

## Série TD N° 4: Dualité

### Exercice 1:

Donner pour chacun des PL primaux suivants son dual:

- **Max**  $Z = 2x_1 + 4x_2 + 3x_3$

**Sous les contraintes:**

$$3x_1 + 4x_2 + 2x_3 \leq 60$$

$$2x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 40$$

$$x_1 + 3x_2 + 2x_3 \leq 80$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

- **Min**  $Z = 20x_1 + 24x_2$

**Sous les contraintes:**

$$x_1 + x_2 \geq 60$$

$$x_1 + 2x_2 \geq 40$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

- **Max**  $Z = 10x_1 + 6x_2$

**Sous les contraintes:**

$$x_1 + 4x_2 \leq 40$$

$$3x_1 + 2x_2 = 60$$

$$2x_1 + x_2 \geq 25$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

### Exercice 2

Dans le cas d'un problème de programmation linéaire (minimisation) possédant une solution optimale finie, l'algorithme primal du simplexe permet à chaque itération de passer d'une solution de base réalisable pour le primal à une autre jusqu'à ce que les conditions d'optimalité soient satisfaites: un vecteur de coût relatif dont les composantes sont non négatives.

i) Qu'en est-il de l'algorithme dual du simplexe?

ii) Qu'en est-il de l'algorithme primal-dual?

### Exercice 3

**Max**  $Z = 40x_1 + 50x_2$

**Sous les contraintes:**

$$5x_1 + 4x_2 \leq 80$$

$$x_1 + 2x_2 \leq 24$$

$$3x_1 + 2x_2 \leq 36$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

1- Donner le dual PL (D) de ce primal PL (P)

2- Résoudre le primal PL (P) par le simplexe

3- Dédire la solution du dual (D).

#### **Exercice 4**

Un fabricant produit 2 variétés de biscuit, l'une à la noix de coco et l'autre au chocolat, selon le schéma suivant :

Biscuit	Ingrédient			Prix de Vente
	Farine	Chocolat	Noix de coco	
A	1	0	3	6
B	1	5	0	5
Disponible	8	22	12	

- Formuler le problème comme un PL et trouver un plan de fabrication qui maximise le profit ;
- Pour quelle variation du prix de vente du biscuit au chocolat, ce plan de fabrication reste optimal ?
- On annonce une pénurie de chocolat ; déterminer la quantité minimale de chocolat nécessaire en stock, pour que ce plan de fabrication ne soit pas compromis ;
- On étudie la production d'un nouveau biscuit à la noix de coco et au chocolat à raison de  $\frac{1}{3}$  de noix de coco et  $\frac{2}{3}$  de chocolat. Ce nouveau produit sera vendu à 8F. Quel est le schéma de production optimal ?
- Déterminer le dual PL(D) de ce primal PL (P).
- En déduire la solution du dual (D).