# الطريق الى البكالوريا

عدد التمارين : 71

الشعب : علوم تجريبية - رياضيات - تقني رياضي

**الأستاذ مرنيز وليد**

**Pratiquez, pratiquez, pratiquez**

Pratiquez autant que possible.

La seule façon de vraiment apprendre à résoudre des problèmes est d’en faire.

**اخر تحديث :** 28 ديسمبر 2020

السنة الدراسية

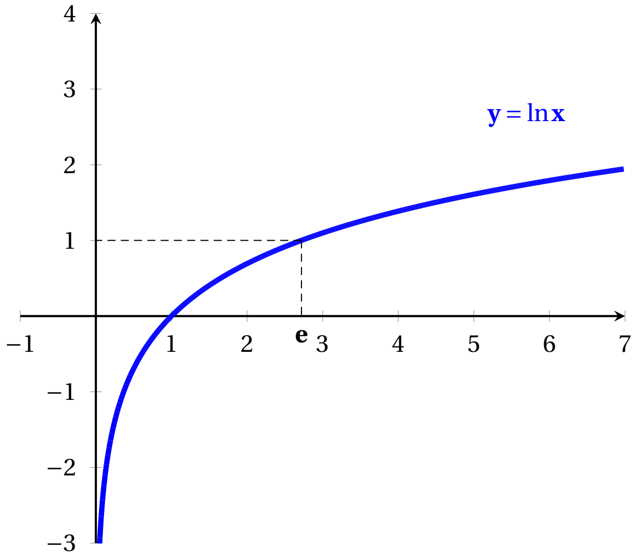
2020 - 2019

# المحتويات

...

# القسم I

# بطاقة تعريفية للدالة اللوغاريتمية النيبيرية




## الخواص الجبرية للدالة اللوغاريتمية النيبيرية

■ $\ln 1 = 0$ ، $\ln e = 1$

من اجل كل عدد حقيقي $a > 0$ و $b > 0$ :

■ $\ln ab = \ln a + \ln b$

■ $\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln a - \ln b$

**حالة خاصة :**

من اجل كل $a$ من $]0;+\infty[$ ،

■ $\ln\frac{1}{a} = -\ln a$

من اجل كل $a \in ]0;+\infty[$ و من اجل كل $x \in \mathbb{R}$

■ $\ln(a^x) = x\ln a$; $a^x = e^{x\ln a}$

من اجل كل $x \in \mathbb{R}$ و من اجل كل $y \in ]0;+\infty[$ ،

■ $x = \ln y$ يكافئ $y = e^x$

من اجل كل عدد حقيقي $x > 0$ و $a > 0$ :

■ $\log_a(x) = \frac{\ln x}{\ln a}$

## النهايات الشهيرة للدالة اللوغاريتمية النيبيرية

■ $\lim_{x\to+\infty} \ln x = +\infty$

■ $\lim_{x \overset{>}{\to} 0} \ln x = -\infty$

### التزايد المقارن

■ $\lim_{x\to+\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$

■ $\lim_{x \overset{>}{\to} 0} x\ln x = 0$

■ $\lim_{x\to 1} \frac{\ln x}{x-1} = 1$

و من اجل كل $n \in \mathbb{N}^*$

■ $\lim_{x\to+\infty} \frac{\ln x}{x^n} = 0$

■ $\lim_{x \overset{>}{\to} 0} x^n \ln x = 0$

## مشتقة الدالة اللوغاريتمية النيبيرية

■ $(\ln u)' = \frac{u'}{u}$. **مثال :** $f(x) = \ln(e^x + e^{-x})$
اذن

$$f'(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} = \frac{e^{2x} - 1}{e^{2x} + 1}$$

## حل معادلات و متراجحات

■ من اجل كل $a, b > 0$

$\ln a = \ln b$. يكافئ $a = b$

■ **تغيير المتغير :** الاكثر الاستعمالا بوضع

$X = \ln x$

الهدف هو التحول من معادلة تتضمن لوغاريتم الى معادلة بسيطة (معادلة من الدرجة الثانية،...)

■ من اجل كل $a, b > 0$

$\ln a \geq \ln b$ يكافئ $a \geq b$

(الدالة اللوغاريتمية متزايدة تماما على $]0;+\infty[$)

...

# القسم II

# تمارين تدريبية

## رموز مفتاحية

- تمارين للتدرب في المنزل
- فكرة تستحق المحاولة
- تمارين للتدرب تتضمن افكار اساسية
- تمارين للتعمق

## تمرين رقم 1:

©

احسب النهايات التالية:

- $\lim_{x\to+\infty} (x-\ln x)$
- $\lim_{x\to+\infty} \frac{\ln(x+2)}{x}$
- $\lim_{x\to-\infty} x^3+3x-\ln(1-2x)$
- $\lim_{x\to+\infty} 2\ln x-\ln(x+1)$
- $\lim_{x\to+\infty} \frac{\ln(x^2+1)}{x}$
- $\lim_{x\to e} \frac{\ln x-1}{x-e}$
- $\lim_{x\overset{>}{\to}0} (x+2)\ln x$
- $\lim_{x\to+\infty} \left[(\ln x)^2-\ln x+3\right]$
- $\lim_{x\overset{>}{\to}\frac{1}{2}} \frac{1}{2x-1}+\ln(2x-1)$
- $\lim_{x\to+\infty} \frac{(\ln x)^n}{x}$
- $\lim_{x\to+\infty} \ln(e^{2x}-e^x+1)$

## تمرين رقم 2:

©

باستعمال النظريات على المشتقات احسب الدالة المشتقة للدالة $f$ في كل حالة من الحالات التالية :

1) $f(x)=\ln(1+x^2)$
2) $f(x)=\ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right)$
3) $f(x)=\ln(\ln x)$
4) $f(x)=\frac{\ln(x+1)}{\ln x}$
5) $f(x)=e^{-x}\ln x$
6) $f(x)=e^{x\ln x}$
7) $f(x)=\ln(1+e^x)$
8) $f(x)=\ln(e^{2x}-e^x+1)$

## تمرين رقم 3:

©

1) حل في $\mathbb{R}$ المعادلات التالية:

- $\ln x-1=0$
- $\ln|x^2-1|=0$
- $\ln x(\ln x-1)=0$
- $2(\ln x)3-7(\ln x)^2+3\ln x=0$
- $\frac{2-\ln x}{1+\ln x}=0$
- $\ln|2x+1|+\ln|x-1|=\ln 2$
- $(\ln x)^2-\ln x-6=0$
- $\ln|e^{2x}-1|=x$

2) حل في $\mathbb{R}$ المتراجحات التالية:

- $\ln x \geq 1$
- $\ln(x+1) \leq 0$
- $\ln\left(\frac{x+2}{x-1}\right) \leq 1$
- $\ln(x^2-2x) \leq \ln(4x-5)$
- $\ln|x^2-1| \leq 0$
- $(\ln x)^2 - \ln x \geq 0$
- $(\ln x+1)(\ln x-1) > 0$
- $\frac{2-\ln x}{1+\ln x} < 0$
- $2(\ln x)^3 - 7(\ln x)^2 + 3\ln x > 0$

## تمرين رقم 4:

I) لتكن الدالة العددية $g$ المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كمايلي : $g(x) = x^2 + 2 - 2\ln(x)$.

1) ادرس تغيرات الدالة $g$ و احسب $g(1)$.

2) استنتج انه من اجل كل $x$ من $]0;+\infty[$، $g(x) > 0$

II) $f$ دالة عددية معرفة على المجال $]0;+\infty[$ كمايلي : $f(x) = x + \frac{2\ln x}{x}$
و $(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) ا) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} 0} f(x)$.

ب) بين ان المنحنى $(C_f)$ يقبل المستقيم $(D)$ ذاالمعادلة $y = x$ مقاربا مائلا له عند $+\infty$

ج) حدد وضعية المنحنى $(C_f)$ بالنسبة الى المستقيم $(D)$.

2) ا) بين انه من اجل كل عدد حقيقي $x$ من المجال $]0;\infty[$: $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة $f$ ، ثم شكل جدول تغيراتها.

3) ا) بين انه يوجد مماس وحيد $(\Delta)$ للمنحنى $(C_f)$ ، موازيا للمستقيم $(D)$.

ب) اكتب معادلة $(\Delta)$ .

ج) بين ان المنحنى $(C_f)$ يقطع حامل محور الفواصل في نقطة فاصلتها $\alpha$ حيث $\frac{1}{2} < \alpha < 1$

د) انشئ المستقيمين $(\Delta)$ و $(D)$ و المنحنى $(C_f)$.

هـ) ناقش بيانيا، حسب قيم العدد الحقيقي $m$ عدد حلول المعادلة : $mx - 2\ln(x) = 0$.

## تمرين رقم 5:

I) $g$ هي الدالة المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كمايلي: $g(x) = 1 + x^2 - 2x^2\ln x$

1) ادرس تغيرات الدالة $g$ ، ثم شكل جدول تغيراتها.

2) ا) بين ان المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا على المجال $]0;+\infty[$ حلا وحيدا $\alpha$ حيث $1.5 < \alpha < 2$

ب) استنتج اشارة $g(x)$ على المجال $]0;+\infty[$.

II) $f$ الدالة المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كمايلي : $f(x) = \frac{\ln x}{x^2+1}$
$(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) ا) احسب $\lim_{x \overset{>}{\to} 0} f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ ، ثم فسر النتائج هندسيا.

ب) عبر عن $f'(x)$ بدلالة $g(x)$ و استنتج تغيرات الدالة $f$ ثم شكل جدول تغيراتها.

2) بين ان $f(\alpha)=\frac{1}{2\alpha^2}$ و استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$

3) اكتب معادلة المماس $(\Delta)$ للمنحنى $(C_f)$ عند النقطة ذات الفاصلة 1.

4) ارسم $(\Delta)$ و $(C_f)$

5) ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي $m$ عدد حلول المعادلة: $f(x)=\frac{1}{2}x+m$

III) $h$ هي الدالة المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كمايلي : $h(x)=\frac{|\ln x|}{x^2+1}$

اشرح كيف يمكن رسم $(C_h)$ منحنى الدالة $h$ اعتمادا على $(C_f)$ ، ثم ارسم $(C_h)$.

## تمرين رقم 6:

$f$ الدالة المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $f(x)=\frac{\ln x}{x}$ ، نسمي $(C)$ المنحنى الممثل للدالة $f$ في المستوي المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$. (وحدة الطول $2cm$.)

1) ا) احسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim_{x \overset{>}{\to} 0} f(x)$ وفسر النتيجتين بيانيا.

ب) بين انه من اجل كل عدد حقيقي من المجال $]0;+\infty[$ : $f'(x)=\frac{1-\ln x}{x^2}$

ج) ادرس اتجاه تغير الدالة $f$ وشكل جدول تغيراتها.

2) ا) بين ان المنحنى $(C)$ يقبل نقطة انعطاف $E$ يطلب تعيين احداثييها.

ب) اكتب معادلة المماس $(D)$ للمنحنى $(C)$ الذي يشمل المبدأ $O$.

3) ارسم $(\Delta)$ ، $(D)$ و $(C)$.

4) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي الموجب تماما $m$ ، عدد حلول المعادلة $m^x=x$

## تمرين رقم 7:

I) الدالة العددية $g$ معرفة على $]0;+\infty[$ بـ : $g(x)=1-x^2-\ln x$

1) ادرس اتجاه تغير الدالة $g$.

2) احسب $g(1)$ ثم استنتج تبعا لقيم $x$ اشارة $g(x)$.

II) الدالة العددية $f$ معرفة على $]0;+\infty[$ بـ : $f(x)=x-1-\frac{\ln x}{x}$

1) ا) احسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.

ب) احسب $\lim_{x \overset{>}{\to} 0} f(x)$ ، ثم فسر النتيجة هندسيا.

2) ا) بين انه من اجل كل $x$ من $]0;+\infty[$ فان : $f'(x)=\frac{-g(x)}{x^2}$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة $f$.

ب) شكل جدول تغيرات الدالة $f$.

3) ا) بين ان المستقيم $(D)$ الذي معادلته $y = x - 1$ مقارب مائل للمنحنى $(C_f)$.

ب) ادرس وضعية $(C_f)$ بالنسبة الى $(D)$.

بين ان المستقيم $(\Delta)$ ذا المعادلة $y = x - 1 - \frac{1}{e}$ يمس المنحنى في نقطة $A$ يطلب تعيين احداثيتها.

4) ارسم $(\Delta)$ ، $(D)$ و $C_f$.

## تمرين رقم 8:

نعتبر الدالة العددية $f$ المعرفة $\mathbb{R}$ كمايلي : $f(x) = \frac{1}{2}x + \ln(1 + e^{-x})$.
$(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوى المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

1) بين انه يمكن كتابة $f(x)$ ، على الشكل: $f(x) = -\frac{1}{2}x + \ln(1 + e^{x})$

2) برهن ان الدالة $f$ زوجية.

3) احسب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.

4) ادرس اتجاه تغير الدالة $f$ ، ثم شكل جدول تغيراتها.

5) اثبت ان المنحنى $(C_f)$ يقبل مستقيمين مقاربين مائلين $(\Delta)$ و $(\Delta')$ يطلب تعيين معادلتيهما.

6) ارسم $(\Delta)$ ، $(\Delta')$ و $(C_f)$.

7) نعتبر الدالة $g$ المعرفة على المجال $[1; +\infty[$ بـ: $g(x) = \ln\left(\frac{x+1}{\sqrt{x}}\right)$.

(ا) تحقق انه من اجل كل عدد حقيقي $x$ من المجال $[1; +\infty[$ ، $g(x) = f(\ln x)$.
- استنتج اتجاه تغير الدالة $g$

(ب) شكل جدول تغيرات الدالة $g$

## تمرين رقم 9:

I) لتكن الدالة $g$ المعرفة على $]0; +\infty[$ كمايلي : $g(x) = 2x - 1 - \ln x$

1) ادرس تغيرات الدالة $g$ ثم شكل جدول تغيراتها.

2) استنتج اشارة $g(x)$ على المجال $]0; +\infty[$

3) تحقق ان $g(1) = 1$ و بين ان المعادلة $g(x) = 1$ تقبل حلا اخرا $\alpha$ حيث $0.1 < \alpha < 0.3$

II) لتكن الدالة $f$ المعرفة على $]0; +\infty[$ كمايلي : $f(x) = x^2 - x\ln x$ و $f(0) = 0$
$(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوى المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

1) ا) احسب $\lim_{x \overset{>}{\to} 0} \frac{f(x)}{x}$ و فسر النتيجة هندسيا.

ب) احسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.

2) ا) بين انه، من اجل كل عدد حقيقي $x$ من المجال $]0;+\infty[$ : $f'(x)=g(x)$

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة $f$ ، ثم شكل جدول تغيراتها.

ج) بين ان المنحنى $(C_f)$ يقبل نقطة انعطاف $\omega$ يطلب تعيينها.

د) عين دون حساب $\lim_{x\to\alpha}\frac{f(x)-f(\alpha)}{x-\alpha}$ وفسر النتيجة بيانيا.

3) ا) اثبت ان $f(x)=x\left[g(x)-x+1\right]$ ، ثم احسب $f(\alpha)$.

ب) اعط حصرا لـ $f(\alpha)$

4) اثبت ان المنحنى $(C_f)$ يقبل مماسين $(T)$ و $(T')$ ميلاهما يساوي 1 ، يطلب كتابة معادلة كل منهما.

5) ارسم $(T)$ ، $(T')$ و المنحني $(C_f)$.

## تمرين رقم 10:

لتكن $f$ الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بالعبارة: $f(x)=1-\frac{\ln x^2}{x}$

$(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) ادرس تغيرات الدالة $f$

2) اثبت ان المنحنى $(C_f)$ يقطع المستقيم $(\Delta): y=1$ في نقطتين يطلب تعيين احداثياهما.

3) احسب $f(-x)+f(x)$ ، ماذا تستنتج؟

4) بين ان المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha$ حيث $\alpha\in]-0.71;-0.70[$

5) اثبت ان المنحنى $(C_f)$ يقبل مماسا $(T)$ يشمل النقطة $A(0;1)$ و يمس المنحنى $(C_f)$ في نقطتين يطلب حساب احداثيات كل منهما، اكتب معادلة المماس $(T)$

6) ارسم المماس $(T)$ و المنحنى $(C_f)$

7) ناقش بيانيا، وحسب قيم الوسيط الحقيقي $m$ عدد حلول المعادلة: $f(x)=mx+1$

8) $h$ الدالة العددية للمتغير الحقيقي $x$ حيث: $h(x)=1+\frac{\ln x^2}{|x|}$

ا) بين ان $h$ دالة زوجية.

ب) دون دراسة تغيرات $h$ ، ارسم $(C_h)$ ، علل ذلك.

## تمرين رقم 11:

الدالة المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كمايلي : $f(x)=\frac{1+\ln x}{x}$

$(C)$ تمثيلها البياني في المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) احسب نهاية الدالة $f$ عند 0 و عند $+\infty$ وفسر النتيجتين هندسيا.

