



الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية  
وزارة التربية الوطنية



الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات  
امتحان بكالوريا التعليم الثانوي

دورة: 2021

الشعبة: تقني رياضي

المدة: 04 سا و 30 د

اختبار في مادة: الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

المتتالية العددية  $(u_n)$  معرفة بدّها الأول  $u_0$  حيث:  $u_0 = 3$  ومن أجل كلّ عدد طبيعي  $n$ ،  $u_{n+1} = \frac{7}{9}u_n + 1$

(1) أ. برهن بالتراجع أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي  $n$ ،  $u_n < \frac{9}{2}$

ب. بيّن أنّ المتتالية  $(u_n)$  متزايدة تماما ثمّ استنتج أنّها متقاربة.

(2) المتتالية العددية  $(v_n)$  معرفة على  $\mathbb{N}$  بـ:  $v_n = \frac{1}{3}u_n - \frac{3}{2}$

أ. بيّن أنّ المتتالية  $(v_n)$  هندسية أساسها  $\frac{7}{9}$  ثمّ احسب حدّها الأول.

ب. اكتب عبارة الحدّ العام  $v_n$  بدلالة  $n$

ج. استنتج أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي  $n$ ،  $u_n = -\frac{3}{2}\left(\frac{7}{9}\right)^n + \frac{9}{2}$ ، ثمّ احسب  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

(3) احسب بدلالة العدد الطبيعي  $n$  المجموع  $S_n$  حيث:  $S_n = \frac{1}{3}u_0 + \frac{1}{3}u_1 + \dots + \frac{1}{3}u_n$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

لكلّ سؤال جواب واحد فقط صحيح من بين الأجوبة الثلاثة المقترحة، عيّنه مع التبرير.

(1) من أجل كلّ عدد طبيعي  $n$  نضع:  $a = 3n + 2$ ،  $b = 5n + 1$  و نضع:  $d = \text{PGCD}(a; b)$

مجموعة القيم الممكنة لـ  $d$  هي: (أ)  $\{1; 3\}$  (ب)  $\{1; 7\}$  (ج)  $\{1; 5\}$

(2) نضع:  $A(\alpha) = \ln(e^{3\alpha} + e^\alpha) + \ln(e^{4\alpha} + e^{2\alpha}) + \ln(e^{5\alpha} + e^{3\alpha})$ ، حيث  $\alpha$  عدد حقيقي.

من أجل كلّ عدد حقيقي  $\alpha$  العبارة المبسطة لـ  $A(\alpha)$  هي:

(أ)  $6\alpha + \ln(e^{2\alpha} + 1)$  (ب)  $6 + 3\ln(e^{2\alpha} + 1)$  (ج)  $6\alpha + 3\ln(e^{2\alpha} + 1)$

(3) حلّ المعادلة التفاضلية  $y' = -2y + 4$  الذي يحقق  $y(0) = 2021$  هو الدالة  $h$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:

(أ)  $h(x) = 2019e^{-2x} + 2$  (ب)  $h(x) = 2019e^{2x} + 2$  (ج)  $h(x) = 2021e^{-2x} - 2$



- (4) المتتالية العددية  $(v_n)$  معرّفة من أجل كلّ عدد طبيعي  $n$  بـ:  $v_n = \ln(n+2) - \ln(n+1)$   
 من أجل كلّ عدد طبيعي  $n$  ، المجموع  $v_0 + v_1 + \dots + v_n$  يساوي:
- (أ)  $-\ln(n+1)$  (ب)  $\ln(n+2)$  (ج)  $1 - \ln(n+1)$

#### التمرين الثالث: (05 نقاط)

- (1) ادرس تبعا لقيم العدد الطبيعي  $n$  بواقي القسمة الإقليدية للعدد  $5^n$  على 9  
 (2) عيّن باقي القسمة الإقليدية للعدد  $2021^{1442}$  على 9  
 (3) بيّن أنّ العدد  $2021^{1442} + 1691^{1954} - 8$  مضاعف للعدد 9  
 (4) برهن أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي  $n$  ، العدد  $5^{6n} + 2021^{6n+1} + 1443$  مضاعف للعدد 9  
 (5) من أجل كلّ عدد طبيعي  $n$  نضع:  $A_n = 2021^{1442} + 1691^{1954} + 5n$   
 عيّن الأعداد الطبيعية  $n$  التي من أجلها يكون:  $A_n \equiv 0[9]$

