

Slution exercice 1

Méthode Graphique

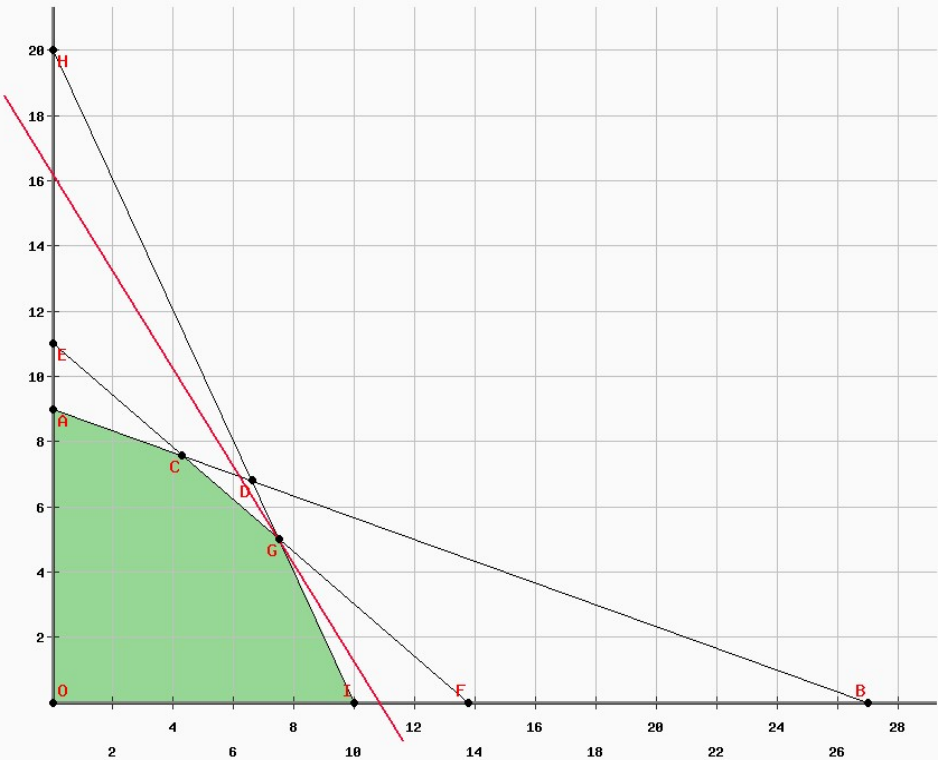
MAXIMISER: $Z = 6 X_1 + 4 X_2$

$3 X_1 + 9 X_2 \leq 81$

$4 X_1 + 5 X_2 \leq 55$

$2 X_1 + 1 X_2 \leq 20$

$X_1, X_2 \geq 0$

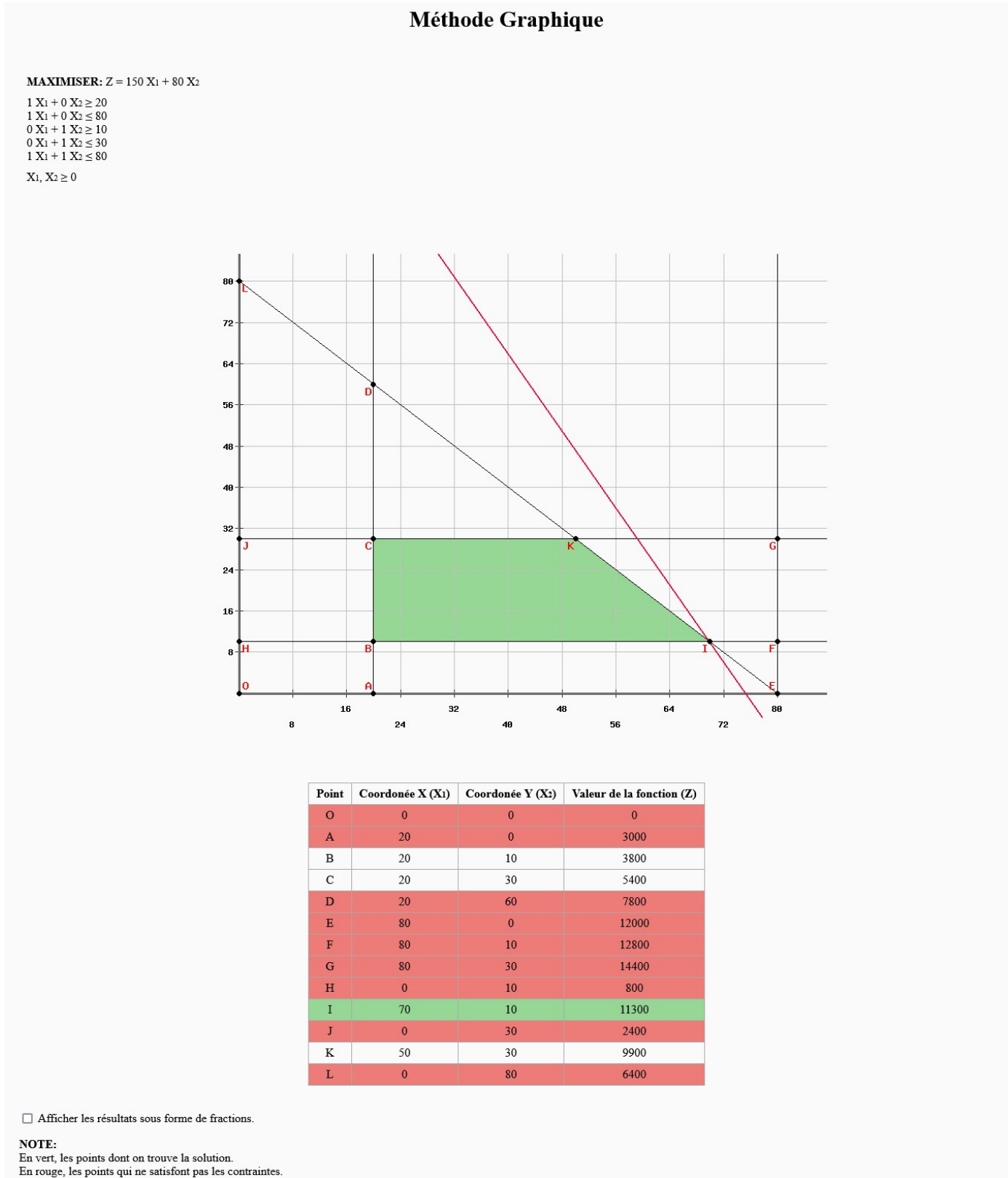


Point	Coordonnée X (X1)	Coordonnée Y (X2)	Valeur de la fonction (Z)
O	0	0	0
A	0	9	36
B	27	0	162
C	4.2857142857143	7.5714285714286	56
D	6.6	6.8	66.8
E	0	11	44
F	13.75	0	82.5
G	7.5	5	65
H	0	20	80
I	10	0	60

☐ Afficher les résultats sous forme de fractions.

NOTE:
En vert, les points dont on trouve la solution.
En rouge, les points qui ne satisfont pas les contraintes.

Solution exercice 2

La solution optimale pour une semaine est $X1^* = 70 \times 7 = 490$, $X2^* = 10 \times 7 = 70$

