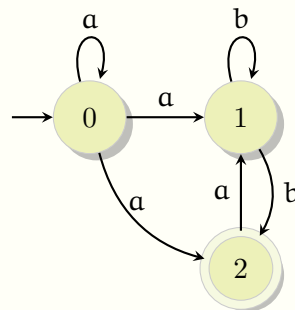


6. Exercices de TD

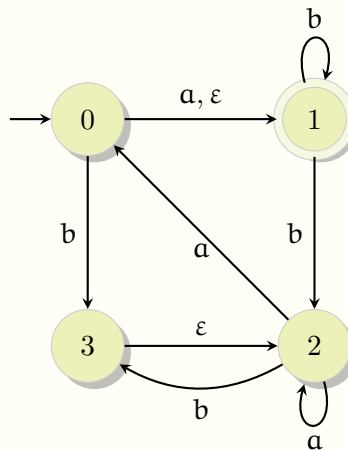
Exercice 1

Déterminez et minimisez si nécessaire l'automate suivant :



Exercice 2

Déterminez et minimisez si nécessaire l'automate suivant :



Exercice 3

Minimiser l'automate suivant (l'état initial est 1, les états finaux sont {3, 6, 8}) :

État	a	b	c
1	2	3	4
2	1	5	6
3	1	5	6
4	2	6	1
5	4	7	8
6	4	5	3
7	4	5	3
8	9	3	6
9	7	3	9

Exercice 4

Donnez les automates à états finis qui acceptent les langages suivants :

- Tous les mots sur $\{a, b, c\}$;
- Tous les mots sur $\{a, b, c\}$ qui se terminent avec un symbole différent de celui du début ;
- Tous les mots sur $\{a, b, c\}$ qui contiennent le facteur ab ;
- Tous les mots sur $\{a, b, c\}$ qui ne contiennent pas le facteur aba ;
- Tous les mots sur $\{a, b, c\}$ qui ne contiennent pas le facteur aac ;
- Tous les mots sur $\{a, b, c\}$ qui ne contiennent ni le facteur aba ni le facteur aac ;
- Tous les mots sur $\{a, b, c\}$ tels que toutes les occurrences de c précèdent celle de b tout en ayant deux a .

Exercice 5

Donnez l'automate qui accepte tous les mots sur $\{a, b\}$ qui contiennent un nombre pair de a . Déduisez-en l'automate qui accepte le langage de tous les mots sur $\{a, b\}$ contenant un nombre pair de a et un nombre pair de b .

Exercice 6

Considérons l'ensemble des nombres binaires, donnez les automates qui acceptent :

- Les nombres multiples de 2 ;
- Les nombres multiples de 4 ;

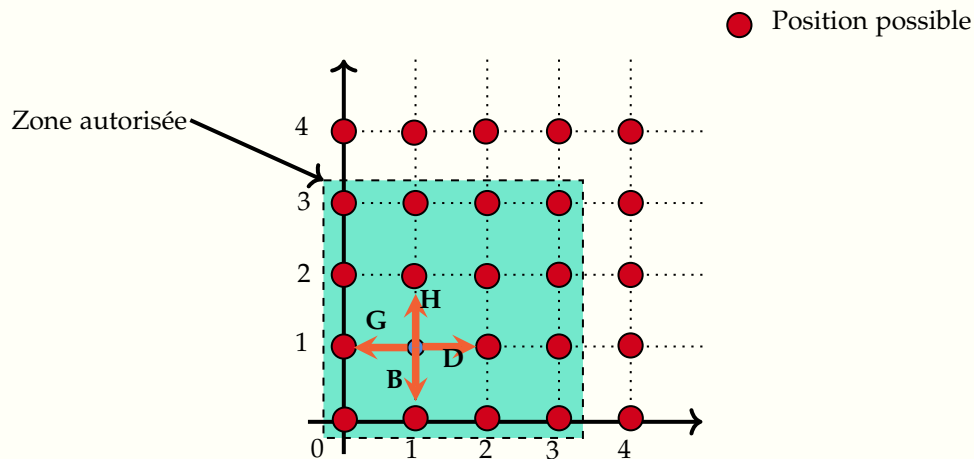
Déduisez-en l'automate qui accepte les multiples des nombres de la forme 2^n ($n > 1$). Si n est fixe, peut-on concevoir un automate qui accepte les multiples de tous les nombres binaires de la forme 2^i ($0 < i \leq n$) et qui permet de simuler le calcul de i ? Si oui, donnez l'automate, si non dites pourquoi ?

Exercice 7

Donnez l'automate qui accepte les nombres binaires multiples de 3. Donnez ensuite deux façons pour construire l'automate qui accepte les multiples de 6.

Exercice 8

Soit un mobile pouvant bouger dans un environnement sous forme d'une matrice $\{0, 1, 2, 3\} \times \{0, 1, 2, 3\}$ selon la figure suivante.



Les mouvements possibles sont D (droite), G (gauche), H (haut) et B (bas). Le mobile prend ses ordres sous forme de mots composés sur l'alphabet $\{D, G, H, B\}$ (tout déplacement se fait d'une unité). Par exemple, si le mobile se trouve sur le point $(0, 0)$, alors le mot DHHG va situer le mobile sur le point $(0, 2)$. Ainsi, on peut parler de *langages* de déplacements permettant d'effectuer telle ou telle tâche. Donnez, si possible, les automates des déplacements (*langages*) suivants (on suppose que le mobile se trouve, au départ, au point $(0, 0)$) :

- Tout chemin assurant que le mobile reste dans la zone autorisée ;
- Les chemins qui n'entrent pas dans le carré $\{1, 2\} \times \{1, 2\}$;
- Les déplacements qui font revenir le mobile vers l'origine des coordonnées.

Exercice 9

Donnez un automate acceptant une date de la forme *jour/mois*. Faites attention aux dates invalides du type 30/02 (on considère que la date 29/02 est valide).

Exercice 10

Donnez un automate déterministe acceptant les nombres réels en langage C. Déduisez-en le programme qui accepte ces nombres.

Exercice 11

Donnez l'automate qui accepte les mots sur $\{a, b, c\}$ qui contiennent un a dans tout facteur de longueur $n \geq 1$.

Exercice 12

Dans un environnement virtuel, un robot se déplace en suivant les ordres donnés sous forme de mots (pour simplifier, on suppose que l'alphabet utilisé est égal à $\{a, b\}$). Par exemple, on peut lui donner l'ordre abba pour lui ordonner d'aller à l'endroit ayant comme nom abba. Si le mot contient une séquence non répertoriée, alors l'emplacement du robot est indéterminé.

- Soient les emplacements ab et ba. Construire un automate déterministe permettant d'aller à deux états finaux différents selon la séquence lue (par exemple, si l'automate vient de lire ab alors il se trouve dans l'état 0, s'il lit ba alors il doit aller à l'état 1);
- Refaites la même chose avec les emplacements $\{aa, bb\}$ et $\{aba, abb\}$;
- Soit un automate qui accepte un seul emplacement u (vous pouvez considérer les automates précédents), quelle caractéristique peut-on donner au langage accepté par cet automate. Déduisez-en une méthode permettant de construire l'automate qui permet d'accepter deux emplacements distincts u et v.