2) ادرس اتجاه تغير الدالة $f$ وشكل جدول تغيراتها.

**3)** اكتب معادلة المماس $(T)$ للمنحنى $(C)$ عند النقطة ذات الترتيب 0.

**4)** بين ان المنحنى $(C)$ يقبل نقطة انعطاف $\omega$ يطلب تعيين احداثياها.

**5)** بين ان المنحنى $(C)$ يقطع المستقيم $(d)$ ذا المعادلة $y = \frac{1}{2}$ في نقطتين فاصلتهما $\alpha$ و $\beta$ حيث :
$0.4 < \alpha < 0.5$ و $5.3 < \beta < 5.4$

**6)** ارسم كلا من $(T)$ و $(C)$.

نعتبر الدالة $g$ المعرفة على $\mathbb{R}^*$ كمايلي : $g(x) = \frac{1}{x} + \frac{\ln x^2}{2x}$
وليكن $(\gamma)$ منحناها البياني في المعلم السابق.

**1)** بين ان الدالة $g$ فردية.

**2)** بين ان $g(x) = f(x)$ على مجال يطلب تحديده.

**3)** دون دراسة الدالة $g$ شكل جدول تغيراتها.

**4)** اعتمادا على المنحنى $(C)$ ، اشرح كيفية رسم المنحنى $(\gamma)$ ، ثم ارسمه.

## تمرين رقم 12:

$f$ الدالة المعرفة على المجال $[0;+\infty[$ كمايلي :

$$\begin{cases} f(x) = x\ln\left(1+\frac{1}{x^2}\right) & x > 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$$

$(C)$ تمثيلها البياني في المستوى المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

**I)** $g$ الدالة المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $g(x) = \ln\left(1+\frac{1}{x^2}\right) - \frac{2}{x^2+1}$

**1)** بين انه، من اجل كل $x$ من $]0;+\infty[$ : $g'(x) = \frac{2(x^2-1)}{x(x^2+1)^2}$

**2)** ادرس اشارة $g'(x)$ حسب قيم $x$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة $g$

**3)** برهن ان المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha$ حيث : $0.5 < \alpha < 0.6$

**4)** حدد اشارة $g(x)$

**II)** **1)** ا) بين انه، من اجل كل عدد حقيقي $x$ من المجال $]0;+\infty[$ : $f'(x) = g(x)$

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة $f$ على المجال $]0;+\infty[$

**2)** ا) احسب $\lim_{x\to+\infty} xf(x)$ ، يمكن وضع $t = \frac{1}{x^2}$

ب) استنتج $\lim_{x\to+\infty} f(x)$

**3)** ا) بين انه يمكن كتابة $f(x)$ على الشكل $f(x) = x\ln(x^2+1) - 2x\ln x$

ب) احسب $\lim_{\substack{x\to 0\\ >}} f(x)$

ج) ادرس قابلية اشتقاق الدالة $f$ عند 0

**4)** انشئ جدول تغيرات الدالة $f$ ، ثم ارسم $(C)$ . نأخذ $f(\alpha) \approx 0.8$

## تمرين رقم 13:

I) $g$ هي الدالة المعرفة على $]-1;3]$ كمايلي : $g(x)=2\ln(x+1)-\frac{x}{x+1}$

1) ادرس تغيرات الدالة $g$ ، ثم شكل جدول تغيراتها

2) بين ان المعادلة : $g(x)=0$ تقبل حلين احدهما معدوم و الاخر $\alpha$ يحقق $-0.8<\alpha<-0.7$

3) عين، حسب قيم $x$ اشارة $g(x)$

4) $h$ هي الدالة المعرفة على المجال $]-1;3]$ بـ : $h(x)=[g(x)]^2$

ا) احسب $h'(x)$ بدلالة كل من $g(x)$ و $g'(x)$

ب) عين اشارة $h'(x)$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة $h$.

II) $f$ هي الدالة المعرفة على المجال $]-1;3]$ كمايلي :

$$u(x)=\begin{cases} f(x)=\dfrac{x^2}{\ln(x+1)} & x\neq 0\\ f(0)=0 \end{cases}$$

$(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوى المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) بين ان الدالة $f$ تقبل الاشتقاق عند 0، ثم اكتب معادلة لـ $(T)$ مماس $(C_f)$ في النقطة ذات الفاصلة 0.

2) ا) بين انه من اجل كل $x$ من $]-1;0[\cup]0;3]$ ، $f'(x)=\frac{xg(x)}{[\ln(x+1)]^2}$ ، ثم استنتج اتجاه تغير الدالة $f$

ب) بين ان: $f(\alpha)=2\alpha(\alpha+1)$ ، ثم عين حصرا لـ $f(\alpha)$

ج) احسب $f(3)$ و $\lim\limits_{\substack{x\to-1\\>}} f(x)$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة $f$.

3) ا) بين انه من اجل كل $x$ من المجال $]-1;3]$ فان : $x-\ln(x+1)\geq 0$

ب) ادرس وضعية $(C_f)$ بالنسبة الى المماس $(T)$

4) عين معادلة للمستقيم $(T')$ الموازي لـ $(T)$ و الذي يتقاطع مع $(C_f)$ في النقطة ذات الفاصلة 3.

5) ارسم $(T)$ ، $(T')$ و $(C_f)$

6) ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي $m$ ، عدد حلول المعادلة: $f(x)=x+m$

## تمرين رقم 14:

I) نعتبر الدالة $g$ المعرفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة : $g(x)=\ln(1+e^{-x})-\frac{1}{1+e^x}$

1) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$

2) ادرس اتجاه تغير الدالة $g$ وشكل جدول تغيراتها.

3) استنتج اشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$

II) لتكن الدالة $f$ المعرفة على $\mathbb{R}$ بالشكل : $f(x)=e^x\ln(2+e^{-x})$

1) احسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ (يمكن وضع $t=\frac{1}{e^x}$ )

2) بين انه، من اجل كل عدد حقيقي $x$ : $f(x)=-xe^x+e^x\ln(1+e^x)$

- استنتج $\lim_{x\to-\infty} f(x)$

3) ادرس اتجاه تغير الدالة $f$ وشكل جدول تغيراتها.

- استنتج مجموعة صور $\mathbb{R}$ بواسطة الدالة $f$

4) بين ان المعادلة : $f(x)=\frac{1}{2}$ تقبل حلا وحيدا $\alpha$.

5) ارسم $(C_f)$ منحنى الدالة $f$ في مستو مزود بمعلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

6) ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الجقيقي $m$ عدد حلول المعادلة : $e^x\ln(1+e^{-x})-m=0$

## تمرين رقم 15:

لتكن $f$ الدالة العددية المعرفة بمايلي :

$$\begin{cases} f(x)=\dfrac{\ln x}{1-\ln x} & x\in]0;e[\cup]e;+\infty[ \\ f(0)=-1 \end{cases}$$

نسمي $(C_f)$ المنحنى الممثل للدالة $f$ في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) ا) بين ان $\lim_{x\overset{>}{\to}0} f(x)=-1$ ( يمكن وضع $t=\ln x$ ) ثم ادرس استمرارية الدالة $f$ عند 0 من اليمين.

ب) احسب $\lim_{x\overset{>}{\to}0}\frac{f(x)-f(0)}{x}$ ثم فسر النتيجة هندسيا.

2) بين ان $\lim_{x\to+\infty} f(x)=-1$ ثم فسر النتيجة هندسيا.

3) ا) بين انه من اجل كل عدد حقيقي $x$ ، $x\in]0;e[\cup]e;+\infty[$ : $f'(x)=\frac{1}{x(1-\ln x)^2}$

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة $f$ وشكل جدول تغيراتها.

4) اكتب معادلة المماس $(T)$ للمنحنى $(C_f)$ عند النقطة ذات الفاصلة 1.

5) بين انه من اجل $x\in]0;e[\cup]e;+\infty[$ ، $f''(x)=\frac{1+\ln x}{x^2(1-\ln x)^3}$ ثم استنتج ان المنحنى $(C_f)$ يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيينها.

6) احسب $f(4)$ ارسم $(T)$ و $(C_f)$

7) نعتبر الدالة العددية $g$ المعرفة على $\mathbb{R}-\{-e;e\}$ بـ : $g(x)=f(|x|)$

ا) بين ان الدالة $g$ زوجية.

ب) اشرح كيفية الحصول على $(C_g)$ انطلاقا من $(C_f)$ ثم ارسم $(C_g)$

## تمرين رقم 16:

$f$ دالة معرفة على المجال $[0;+\infty[$ كمايلي :

$$\begin{cases} f(x)=\dfrac{\ln(x+1)}{x} & x>0 \\ f(0)=1 \end{cases}$$

وليكن $(C)$ تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$. (الوحدة$1cm$)

1) ادرس استمرارية الدالة $f$ عند العدد 0

2) ا) ادرس اتجاه تغيرا الدالة $g$ المعرفة على المجال $[0;+\infty[$ بـ : $g(x)=\ln(1+x)-\left(x-\dfrac{x^2}{2}+\dfrac{x^3}{3}\right)$

ب) احسب $g(0)$ ثم استنتج انه من اجل كل $x$ من المجال $[0;+\infty[$ : $\ln(1+x)\le x-\dfrac{x^2}{2}+\dfrac{x^3}{3}$

ج) بطريقة مماثلة بين انه اذا كان $x\ge 0$ فان : $\ln(1+x)\ge x-\dfrac{x^2}{2}$

د) تحقق انه اذا كان $x>0$ فان : $-\dfrac{1}{2}\le\dfrac{\ln(1+x)-x}{x^2}\le-\dfrac{1}{2}+\dfrac{x}{3}$

ه) استنتج ان $f$ قابلة للاشتقاق عند العدد 0 و ان : $f'(x)=-\dfrac{1}{2}$

3) لتكن $h$ الدالة المعرفة على المجال $[0;+\infty[$ بـ : $h(x)=\dfrac{x}{x+1}-\ln(1+x)$

(ا) ادرس اتجاه تغير الدالة $h$ و استنتج اشارتها على المجال $[0;+\infty[$

(ب) بين انه من اجل كل $x$ من المجال $[0;+\infty[$ لدينا : $f'(x)=\dfrac{h(x)}{x^2}$ ، واستنتج اتجاه تغير الدالة $f$.

(ج) احسب نهاية الدالة $f$ عند $+\infty$ ثم شكل جدول تغيراتها. (نقبل ان : $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\ln x}{x}=0$ )

4) ارسم المنحنى $(C)$.

## تمرين رقم 17:

لتكن $f$ الدالة العددية ذات المتغير الحقيقي $x$ المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كمايلي: $f(x)=\dfrac{1+\log_{\frac{1}{2}}(x)}{x}$.

وليكن $(C)$ تمثيلها البياني في مستو منسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ (الوحدة $1cm$)

1. (ا) احسب $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}0}f(x)$ ، وفسر النتيجة بيانيا. (نقبل ان $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\ln x}{x}=0$ )

2. ادرس اتجاه تغير الدالة $f$ ثم شكل جدول تغيراتها.

3. عين نقاط تقاطع المنحنى $(C)$ مع محور الفواصل.

4. ارسم $(C)$.

...

# القسم III

# مواضيع بكالوريات جزائرية

# 1

# شعبة علوم تجريبية

Ce n'est pas que je suis si intelligent, c'est que je reste plus longtemps avec les problèmes.

*Albert Einstein*

## تمرين رقم 18:

**© | علوم تجريبية - 2020 - الموضوع الأول (07 نقاط)**

الدالة العددية $f$ معرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=x-1-\frac{\ln x}{x^2}$.

$(C_f)$ التمثيل البياني لـ $f$ في مستو منسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ ( تؤخذ وحدة الطول $2cm$ )

1. (ا) احسب $\lim_{x \overset{>}{\to} 0} f(x)$ وفسر النتيجة هندسيا ثم بين ان $\lim_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$

   (ب) بين ان المستقيم $(\Delta)$ ذا المعادلة $y=x-1$ مقارب مائل للمنحنى $(C_f)$ عند $+\infty$

   (ج) ادرس وضعية $(C_f)$ بالنسبة الى المستقيم $(\Delta)$

2. الدالة العددية $g$ معرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $g(x)=x^3-1+2\ln x$

   (ا) بين ان $g$ متزايدة تماما على $]0;+\infty[$

   (ب) احسب $g(1)$ ثم استنتج اشارة $g(x)$ حسب قيم $x$ من المجال $]0;+\infty[$

3. (ا) بين انه من اجل كل عدد حقيقي $x$ من المجال $]0;+\infty[$ : $f'(x)=\frac{g(x)}{x^3}$

   (ب) استنتج اتجاه تغير الدالة $f$ ثم شكل جدول تغيراتها

4. بين ان التمثيل البياني $(C_f)$ يقبل مماسا $(T)$ موازيا للمستقيم $(\Delta)$ ، ويطلب تعيين معادلة له.

5. انشئ $(T)$ ، $(\Delta)$ و $(C_f)$

6. الدالة العددية $h$ معرفة على $]-\infty;0[\cap]0;+\infty[$ بـ: $h(x)=-|x|+1+\frac{\ln|x|}{x^2}$

(ا) بين ان $h$ دالة زوجية

(ب) اشرح كيف يتم انشاء المنحنى $(C_h)$ الممثل للدالة $h$ انطلاقا من $(C_f)$. ( لا يطلب انشاء $(C_h)$ )

## تمرين رقم 19:

© | علوم تجريبية - 2019 - الموضوع الأول (07 نقاط)

$f$ الدالة العددية المعرفة على $]0;2[\cup]2;+\infty[$ بـ: $f(x)=\frac{1}{x-2}+\ln x$

$(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) ا) احسب $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} 0} f(x)$ ، $\lim\limits_{x \overset{<}{\to} 2} f(x)$ و $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} 2} f(x)$ ثم فسر النتائج بيانيا.

ب) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

2) ادرس اتجاه تغير الدالة $f$ على $]0;2[\cup]2;+\infty[$ وشكل جدول تغيراتها.

3) نسمي $(\Gamma)$ المنحنى البياني للدالة اللوغاريتمية النيبيرية "ln" في المعلم السابق.

ا) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}(f(x)-\ln x)$ ثم فسر النتيجة بيانيا.

ب) ادرس وضعية المنحنى $(C_f)$ بالنسبة الى المنحنى $(\Gamma)$

4) ارسم بعناية المنحنى $(\Gamma)$ ثم المنحنى $(C_f)$

5) $H$ الدالة المعرفة على المجال $[3;+\infty[$ بـ: $H(x)=\int_3^x \ln(t)\,dt$ حيث $t$ متغير حقيقي موجب تماما.

ا) باستعمال المكاملة بالتجزئة، عين عبارة $H(x)$ بدلالة $x$

ب) احسب $A$ مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى $(C_f)$ وحامل محور الفواصل و المستقيمين ذوي المعادلتين:
$x=3$ و $x=4$

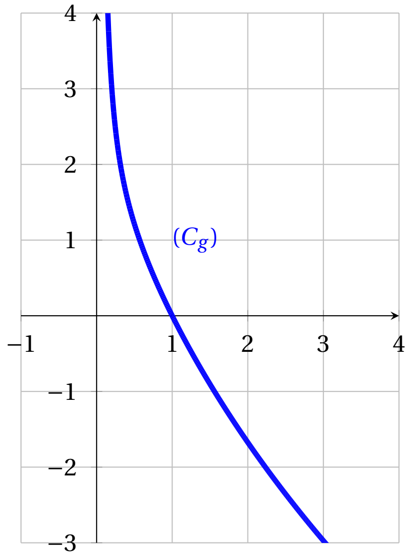
6) $g$ الدالة المعرفة على $]-\infty;-1[\cup]-1;0[$ بـ: $g(x)=f(-2x)$

دون حساب عبارة $g(x)$ حدد اتجاه تغير الدالة $g$ على مجموعة تعريفها.

## تمرين رقم 20:

علوم تجريبية - 2018 - الموضوع الثاني (07 نقاط)

I) $g$ الدالة العددية ذات المتغير الحقيقي $x$ المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $g(x)=\frac{1}{x}-(\ln x)^2-\ln x-1$ و $(C_g)$ المنحنى البياني الممثل لها كما هو مبين في الشكل المقابل:




- احسب $g(1)$ ثم استنتج بيانيا اشارة $g(x)$.

II) $f$ الدالة العددية ذات المتغير الحقيقي $x$ المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ : $f(x)=\dfrac{1+\ln x}{1+x\ln x}$ $(C_f)$ تمثيلها البياني في مستو منسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) احسب $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}0} f(x)$ وبين ان $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$ ثم فسر النتيجتين بيانيا.