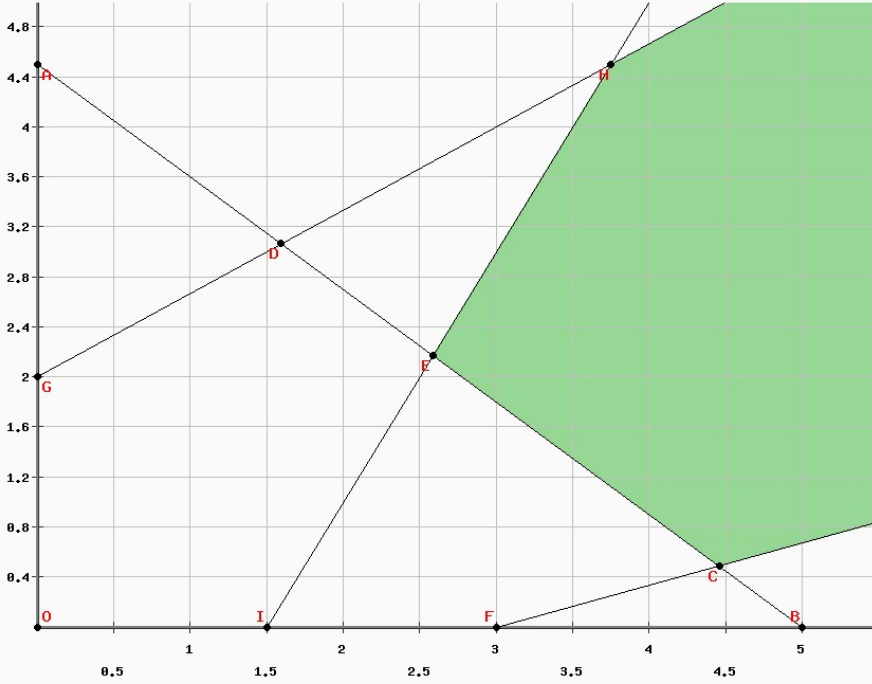
Solution exercice 3

PL 1:

Méthode Graphique

MAXIMISER: $Z = 2 X_1 + 2 X_2$
 $9 X_1 + 10 X_2 \geq 45$
 $1 X_1 - 3 X_2 \leq 3$
 $-2 X_1 + 3 X_2 \leq 6$
 $2 X_1 - 1 X_2 \geq 3$
 $X_1, X_2 \geq 0$

Le problème n'est pas borné.



Point	Coordonnée X (X1)	Coordonnée Y (X2)	Valeur de la fonction (Z)
O	0	0	0
A	0	4.5	9
B	5	0	10
C	4.4594594594595	0.48648648648649	9.8918918918919
D	1.5957446808511	3.063829787234	9.3191489361702
E	2.5862068965517	2.1724137931034	9.5172413793103
F	3	0	6
G	0	2	4
H	3.75	4.5	16.5
I	1.5	0	3

☐ Afficher les résultats sous forme de fractions.

NOTE:

En vert, les points dont on trouve la solution.

En rouge, les points qui ne satisfont pas les contraintes.

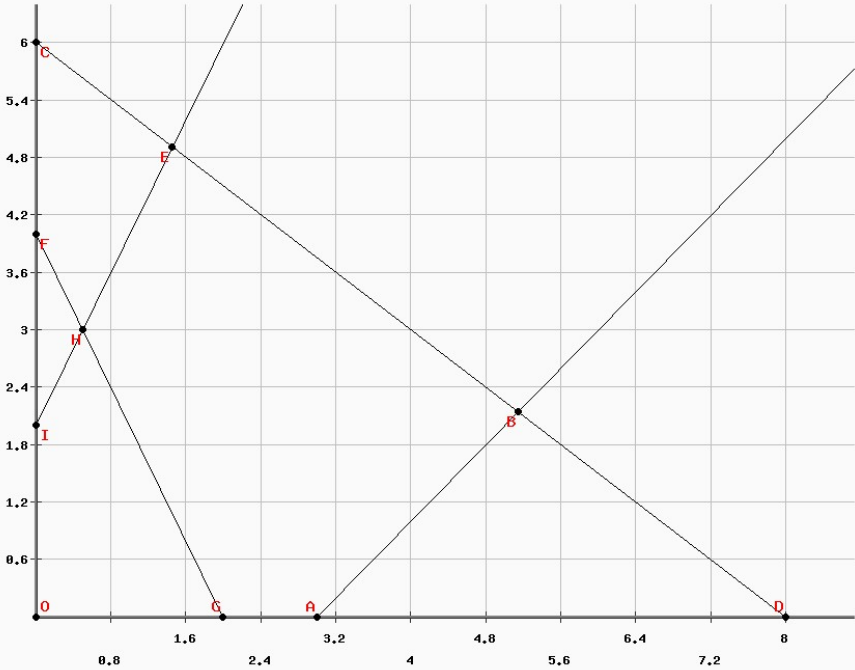
PL 2:

Méthode Graphique

MAXIMISER: $Z = 2 X_1 + 4 X_2$

$1 X_1 - 1 X_2 \geq 3$
 $3 X_1 + 4 X_2 \leq 24$
 $2 X_1 + 1 X_2 \geq 4$
 $-2 X_1 + 1 X_2 \geq 2$
 $X_1, X_2 \geq 0$

Le problème n'a pas de solution.