#### التمرين الرابع: (07 نقاط)

- (I) الدالة العددية  $g$  معرّفة على المجال  $[0; +\infty[$  بـ:  $g(x) = x^2 - 5 + e^{x-1}$   
 (1) بيّن أنّ الدالة  $g$  متزايدة تماما على  $[0; +\infty[$   
 (2) أ . بيّن أنّ المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل حلاً وحيداً  $\alpha$  حيث:  $1,71 < \alpha < 1,72$   
 ب . استنتج حسب قيم العدد الحقيقي الموجب  $x$  إشارة  $g(x)$   
 (II) الدالة العددية  $f$  معرّفة على المجال  $[0; +\infty[$  بـ:  $f(x) = x + 1 + (-x^2 - 2x + 3)e^{1-x}$   
 (C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$   
 (1) أ . بيّن أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي  $x$  من المجال  $[0; +\infty[$ :  $f'(x) = g(x)e^{1-x}$   
 ب . استنتج أنّ الدالة  $f$  متزايدة تماما على  $[\alpha; +\infty[$  ومتناقصة تماما على  $[0; \alpha]$   
 ج . بيّن أنّ:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$  ثمّ شكّل جدول تغيّرات الدالة  $f$   
 (2) بيّن أنّ المستقيم  $(\Delta)$  ذا المعادلة  $y = x + 1$  مقارب مائل لـ  $(C)$  ثمّ ادرس وضعية  $(C)$  بالنسبة إلى  $(\Delta)$   
 (3) بيّن أنّ  $(C)$  يقبل مماسا  $(T)$  موازيا لـ  $(\Delta)$  في نقطة  $A$  يُطلب تعيين فاصلتها (لا يطلب كتابة معادلة  $(T)$ )  
 (4) أ . بين أنّ  $(C)$  يقبل نقطة انعطاف وحيدة فاصلتها  $(1 + \sqrt{6})$   
 ب . ارسم  $(\Delta)$  ،  $(T)$  و  $(C)$  (نأخذ:  $f(\alpha) \approx 1,1$  ،  $f(\sqrt{5}) \approx 1,4$  و  $f(1 + \sqrt{6}) \approx 3,1$ )  
 (5) الدالة العددية  $h$  معرّفة على المجال  $]-\infty; 0]$  بـ:  $h(x) = -x + 1 + (-x^2 + 2x + 3)e^{1+x}$   
 $(C_h)$  تمثيلها البياني في المعلم السابق.  
 أ . تحقّق أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي  $x$  من المجال  $]-\infty; 0]$ :  $h(x) = f(-x)$   
 ب . اشرح كيفية رسم  $(C_h)$  انطلاقا من  $(C)$  ثمّ ارسمه.



## الموضوع الثاني

### التمرين الأول: (04 نقاط)

نعتبر المعادلة:  $(E) \dots 13x - 9y = 1$  ، ذات المجهول  $(x; y)$  حيث  $x$  و  $y$  عدنان صحيحان.

(1) أ. تَحَقَّق أَنَّهُ إذا كانت الثنائية  $(x; y)$  حلاً للمعادلة  $(E)$  فإن:  $x \equiv 7[9]$

ب. استنتج حلول المعادلة  $(E)$

(2) أ. ادرس تبعا لقيم العدد الطبيعي  $n$  بواقي القسمة الإقليدية للعدد  $3^n$  على 5

ب. نضع:  $A_n = 3^{4n} + 3^{4n+1} + 3^{4n+2} - 3$  حيث  $n$  عدد طبيعي.

