+ = \{B, A, F, E, C\}$

$B^+$  a changé donc **2ième itération**

$B^+ = \{B, A, F, E, C, D\}$ ,

$AC \rightarrow D$ ,  $B^+ = \{B, A, F, E, C, D\}$

$B^+$  a changé donc **3ième itération**  $B^+ = \{B, A, F, E, C, D\}$

à la 3ième itération  $B^+$  reste inchangé (on arrête) de plus tous les attributs sont générés donc **B est une clé candidate**

$C^+ = \{C\}$ ,

1ère itération

$C \rightarrow BE$  donc  $C^+ = \{C, B, E\}$ ,

$C^+$  a changé donc **2ième itération**

### 2ième itération

$B \twoheadrightarrow AF$  donc  $C^+ = \{C, B, E, A, F\}$ ,

$F \twoheadrightarrow EC$  donc  $C^+ = \{C, B, E, A, F\}$

$C^+$  a changé donc **3ième itération**

### 3 ième itération

$AC \twoheadrightarrow D$  donc  $C^+ = \{C, B, E, A, F, D\}$ ,

$B^+$  a changé donc 4ième itération

**4ième itération**  $C^+$  reste inchangé donc **on arrête** de plus  $C^+$  génère tous les attributs donc **C est une clé candidate**.

$D^+ = \{D\}$

1ière itération  $D^+ = \{D\}$  reste inchangé on arrête donc D n'est pas une clé candidate

$E^+ = \{E\}$  1ière itération  $E^+$  reste inchangé arrêt

$F^+ = \{F\}$ ,

### 1ière itération

$F \twoheadrightarrow EC$  donc  $F^+ = \{F, E, C\}$ ,

$F^+$  a changé donc 2ième itération

### 2ième itération

$C \twoheadrightarrow B$  donc  $F^+ = \{F, E, C, B\}$ ,

$F^+$  a changé donc 3ième itération

### 3ième itération

$B \twoheadrightarrow AF$  donc  $F^+ = \{F, E, C, B, A\}$ ,

$F^+$  a changé donc 4ième itération

### 4ième itération

$AC \twoheadrightarrow D$  donc  $F^+ = \{F, E, C, B, A, D\}$ ,

$F^+$  a changé donc 5ième itération

### 5ième itération

$F^+ = \{F, E, C, B, A, D\}$  reste inchangé on arrête. De plus F génère tous les attributs donc **F est une clé candidate**.

## 2) couverture minimale

a) décomposition:

$\{AC \rightarrow D, B \rightarrow AF, C \rightarrow BE, F \rightarrow EC\}$

$\{(1) AC \twoheadrightarrow D, (2) B \twoheadrightarrow A, (3) B \twoheadrightarrow F, (4) C \twoheadrightarrow B, (5) C \twoheadrightarrow E, (6) F \twoheadrightarrow E, (7) F \twoheadrightarrow C\}$

2) élimination des DF non élémentaire.

seule la DF (1) a en partie gauche 2 attributs, elle sera donc vérifiée si elle n'est pas élémentaire. les autres DF ont toutes un seul attribut en partie gauche et donc ne peuvent pas être augmentées.

vérification de la DF  $AC \twoheadrightarrow D$

on calcule les fermetures transitives de A puis de C si la fermeture de A ou de C contient D alors  $AC \twoheadrightarrow D$  est augmentée.

$A^+ = \{A\}$ , voir première question

$C^+ = \{A, B, C, D, E, F\}$  C est une clé candidate (1ière question) donc D appartient à  $C^+$  donc  $C \twoheadrightarrow D$  et C est inclus dans  $AC \twoheadrightarrow D$  donc  $AC \twoheadrightarrow D$  sera supprimé et remplacé par  $C \twoheadrightarrow D$ .

nouvel ensemble de DF { (1)  $C \twoheadrightarrow D$ , (2)  $B \twoheadrightarrow A$ , (3)  $B \twoheadrightarrow F$ , (4)  $C \twoheadrightarrow B$ , (5)  $C \twoheadrightarrow E$ , (6)  $F \twoheadrightarrow E$ , (7)  $F \twoheadrightarrow C$  }

3) supprimer les DF déduites

$F \twoheadrightarrow C$  et  $C \twoheadrightarrow E$  donc  $F \twoheadrightarrow E$  par transitivité donc  $F \twoheadrightarrow E$  (6) est à supprimer

nouvel ensemble de DF

{ (1)  $C \twoheadrightarrow D$ , (2)  $B \twoheadrightarrow A$ , (3)  $B \twoheadrightarrow F$ , (4)  $C \twoheadrightarrow B$ , (5)  $C \twoheadrightarrow E$ , ~~(6)  $F \twoheadrightarrow E$~~ , (7)  $F \twoheadrightarrow C$  } donc

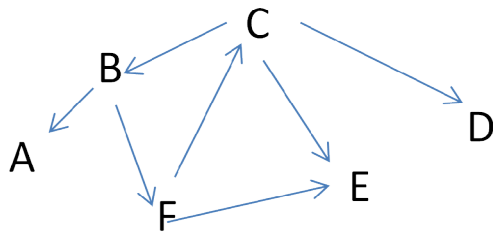
1<sup>ère</sup> CM est {  $C \twoheadrightarrow D$ ,  $B \twoheadrightarrow A$ ,  $B \twoheadrightarrow F$ ,  $C \twoheadrightarrow B$ ,  $C \twoheadrightarrow E$ ,  $F \twoheadrightarrow C$  }

On peut aussi trouver une autre couverture minimale en faisant deux transitivités:

$C \twoheadrightarrow B$  et  $B \twoheadrightarrow F$  par transitivité  $C \twoheadrightarrow F$

$C \twoheadrightarrow F$  et  $F \twoheadrightarrow E$  par transitivité  $C \twoheadrightarrow E$  donc  $C \twoheadrightarrow E$  est à supprimer

2<sup>ème</sup> CM {  $C \twoheadrightarrow D$ ,  $B \twoheadrightarrow A$ ,  $B \twoheadrightarrow F$ ,  $C \twoheadrightarrow B$ ,  $F \twoheadrightarrow E$ ,  $F \twoheadrightarrow C$  }.



on peut utiliser un graphe des DF pour détecter les DF déduite dite aussi redondantes.