2) ا) بين انه من اجل كل $x$ من $]0;+\infty[$ : $f'(x)=\dfrac{g(x)}{(1+x\ln x)^2}$

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة $f$ وشكل جدول تغيراتها

3) بين ان $y=\left(\dfrac{e^2}{e-1}x-\dfrac{e}{e-1}\right)$ هي معادلة لـ $(T)$ مماس المنحنى $(C_f)$ في نقطة تقاطعه مع حامل محور الفواصل، ثم ارسم المماس $(T)$ و المنحنى $(C_f)$

4) عين بيانيا قيم الوسيط الحقيقي $m$ بحيث تقبل المعادلة $(e-1)f(x)=e^2x-me$ حلين متمايزين

III) $n$ عدد طبيعي حيث $n>1$ ، $I_n$ مساحة الحيز من المستوي المحدد بحامل محور الفواصل و المنحنى $(C_f)$ و المستقيمين اللذين معادلتيهما $x=1$ و $x=n$

ا) بين انه من اجل كل عدد طبيعي $n$ حيث $n>1$ : $I_n=\ln(1+n\ln n)$

ب) ادرس اتجاه تغير المتتالية $(I_n)$

## تمرين رقم 21:

**علوم تجريبية - 2017 - الدورة الاستثنائية، الموضوع الثاني (07 نقاط)**

I) نعتبر $f$ الدالة العددية المعرفة على $\left]-\dfrac{1}{2};+\infty\right[$ كمايلي: $f(x)=\dfrac{1+2\ln(2x+1)}{(2x+1)^2}$
$(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) احسب النهايتين : $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}-\frac{1}{2}} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ثم فسر النتيجة بيانيا.

2) ا) بين ان: من اجل كل $x$ من $\left]-\dfrac{1}{2};+\infty\right[$ ، $f'(x)=\dfrac{-8\ln(2x+1)}{(2x+1)^3}$

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة $f$ ثم شكل جدول تغيراتها.

3) حل في المجال $\left]-\frac{1}{2};+\infty\right[$ المعادلة $f(x)=0$ ، ثم استنتج اشارة $f(x)$.

4) بين ان المنحنى $(C_f)$ يقبل نقطة انعطاف $\omega$ يطلب تعيين احداثيها، ثم انشئ $(C_f)$.

II) لتكن الدالة $g$ المعرفة على $\left]-\frac{1}{2};+\infty\right[$ كمايلي: $g(x)=2[-x+ln(2x+1)]$

1) ا) ادرس اتجاه تغير الدالة $g$.

ب) بين ان للمعادلة $g(x)=0$ حلين احدهما معدوم و الاخر $\alpha$ حيث: $1.2<\alpha<1.3$

ج) استنتج اشارة $g(x)$.

2) نضع من اجل كل عدد طبيعي $n$ اكبر تماما من 1 : $I_n=\int_n^{n+1} f(x)dx$

- اثبت ان : من اجل كل $x\geq\frac{3}{2}$ ، $0<f(x)<\frac{1}{2x+1}$ ثم استنتج $\lim\limits_{x\to+\infty} I_n$

## تمرين رقم 22:

علوم تجريبية - 2017 - الموضوع الأول (07 نقاط)

نعتبر الدالة العددية $f$ المعرفة على $D$ حيث $D=]-\infty;-1[\cup]1;+\infty[$ بـ: $f(x)=\frac{2}{3}x+\ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right)$ ، $(C_f)$ التمثيل البياني للدالة $f$ في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) بين ان الدالة $f$ فردية ثم فسر ذلك بيانيا.

2) احسب النهايات التالية: $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}1} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\overset{<}{\to}-1} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

استنتج ان $(C_f)$ يقبل مستقيمين مقاربين موازيين لحامل محور التراتيب.

3) ا) بين انه من اجل كل $x$ من $D$ ، $f'(x)=\frac{2}{3}\left(\frac{x^2+2}{x^2-1}\right)$

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة $f$ ثم شكل جدول تغيراتها.

4) بين ان المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha$ حيث $1.8<\alpha<1.9$.

5) بين أن المستقيم $(\Delta)$ ذا المعادلة: $y=\frac{2}{3}x$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى $(C_f)$ ثم ادرس وضعية المنحنى $(C_f)$ بالنسبة الى المستقيم $(\Delta)$.

6) انشئ المستقيم $(\Delta)$ و المنحنى $(C_f)$.

7) $m$ وسيط حقيقي، ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي $m$ عدد حلول المعادلة: $(2-3|m|)x+3ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right)=0$

## تمرين رقم 23:

علوم تجريبية - 2016 - الموضوع الأول (07 نقاط)

I) لتكن الدالة العددية $g$ المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ بـ: $g(x)=-1+(x+1)e+2\ln(x+1)$

(حيث العدد $e$ هو اساس اللوغاريتم النيبيري).

1) ادرس تغيرات الدالة $g$ ، ثم شكل جدول تغيراتها.

2) بين ان للمعادلة $g(x)=0$ حلا وحيدا $\alpha$ حيث: $-0.34<\alpha<-0.33$

3) استنتج اشارة $g(x)$ حسب قيم العدد الحقيقي $x$ من المجال $]-1;+\infty[$.

II) لتكن الدالة $f$ المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ بـ: $f(x)=\frac{e}{x+1}+\frac{\ln(x+1)}{(x+1)^2}$.
$(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) ا) بين ان $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}-1} f(x)=-\infty$ و احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ، ثم فسر النتيجتين هندسيا.

ب) بين انه من اجل كل عدد حقيقي $x$ من $]-1;+\infty[$ : $f'(x)=\frac{-g(x)}{(x+1)^3}$. ( $f'$ هي مشتقة الدالة $f$ ).

ج) ادرس اتجاه تغير الدالة $f$ على المجال $]-1;+\infty[$ ، ثم شكل جدول تغيراتها.

د) ارسم المنحنى $(C_f)$ ( نقبل ان: $f(\alpha)\approx 3.16$ )

2) ا) بين ان الدالة: $x\mapsto \frac{-1}{x+1}[1+\ln(x+1)]$ هي دالة اصلية للدالة $x\mapsto \frac{\ln(x+1)}{(x+1)^2}$

ب) احسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى $(C_f)$ و حامل محور الفواصل و المستقيمين اللذين معادلتاهما على التوالي $x=0$ و $x=1$

3) نعتبر الدالة العددية $k$ المعرفة على $]-1;1[$ بـ: $k(x)=f(-|x|)$ و $(C_k)$ تمثيلها البياني في المعلم السابق.

ا) بين ان الدالة $k$ زوجية.

ب) بين كيف يمكن استنتاج المنحنى $(C_k)$ انطلاقا من المنحنى $(C_f)$ ثم ارسمه (دون دراسة تغيرات الدالة $k$).

ج) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي $m$ عدد و اشارة حلول المعادلة: $k(x)=m$

## تمرين رقم 24:

© | علوم تجريبية - 2016 - الموضوع الاول (06.5 نقطة)

I) $g$ الدالة العددية المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $g(x)=x^2+1-\ln x$

1) ادرس اتجاه تغير الدالة $g$

2) احسب $g\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ ثم بين انه من اجل كل عدد حقيقي $x$ من المجال $]0;+\infty[$ ، $g(x)>0$.

II) $f$ الدالة العددية المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=\frac{\ln x}{x}+x-1$
و $(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) احسب $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}0} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2) ا) بين انه من اجل كل عدد حقيقي $x$ من المجال $]0;+\infty[$ ، $f'(x)=\frac{g(x)}{x^2}$

ب) شكل جدول تغيرات الدالة $f$

3) اكتب معادلة للماس $(T)$ للمنحنى $(C)$ في النقطة التي فاصلتها 1.

4) ا) بين ان $(C)$ يقبل مستقيما مقاربا مائلا $(\Delta)$ حيث: $y=x-1$ معادلة له.

ب) ادرس الوضع النسبي لـ $(C)$ و $(\Delta)$

5) ارسم المستقيمين $(T)$ و $(\Delta)$ ثم المنحنى $(C)$

6) ا) $m$ عدد حقيقي. $(\Delta_m)$ المستقيم حيث: $y=mx-m$ معادلة له.

ب) ناقش بيانيا و حسب قيم الوسيط الحقيقي $m$ عدد و حلول المعادلة: $f(x)=mx-m$

7) ا) جد دالة اصلية للدالة $x\mapsto\frac{\ln x}{x}$ على المجال $]0;+\infty[$

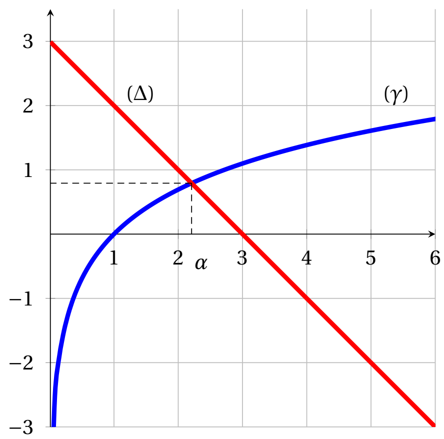
ب) احسب $I_n$ مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى $(C)$ ، المستقيم $(\Delta)$ و المستقيمين اللذين معالتيهما: $x=1$ و $x=n$ حيث $n$ عدد طبيعي $(n>1)$.

ج) عين اصغر عدد طبيعي $n_0$ بحيث اذا كان $n>n_0$ فان: $I_n>2$

## تمرين رقم 25:

**علوم تجريبية - 2015 - دورة جوان، الموضوع الاول (06.5 نقطة)**

المستوي منسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.




**I)** $(\gamma)$ التمثيل البياني للدالة $x\mapsto \ln x$ و $(\Delta)$ المستقيم ذو المعادلة $y=-x+3$ ، $\alpha$ هي فاصلة نقطة تقاطع $(\gamma)$ و $(\Delta)$

1) بقراءة بيانية حدد وضعية $(\gamma)$ بالنسبة الى $(\Delta)$ على $]0;+\infty[$

2) $g$ الدالة العددية المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $g(x)=x-3+\ln x$
استنتج حسب قيم $x$ اشارة $g(x)$

3) تحقق ان: $2.2<\alpha<2.3$

**II)** $f$ الدالة المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=(1-\frac{1}{x})(\ln x-2)$ و $(C_f)$ تمثيلها البياني.

1) احسب $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}0} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

2) اثبت انه من اجل كل $x$ من $]0;+\infty[$ $f'(x)=\frac{g(x)}{x^2}$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة $f$

3) بين انه: $f(\alpha)=\frac{-(\alpha-1)^2}{\alpha}$ ، ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$

4) ادرس وضعية $(C_f)$ بالنسبة الى حامل محور الفواصل، ثم انشئ $(C_f)$ على المجال $]0;e^2]$

**III)** $F$ الدالة الاصلية للدالة $f$ على المجال $]0;+\infty[$ و التي تحقق: $F(1)=-3$

1) بين أن منحنى الدالة $F$ يقبل مماسين موازيين لحامل محور الفواصل في نقطتين يطلب تعيين فاصلتيهما.

2) بين ان $x\mapsto x\ln x-x$ هي دالة اصلية للدالة $x\mapsto \ln x$ على $]0;+\infty[$ ، ثم استنتج عبارة الدالة $F$

## تمرين رقم 26:

**علوم تجريبية - 2014 - دورة جوان، الموضوع الاول (06 نقاط)**

نعتبر الدالة العددية $f$ المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كمايلي: $f(x)=1+\frac{2\ln x}{x}$ و $(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) ا) احسب $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}0} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ، فسر النتيجتين هندسيا.

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة $f$ على المجال $]0;+\infty[$ ثم شكل جدول تغيراتها.

2) ا) ادرس وضعية المنحنى $(C_f)$ بالنسبة الى المستقيم $(\Delta)$ الذي معادلته: $y=1$

ب) اكتب معادلة المماس $(T)$ للمنحنى $(C_f)$ في النقطة ذات الفاصلة 1.

ج) بين ان المعادلة $f(x)=0$ تقبل في المجال $]0;1[$ حلا وحيدا $\alpha$ ، حيث $e^{-0.4}<\alpha<e^{-0.3}$

3) انشئ $(T)$ و $(C_f)$

4) لتكن الدالة $h$ المعرفة على $\mathbb{R}-\{0\}$ كمايلي: $h(x)=1+\frac{2\ln|x|}{|x|}$ وليكن $(C_h)$ تمثيلها البياني في نفس المعلم السابق

ا) بين انه من اجل كل عدد حقيقي $x$ غير معدوم، $h(x)-h(-x)=0$ ماذا تستنتج؟

ب) انشئ المنحنى $(C_h)$ اعتمادا على المنحنى $(C_f)$.

ج) ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي $m$ ، عدد حلول المعادلة: $\ln x^2=(m-1)|x|$.

## تمرين رقم 27:

**علوم تجريبية - 2013 - دورة جوان، الموضوع الثاني (07 نقاط)**

I) $g$ الدالة المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ بـ: $g(x)=x^2+2x+4-2\ln(x+1)$

1) ادرس تغيرات الدالة $g$ ، ثم شكل جدول تغيراتها.

2) استنتج انه من اجل كل $x$ من المجال $]-1;+\infty[$ ، $g(x)>0$

II) $f$ الدالة المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ بـ: $f(x)=x-\frac{1-2\ln(x+1)}{x+1}$
و $(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ (وحدة الطول $2cm$).

1) ا) احسب $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}-1} f(x)$ . فسر النتيجة بيانيا.

ب) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2) ا) بين انه من اجل كل $x$ من $]-1;+\infty[$ ، $f'(x)=\frac{g(x)}{(x+1)^2}$ ، حيث $f'$ هي مشتقة الدالة $f$.

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة $f$ على المجال $]-1;+\infty[$ ، ثم شكل جدول تغيراتها.

ج) بين ان المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha$ في المجال $]-1;+\infty[$ ، ثم تحقق ان $0<\alpha<0.5$

3) ا) بين ان المستقيم $(\Delta)$ ذا المعادلة $y=x$ مقارب مائل للمنحنى $(C_f)$ عند $+\infty$

ب) ادرس وضعية المنحنى $(C_f)$ بالنسبة الى $(\Delta)$

4) نقبل ان المستقيم $(T)$ ذا المعادلة : $y=x+\frac{2}{\sqrt{e^3}}$ ، مماس للمنحنى $(C_f)$ في نقطة فاصلتها $x_0$

ا) احسب $x_0$.

**ب)** ارسم المستقيمين المقاربين و المماس $(T)$ ثم المنحنى $(C_f)$.

**ج)** عين بيانيا قيم الوسيط الحقيقي $m$ ، بحيث تقبل المعادلة $f(x)=x+m$ حلين متمايزين.

## تمرين رقم 28:

**علوم تجريبية - 2012 - دورة جوان، الموضوع الأول (07 نقاط)**

لتكن $f$ الدالة المعرفة على المجال $]-\infty;0[$ كمايلي: $f(x)=x+5+6\ln\left(\frac{x}{x-1}\right)$. $(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

**1)** **ا)** احسب $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ <}} f(x)$ ، ثم فسر النتيجة هندسيا.

**ب)** احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

**2)** بين انه من اجل كل عدد حقيقي $x$ من $]-\infty;0[$ ، $f'(x)=\dfrac{x^2-x-6}{x(x-1)}$

استنتج اتجاه تغير الدالة $f$ ، ثم شكل جدول تغيراتها

**3)** **ا)** بين ان المستقيم $(\Delta)$ الذي معادلة له: $y=x+5$ هو مستقيم مقارب مائل للمنحنى $(C_f)$ بجوار $-\infty$

**ب)** ادرس وضع المنحنى $(C_f)$ بالنسبة للمستقيم $(\Delta)$

**4)** بين ان المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلين $\alpha$ و $\beta$ حيث $-3.5<\alpha<-3.4$ و $-1.1<\beta<-1$

**5)** انشئ المنحنى $(C_f)$ و المستقيم $(\Delta)$

**6)** **ا)** نعتبر النقطتين $A\left(-1;3+6\ln\left(\frac{3}{4}\right)\right)$ و $B\left(-2;\frac{5}{2}+6\ln\left(\frac{3}{4}\right)\right)$

**ب)** بين ان $y=\frac{1}{2}x+\frac{7}{2}+6\ln\frac{3}{4}$ معادلة ديكارتية للمستقيم $(AB)$.

**ج)** بين ان المستقيم $(AB)$ يمس المنحنى $(C_f)$ في نقطة $M_0$ يطلب تعيين احداثيتها.

**7)** لتكن $g$ الدالة المعرفة على $]-\infty;0[$ كمايلي: $g(x)=\dfrac{x^2}{2}+5x+6x\ln\left(\dfrac{x}{x-1}\right)+6\ln(1-x)$

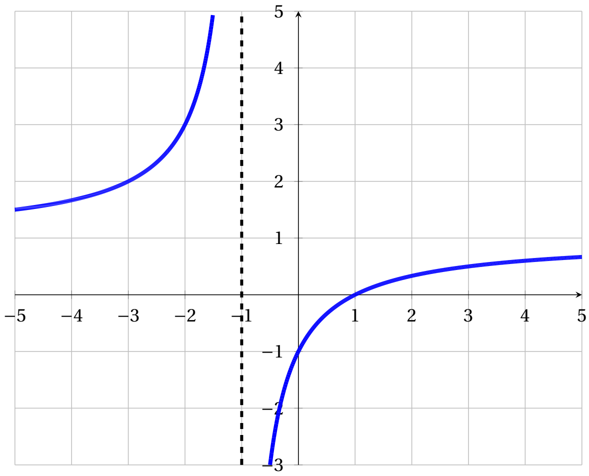
بين ان $g$ دالة اصلية للدالة $f$ على المجال $]-\infty;0[$.