بَيِّن أَنَّهُ من أجل كل عدد طبيعي  $n$  ،  $A_n$  يقبل القسمة على 5

(3) بفرض أَنَّ  $(x; y)$  حل للمعادلة  $(E)$  حيث  $x$  و  $y$  عدنان طبيعيان.

عَيِّن قيم العدد الطبيعي  $n$  حتى يقبل العدد  $2023^{2022} + 3^{y-x} + n$  القسمة على 5

### التمرين الثاني: (04 نقاط)

لكل سؤال جواب واحد فقط صحيح من بين الأجوبة الثلاثة المقترحة، عَيِّنْهُ مع التبرير.

السؤال	الإجابة أ)	الإجابة ب)	الإجابة ج)
(1) الدالة العددية $f$ معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = 3x + \frac{e^{2x} - 1}{e^{2x} + 1}$ هي دالة:	زوجية.	لا زوجية ولا فردية.	فردية.
(2) الدالة العددية $g$ معرفة على $[0; +\infty[$ بـ: $g(x) = \frac{(x-1)e^x - x + 1}{e^x + 1}$ و $(C)$ تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم. تكون: $y = x + a$ معادلة للمستقيم المقارب المائل لـ $(C)$ من أجل:	$a = 1$	$a = -1$	$a = 0$
(3) العدد الطبيعي $N$ يُكتب $\overline{3745}$ في نظام تعداد أساسه 8 ويكتب $\overline{5\alpha 15}$ في نظام تعداد أساسه 7 من أجل:	$\alpha = 6$	$\alpha = 5$	$\alpha = 4$
(4) $\beta$ عدد حقيقي، تكون الأعداد: $e^\beta + 1$ ، $e^\beta + 2$ ، $2e^\beta$ بهذا الترتيب حدودا متتابعة لمتتالية هندسية من أجل $\beta$ يساوي:	$\ln(\sqrt{5} - 1)$	0	$\ln(1 + \sqrt{5})$

### التمرين الثالث: (05 نقاط)

المتتالية العددية  $(u_n)$  معرفة بـ:  $u_0 = 3 + e^{-2}$  ومن أجل كل عدد طبيعي  $n$  ،  $u_{n+1} = u_n^2 - 6u_n + 12$

(1) أ. تَحَقَّق أَنَّهُ من أجل كل عدد طبيعي  $n$  ،  $u_{n+1} = (u_n - 3)^2 + 3$

ب. برهن بالتراجع أَنَّهُ من أجل كل عدد طبيعي  $n$  ،  $3 < u_n < 4$

(2) أ. ادرس اتجاه تغيّر المتتالية  $(u_n)$

ب. استنتج أَنَّ  $(u_n)$  متقاربة.



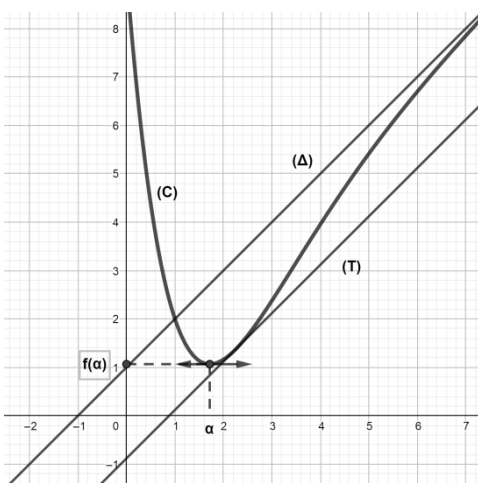
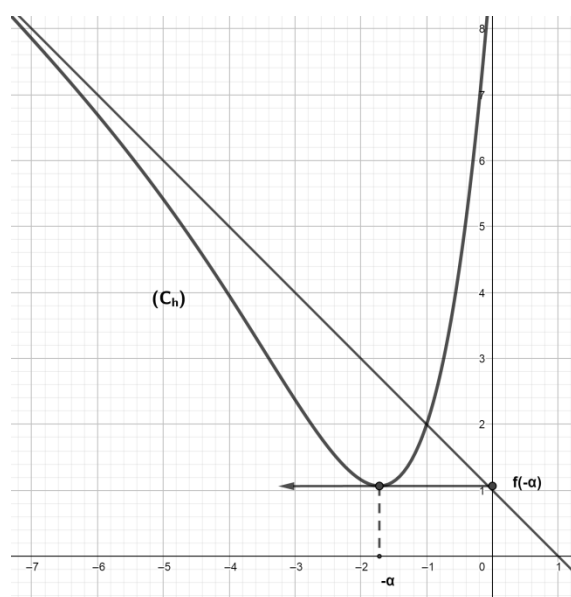
- (3) المتتالية العددية  $(v_n)$  معرفة على  $\mathbb{N}$  بـ:  $v_n = \ln(u_n - 3)$   
 أ. بين أن المتتالية  $(v_n)$  هندسية أساسها 2 يُطلب حساب حدّها الأول.  
 ب. اكتب  $v_n$  بدلالة  $n$  ثم استنتج أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي  $n$  ،  $u_n = 3 + e^{(-2^{n+1})}$   
 ج. احسب  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$   
 (4) نضع من أجل كلّ عدد طبيعي  $n$  :  $P_n = (u_0 - 3)(u_1 - 3) \times \dots \times (u_n - 3)$   
 احسب  $P_n$  بدلالة  $n$