Point	Coordonnée X (X_1)	Coordonnée Y (X_2)	Valeur de la fonction (Z)
O	0	0	0
A	3	0	6
B	5.1428571428571	2.1428571428571	18.857142857143
C	0	6	24
D	8	0	16
E	1.4545454545455	4.9090909090909	22.545454545455
F	0	4	16
G	2	0	4
H	0.5	3	13
I	0	2	8

☐ Afficher les résultats sous forme de fractions.

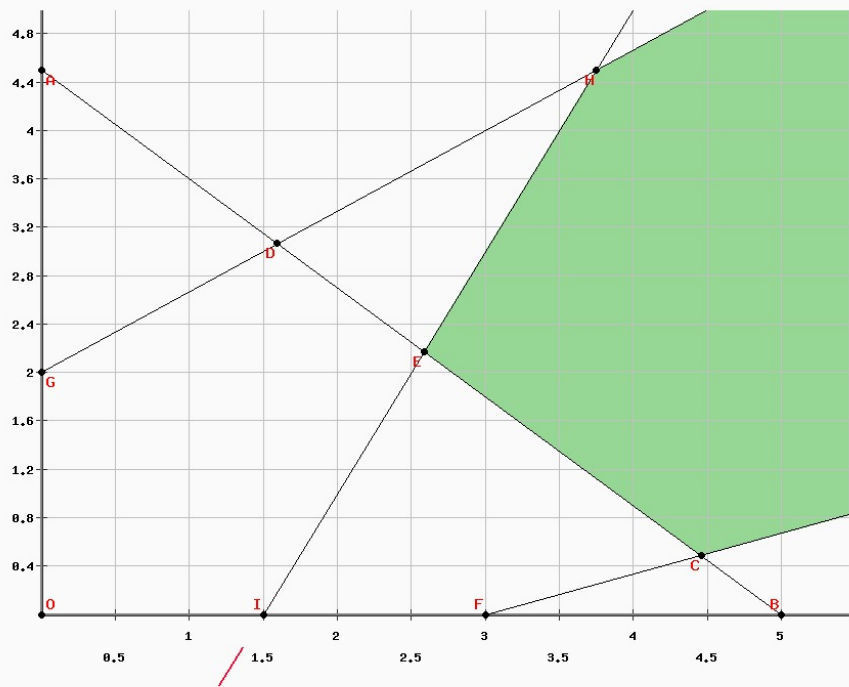
NOTE:
En vert, les points dont on trouve la solution.
En rouge, les points qui ne satisfont pas les contraintes.

PL 3:

Méthode Graphique

MINIMISER: $Z = 2 X_1 - 1 X_2$
 $9 X_1 + 10 X_2 \geq 45$
 $1 X_1 - 3 X_2 \leq 3$
 $-2 X_1 + 3 X_2 \leq 6$
 $2 X_1 - 1 X_2 \geq 3$
 $X_1, X_2 \geq 0$

Le problème n'est pas borné mais comme il s'agit d'un problème de minimisation, est possible de trouver une solution..
Le problème a une infinité de solutions.