## تمرين رقم 29:

**علوم تجريبية - 2011 - دورة جوان، الموضوع الأول (07 نقاط)**

**I)** نعتبر الدالة $g$ المعرفة على $\mathbb{R}-\{-1\}$ بـ: $g(x)=\dfrac{x-1}{x+1}$

و $(C_g)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ (الشكل المقابل)، بقراءة بيانية:




ا) شكل جدول تغيرات الدالة $g$

ب) حل بيانيا المتراجحة $g(x) > 0$

ج) عين بيانيا قيم $x$ التي يكون من اجلها $0 < g(x) < 1$

II) لتكن الدالة $f$ المعرفة على المجال $]1;+\infty[$ بـ: $f(x) = \frac{x-1}{x+1} + \ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right)$
و $(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) احسب $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} 1} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ثم فسر النتيجتين هندسيا.

2) ا) بين انه من اجل كل عدد حقيقي $x$ من المجال $]1;+\infty[$ ، $g'(x) = \frac{2}{(x+1)^2}$

ب) احسب $f'(x)$ و ادرس اشارتها ثم شكل جدول تغيرات الدالة $f$

3) ا) باستعمال الجزء ا) السؤال جـ-، عين اشارة العبارة $\ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right)$ على المجال $]1;+\infty[$

ب) $\alpha$ عدد حقيقي.
بين ان الدالة $x \mapsto (x-\alpha)\ln(x-\alpha) - x$ هي دالة اصلية للدالة $x \mapsto \ln(x-\alpha)$ على المجال $]\alpha;+\infty[$

ج) تحقق انه من اجل كل عدد حقيقي $x$ من المجال $]1;+\infty[$ ، $g(x) = 1 - \frac{2}{x+1}$ ثم عين دالة اصلية للدالة $f$ على المجال $]1;+\infty[$.

## تمرين رقم 30:

© | علوم تجريبية - 2010 - دورة جوان، الموضوع الأول (10 نقاط)

I) لتكن $f$ الدالة العددية المعرفة على المجال $I = \left]\frac{1}{2};+\infty\right[$ بـ: $f(x) = 1 + \ln(2x-1)$
و ليكن $(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} \frac{1}{2}} h(x)$

2) بين ان الدالة $f$ متزايدة تماما على المجال $I$ ثم شكل جدول تغيراتها.

3) عين فاصلة النقطة من $(C_f)$ التي يكون فيها المماس موازيا للمستقيم $(d)$ ذي المعادلة $y = x$

4) ا) اثبت انه من اجل كل $x$ من $I$ يمكن كتابة $f(x)$ على الشكل: $f(x) = \ln(x+a) + b$ حيث: $a$ ، $b$ عددان حقيقيان يطلب تعيينهما.

ب) استنتج انه يمكن رسم $(C_f)$ انطلاقا من $(C)$ منحنى الدالة اللوغاريتمية النيبيرية ln ثم ارسم $(C)$ و $(C_f)$

**II)** نعتبر الدالة العددية $g$ المعرفة على المجال $I$ بـ: $g(x)=f(x)-x$

**1)** احسب $\lim_{x \overset{>}{\to} \frac{1}{2}} g(x)$ ثم بين ان $\lim_{x\to+\infty} g(x)=-\infty$

**2)** ادرس اتجاه تغير الدالة $g$ على $I$ ثم شكل جدول تغيراتها

**3)** **ا)** احسب $g(1)$ ثم بين ان المعادلة $g(x)=0$ تقبل في المجال $\left]\frac{3}{2};+\infty\right[$ حلا وحيدا $\alpha$.
تحقق ان $2<\alpha<3$

**ب)** ارسم $(C_g)$ منحنى الدالة $g$ على المجال $\left]\frac{1}{2};5\right]$ في المعلم السابق.

**4)** استنتج اشارة $g(x)$ على المجال $I$ ثم حدد وضعية المنحنى $(C_f)$ بالنسبة الى $(d)$

**5)** برهن انه من اجل كل عدد حقيقي $x$ من المجال $]1;\alpha[$ فان: $f(x)$ ينتمي الى المجال $]1;\alpha[$

**III)** نسمي $(U_n)$ المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}^*$ كماياتي: $u_n=f\left(1+\frac{1}{2n}\right)$

**ا)** عين قيمة العدد الطبيعي $n$ التي من اجلها يكون: $u_n=1+2\ln 3-3\ln 2$

**ب)** احسب بدلالة $n$ المجموع $S_n$ حيث: $S_n=u_1+u_2+\cdots+u_n$

## تمرين رقم 31:

**علوم تجريبية - 2009 - دورة جوان، الموضوع الثاني (07 نقاط)**

**الجزء الاول:**

$h$ دالة عددية معرفة على $]-1;+\infty[$ كمايلي: $h(x)=x^2+2x+\ln(x+1)$

**1)** احسب $\lim_{x \overset{>}{\to} -1} h(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} h(x)$.

**2)** بين انه من اجل كل عدد حقيقي $x$ من المجال $]-1;+\infty[$ : $h'(x)=\dfrac{1+2(x+1)^2}{x+1}$
واستنتج اتجاه تغير الدالة $h$ ثم انجز جدول تغيراتها.

**3)** احسب $h(0)$ و استنتج اشارة $h(x)$ حسب قيم $x$.

**الجزء الثاني :** لتكن $f$ دالة معرفة على $]-1;+\infty[$ كمايلي: $f(x)=x-1-\dfrac{\ln(x+1)}{x+1}$
نسمي $(C_f)$ المنحنى الممثل للدالة $f$ في مستوى منسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

**1)** **ا)** احسب $\lim_{x \overset{>}{\to} -1} f(x)$ ثم فسر النتيجة بيانيا.

**ب)** باستخدام النتيجة $\lim_{t\to+\infty}\frac{e^t}{t}=+\infty$ ، برهن ان $\lim_{u\to+\infty}\frac{\ln u}{u}=0$

**ج)** استنتج $\lim_{x\to+\infty} f(x)$

**د)** احسب $\lim_{x\to+\infty}[f(x)-(x-1)]$ و استنتج وجود مستقيم مقارب مائل للمنحنى $(C_f)$

**ه)** ادرس وضعية المنحنى $(C_f)$ بالنسبة الى المستقيم المقارب المائل

**2)** بين انه من اجل كل $x$ من المجال $]-1;+\infty[$ ، $f'(x)=\dfrac{h(x)}{(x+1)^2}$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة $f$

**3)** بين ان المنحنى $(C_f)$ يقطع المستقيم ذو المعادلة $y=2$ عند نقطة فاصلتها محصورة بين 3.3 و 3.4

**4)** ارسم $(C_f)$

**5)** احسب مساحة الحيز المستوى المحدود بالمنحنى $(C_f)$ و المستقيمات التي معادلاتها:
$y=x-1$ ، $x=0$ و $x=1$

...

# 2

# شعبة تقني رياضي

## تمرين رقم 32:

**تقني رياضي - 2020 - دورة جوان، الموضوع الأول (07 نقاط)**

**I)** الدالة العددية $g$ معرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $g(x)=-1+x+2\ln x$

**1)** ادرس اتجاه تغير الدالة $g$

**2)** احسب $g(1)$ ثم استنتج اشارة $g(x)$ حسب قيم $x$ من المجال $]0;+\infty[$

**II)** الدالة العددية $f$ معرفة على $]0;+\infty[$ بـ : $f(x)=\dfrac{-2+(x-2)\ln x}{x}$.

$(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوى المنسوب الى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

**1)** **ا)** احسب $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} 0} f(x)$ ثم فسر النتيجة هندسيا

**ب)** احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

**2)** **ا)** بين انه من اجل كل عدد حقيقي $x$ من $]0;+\infty[$ : $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x^2}$

**ب)** ادرس وضعية المنحنى $(C_f)$ بالنسبة الى المنحنى $(\Gamma)$

**3)** بين ان المنحنى $(C_f)$ يقطع حامل محور الفواصل في نقطتين فاصلتاهما $\alpha$ و $\beta$ ، ثم تحقق ان : $0.5<\alpha<0.6$ و $2.9<\beta<3$

**4)** ارسم $(\Gamma)$ ثم $(C_f)$.

## تمرين رقم 33:

تقني رياضي - 2019 - دورة جوان، الموضوع الثاني (07 نقاط)

I) $g$ الدالة المعرفة و المتزايدة تماما على $]0;+\infty[$ بـ : $g(x)=(x+1)(x+e)-e(x\ln x)$

احسب $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}0} g(x)$ ثم استنتج اشارة $g(x)$ على المجال $]0;+\infty[$

II) $f$ الدالة المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ : $f(x)=\ln(x+1)+\dfrac{e\ln x}{x+1}$

و $(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) ا) احسب $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}0} f(x)$ ، ثم بين ان $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$

ب) بين انه من اجل كل $x$ من $]0;+\infty[$ : $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x(x+1)^2}$

ج) استنتج اتجاه تغير الدالة $f$ ، ثم شكل جدول تغيراتها.

2) اكتب معادلة لـ $(T)$ مماس $(C_f)$ عند النقطة ذات الفاصلة 1

3) ا) بين ان المنحنى $(C_f)$ يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة $A$ فاصلتها $\alpha$

ب) تحقق ان : $0.7<\alpha<0.8$

4) $(\Gamma)$ التمثيل البياني للدالة $x\mapsto\ln(x+1)$ على المجال $[0;+\infty[$

ا) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}(f(x)-\ln(x+1))$ ثم فسر النتيجة بيانيا.

ب) ادرس الوضع النسبي للمنحنيين $(C_f)$ و $(\Gamma)$

ج) ارسم المماس $(T)$ و $(\Gamma)$ ثم $(C_f)$

5) $m$ وسيط حقيقي، عين قيم $m$ بحيث تقبل المعادلة $f(x)=\dfrac{1+e}{2}x-m$ حلين متمايزين.

6) نقبل انه من اجل كل $x$ من المجال $]1;+\infty[$ : $\ln x<x+1$

ا) بين انه من اجل كل $x$ من المجال $]1;+\infty[$ : $\ln 2<f(x)<e+\ln(x+1)$

ب) تحقق انه من اجل كل $x$ من المجال $]1;+\infty[$ الدالة : $x\mapsto(x+1)\ln(x+1)-x$ هي دالة اصلية للدالة $x\mapsto\ln(x+1)$

ج) $S$ مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى $(C_f)$ وحامل محور الفواصل و المستقيمين اللذين معادلتاهما :

$x=e-1$ $\qquad$ $x=e^2-1$

- باستخدام جواب السؤال 6-أ)، بين ان : $(e^2-e)\ln 2<S<e^3$

## تمرين رقم 34:

تقني رياضي - 2018 - دورة جوان، الموضوع الثاني (07 نقاط)

I) نعتبر الدالة العددية $g$ المعرفة على المجال $]0;1[$ بـ : $g(x)=2-x+\ln x$

1) ا) ادرس اتجاه تغير الدالة على المجال $]0;1[$

ب) بين ان المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha$ حيث : $0.15<\alpha<0.16$

2) استنتج حسب قيم $x$ اشارة $g(x)$ على المجال $]0;1[$

II) لتكن $f$ الدالة العددية المعرفة على المجال $]1;+\infty[$ بـ : $f(x)=\dfrac{1-2x+\ln x}{x-1}$

وليكن $(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) احسب $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} 1} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ( يمكن كتابة $f(x)$ على الشكل $f(x) = \frac{1-2x}{x-1} + \frac{\ln x}{x-1}$ ) ، ثم فسر النتيجتين بيانيا.

2) ا) بين انه من اجل كل عدد حقيقي $x$ من المجال $]1;+\infty[$ : $f'(x) = \frac{g\left(\frac{1}{x}\right)}{(x-1)^2}$

ب) بين ان $f$ متزايدة تماما على $\left]1;\frac{1}{\alpha}\right]$ ومتناقصة تماما على $\left[\frac{1}{\alpha};+\infty\right[$ ، ثم شكل جدول تغيراتها

3) ادرس الوضع النسبي لـ $(C_f)$ و المستقيم $(\Delta)$ ذي معادلة $y=-2$

4) ارسم المستقيمين المقاربين و المنحنى $(C_f)$ ( يعطى $f\left(\frac{1}{\alpha}\right) \approx -1.8$ )

5) عين بيانيا قيم الوسيط الحقيقي $m$ حتى تقبل المعادلة $|f(x)| = m$ حلين متمايزين. )

## تمرين رقم 35:

**تقني رياضي - 2017 - الدورة الأستثنائية، دورة جوان، الموضوع الأول (07 نقاط)**

I) لتكن الدالة $g$ المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كمايلي : $g(x) = -\frac{1}{2} + \frac{2-\ln x}{x^2}$

1) احسب $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} 0} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$

2) ادرس اتجاه تغير الدالة $g$ ثم شكل جدول تغيراتها.

3) بين ان المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha$ حيث $1.71 < \alpha < 1.72$ ثم استنتج اشارة $g(x)$ حسب قيم $x$

II) نعتبر الدالة $f$ المعرفة على $]0;+\infty[$ كمايلي : $f(x) = -\frac{1}{2}x + 2 + \frac{-1+\ln x}{x}$.
$(C_f)$ التمثيل البياني للدالة $f$ في المستوى المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ حيث $\|\vec{i}\| = 1cm$

1) ا) احسب $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} 0} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة $f$ ثم شكل جدول تغيراتها.

2) ا) بين ان المستقيم $(\Delta)$ ذا المعادلة $y = -\frac{1}{2}x + 2$ مقارب مائل للمنحنى $(C_f)$

ب) ادرس وضعية المنحنى $(C_f)$ بالنسبة الى المستقيم $(\Delta)$

3) نقبل ان $f(\alpha) \approx 0.87$ و $f(\beta) = f(\gamma) = 0$ حيث $0.76 < \beta < 0.78$ و $4.19 < \gamma < 4.22$

- انشئ في المعلم السابق المستقيم $(\Delta)$ و المنحنى $(C_f)$

4) ليكن $\lambda$ عدد حقيقي حيث $1 < \lambda \le e$ ، نرمز بـ $A(\lambda)$ الى مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى $(C_f)$ و المستقيم $(\Delta)$ و المستقيمين اللذين معادلتهما : $x=1$ و $x=\lambda$

ا) احسب $A(\lambda)$ بدلالة $\lambda$

ب) عين قيمة $\lambda$ حيث $A(\lambda) = \frac{1}{2}cm^2$

## تمرين رقم 36:

**تقني رياضي - 2017 - دورة جوان، الموضوع الأول (07 نقاط)**

لتكن الدالة العددية $f$ المعرفة على $D_f$ حيث $D_f = ]-\infty;1[\cup]2;+\infty[$ كمايلي : $f(x) = -2x + 3 + 2\ln\left(\frac{x-1}{x-2}\right)$
وليكن $(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوى المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) ا) احسب النهايتين : $\lim\limits_{x \overset{<}{\to} 1} f(x)$ ، $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} 2} f(x)$ ثم فسر النتيجتين بيانيا.

ب) احسب $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$

2) بين انه من اجل من $x$ من $D_f$ ، $f'(x) = -2 - \dfrac{2}{(x-1)(x-2)}$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة $f$

3) ا) تحقق ان : من اجل كل عدد حقيقي $x$ من $D_f$ ، $(3-x) \in D_f$ و $f(3-x) + f(x) = 0$

ب) استنتج ان $(C_f)$ يقبل مركز تناظر يطلب تعيين احداثييه.

4) اثبت ان المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha$ على المجال $]0.45;0.46[$ ثم استنتج انها تقبل حلا اخر $\beta$ يطلب تعيين حصر له.

5) بين ان المستقيم $(\Delta)$ ذا المعادلة : $y = -2x+3$ مقارب مائل لـ $(C_f)$ ، ثم ادرس وضعية $(C_f)$ بالنسبة لـ $(\Delta)$

6) ارسم $(\Delta)$ و $(C_f)$

7) بين ان الدالة : $h : x \mapsto (x-1)\ln(x-1) - (x-2)\ln(x-2)$ اصلية للدالة $x \mapsto \ln\left(\dfrac{x-1}{x-2}\right)$ على $]2;+\infty[$.
ثم احسب بدلالة $\beta$ مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى $(C_f)$ و المستقيمات التي معادلاتها :
$y = -2x+3$ ، $x = \beta$ و $x = 3$

## تمرين رقم 37:

**تقني رياضي - 2016 - دورة جوان، الموضوع الأول (07 نقاط)**

I) $g$ الدالة العددية المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ كمايلي : $g(x) = \dfrac{x-1}{x+1} + \ln(x+1)$

1) ا) احسب $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} -1} g(x)$ و $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x)$

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة $g$ على المجال $]-1;+\infty[$ ثم شكل جدول تغيراتها.