**التمرين الرابع: (07 نقاط)**

- (I) الدالة العددية  $g$  معرفة على المجال  $]0; +\infty[$  بـ:  $g(x) = 2 \ln x - 1 - \frac{1}{x^2}$   
 (1) بين أن الدالة  $g$  متزايدة تماما على المجال  $]0; +\infty[$   
 (2) أ. بين أن المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  حيث:  $1,89 < \alpha < 1,90$   
 ب. استنتج حسب قيم العدد الحقيقي الموجب تماما  $x$  إشارة  $g(x)$   
 (II) الدالة العددية  $f$  معرفة على المجال  $]0; +\infty[$  بـ:  $f(x) = -x - 2 + \frac{3 + 2 \ln x}{x}$   
 (C) التمثيل البياني للدالة  $f$  في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  (وحدة الطول 2cm)  
 (1) أ. احسب  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$  ثم فسّر النتيجة هندسيا.  
 ب. احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$   
 (2) أ. بين أنّه من أجل كلّ  $x$  من  $]0; +\infty[$  :  $f'(x) = \frac{1}{x^2} g\left(\frac{1}{x}\right)$   
 ب. بين أن الدالة  $f$  متزايدة تماما على المجال  $]\frac{1}{\alpha}; +\infty[$  و متناقصة تماما على المجال  $]0; \frac{1}{\alpha}]$   
 ج. شكّل جدول تغيّرات الدالة  $f$   
 (3) أ. احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (-x - 2)]$  ثم استنتج أن (C) يقبل مستقيما مقاربا  $(\Delta)$  يُطلب كتابة معادلة له.  
 ب. ادرس وضعية المنحنى (C) بالنسبة إلى  $(\Delta)$   
 (4) بين أن (C) يقبل نقطة انعطاف A فاصلتها 1 ثم اكتب معادلة لـ (T) مماس (C) عند A  
 (5) ارسم (T)،  $(\Delta)$  و (C) ( نأخذ:  $\frac{1}{\alpha} \simeq 0,53$  و  $f(\frac{1}{\alpha}) \simeq 0,73$  )  
 (6) الدالة  $h$  معرفة على  $\mathbb{R}^*$  بـ:  $h(x) = |x| + 2 - \frac{3 + \ln(x^2)}{|x|}$  و  $(C_h)$  تمثيلها البياني في المعلم السابق.  
 أ. بين أن الدالة  $h$  زوجية.  
 ب. تحقق أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي  $x$  من المجال  $]0; +\infty[$  :  $h(x) = -f(x)$   
 ج. اشرح كيفية رسم  $(C_h)$  انطلاقا من (C) ثم ارسمه.