Point	Coordonnée X (X1)	Coordonnée Y (X2)	Valeur de la fonction (Z)
O	0	0	0
A	0	4.5	-4.5
B	5	0	10
C	4.4594594594595	0.48648648648649	8.4324324324324
D	1.5957446808511	3.063829787234	0.12765957446809
E	2.5862068965517	2.1724137931034	3
F	3	0	6
G	0	2	-2
H	3.75	4.5	3
I	1.5	0	3

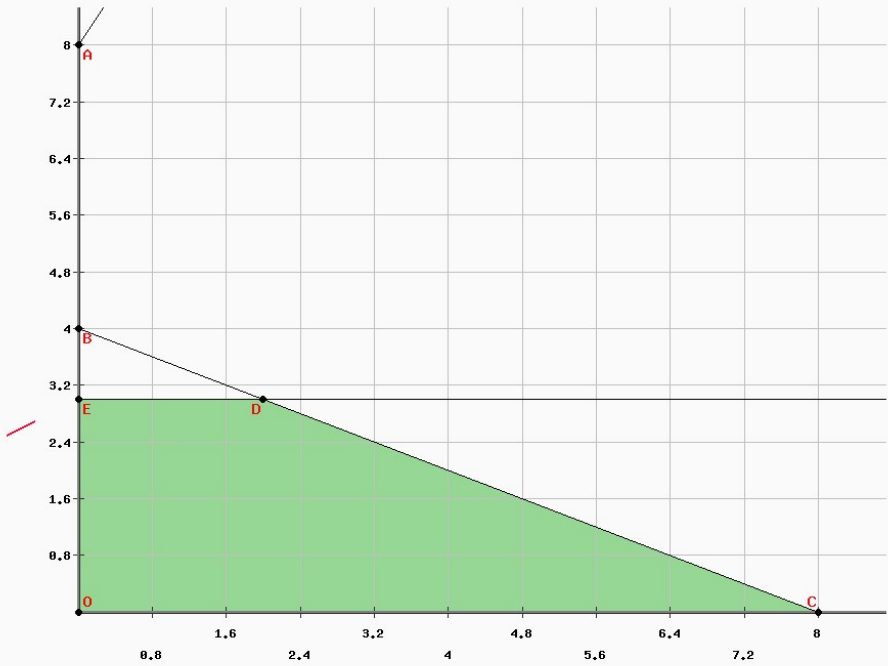
☐ Afficher les résultats sous forme de fractions.

NOTE:
En vert, les points dont on trouve la solution.
En rouge, les points qui ne satisfont pas les contraintes.

PL 4:

Méthode Graphique

MINIMISER: $Z = 2 X_1 - 3 X_2$
 $-2 X_1 + 1 X_2 \leq 8$
 $1 X_1 + 2 X_2 \leq 8$
 $0 X_1 + 1 X_2 \leq 3$
 $X_1, X_2 \geq 0$



Point	Coordonnée X (X_1)	Coordonnée Y (X_2)	Valeur de la fonction (Z)
O	0	0	0
A	0	8	-24
B	0	4	-12
C	8	0	16
D	2	3	-5
E	0	3	-9

☐ Afficher les résultats sous forme de fractions.

NOTE:
En vert, les points dont on trouve la solution.
En rouge, les points qui ne satisfont pas les contraintes.