2) ا) بين ان المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha$ حيث : $0.4 < \alpha < 0.5$

ب) استنتج اشارة $g(x)$ على المجال $]-1;+\infty[$

II) $f$ الدالة العددية المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ كمايلي : $f(x) = 1 + (x-1)\ln(x+1)$

1) احسب $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} -1} f(x)$ وفسر النتيجة هندسيا ثم احسب $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$

2) ا) ادرس اتجاه تغير الدالة $f$ على المجال $]-1;+\infty[$ ، ثم شكل جدول تغيراتها

ب) بين ان : $f(\alpha) = -\alpha + 4 - \dfrac{4}{\alpha+1}$ ثم اعط حصرا لـ $f(\alpha)$. ( تدور النتائج الى $10^{-2}$ )

3) ليكن $a$ عدد حقيقي من المجال $]-1;+\infty[$ ، نسمي $(T_a)$ مماس المنحنى $(C)$ الممثل للدالة $f$ في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ عند النقطة ذات الفاصلة $a$.
نضع من اجل كل عدد حقيقي $x$ من المجال $]-1;+\infty[$ : $h(x) = f(x) - [f'(a)(x-a) + f(a)]$

ا) تحقق انه من اجل كل $x$ من $]-1;+\infty[$ : $h'(x) = f'(x) - f'(a)$

ب) باستعمال اتجاه تغير الدالة $g$ ، عين اشارة $h'(x)$ حسب قيم $x$ و استنتج اتجاه تغير $h$ على $]-1;+\infty[$

ج) حدد الوضع النسبي للمنحنى $(C)$ و المستقيم $(T_a)$

4) ا) بين انه يوجد مماسان $(T_a)$ يشملان النقطة $A(1;0)$ يطلب تعيين معادلتيهما

ب) ارسم المماسين و المنحنى $(C)$

5) نعتبر الدالة $H$ المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ بـ : $H(x)=\frac{1}{2}(x^2-2x-3)\ln(x+1)-\frac{1}{4}x^2+\frac{3}{2}x$

ا) بين ان الدالة $H$ دالة اصلية للدالة $x\mapsto(x-1)\ln(x+1)$ على المجال $]-1;+\infty[$

ب) احسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى $(C)$ و المستقيمات التي معادلاتها : $y=0$ ، $x=1$ و $x=2$

## تمرين رقم 38:

© | تقني رياضي - 2016 - دورة جوان، الموضوع الثاني (06.5 نقطة)

I) نعتبر الدالة العددية $g$ المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $g(x)=x-x\ln x$

1) ا) احسب $\lim_{x\overset{>}{\to}0} g(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} g(x)$

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة $g$ على المجال $]0;+\infty[$ ثم شكل جدول تغيراتها

2) بين ان المعادلة $g(x)=-1$ تقبل حلا وحيدا $\alpha$ حيث : $3.5<\alpha<3.6$

3) استنتج اشارة العبارة $g(x)+1$ على المجال $]0;+\infty[$

II) نعتبر الدالة العددية $f$ المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $f(x)=\frac{\ln x}{x+1}$

$(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ ، حيث : $\|\vec{i}\|=2cm$ و $\|\vec{j}\|=4cm$

1) بين ان $(C_f)$ يقبل مستقيمين مقاربين معادلتيهما $x=0$ و $y=0$

2) ا) برهن انه من اجل كل عدد حقيقي $x$ من المجال $]0;+\infty[$ بـ : $f'(x)=\frac{g(x)+1}{x(x+1)^2}$

ب) بين ان الدالة $f$ متزايدة تماما على المجال $]0;\alpha]$ ومتناقصة $[\alpha;+\infty[$ ثم شكل جدول تغيراتها.

ج) اكتب معادلة المماس $(T)$ للمنحنى $(C_f)$ عند النقطة ذات الفاصلة 1

د) احسب $\lim_{x\to\alpha}\frac{f(x)-f(\alpha)}{x-\alpha}$ ، فسر النتيجة هندسيا

3) بين ان : $f(\alpha)=\frac{1}{\alpha}$

ا) استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$ ( تدور النتائج الى $10^{-2}$ )

ب) ارسم $(C_f)$

4) نعتبر المعادلة ذات المجهول الحقيقي الموجب تماما $x$ و $m$ وسيط حقيقي :

$$x^2+x-2m(x+1)=\ln(x^2)...(E)$$

ا) تحقق ان المعادلة $(E)$ يؤول حلها الى حل المعادلة : $f(x)=\frac{1}{2}x-m$

ب) عين بيانيا قيم $m$ التي من اجلها تقبل المعادلة $(E)$ حلين متمايزين

5) $h$ هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}^*$ كمايلي : $h(x)=\frac{\ln|x|}{-|x|-1}$ و $(C_h)$ منحناها البياني في المستوى

ا) بين ان الدالة $h$ زوجية

ب) ارسم في نفس المعلم المنحنى $(C_h)$ مستعينا بالمنحنى $(C_f)$

## تمرين رقم 39:

**تقني رياضي - 2015 - دورة جوان، الموضوع الثاني (07.5 نقطة)**

I) $h$ الدالة المعرفة على المجال $]-2;+\infty[$ بمايلي : $h(x)=(x+2)^2+2-2\ln(x+2)$

1) احسب $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} -2} h(x)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} h(x)$

2) ادرس اتجاه تغير الدالة $h$ ، ثم شكل جدول تغيراتها.

3) استنتج انه من اجل كل $x$ من $]-2;+\infty[$ ، $h(x)>0$

II) $f$ الدالة المعرفة على المجال $]-2;+\infty[$ بمايلي : $f(x)=x+1+\dfrac{2}{x+2}\ln(x+2)$

$(C_f)$ المنحنى الممثل للدالة $f$ في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ ( وحدة الطول $1cm$ )

1) احسب $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} -2} f(x)$ وفسر النتيجة هندسيا، ثم احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

2) ا) بين انه من اجل كل $x$ من المجال $]-2;+\infty[$ : $f'(x)=\dfrac{h(x)}{(x+2)^2}$

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة $f$ على المجال $]-2;+\infty[$ ، ثم شكل جدول تغيراتها.

3) ا) بين ان المستقيم $(\Delta)$ ذا المعادلة : $y=x+1$ مقارب مائل للمنحنى $(C_f)$ بجوار $+\infty$

ب) ادرس وضعية المنحنى $(C_f)$ بالنسبة الى المستقيم $(\Delta)$

4) ا) اثبت ان المنحنى $(C_f)$ يقبل نقطة انعطاف $A$ يطلب تعيين احداثيها

ب) ارسم المستقيمين المقاربين و المنحنى $(C_f)$

ج) احسب بالسنتيمتر المربع، مساحة الحيز المحدد بالمنحنى $(C_f)$ و المستقيمات التي معادلاتها :

$y=0$ ، $x=-1$ و $x=1$

III) $g$ الدالة المعرفة على المجال $]-2;+\infty[$ بـ : $g(x)=|x+1|+\dfrac{2}{x+2}|\ln(x+2)|$

ا) احسب $\lim\limits_{x \overset{<}{\to} -1} \dfrac{g(x)-g(-1)}{x+1}$ و $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} -1} \dfrac{g(x)-g(-1)}{x+1}$ ، ماذا تستنتج بالنسبة الى $g$ ؟

ب) اعط تفسيرا لهذه النتيجة.

ج) انطلاقا من المنحنى $(C_f)$ ارسم المنحنى $(C_g)$ الممثل للدالة $g$ في نفس المعلم السابق.

## تمرين رقم 40:

**تقني رياضي - 2014 - دورة جوان، الموضوع الأول (06 نقاط)**

المتسوي منسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

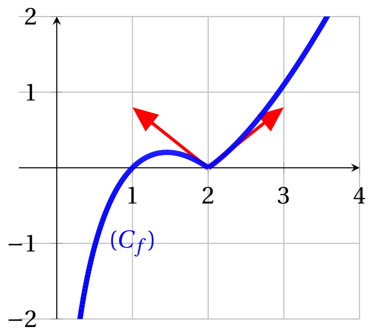
I) $g$ الدالة المعرفة على المجال $]0;3]$ بـ : $g(x)=x\ln x+x$

1) ادرس تغيرات الدالة $g$

2) ا) بين ان المعادلة $g(x)=2$ تقبل حلا وحيدا $\alpha$ في $]0;3]$ ثم تحقق ان $1.45<\alpha<1.46$

ب) استنتج اشارة $g(x)-2$

II) التمثيل البياني المقابل $(C_f)$ هو الدالة $f$ المعرفة على المجال $]0;3]$ بـ : $f(x)=|x-2|\ln x$




ا) باستعمال $(C_f)$ ضع تخمينا حول قابلية اشتقاق الدالة $f$ عند 2

ب) اثبت ان صحة تخمينك

ج) ادرس تغيرات الدالة $f$

**III)** $h$ الدالة المعرفة على $\left[0;\frac{\pi}{2}\right[$ كمايلي : $h(x)=(2-\cos x)\ln(\cos x)$

ا) بين ان المستقيم $(\Delta)$ ذو المعادلة $x=\frac{\pi}{2}$ مقارب للمنحنى $(C_h)$ ؛ حيث $(C_h)$ هو التمثيل البياني للدالة $h$

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة، ثم شكل جدول تغيراتها وارسم $(\Delta)$ و $(C_h)$

## تمرين رقم 41:

تقني رياضي - 2013 - دورة جوان، الموضوع الأول (07 نقاط)

**I)** الدالة $g$ معرفة على المجال $]-1;+\infty[$ بالعبارة: $g(x)=(x+1)^2-2+\ln(x+1)$

1) ادرس اتجاه تغير الدالة $g$ على المجال $]-1;+\infty[$

2) بين ان المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha$ حيث : $0.31<\alpha<0.32$ وان : $\ln(\alpha+1)=2-(\alpha+1)^2$

3) استنتج حسب قيم $x$ اشارة $g(x)$

**II)** الدالة $f$ معرفة على المجال $]-1;+\infty[$ بالعبارة : $f(x)=(x+1)^2+(2-\ln(x+1))^2$

$(C_f)$ منحنى $f$ في المستوى المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) احسب $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} -1} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

2) اثبت انه، من اجل كل $x$ من $]-1;+\infty[$ : $f'(x)=\dfrac{2g(x)}{x+1}$

3) ادرس اتجاه تغير الدالة $f$ ، ثم شكل جدول تغيراتها.

4) بين ان : $f(\alpha)=(\alpha+1)^2(1+(\alpha+1)^2)$ ، ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$

5) مثل المنحنى $(C_f)$ على المجال $]-1;2]$

**III)** $(\Gamma)$ المنحنى الممثل للدالة $h$ المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ بالعبارة : $h(x)=\ln(x+1)$.

$A$ النقطة ذات الاحداثيتين $(-1;2)$ و $M$ نقطة من $(\Gamma)$ فاصلتها $x$

1) اثبت ان المسافة $AM$ تعطى بالعبارة $AM=\sqrt{f(x)}$

2) الدالة $k$ معرفة على المجال $]-1;+\infty[$ بالعبارة : $k(x)=\sqrt{f(x)}$

ا) بين ان للدالتين $k$ و $f$ نفس اتجاه التغير على المجال $]-1;+\infty[$

ب) عين احداثيتي النقطة $B$ من $(\Gamma)$ ، بحيث تكون المسافة $AM$ اصغر ما يمكن
ج) بين ان : $AB = (\alpha+1)\sqrt{(\alpha+1)^2+1}$

## تمرين رقم 42:

تقني رياضي - 2012 - دورة جوان، الموضوع الثاني (07 نقاط)

I) $g$ هي الدالة المعرفة على $]0;+\infty[$ كمايلي : $g(x) = x^2 + a + b\ln(x)$ حيث $a$ و $b$ عددان حقيقيان.

II) 1) عين $a$ و $b$ علما ان التمثيل البياني للدالة $g$ يقبل في النقطة $A(1;-1)$ مماسا معامل توجيهه 4

2) نضع $a=-2$ و $b=2$

ا) ادرس تغيرات الدالة $g$ ، ثم شكل جدول تغيراتها.

ب) بين ان المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha$ على $]0;+\infty[$ ، ثم استنتج اشارة $g(x)$ على $]0;+\infty[$

III) $f$ هي الدالة المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $f(x) = x - 2 - \dfrac{2\ln(x)}{x}$
$(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ . ( وحدة الطول $2cm$ )

1) ا) احسب $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

ب) احسب $f'(x)$ ، ثم تحقق ان : $f'(x) = \dfrac{g(x)}{x^2}$

ج) استنتج اشارة $f'(x)$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة $f$

2) ا) بين ان المستقيم $(\Delta)$ ذا المعادلة : $y = x-2$ مقارب لـ $(C_f)$ ، ثم ادرس وضعية $(C_f)$ بالنسبة الى $(\Delta)$

ب) بين ان $(C_f)$ يقبل مماسا $(T)$ يوازي $(\Delta)$ ، ثم جد معادلة له.

ج) ناخذ $\alpha = 1.25$. بين ان المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلين $x_1$ و $x_2$ حيث : $0.6 < x_1 < 0.7$ و $2.7 < x_2 < 2.8$ ، ثم ارسم كلا من $(\Delta)$ ، $(T)$ و $(C_f)$

3) نقاش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي $m$ ، عدد حلول المعادلة: $(m+2)x + 2\ln(x) = 0$

## تمرين رقم 43:

تقني رياضي - 2011 - دورة جوان، الموضوع الأول (06 نقاط)

$f$ دالة عددية معرفة على $]0;+\infty[$ كمايلي : $f(x) = \dfrac{a+b\ln 2x}{4x^2}$ حيث $a$ و $b$ عددان حقيقيان و $(C_f)$ المنحنى الممثل لها في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1. عين $a$ و $b$ بحيث المماس في النقطة $A\left(\frac{1}{2};1\right)$ للمنحنى $(C_f)$ موازيا لحامل محور الفواصل.

2. $g$ الدالة العددية المعرفة على $]0;+\infty[$ كمايلي : $g(x) = \dfrac{1+2\ln 2x}{4x^2}$ و $(C_g)$ المنحنى الممثل لها في المستوي المنسوب الى المعلم السابق.

(ا) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} g(x)$ ، فسر النتيجتين هندسيا.

(ب) ادرس اتجاه تغير الدالة $g$ ثم شكل جدول تغيراتها.

(ج) حل في $]0;+\infty[$ المعادلة $g(x)=0$

(د) انشئ $(C_g)$

3. (ا) $h$ الدالة العددية المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كمايلي : $h(x)=\frac{1+\ln(2x)}{2x}$. احسب $h'(x)$

(ب) تحقق ان : $g(x)=\frac{\ln 2x}{2x^2}+\frac{1}{4x^2}$ ثم استنتج دالة اصلية للدالة $g$ على المجال $]0;+\infty[$.

## تمرين رقم 44:

تقني رياضي - 2009 - دورة جوان، الموضوع الثاني (07 نقاط)

1. $g$ دالة معرفة على $]1;+\infty[$ كمايلي : $g(x)=2x+\ln x$

(ا) احسب نهاية الدالة $g$ عندما يؤول $x$ الى $+\infty$

(ب) ادرس اتجاه تغير الدالة $g$

(ج) بين انه من اجل كل عدد حقيقي $x$ من المجال $]1;+\infty[$ فان $g(x)\neq 0$

2. لتكن $f$ دالة معرفة على $]1;+\infty[$ كمايلي : $f(x)=\frac{6\ln x}{2x+\ln x}$

(ا) بين انه يمكن كتابة $f(x)$ على الشكل $f(x)=\frac{6\frac{\ln x}{x}}{2+\frac{\ln x}{x}}$ من اجل $x\in[1;+\infty[$

(ب) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ، ماذا تستنتج؟

(ج) ادرس اتجاه تغير الدالة $f$

(د) شكل جدول تغيرات $f$ ، ماهي قيم العدد الحقيقي $k$ بحيث تقبل المعادلة $f(x)=k$ حلين متمايزين؟

(ه) جد معادلة للمماس $(\Delta_1)$ للمنحنى $(C_f)$ عند النقطة التي فاصلتها 1 حيث $(C_f)$ برمز الى التمثيل البياني للدالة $f$ في المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

3. نعتبر الدالة $h$ المعرفة على $]1;+\infty[$ بالعبارة : $h(x)=f(e^x)$ و $(C_h)$ تمثيلها البياني في المعلم السابق.

(ا) شكل جدول تغيرات الدالة $h$

(ب) جد معادلة للمماس $(\Delta_2)$ للمنحنى $(C_h)$ عند النقطة التي فاصلتها 1

(ج) ارسم كلا من $(\Delta_1)$ ، $(\Delta_2)$ ، $(C_f)$ و $(C_h)$ في نفس المعلم السابق

...