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الأول)													
مجموعة	مجزأة														
التمرين الأول: (04 نقاط)															
1.50	0,50+25	1 أ . البرهان بالتراجع أنَّه من أجل كلّ عدد طبيعي $n$ ، $u_n < \frac{9}{2}$													
	0,50 0,25	ب. تبين أنَّ المتتالية $(u_n)$ متزايدة تماما، $(u_n)$ مقاربة.													
01,75	0.25+0.50	2 أ . $(v_n)$ هندسية أساسها $\frac{7}{9}$ ، حدّها الأول: $v_0 = -\frac{1}{2}$													
	0.50	ب. $v_n = -\frac{1}{2}\left(\frac{7}{9}\right)^n$													
	2x0,25	ج. $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \frac{9}{2}$ و $u_n = -\frac{3}{2}\left(\frac{7}{9}\right)^n + \frac{9}{2}$													
0,75	0,50 0,25	3 $S_n = (v_0 + v_1 + \dots + v_n) + \left(\frac{3}{2} + \frac{3}{2} + \dots + \frac{3}{2}\right)$ $= \frac{9}{4}\left[\left(\frac{7}{9}\right)^{n+1} - 1\right] + \frac{3}{2}(n+1)$													
التمرين الثاني: (04 نقاط)															
01,00	0.50x2	1 الجواب الصحيح هو : ب) ، التبرير.													
01,00	0.50x2	2 الجواب الصحيح هو : ج) ، التبرير.													
01,00	0.50x2	3 الجواب الصحيح هو : أ) ، التبرير.													
01,00	0.50x2	4 الجواب الصحيح هو : ب) ، التبرير.													
التمرين الثالث: (05 نقاط)															
01,75	0,75	1 بواقي القسمة الإقليدية للعدد $5^n$ على 9 $5^5 \equiv 2[9]$ ، $5^4 \equiv 4[9]$ ، $5^3 \equiv 8[9]$ ، $5^2 \equiv 7[9]$ ، $5^1 \equiv 5[9]$ ، $5^0 \equiv 1[9]$ و $5^6 \equiv 1[9]$ التعميم:													
	01	<table><tr><td><math>n(k \in \mathbb{N})</math></td><td><math>6k</math></td><td><math>6k+1</math></td><td><math>6k+2</math></td><td><math>6k+3</math></td><td><math>6k+4</math></td><td><math>6k+5</math></td></tr><tr><td>الباقى</td><td>1</td><td>5</td><td>7</td><td>8</td><td>4</td><td>2</td></tr></table>	$n(k \in \mathbb{N})$	$6k$	$6k+1$	$6k+2$	$6k+3$	$6k+4$	$6k+5$	الباقى	1	5	7	8	4
$n(k \in \mathbb{N})$	$6k$	$6k+1$	$6k+2$	$6k+3$	$6k+4$	$6k+5$									
الباقى	1	5	7	8	4	2									
0,75	0,75	2 باقي القسمة الإقليدية للعدد $2021^{1442}$ على 9 هو 7													
0,75	0,75	3 $2021^{1442} + 1691^{1954} - 8$ مضاعف للعدد 9													