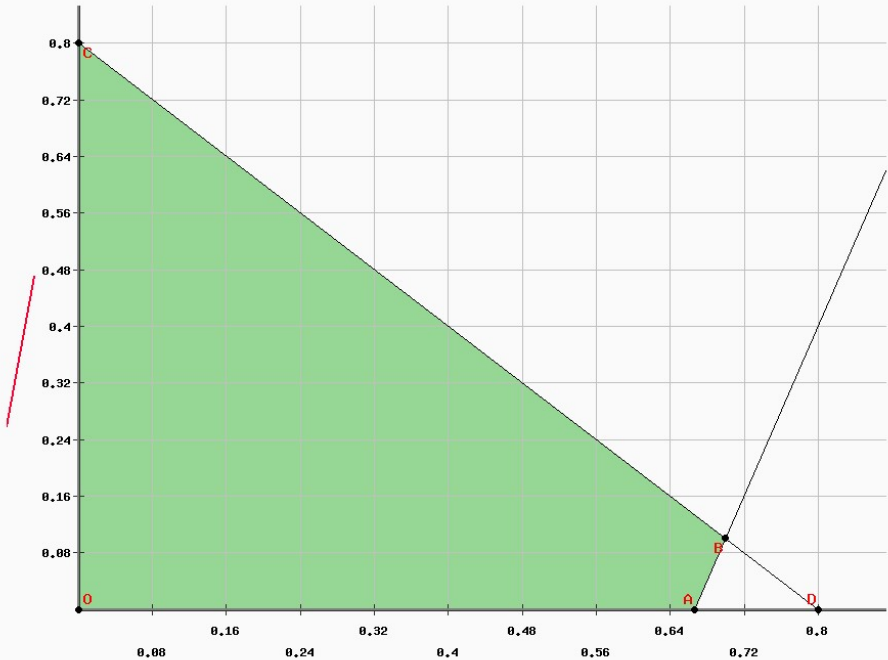
Solution exercice 4

$$\begin{aligned} \text{Min } z &= 25x_1 + 41x_2 + 39x_3 \\ \text{Sc:} \\ x_1 + x_2 + x_3 &= 1 \\ 12x_1 + 52x_2 + 42x_3 &\geq 22 \\ 2x_1 + 2x_2 + 10x_3 &\geq 3.6 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 &\geq 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Min } z &= -14x_1 + 2x_2 + 39 \\ \text{Sc:} \\ -30x_1 + 10x_2 &\geq -20 \\ \Leftrightarrow -8x_1 - 8x_2 &\geq -6,4 \\ x_1 \geq 0, x_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

Méthode Graphique

MAXIMISER: $Z = -14 X_1 + 2 X_2$
 $30 X_1 - 10 X_2 \leq 20$
 $8 X_1 + 8 X_2 \leq 6.4$
 $X_1, X_2 \geq 0$



Point	Coordonnée X (X1)	Coordonnée Y (X2)	Valeur de la fonction (Z)
O	0	0	0
A	0.666666666666667	0	-9.33333333333333
B	0.7	0.1	-9.6
C	0	0.8	1.6
D	0.8	0	-11.2

☐ Afficher les résultats sous forme de fractions.

NOTE:
En vert, les points dont on trouve la solution.
En rouge, les points qui ne satisfont pas les contraintes.

Remarque

il faut ajouter chaque fois 39 à la valeur de fonction Z pour avoir sa valeur exacte.

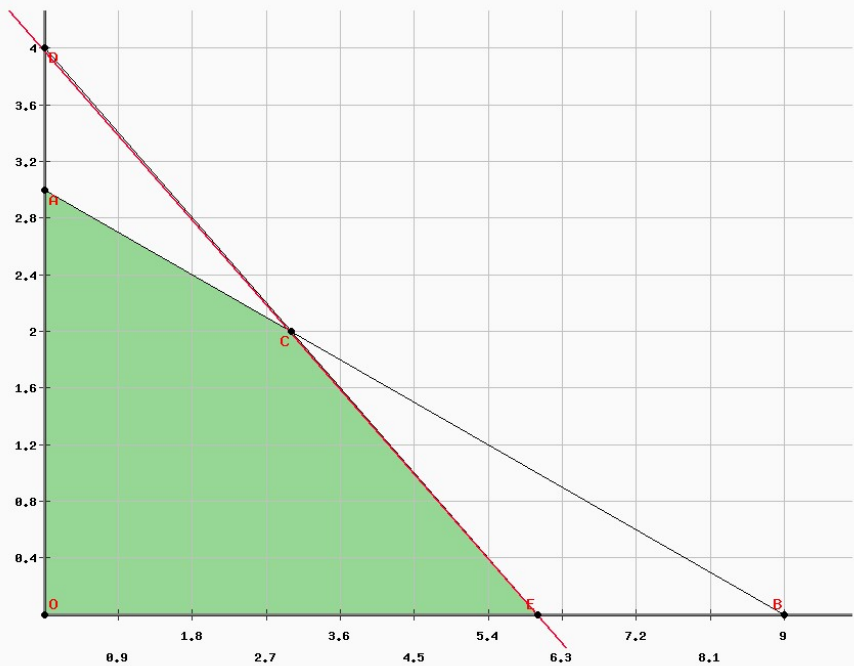
Solution exercice 5

1)

Méthode Graphique

MAXIMISER: $Z = 2 X_1 + 3 X_2$
 $1 X_1 + 3 X_2 \leq 9$
 $2 X_1 + 3 X_2 \leq 12$
 $X_1, X_2 \geq 0$

Le problème a une infinité de solutions.