# 3

# شعبة رياضيات

## تمرين رقم 45:

**رياضيات - 2020 - دورة جوان، الموضوع الثاني (07 نقاط)**

**I)** الدالتان العدديتان $g$ و $h$ معرفتان على المجال $]-\infty;0]$ كمايلي : $g(x)=-2e^x$ و $h(x)=x(e^x+1)$.

حدد اشارة كل من $h(x)$ و $g(x)$ على المجال $]-\infty;0]$

**II)** الدالة العددية $f$ معرفة على المجال $]-\infty;0]$ بـ: $f(x)=(x-3)e^x+\frac{1}{2}x^2$.

$(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

**1)** بين انه من اجل كل $x$ من المجال $]-\infty;0]$ : $f'(x)=h(x)+g(x)$

استنتج اتجاه تغير الدالة $f$ على المجال $]-\infty;0]$

**ب)** احسب $f(0)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة $f$

**ج)** بين ان المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha$ في المجال $]-\infty;0]$ ثم تحقق ان : $-1.5<\alpha<-1.4$

**د)** $(P)$ هو التمثيل البياني للدالة : $x\mapsto\frac{1}{2}x^2$ على المجال $]-\infty;0]$

**ا)** احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}\left[f(x)-\frac{1}{2}x^2\right]$ ثم فسر النتيجة بيانيا

**ب)** ادرس الوضع النسبي للمنحنيين $(P)$ و $(C_f)$

**ج)** انشئ $(P)$ ثم المنحنى $(C_f)$ على المجال $]-\infty;0]$

**هـ)** ليكن $m$ وسيكا حقيقيا، ناقش و حسب قيم $m$ عدد حلول المعادلة: $|f(x)|=e^m$ في $]-\infty;0]$

## تمرين رقم 46:

**رياضيات - 2019 - دورة جوان، الموضوع الثاني (07 نقاط)**

$f$ الدالة المعرفة على $[0;+\infty[$ بـ :

$$\begin{cases} f(x) = x - x^2 \ln x, x > 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$$

$(C_f)$ منحناها البياني في المستوى المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ . الوحدة $3cm$

1. برهن ان :
   - اذا كان : $x > 1$ فان : $1 - x - 2x\ln x < 0$
   - اذا كان : $0 < x < 1$ فان : $1 - x - 2x\ln x > 0$
2. (ا) اثبت ان الدالة $f$ قابلة للاشتقاق عند 0 من اليمين ثم اكتب معادلة لنصف المماس $(\Delta)$ للمنحنى $(C_f)$ عند مبدأ المعلم.
   (ب) ادرس الوضع النسبي لـ: $(\Delta)$ و $(C_f)$
3. (ا) احسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$
   (ب) ادرس اتجاه تغير الدالة $f$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة $f$
4. (ا) اكتب معادلة $(T)$ مماس المنحنى $(C_f)$ الموازي لـ $(\Delta)$
   (ب) اثبت ان المعادلة $f(x) = 0$ تقبل في المجال $]1;+\infty[$ حلا وحيدا $\alpha$ ثم تحقق ان : $1.76 < \alpha < 1.77$
   (ج) اكتب معادلة للمستقيم $(d)$ الذي يوازي $(\Delta)$ ويشمل النقطة ذات الاحداثيين $(\alpha;0)$.
   - ارسم كلا من $(T)$ ، $(\Delta)$ و $(d)$ ثم المنحنى $(C_f)$ على المجال $[0;\alpha]$
5. $m$ وسيط حقيقي، ناقش بيانيا حسب قيم $m$ عدد حلول المعادلة : $x^2\ln x + m = 0$ في المجال $[0;\alpha]$
6. $\lambda$ عدد حقيقي حيث : $0 < \lambda < 1$ ، نعتبر: $A(\lambda) = \int_\lambda^1 -x^2 \ln x dx$
   (ا) باستعمال المكاملة بالتجزئة احسب $A(\lambda)$ بدلالة $\lambda$
   (ب) احسب $\lim_{\substack{\lambda \to 0 \\ >}} A(\lambda)$ ثم فسر النتيجة هندسيا.

## تمرين رقم 47:

**رياضيات - 2018 - دورة جوان، الموضوع الأول (07 نقاط)**

$f$ الدالة العددية المعرفة على $[0;1[\cup]1;+\infty[$ بـ :

$$\begin{cases} f(x) = x + 1 - \dfrac{1}{\ln x}; x \in \mathbb{R}_+^* - \{1\} \\ f(0) = 1 \end{cases}$$

( يرمز بـ $\ln$ الى اللوغاريتم النيبيري ).
$(C_f)$ التمثيل البياني للدالة $f$ في المستوى المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ .

1) ا) بين ان $f$ مستمرة عند 0 بقيم اكبر.

ب) احسب $\lim\limits_{h \overset{>}{\to} 0} \frac{f(h)-f(0)}{h}$ ثم فسر النتيجة هندسيا.

2) ا) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x \overset{<}{\to} 1} f(x)$ و $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} 1} f(x)$

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة $f$ ثم شكل جدول تغيراتها

3) بين ان المنحنى $(C_f)$ يقبل مستقيما مقاربا مائلا $(\Delta)$ يطلب تعيين معادلة له ثم ادرس وضعية $(C_f)$ بالنسبة الى $(\Delta)$

4) بين ان المنحنى $(C_f)$ يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة $\omega$ فاصلتها $\alpha$ حيث $1.49 < \alpha < 1.5$
ثم بين ان معادلة المماس للمنحنى $(C_f)$ في النقطة $\omega$ تكتب على الشكل $y = \left(\alpha+3+\frac{1}{\alpha}\right)(x-\alpha)$

5) ارسم المستقيم $(\Delta)$ و المنحنى $(C_f)$.

6) $h$ الدالة العددية المعرفة على المجال $]1;+\infty[$ واستنتج اشارة $h(x)$ على المجال $]1;+\infty[$ بـ: $h(x) = 1-x+x\ln x$

ا) بين ان الدالة $h$ متزايدة تماما على المجال $]1;+\infty[$ واستنتج اشارة $h(x)$ على المجال $]1;+\infty[$

ب) بين انه من اجل كل $x>1$ : $f(x)-x+\frac{1}{x\ln x} = \frac{h(x)}{x\ln x}$

ج) واستنتج انه من اجل كل $x>1$ : $x-\frac{1}{x\ln x} < f(x) < x+1$

7) $A$ مساحة الحيز من المستوي المحدد بالمنحنى $(C_f)$ وحامل محور الفواصل و المستقيمين اللذين معادلتيهما : $x=\alpha$ و $x=e$. ( $e$ هو اساس اللوغاريتم النيبيري )

- بين ان $\frac{1}{2}(e^2-\alpha^2)-\ln(\alpha+1) < A < \frac{1}{e}(e-\alpha)(e+\alpha+2)$

## تمرين رقم 48:

**رياضيات - 2017 - دورة جوان، الدورة الاستثنائية، الموضوع الاول (07 نقاط)**

I) نعتبر الدالة $g$ المعرفة على $]0;+\infty[$ كمايلي : $g(x) = x+2-\ln x$
ادرس اتجاه تغير الدالة $g$ ثم استنتج اشارة $g(x)$

II) لتكن الدالة $f$ المعرفة على $\mathbb{R}^*$ كمايلي : $f(x) = \frac{1}{2}\left(-x+e-\frac{\ln(x^2)}{x}\right)$
$(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ حيث $\|\vec{i}\| = 1cm$

1) بين ان : من اجل كل عدد حقيقي $x$ غير معدوم، $f'(x) = \frac{-g(x^2)}{2x^2}$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة $f$

2) ا) احسب من اجل كل عدد حقيقي $x$ غير معدوم $f(-x)+f(x)$ ، ثم فسر النتيجة بيانيا.

ب) احسب $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} 0} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ثم استنتج $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x \overset{<}{\to} 0} f(x)$

ج) شكل جدول تغيرات الدالة $f$

3) بين ان المستقيم $(\Delta)$ ذا المعادلة $y = -\frac{1}{2}x+\frac{e}{2}$ مقارب لـ $(C_f)$ ثم ادرس وضعية $(C_f)$ بالنسبة الى $(\Delta)$

4) ا) اثبت انه يوجد مماسان للمنحنى $(C_f)$ معامل توجيه كل منهما يساوي $\left(-\frac{1}{2}\right)$ ثم جد معادلة لكل منهما.

ب) بين ان المنحنى $(C_f)$ يقطع حامل محور الفواصل في نقطتين فاصلتهما $\alpha$ و $\beta$ حيث :
$2 < \alpha < 2.1$ و $-0.5 < \beta < -0.4$

5) ارسم المماسين و المستقيم $(\Delta)$ ثم المنحنى $(C_f)$

6) باستعمال المنحنى $(C_f)$ ، عين قيم الوسيط الحقيقي $m$ حتى تقبل المعادلة $x(e-2m) = \ln(x^2)$ حلا وحيدا.

7) نرمز بـ $A(\alpha)$ الى مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى $(C_f)$ و المستقيمات التي معادلاتها $x=\alpha$ ، $x=1$ و $x+2y=e$.

تحقق ان : $A(\alpha)=\frac{1}{2}(\ln\alpha)^2 cm^2$

## تمرين رقم 49:

**رياضيات - 2017 - دورة جوان، الموضوع الثاني (07 نقاط)**

I) نعتبر الدالة العددية $g$ المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كمايلي : $g(x)=\frac{1}{x}-\ln x$

1) ادرس اتجاه تغير الدالة $g$

2) بين ان المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha$ من المجال $]1.76;1.77[$ ثم استنتج اشارة $g(x)$ على $]0;+\infty[$

II) نعتبر الدالة العددية $f$ المعرفة على المجال $[0;+\infty[$ $\begin{cases} f(x)=\frac{x+1}{x-\ln x}; x>0 \\ f(0)=0 \end{cases}$

$(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) اثبت ان الدالة $f$ مستمرة عند العدد 0 على اليمين،

ثم احسب $\lim_{\substack{x\to 0 \\ >}}\frac{f(x)}{x}$ وفسر النتيجة بيانيا.

2) بين ان : من اجل كل عدد حقيقي $x$ من المجال $]0;+\infty[$ ، $f'(x)=\frac{g(x)}{(x-\ln x)^2}$

3) احسب $\lim_{x\to+\infty}f(x)$ وفسر ذلك بيانيا ثم شكل جدول تغيرات الدالة $f$

4) لتكن الدالة $h$ المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ : $h(x)=x-\ln x$

ا) بين ان : من اجل كل عدد حقيقي $x$ موجب تماما ، $h(x)>0$ ، و استنتج وضعية $(C_f)$ بالنسبة الى المستقيم $(\Delta)$ ذي المعادلة $y=1$

ب) ارسم $(C_f)$. ( ناخذ $f(\alpha)\approx 2.31$ )

5) لتكن الدالة $F$ المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كمايلي : $F(x)=\int_1^x f(t)dt$

- بين ان : من اجل كل عدد حقيقي $x$ حيث $x\geq 1$ ، $\frac{1}{x}+1\leq f(x)\leq f(\alpha)$

- اعط تفسيرا هندسيا للعدد $F(e)$ ثم استنتج حصرا له.

## تمرين رقم 50:

**رياضيات - 2016 - دورة جوان، الموضوع الأول (06.5 نقطة)**

I) $g$ الدالة العددية المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $g(x)=1+x^2+2\ln x$

1) ادرس اتجاه تغير الدالة $g$

2) بين ان المعادلة $g(x)=0$ تقبل في المجال $]0.52;0.53[$ حلا وحيدا $\alpha$

3) استنتج اشارة $g(x)$ على المجال $]0;+\infty[$.

II) $f$ الدالة العددية المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $f(x)=-x+\frac{3+2\ln x}{x}$.

$(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) احسب $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} 0} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

2) ا) بين انه من اجل كل عدد حقيقي $x$ من المجال $]0;+\infty[$ : $f'(x) = \dfrac{-g(x)}{x^2}$

ب) شكل جدول تغيرات الدالة $f$

ج) تحقق ان : $f(\alpha) = 2\left(\dfrac{1}{\alpha} - \alpha\right)$ ثم عين حصرا له.

3) ا) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} [f(x)+x]$ ثم فسر النتيجة هندسيا.

ب) ادرس وضعية $(C_f)$ بالنسبة الى مستقيمه المقارب المائل $(\Delta)$

ج) بين ان $(C_f)$ يقبل مماسا $(T)$ يوازي $(\Delta)$ يطلب كتابة معادلة ديكارتية له.

4) نقبل ان $(C_f)$ يقطع حامل محور الفواصل في نقطتين فاصلتيهما $x_0$ و $x_1$ حيث :

$0.22 < x_0 < 0.23$ و $2.11 < x_1 < 2.13$

انشئ $(T)$ ، $(\Delta)$ و $(C_f)$.

5) $m$ وسيط حقيقي. ناقش بيانيا وحسب قيم $m$ ، عدد حلول المعادلة : $3 + 2\ln x - mx = 0$

III) من اجل كل عدد طبيعي $n$ نضع: $u_n = \displaystyle\int_{e^n}^{e^{n+1}} [f(x)+x]\,dx$

ا) بين انه من اجل كل عدد طبيعي $n$ : $u_n > 0$

ب) اعط تفسيرا هندسيا للعدد $u_0$

ج) احسب $u_n$ بدلالة $n$.

د) نضع : $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \cdots + u_n$. احسب $S_n$ بدلالة $n$

## تمرين رقم 51:

**رياضيات - 2015 - دورة جوان، الموضوع الأول (07 نقاط)**

$f$ الدالة المعرفة بـ: $f(0) = 1$ ، و من اجل كل عدد حقيقي $x$ من المجال $]0;+\infty[$ ، $f(x) = 1 - x^2\ln x$

$(C_f)$ منحنى الدالة $f$ الممثل في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) ا) ادرس استمرارية الدالة $f$ عند 0 من اليمين

ب) احسب $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} 0} \dfrac{f(x)-1}{x}$ ، ثم فسر النتيجة هندسيا.

2) ا) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة $f$ ، ثم شكل جدول تغيراتها.

3) ا) بين ان المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha$ في المجال $[0;+\infty[$

ب) تحقق ان $1.531 < \alpha < 1.532$

4) نعتبر الدالة $g$ المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = f(|x|)$.

$(C_g)$ المنحنى الممثل للدالة $g$ في نفس المعلم $(O;\vec{i},\vec{j})$

ا) ادرس شفعية الدالة $g$

ب) انشئ المنحنى $(C_g)$ على المجال $[-2;2]$

5) باستعمال المكاملة بالتجزئة، عين الدالة الاصلية للدالة $x \mapsto x^2\ln x$ المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ و التي تنعدم من اجل القيمة 1

6) $t$ عدد حقيقي ينتمي الى المجال $]0;\alpha]$. نضع $F(t)=\int_1^{\alpha} f(x)dx$

ا) اكتبر العبارة $F(t)$ بدلالة $t$ و $\alpha$

ب) بين انه من اجل كل عدد حقيقي $t$ من المجال $]0;\alpha]$ ، $F(t)=\dfrac{-3tf(t)-t^3-6t+\alpha^3+6\alpha}{9}$

ج) احسب $\lim\limits_{t\overset{>}{\to}0} F(t)$

7) $m$ عدد حقيقي ينتمي الى المجال $]0;\alpha]$.
$\delta(m)$ مساحة الدائرة ذات المركز المبدأ $O$ و نصف القطر $m$.
نفرض ان مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى $(C_g)$ ، حامل محور الفواصل و المستقيمين اللذين معادلتيهما على الترتيب : $x=-\alpha$ و $x=\alpha$ ، هي : $A$ حيث : $A=\frac{2}{9}(\alpha^3+6\alpha)\,ua$
( $ua$ وحدة المساحات )

ا) عين القيمة المضبوطة للعدد $m$ حتى يكون $\delta(m)=2A$

ب) علما ان $3.140<\pi<3.142$ اعط حصرا للعدد $m$

## تمرين رقم 52:

**رياضيات - 2014 - دورة جوان، الموضوع الثاني (05.5 نقطة)**

1) $f$ الدالة العددية المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $f(x)=(1+2\ln x)(-1+\ln x)$
$(C_f)$ المنحنى الممثل للدالة $f$ في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

ا) ادرس تغيرات الدالة $f$

ب) اكتب معادلة المماس $(\Delta)$ للمنحنى $(C_f)$ في النقطة ذات الفاصلة $e$ ( حيث $e$ اساس اللوغاريتم النيبيري )

ج) عين فواصل نقط تقاطع $(C_f)$ مع حامل محور الفواصل ثم ارسم $(C_f)$ على المجال $]0;e^2]$

2) $g$ الدالة العددية المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $g(x)=1-\ln x$
$(C_g)$ تمثيلها البياني في المعلم السابق.

ا) ادرس تغيرات الدالة $g$

ب) عين الوضع النسبي للمنحنيين $(C_f)$ و $(C_g)$ ثم ارسم $(C_g)$ على المجال $]0;e^2]$

3) نعتبر الدالة العددية $h$ المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $h(x)=x(\ln x)^2-2x\ln x+2x$

ا) احسب $h'(x)$ و استنتج دالة اصلية للدالة : $x\mapsto(\ln x)^2$ على $]0;+\infty[$

ب) احسب العدد : $\int_{\frac{1}{e}}^{e}[f(x)-g(x)]\,dx$

## تمرين رقم 53:

**رياضيات - 2012 - دورة جوان، الموضوع الثاني (08 نقاط)**

I) $g$ هي الدالة المعرفة على المجال $]-1;3]$ كمايلي : $g(x)=2\ln(x+1)-\dfrac{x}{x+1}$

1) ادرس تغيرات الدالة $g$ ، ثم شكل جدول تغيراتها.