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الأول)											
مجموعة	مجزأة												
01,00	01,00	(4) $5^{6n} + 2021^{6n+1} + 1443$ مضاعف لـ 9											
0,75	0,25x3	(5) $A_n \equiv 0[9]$ معناه: $8 + 5n \equiv 0[9]$ أي: $n \equiv 2[9]$ قيم العدد $n$ هي الأعداد الطبيعية من الشكل: $9k + 2; k \in \mathbb{N}$											
التمرين الرابع: (07 نقاط)													
0,50	0,50	(I) 1) $g$ متزايدة تماما على $[0; +\infty[$ :											
01,00	0,75	(2) أ. $g$ مستمرة ومنتزايدة تماما على $[1,71; 1,72]$ $g(1,72) \approx 0,0128$ و $g(1,71) \approx -0,0419$											
	0,25	ب. إشارة $g(x)$ <table><tr><td><math>x</math></td><td>0</td><td><math>\alpha</math></td><td><math>+\infty</math></td></tr><tr><td><math>g(x)</math></td><td>-</td><td>0</td><td>+</td></tr></table>	$x$	0	$\alpha$	$+\infty$	$g(x)$	-	0	+			
$x$	0	$\alpha$	$+\infty$										
$g(x)$	-	0	+										
01,50	0,50	(II) 1) أ. $f'(x) = g(x)e^{1-x}$											
	0,25	ب. $f$ متزايدة تماما على $[\alpha; +\infty[$ ومتناقصة تماما على $[0; \alpha]$											
	0,50	ج. $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ جدول تغيرات الدالة $f$ <table><tr><td><math>x</math></td><td>0</td><td><math>\alpha</math></td><td><math>+\infty</math></td></tr><tr><td><math>f'(x)</math></td><td>-</td><td>0</td><td>+</td></tr><tr><td><math>f(x)</math></td><td><math>1+3e</math></td><td><math>f(\alpha)</math></td><td><math>+\infty</math></td></tr></table>	$x$	0	$\alpha$	$+\infty$	$f'(x)$	-	0	+	$f(x)$	$1+3e$	$f(\alpha)$
$x$	0	$\alpha$	$+\infty$										
$f'(x)$	-	0	+										
$f(x)$	$1+3e$	$f(\alpha)$	$+\infty$										
01,00	0,25	(2) المستقيم $(\Delta)$ ذا المعادلة $y = x + 1$ مقارب مائل لـ $(C)$											
	0,25	<table><tr><td><math>x</math></td><td>0</td><td>1</td><td><math>+\infty</math></td></tr><tr><td><math>f(x) - y</math></td><td>+</td><td>0</td><td>-</td></tr></table>	$x$	0	1	$+\infty$	$f(x) - y$	+	0	-			
$x$	0	1	$+\infty$										
$f(x) - y$	+	0	-										
	0,50	على المجال $[0; 1[$ يكون $(C)$ أعلى $(\Delta)$ و على المجال $]1; +\infty[$ يكون $(C)$ أسفل $(\Delta)$ و متقاطعان في النقطة ذات الاحداثيين $(1; 2)$											
0,50	0,50	(3) $(C)$ يقبل مماسا $(T)$ موازيا لـ $(\Delta)$ $f'(x) = 1$ تعني: $x = \sqrt{5}$											

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الأول)								
مجموعة	مجزأة									
01,75	0,25x3	<p>(4) أ. يقبل نقطة انعطاف وحيدة فاصلتها <math>(1 + \sqrt{6})</math></p> <div><table><tr><td><math>x</math></td><td>0</td><td><math>1 + \sqrt{6}</math></td><td><math>+\infty</math></td></tr><tr><td><math>f''(x)</math></td><td>+</td><td>0</td><td>-</td></tr></table><p><math>f''(x) = (-x^2 + 2x + 5)e^{1-x}</math> و <math>f''(x)</math> تتعدم عند <math>(1 + \sqrt{6})</math> مغيرة إشارتها</p></div>	$x$	0	$1 + \sqrt{6}$	$+\infty$	$f''(x)$	+	0	-
	$x$	0	$1 + \sqrt{6}$	$+\infty$						
	$f''(x)$	+	0	-						
	0,25x2		<p>ب. رسم <math>(\Delta)</math> ، <math>(T)</math></p>  <p>رسم <math>(C)</math></p>							
0,50										
0,75	0,25	<p>(5) أ. التَحَقَّق أَنَّهُ على المجال <math>]-\infty; 0]</math> : <math>h(x) = f(-x)</math></p>								
	0,25	<p>ب. شرح كيفية رسم <math>(C_h)</math> انطلاقا من <math>(C)</math></p>  <p>رسم <math>(C_h)</math></p>								
	0,25									