Point	Coordonnée X (X_1)	Coordonnée Y (X_2)	Valeur de la fonction (Z)
O	0	0	0
A	0	3	9
B	9	0	18
C	3	2	12
D	0	4	12
E	6	0	12

☐ Afficher les résultats sous forme de fractions.

NOTE:
En vert, les points dont on trouve la solution.
En rouge, les points qui ne satisfont pas les contraintes.

La région des solutions réalisables pour ce PL est un polygone convexe.

Si on prend par exemple, les solutions optimales associées aux sommets C(3,2) et E(6,0) alors leur combinaison linéaire qui est donnée par $CE = \lambda C + (1 - \lambda)E, 0 \leq \lambda \leq 1, CE = (6 - 3\lambda, 2\lambda)$ satisfait toutes les contraintes:

- $6 - 3\lambda + 6\lambda = 6 + 3\lambda \leq 9$
- $12 - 6\lambda + 6\lambda = 12 \leq 12$
- $6 - 3\lambda \geq 0$
- $2\lambda \geq 0$

La valeur de la fonction Z dans le point CE est $Z=12 - 6\lambda + 6\lambda = 12$ est identique à sa valeur pour les solution C et E.

2)

Méthode Graphique

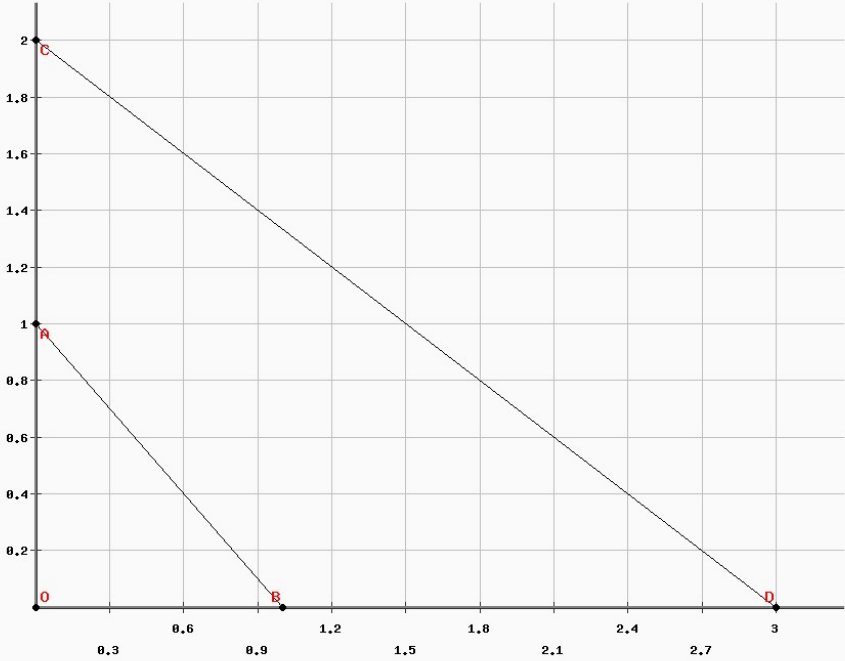
MAXIMISER: $Z = -1 X_1 - 3 X_2$

$1 X_1 + 1 X_2 \leq 1$

$2 X_1 + 3 X_2 \geq 6$

$X_1, X_2 \geq 0$

Le problème n'a pas de solution.



Point	Coordonnée X (X_1)	Coordonnée Y (X_2)	Valeur de la fonction (Z)
O	0	0	0
A	0	1	-3
B	1	0	-1
C	0	2	-6
D	3	0	-3

☐ Afficher les résultats sous forme de fractions.

NOTE:

En vert, les points dont on trouve la solution.

En rouge, les points qui ne satisfont pas les contraintes.