2) بين ان المعادلة: $g(x)=0$ تقبل حلين احدهما معدوم و الاخر $\alpha$ يحقق : $-0.8<\alpha<-0.7$

3) عين، حسب قيم اشارة $g(x)$

4) $h$ هي الدالة المعرفة على المجال $]-1;3]$ بـ: $h(x)=[g(x)]^2$

ا) احسب $h'(x)$ بدلالة كل من $g(x)$ و $g'(x)$

ب) عين اشارة $h'(x)$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة $h$

5) $f$ هي الدالة المعرفة على المجال $]-1;3]$ كمايلي : $\begin{cases} f(x)=\dfrac{x^2}{\ln(x+1)} ; x\neq 0 \\ f(0)=0 \end{cases}$

$(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوى المنسوب الى المعلم و المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) بين ان الدالة $f$ تقبل الاشتقاق عند الصفر، ثم اكتب معادلة لـ $(T)$ مماس $(C_f)$ في النقطة ذات الفاصلة 0

2) ا) بين انه من اجل كل $x$ من $]-1;0[\cup]0;3]$ ، $f'(x)=\dfrac{xg(x)}{[\ln(x+1)]^2}$ ، ثم استنتج اتجاه تغير الدالة $f$.

ب) بين ان : $f(\alpha)=2\alpha(\alpha+1)$ ، ثم عين حصرا لـ $f(\alpha)$

ج) احسب $f(3)$ و $\lim\limits_{\substack{x\to-1 \\ >}} f(x)$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة $f$

3) ا) بين انه من اجل كل $x$ من المجال $]-1;3]$ فان : $x-\ln(x+1)\geq 0$

ب) ادرس وضعية $(C_f)$ بالنسبة الى المماس $(T)$

4) عين معادلة للمستقيم $(T')$ الموازي للماس $(T)$ و الذي يتقاطع مع $(C_f)$ في النقطة ذات الفاصلة 3.

5) ارسم $(T)$ ، $(T')$ و $(C_f)$

6) ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي $m$ ، عدد حلول المعادلة: $f(x)=x+m$

## تمرين رقم 54:

**رياضيات - 2011 - دورة جوان، الموضوع الثاني (07 نقاط)**

1) $g$ الدالة العددية المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $g(x)=x^2+\ln x^2-1$

ا) ادرس اتجاه تغير الدالة $g$ ثم شكل جدول تغيراتها

ب) احسب $g(1)$ ثم استنتج اشارة $g(x)$ في المجال $]0;+\infty[$

2) $f$ الدالة العددية المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كمايلي : $f(x)=\left(1-\dfrac{1}{x^2}\right)\ln x$
و $(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوى المزود بالمعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

ا) بين ان $f$ قابلة للاشتقاق على المجال $]0;+\infty[$ و ان : $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x^3}$
استنتج اتجاه تغير الدالة $f$ ثم شكل جدول تغيراتها.

ب) $(\delta)$ المنحنى الممثل للدالة $x\mapsto \ln x$ على المجال $]0;+\infty[$
- ادرس وضعية $(C_f)$ بالنسبة الى $(\delta)$ ثم جد $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1}{x^2}\ln x$ ، ماذا تستنتج؟
- ارسم $(\delta)$ و $(C_f)$

3) ا) $x$ عدد حقيقي من المجال $]1;+\infty[$ ، باستعمال التكامل بالتجزئة جد $\displaystyle\int_1^x \frac{1}{t^2}\ln t\,dt$
- تحقق ان : $x\mapsto x\ln x-x$ هي دالة اصلية للدالة $x\mapsto \ln x$ على المجال $]1;+\infty[$
- استنتج دالة اصلية للدالة $f$ على المجال $]1;+\infty[$

ب) $\alpha$ عدد حقيقي اكبر تماما من 1.
احسب بدلالة $\alpha$ المساحة $A(\alpha)$ للحيز المستوي المحدد بالمنحنيين $(C_f)$ و $(\delta)$ و المستقيمين اللذين معادلتيهما: $x=1$ و $x=\alpha$ ، ثم احسب $\lim_{\alpha\to+\infty} A(\alpha)$

## تمرين رقم 55:

**رياضيات - 2010 - دورة جوان، الموضوع الثاني (07 نقاط)**

$g$ الدالة المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كمايلي : $g(x)=x-1-2\ln x$ و $(C_g)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ وحدة الطول هي $4cm$

1) احسب $\lim_{x\overset{>}{\to}0} g(x)$ ثم فسر النتيجة هندسيا

2) ا) بين ان $\lim_{x\to+\infty} g(x)=+\infty$

ب) ادرس تغيرات الدالة $g$

ج) احسب $g(1)$

د) برهن ان المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلين مختلفتين احدهما $\alpha$ حيث : $3.5<\alpha<3.6$

هـ) استنتج اشارة $g(x)$ ثم اشارة $g\left(\frac{1}{x}\right)$

3) $f$ الدالة العددية المعرفة على $[0;+\infty[$ كمايلي : $\begin{cases} f(x)=-x^2+x+x^2\ln x; x>0 \\ f(0)=0 \end{cases}$

ا) احسب $\lim_{x\overset{>}{\to}0} \frac{f(x)}{x}$ وفسر النتيجة هندسيا.

ب) احسب نهاية الدالة $f$ عند $+\infty$

ج) بين انه من اجل كل $x$ من $]0;+\infty[$ فان : $f'(x)=xg\left(\frac{1}{x}\right)$ ، و استنتج اتجاه تغير الدالة $f$.

د) شكل جدول تغيرات الدالة $f$ ، بين ان: $f\left(\frac{1}{\alpha}\right)=\frac{\alpha-1}{2\alpha^2}$ و استنتج حصرا للعدد $f\left(\frac{1}{\alpha}\right)$

4) ارسم المنحنى $(C_f)$ الممثل للدالة $f$ على المجال $[0;3]$

...

# القسم IV

# مواضيع بكالوريات أجنبية

## تمرين رقم 56:

**بكالوريا تونس - 2018 -**

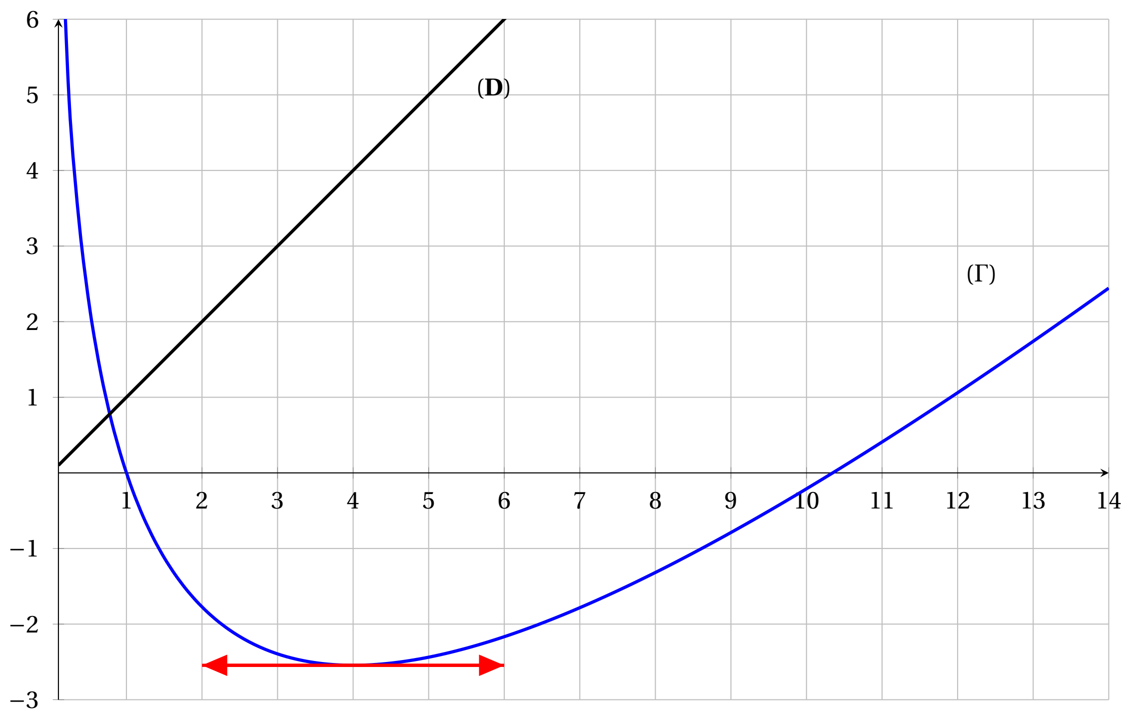
في الجزء المرفق الشكل $\Gamma$ يمثل منحنى الدالة $u$ في مستو منسوب الى معلم م تعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ و المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $u(x)=x-1-4\ln x$

$\Gamma$ يقبل مقاربين احدهما حامل محور التراتيب و الاخر مائل $(D)$ ذو المعادلة $y=x$ بجوار $+\infty$

$(\Gamma)$ يقبل مماسا وحيدا يوازي حور التراتيب عند النقطة ذات الفاصلة 4

$(\Gamma)$ يقطع المحور $(O;\vec{i})$ في نقطتين فاصلتهما 1 و $\alpha$ على الترتيب.

1. بقراءة بيانية :
   (ا) احسب كلا من : $u(1)$ ، $u(\alpha)$ ، $u'(4)$ ، $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}0}u(x)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}u(x)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{u(x)}{x}$
   (ب) عين اشارة كلا من: $u(x)$ و $u'(x)$
2. نعتبر $f$ الدالة العددية المعرفة على $]0;+\infty[$ كمايلي: $f(x)=\frac{e^{x-1}}{x^4}-(x-1)+4\ln x$ وليكن $(C)$ المنحنى البياني الممثل للدالة $f$ في مستو منسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$
3. تحقق انه من اجل كل $x\in]0;+\infty[$ فان : $f(x)=e^{u(x)}-u(x)$
4. بين ان $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$ و $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}0}f(x)=+\infty$ تحقق انه من اجل كل $x\in]0;+\infty[$ فان: $f'(x)=u'(x)\left[e^{u(x)-1}\right]$
5. بين انه يكون : $f'(x)>0$ اذا وفقط اذا ، $x\in]1;4[\cup]\alpha;+\infty[$ ، ثم شكل جدول تغيرات $f$
6. تحقق انه من اجل كل $x\in\mathbb{R}$ فان : $e^x-2x>0$
7. استنتج الوضع النسبي للمنحنيين $(C)$ ; $(\Gamma)$
8. ارسم المنحنى $(C)$ في الجزء المرفق على المجال $]0;15[$



## تمرين رقم 57:

**بكالوريا المغرب - 2015 -**

نعتبر الدالة العددية $f$ للمتغير الحقيقي $x$ بحيث : $f(x)=\dfrac{1}{x(1-\ln x)}$ وليكن $(C_f)$ المنحنى البياني الممثل للدالة $f$ في مستو منسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ الوحدة $2cm$

I) 1) بين ان مجموعة تعريف الدالة $f$ هي $]0;e[\cup]e;+\infty[$

2) ا) احسب $\lim\limits_{x\overset{<}{\to}e} f(x)$ و $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}e} f(x)$ ثم فسر النتيجة المحصل عليها بيانيا.

ب) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ثم بين ان المنحنى $(C_f)$ يقبل مستقيم مقارب بجوار $+\infty$ يطلب تحديده

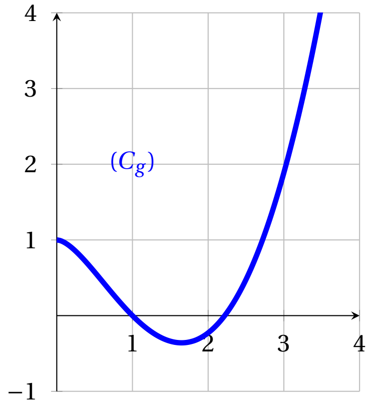
ج) $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}0} f(x)$ ثم فسر النتيجة المحصل عليها بيانيا. (لاحظ : $x(1-\ln x)=x-x\ln x$ )

3) ا) بين انه من اجل كل $x$ من $D_f$ : $f'(x)=\dfrac{\ln x}{x^2(1-\ln x)^2}$

ب) بين ان الدالة $f$ متناقصة على المجال $]0;1]$ ومتزايدة على كلا من المجالين $[1;e[$ و $]e;+\infty[$

ج) شكل جدول تغيرات الدالة $f$ على $D_f$

II) لتكن الدالة $g$ و المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كمايلي : $g(x)=1-x^2(1-\ln x)$ و $(C_g)$ المنحنى الممثل للدالة $g$ في مستو منسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ (انظر الشكل)




1) ا) حدد بيانيا عدد حلول المعادلة $g(x)=0$

ب) نعطي جدول القيم التالية:

| $x$ | 2.1 | 2.2 | 2.3 | 2.4 |
|---|---|---|---|---|
| $g(x)$ | $-0.14$ | $-0.02$ | $0.12$ | $0.28$ |

بين ان المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا $\alpha$ بحيث $2.2<\alpha<2.3$

2) ا) تحقق من انه من اجل كل $x$ من $D_f$ : $f(x)-x=\dfrac{g(x)}{x(1-\ln x)}$

ب) بين ان المستقيم $(\Delta)$ الذي معادلته $y=x$ يقطع المنحنى $(C_f)$ في نقطتين فاصلتهما $1$ و $\alpha$

ج) حدد اشارة $g(x)$ انطلاقا من المنحنى $(C_g)$ على المجال $[1;\alpha]$

بين ان $f(x)-x\le 0$ من اجل كل $x$ من $[1;\alpha]$

د) انشئ في نفس المعلم $(O;\vec{i};\vec{j})$ المستقيم $(\Delta)$ و المنحنى $(C_f)$

## تمرين رقم 58:

**بكالوريا المغرب - 2014 -**

I) لتكن الدالة $g$ والمعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $g(x)=1-\frac{1}{x^2}+\ln x$

1) ادرس اتجاه تغير الدالة $g$

2) احسب $g(1)$ ، ثم استنتج اشارة $g(x)$ على المجال $]0;+\infty[$

II) نعتبر الدالة العددية $f$ و المعرفة على المجال $]0;+\infty[$

كمايلي : $f(x)=(1+\ln x)^2+\frac{1}{x^2}$

وليكن $(C_f)$ المنحنى الممثل للدالة $f$ في مستو منسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) بين ان : $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}0} f(x)=+\infty$ و احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ثم فسر النتيجة الاولى بيانيا.

2) بين انه من اجل كل $x$ من $]0;+\infty[$ : $f'(x)=\frac{2g(x)}{x}$

3) استنتج اتجاه تغير الدالة $f$ ، ثم ضع جدول تغيراتها.

4) بين انه من اجل كل $x$ من $]0;+\infty[$ : $(\ln x)^2+2\ln x+\frac{1}{x^2}+1\geq 0$

5) احسب $f(2)$ ، $f(3)$ ، $f(4)$ و $f(5)$ ، ثم انشئ المنحنى $(C_f)$ في المعلم $(O;\vec{i};\vec{j})$

6) لتكن الدالة العددية $h$ و المعرفة على $]-\infty;2[$ كمايلي : $h(x)=(1+\ln(2-x))^2+\frac{1}{(2-x)^2}$

وليكن $(C_h)$ المنحنى الممثل لها في المعلم السابق.

بين انه يمكن استنتاج المنحنى $(C_h)$ من $(C_f)$ ثم انشئه في المعلم السابق.

## تمرين رقم 59:

**بكالوريا المغرب - 2003 -**

**الجزء 1**

$f$ الدالة العددية المعرفة على $[0;+\infty[$ كمايلي : $f(x)=x-2\sqrt{x}+2$

1) بين ان : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ ، ادرس قابلية اشتقاق الدالة $f$ عند 0 من اليمين.

2) ادرس تغيرات الدالة $f$ ، ثم استنتج اشارة $f(x)$

**الجزء 2**

$g$ الدالة العددية المعرفة على $[0;+\infty[$ كمايلي: $g(x)=\ln(x-2\sqrt{x}+2)$ و $(C)$ تمثيلها البياني في المستوى المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$ ، ثم احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}[g(x)-\ln x]$ وفسر النتيجة الثانية بيانيا.

2) أحسب $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}0}\frac{g(x)-g(0)}{x}$ وفسر النتيجة بيانيا.

3) ادرس تغيرات الدالة $g$.

4) ادرس الوضع النسبي للمنحنى $(C)$ و المنحنى $(\Gamma)$ الممثل للدالة $x\mapsto\ln x$

5) انشئ المنحنيين $(\Gamma)$ و $(C)$

**6)** اشرح كيف يمكن الحصول على المنحنى $(C')$ الممثل للدالة $k$ المعرفة على المجال $[0;+\infty[$ بالعبارة $k(x)=\ln(ex-2e\sqrt{x}+2e)$ ، ثم ارسم المنحنى $(C')$.