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)										
مجموعة	مجزأة											
التمرين الأول: (04 نقاط)												
01,50	0,75	(1) أ . التَّحَقَّق أَنَّهُ إذا كانت الثنائية $(x; y)$ حلاً للمعادلة $(E)$ فإن: $x \equiv 7[9]$										
	0,75	ب. الحلول هي الثنائيات $(x; y)$ حيث: $(x; y) = (9k + 7; 13k + 10)$ ، $k \in \mathbb{Z}$										
01,75	0,50	(2) أ . بواقي القسمة الإقليدية للعدد $3^n$ على 5 $3^4 \equiv 1[5]$ ، $3^3 \equiv 2[5]$ ، $3^2 \equiv 4[5]$ ، $3^1 \equiv 3[5]$ ، $3^0 \equiv 1[5]$										
	0,75	التعميم: <table><tr><td><math>n(p \in \mathbb{N})</math></td><td><math>4p</math></td><td><math>4p+1</math></td><td><math>4p+2</math></td><td><math>4p+3</math></td></tr><tr><td>الباقى</td><td>1</td><td>3</td><td>4</td><td>2</td></tr></table>	$n(p \in \mathbb{N})$	$4p$	$4p+1$	$4p+2$	$4p+3$	الباقى	1	3	4	2
	$n(p \in \mathbb{N})$	$4p$	$4p+1$	$4p+2$	$4p+3$							
الباقى	1	3	4	2								
0,50	ب. $A_n$ يقبل القسمة على 5											
0,75	0.25x3	(3) تعيين قيم العدد الطبيعي $n$ حتى يقبل $n + 3^{y-x} + 2023^{2022}$ القسمة على 5 $n + 3^{y-x} + 2023^{2022} = n + 3^{4k+3} + 2023^{2022}$ حيث $k \in \mathbb{N}$ $n + 2 + 4 \equiv 0[5]$ $\alpha \in \mathbb{N}$ ، $n = 5\alpha + 4$										
التمرين الثاني: (04 نقاط)												
01,00	0,50x2	(1) الجواب الصحيح هو: (ج) ، التبرير.										
01,00	0,50x2	(2) الجواب الصحيح هو: (ب) ، التبرير.										
01,00	0,50x2	(3) الجواب الصحيح هو: (أ) ، التبرير.										
01,00	0,50x2	(4) الجواب الصحيح هو: (ج) ، التبرير.										
التمرين الثالث: (05 نقاط)												
01,00	0,25	(1) أ . $u_{n+1} = (u_n - 3)^2 + 3$										
	0,50+0,25	ب. البرهان بالتراجع : $3 < u_n < 4$										
01,25	0,50x2	(2) أ . $u_{n+1} - u_n = (u_n - 3)(u_n - 4)$										
	0,25	$(u_n)$ متناقصة تماماً ب. $(u_n)$ متقاربة.										



العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)												
مجموعة	مجزأة													
02,00	0,75	(3) أ. $(v_n)$ هندسية أساسها 2												
	0,25	$v_0 = -2$												
	0,25	ب. $v_n = -2^{n+1}$												
	0,50	$u_n = 3 + e^{(-2^{n+1})}$												
	0,25	ج. نجد: $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 3$												
0,75	0,50	(4) $P_n = e^{(v_0 + v_1 + \dots + v_n)}$												
	0,25	$P_n = e^{-2(2^{n+1} - 1)}$												
التمرين الرابع: (07 نقاط)														
0,50	0,50	(I) 1 $g$ متزايدة تماما على المجال $]0; +\infty[$												
0,75	0,50	(2) أ. $g$ مستمرة ومتزايدة تماما على $[1,89; 1,90]$ و $g(1,89) \simeq -0,0068$ و $g(1,90) \simeq 0,0067$												
	0,25	ب. إشارة $g(x)$ <table><tr><td><math>x</math></td><td>0</td><td><math>\alpha</math></td><td><math>+\infty</math></td></tr><tr><td><math>g(x)</math></td><td></td><td>-</td><td>+</td></tr></table>	$x$	0	$\alpha$	$+\infty$	$g(x)$		-	+				
$x$	0	$\alpha$	$+\infty$											
$g(x)$		-	+											
0,75	0,25x2	(II) 1 أ. $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -\infty$												
	0,25	ب. نجد: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$												
01,25	0,25x2	(2) أ. تبين: $f'(x) = \frac{1}{x^2} g\left(\frac{1}{x}\right)$												
	0,25	ب. <table><tr><td><math>x</math></td><td>0</td><td><math>1/\alpha</math></td><td><math>+\infty</math></td></tr><tr><td><math>f'(x)</math></td><td></td><td>+</td><td>-</td></tr></table>	$x$	0	$1/\alpha$	$+\infty$	$f'(x)$		+	-				
	$x$	0	$1/\alpha$	$+\infty$										
$f'(x)$		+	-											
0,25	$f$ متزايدة تماما على $]0; \frac{1}{\alpha}]$ و متناقصة تماما على $[\frac{1}{\alpha}; +\infty[$													
	0,25	ج. جدول تغيّرات الدالة $f$ : <table><tr><td><math>x</math></td><td>0</td><td><math>1/\alpha</math></td><td><math>+\infty</math></td></tr><tr><td><math>f'(x)</math></td><td></td><td>+</td><td>-</td></tr><tr><td><math>f(x)</math></td><td></td><td><math>f(1/\alpha)</math></td><td><math>-\infty</math></td></tr></table>	$x$	0	$1/\alpha$	$+\infty$	$f'(x)$		+	-	$f(x)$		$f(1/\alpha)$	$-\infty$
$x$	0	$1/\alpha$	$+\infty$											
$f'(x)$		+	-											
$f(x)$		$f(1/\alpha)$	$-\infty$											

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)								
مجموعة	مجزأة									
1,25	0,25x2	<p>(3) أ . <math>\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (-x - 2)] = 0</math></p> <p>المستقيم <math>(\Delta)</math> ذو المعادلة <math>y = -x - 2</math> مستقيم مقارب لـ <math>(C)</math></p>								
	0,25	<p>ب.</p> <table><tr><td><math>x</math></td><td>0</td><td><math>e^{(-3/2)}</math></td><td><math>+\infty</math></td></tr><tr><td><math>3+2\ln x</math></td><td>-</td><td>0</td><td>+</td></tr></table>	$x$	0	$e^{(-3/2)}$	$+\infty$	$3+2\ln x$	-	0	+
	$x$	0	$e^{(-3/2)}$	$+\infty$						
$3+2\ln x$	-	0	+							
0,50		<p><math>(C)</math> أسفل <math>(\Delta)</math> على <math>\left] 0 ; e^{-\frac{3}{2}} \right[</math></p> <p><math>(\Delta)</math> يقطع <math>(C)</math> في النقطة <math>A(e^{-\frac{3}{2}}; -e^{-\frac{3}{2}} - 2)</math></p> <p><math>(C)</math> أعلى <math>(\Delta)</math> على <math>\left] e^{-\frac{3}{2}} ; +\infty \right[</math></p>								
0,75	0,25x3	<p>(4) <math>f''(x) = \frac{4\ln x}{x^3}</math></p> <table><tr><td><math>x</math></td><td>0</td><td>1</td><td><math>+\infty</math></td></tr><tr><td><math>f''(x)</math></td><td>-</td><td>0</td><td>+</td></tr></table> <p><math>(C)</math> يقبل نقطة انعطاف <math>A</math> فاصلتها 1</p> <p>معادلة لـ <math>(T)</math> مماس <math>(C)</math> عند <math>A</math> هي: <math>y = -2x + 2</math></p>	$x$	0	1	$+\infty$	$f''(x)$	-	0	+
$x$	0	1	$+\infty$							
$f''(x)$	-	0	+							
0,75	0,25x3	<p>(5) رسم <math>(T)</math>، <math>(\Delta)</math> و <math>(C)</math></p>								

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)
مجموعة	مجزأة	
01,00	0,25	6) أ. تبين $h$ زوجية.
	0,25	ب. التّحقق أنّه : على المجال $]0; +\infty[$ : $h(x) = -f(x)$
	0,25	ج. شرح كيفية رسم $(C_h)$ انطلاقا من $(C)$
	0,25	رسم $(C_h)$