## تمرين رقم 60:

**بكالوريا فرنسا - 2010 -**

**( Nouvelle-Calédonie)**

**I)** نعتبر الدالة $g$ المعرفة على المجال $]1;+\infty[$ كمايلي: $g(x)=1+x^2-2x^2\ln x$

**1)** احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$

**2)** ادرس تغيرات الدالة $g$ ، ثم شكل جدول تغيراتها.

**3)** بين ان المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha$ على المجال $[1;e]$. اوجد حصرا لـ $\alpha$ سعته $10^{-1}$ 👁

**4)** استنتج اشارة $g(x)$.

**II)** نعتبر الدالة $f$ المعرفة على المجال $]1;+\infty[$ كمايلي : $f(x)=\dfrac{\ln x}{1+x^2}$ و $(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد $(O;\vec{i};\vec{j})$

**1)** ا) بين انه من اجل كل $x$ من المجال $]1;+\infty[$ : $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x(1+x^2)^2}$

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة $f$ على المجال $]1;+\infty[$

ج) اثبت انه من اجل كل عدد حقيق $x\in[1;+\infty[$ ، $0\le f(x)\le\dfrac{\ln x}{x^2}$.

د) استنتج $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

...

# القسم ٧

# مواضيع بكالوريات تجريبية لمدارس اشبال الامة

...

# 4

# شعبة علوم تجريبية

## تمرين رقم 61:

بكالوريا تجريبية لمدارس أشبال الأمة - 2020 - دورة ماي، الموضوع الأول (07 نقاط)

**I)** نعتبر $g$ الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}^*$ كمايلي : $g(x) = x^2 - \ln(x)^2$

**1)** ادرس اتجاه تغير الدالة $g$ وشكل جدول تغيراتها

**2)** استنتج انه من اجل كل عدد حقيقي غير معدوم يكون : $g(x) > 0$

**II)** نعتبر الدالة $f$ المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ: $f(x) = \frac{2}{x} + x + \frac{\ln(x^2)}{x}$. وليكن $(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

**1)** ا) احسب : $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)$

ب) احسب : $\lim_{x\overset{>}{\to}0} f(x)$ و $\lim_{x\overset{<}{\to}0} f(x)$ ، ثم فسر النتائج بيانيا.

**2)** ا) بين انه من اجل كل عدد حقيقي من $\mathbb{R}^*$ تكون : $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة $f$ و شكل جدول تغيراتها.

ج) برهن ان المنحنى $(C_f)$ يقبل مستقيم مقارب $(\Delta)$ ذو المعادلة $y = x$ ، ثم ادرس وضعية $(C_f)$ بالنسبة لـ $(\Delta)$

**3)** ا) تحقق انه من اجل كل $x$ من $\mathbb{R}^*$ ، $-x \in \mathbb{R}^*$ و $f(x) + f(-x) = 0$ ، ماذا تستنتج؟ فسر النتيجة بيانيا

ب) بين ان المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha$ حيث : $0.3 < \alpha < 0.4$ ، ثم استنتج انها تقبل حلا اخر $\beta$ يطلب تعيين حصرا له.

**4)** ا) بين ان المنحنى $(C_f)$ يقبل مماسين $(T_1)$ و $(T_2)$ يوازيان المستقيم $(\Delta)$ يطلب كتابة معادلتيهما.

ب) انشئ كلا من : $(T_1)$ ، $(T_2)$ ، $(\Delta)$ و المنحنى $(C_f)$

5) ا) نعتبر الدالة $k$ المعرفة على $]-\infty;-1[\cup]-1;+\infty[$ بالعبارة : $h(x)=\left[\frac{\ln(x+1)^2}{x+1}+(x+1)+\frac{2}{x+1}\right]$ وليكن $(C_h)$ تمثيلها البياني في المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

- بين انه يوجد تحويل نقطي يحول المنحنى $(C_f)$ الى المنحنى $(C_k)$. ( الانشاء غير مطلوب )

## تمرين رقم 62:

بكالوريا تجريبية لمدارس أشبال الأمة - 2019 - دورة ماي، الموضوع الأول (07 نقاط)

**الجزء الأول:** $g$ دالة عددية معرفة على $]0;+\infty[$ بـ : $g(x)=x^2+2\ln x$

1) ادرس تغيرات الدالة $g$.

2) بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha$ حيث : $0.75<\alpha<0.76$.

3) استنتج حسب قيم $x$ اشارة $g(x)$.

**الجزء الثاني:** نعتبر الدالة العددية $f$ المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=1-x+\frac{2}{x}(1+\ln x)$

نسمي $(C_f)$ المنحنى الممثل للدالة $f$ في المستوى المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) ا) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{\substack{x\to0\\>}}f(x)$

ب) بين أن المستقيم $(\Delta)$ ذا المعادلة : $y=-x+1$ مقارب للمنحنى $(C_f)$ بجوار $+\infty$ ، ثم أدرس وضعية $(C_f)$ بالنسبة الى $(\Delta)$.

2) ا) أثبت أنه من أجل كل $x$ من $]0;+\infty[$ : $f'(x)=-\frac{g(x)}{x^2}$

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة $f$ وشكل جدول تغيراتها.

3) ا) بين أن المنحنى $(C_f)$ يقبل مماسا $(T)$ يوازي $(\Delta)$ يطلب كتابة معادلة له.

ب) أثبت أن : $f(\alpha)=1-2\alpha+\frac{2}{\alpha}$ واستنتج حصرا لـ $f(\alpha)$.

ج) أحسب $f(2)$ و $f(3)$ ثم أرسم المستقيمين $(\Delta)$ ، $(T)$ و المنحنى $(C_f)$ في المعلم السابق.

4) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي $m$ ، عدد حلول المعادلة : $\frac{2}{x}(1+\ln x)=m$.

5) $\lambda$ عدد حقيقي أكبر تماما من 1.

ا) أحسب $A(\lambda)$ مساحة الحيز من المستوي المحدد بالمنحنى $(C_f)$ و المستقيمات التي معادلاتها : $x=1$ ، $x=\lambda$ و $y=-x+1$.

ب) عين قيمة $\lambda$ بحيث يكون : $A(\lambda)=\ln\lambda^3$.

**الجزء الثالث:** $a$ عدد حقيقي موجب تماما، $f_a$ دالة معرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $f_a(x)=1-x+\frac{a}{x}(1+\ln(x))$

وليكن $(C_a)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ .

1) أثبت أن جميع المنحنيات $(C_a)$ تشمل نقطة ثابتة يطلب تعيين احداثييها.

2) نعتبر النقط $A\left(-2;\frac{4}{a}\right)$ ، $B\left(1;\frac{2\ln a}{a}\right)$ و $C(-2a;2a-2)$ ، ولتكن النقطة $G_a$ مرجح الجملة المثقلة : $\{(A;1),(B;2),(C;-1)\}$

ا) عين بدلالة $a$ احداثيي النقطة $G_a$

ب) استنتج مجموعة النقط $G_a$ عندما يمسح العدد $a$ المجموعة $\mathbb{R}_+^*$.

## تمرين رقم 63:

**بكالوريا تجريبية لمدارس أشبال الأمة - 2018 - دورة ماي، الموضوع الثاني (07 نقاط)**

**I)** $g$ دالة عددية معرفة على المجال $[0;+\infty[$ بـ: $g(x)=-x+\ln(x+1)$

**1)** ادرس تغيرات الدالة $g$

**2)** استنتج اشارة $g(x)$. ثم بين انه من اجل كل $x\in]0;+\infty[$ فان $0<\ln(x+1)<x$

**II)** $f$ دالة عددية معرفة على المجال $x\in]-\infty;-1[\cup]1;+\infty[$ بـ: $f(x)=x+\ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right)$ و $(C)$ تمثيلها البياني في مستو منسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ فان $f'(x)=\frac{x^2-3}{x^2-1}$ ثم شكل جدول تغيرات على المجال $]1;+\infty[$

**1)** برهن ان المستقيم $(D)$ الذي معادلته : $y=x$ مقارب للمنحنى $(C)$ ثم ادرس وضعية $(C)$ بالنسبة الى المستقيم $(D)$ ( لاحظ ان $\frac{x+1}{x-1}=1+\frac{2}{x-1}$ ، $x\in]1;+\infty[$ )

**2)** ارسم المستقيم $(D)$ ثم انشئ المنحنى $(C)$

**3)** باستعمال المكاملة بالتجزئة بين ان : $\int_2^4 \ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right)dx=5\ln5-6\ln3$

- استنتج مساحة الحيز المستوى المحدد بـ $(C)$ و المستقيمات : $y=x$ ، $x=2$ ، $x=4$

**III)** $(u_n)$ متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}-0;1$ كمايلي : $u_n=f(n)-n$

**1)** برهن ان المتتالية $(u_n)$ متناقصة

**2)** احسب قيمة المجموع : $S_n=u_2+u_3+\cdots+n$ بدلالة $n$

**3)** برهن انه من اجل كل $n\in\mathbb{N}-\{0;1\}$ فان $0<u_n<\frac{2}{n-1}$ ثم عين $\lim_{n\to+\infty}u_n$

## تمرين رقم 64:

**بكالوريا تجريبية لمدارس أشبال الأمة - 2016 - دورة ماي، الموضوع الثاني (06 نقاط)**

لتكن $f$ الدالة المعرفة على المجال $[0;+\infty[$ بـ: $f(0)=1$ و من اجل كل $x$ من المجال $]0;+\infty[$ : $f(x)=\frac{1}{2}x^2(3-2\ln x)+1$

و ليكن $(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ (الوحدة $2cm$).

### الجزء الأول

**I) 1)** احسب $\lim_{x\to0}f(x)$ ثم فسر النتيجة بيانيا

**2)** احسب $\lim_{x\to+\infty}f(x)$

**II) 1)** ادرس قابلية الاشتقاق لـ $f$ عند 0

**2)** اثبت ان $f$ قابلة للاشتقاق على المجال $]0;+\infty[$ ثم احسب $f'(x)$ على المجال $]0;+\infty[$ ، استنتج اتجاه تغير $f$ ثم شكل جدول تغيراتها

**3)** اثبت ان المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha$ في المجال $]0;+\infty[$ ، تحقق ان : $4.6<\alpha<4.7$

**4)** اكتب معادلة للمستقيم $(D)$ مماس $(C_f)$ في النقطة ذات الفاصلة 1

**5)** لتكن الدالة $g$ المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ ، بـ : $g(x)=f(x)-2x-\frac{1}{2}$

**ا)** احسب $g'(x)$ و $g''(x)$ ثم ادرس اتجاه تغير الدالة $g'$ ، استنتج اشارة $g'(x)$ على المجال $]0;+\infty[$

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة $g$ ، ثم استنتج وضعية $(C_f)$ بالنسبة الى $(D)$

ج) احسب $f(6)$ ثم انشئ $(C_f)$ و $(D)$

**الجزء الثاني**

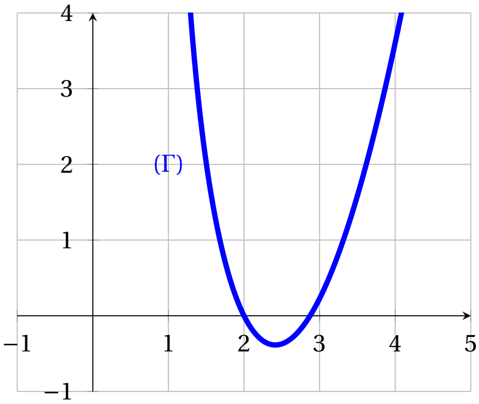
1) $n$ عدد طبيعي غير معدوم باستعمال التكامل بالتجزئة احسب $I_n = \int_{\frac{1}{n}}^{1} x^2 \ln x dx$ بدلالة $n$

2) استنتج بدلالة $n$ المساحة $A(n)$ بـ: $cm^2$ للحيز المستوي المحدد بالمنحنى $(C_f)$ و المماس $(D)$ و المستقيمين ذا المعادلتين $x = \frac{1}{n}$ و $x = 1$ ثم احسب $\lim_{n\to+\infty} A(n)$

## تمرين رقم 65:

بكالوريا تجريبية لمدارس أشبال الأمة - 2015 - دورة ماي، الموضوع الأول (07 نقاط)

1) لتكن $g$ الدالة العددية المعرفة على $]1;+\infty[$ حيث : $g(x) = x^2 - 2x - 4\ln(x-1)$ ( حيث : $\ln$ اللوغاريتم النيبيري ) $(\Gamma)$ تمثيلها البياني كما هو مبين في الشكل المقابل.




ا) بقراءة بيانية للمنحنى $(\Gamma)$ ، عين عدد حلول المعادلة : $g(x) = 0$

ب) احسب $g(2)$ ، ثم بين ان المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha$ حيث : $2.87 < \alpha < 2.88$

ج) استنتج حسب قيم $x$ اشارة $g(x)$ على $]1;+\infty[$

2) لتكن الدالة $f$ المعرفة على $]1;+\infty[$ حيث : $f(x) = x - 3 + \frac{4\ln(x-1)}{x-1} + \frac{5}{x-1}$ $(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) احسب $\lim_{\substack{x\to 1 \\ >}} f(x)$ ، وفسر النتيجة بيانيا، ثم احسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$

2) ا) بين المستقيم $(\Delta)$ ذي المعادلة $y = x - 3$ مقارب مائل للمنحنى $(C_f)$

ب) ادرس وضعية المنحنى $(C_f)$ بالنسبة للمستقيم $(\Delta)$

3) ا) بين انه من اجل كل $x$ من $]1;+\infty[$ لدينا : $f'(x) = \frac{g(x)}{(x-1)^2}$

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة $f$ وشكل جدول تغيراتها

4) ارسم المستقيم $(\Delta)$ والمنحنى $(C_f)$. (نأخذ $f(\alpha \approx 3.9)$ )

5) لتكن الدالة $h$ المعرفة على $]1;+\infty[$ كمايلي : $h(x) = [\ln(x-1)]^2$

ا) احسب $h'(x)$ ، ثم استنتج دالة اصلية للدالة $f$ على المجال $]1;+\infty[$

ب) احسب التكامل $\int_2^5 f(x)dx$ ، ثم فسر النتيجة بيانيا.

...

# 5

# شعبة رياضيات

## تمرين رقم 66:

**بكالوريا تجريبية لمدارس أشبال الأمة - 2020 - دورة ماي، الموضوع الثاني (07 نقاط)**

I) نعتبر الدالة العددية $g$ للمتغير الحقيقي $x$ و المعرفة على $]-1;+\infty[$ كما يلي: $g(x)=(x+1)^2-1+\ln(x+1)$

1) ادرس تغيرات $g$

2) احسب $g(0)$ ثم استنتج اشارة $g(x)$ حسب قيم $x$ من $]-1;+\infty[$

II) $f$ الدالة العددية للمتغير الحقيقي $x$ و المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ بـ: $f(x)=x-\dfrac{\ln(x+1)}{x+1}$

ليكن $(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) احسب $\lim\limits_{\substack{x \to -1 \\ >}} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

2) بين ان من اجل كل $x$ من $D_f$ : $f'(x)=\dfrac{g(x)}{(x+1)^2}$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة $f$

- شكل جدول تغيرات $f$

3) بين ان المنحنى $(C_f)$ يقبل مماسا $(T)$ معامل توجيهه 1 يطلب كتابة معادلة له.

4) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)-x$ ، ماذا تستنتج بيانيا؟

5) $(\Delta)$ مستقيم معادلته $y=x$. ادرس وضعية $(C_f)$ بالنسبة للمستقيم $(\Delta)$

6) ارسم $(\Delta)$ ، $(T)$ و $(C_f)$

7) $m$ وسيط حقيقي. ناقش بيانيا و حسب قيم الوسيط الحقيقي $m$ عدد حلول المعادلة : $m(x+1)+\ln(x+1)=0$

## تمرين رقم 67:

**بكالوريا تجريبية لمدارس أشبال الأمة - 2019 - دورة ماي، الموضوع الثاني (07 نقاط)**

$f$ دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=\ln(e^x+2e^{-x})$
و $(C)$ تمثيلها البياني في مستو منسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) احسب $\lim_{x\to-\infty}f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty}f(x)$.

2) ادرس اتجاه تغير الدالة $f$ ثم شكل جدول تغيراتها

3) - بين انه من اجل كل عدد حقيقي $x$ فان : $f(x)=x+\ln(1+2e^{-2x})$
- برهن ان المستقيم $(D):y=x$ مقارب مائل لـ $(C_f)$ ثم ادرس الوضع النسبي لـ $(C)$ و $(D)$

4) اثبت ان المستقيم $(T):y=-x+\ln 2$ مقارب مائل لـ $(C)$ ثم ادرس الوضع النسبي لـ $(C)$ و $(T)$

5) ارسم $(T)$ و $(D)$ ثم المنحنى $(C)$

6) $(\Delta_m)$ مستقيم معادلته $y=mx+\frac{\ln 2}{2}(1-m)$ حيث $m$ وسيط حقيقي.

ا) بين ان جميع المستقيمات $(\Delta_m)$ تشمل نقطة ثابتة يطلب تعيين احداثياتها.

ب) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي $m$ عدد و اشارة حلول المعادلة $f(x)=mx+\frac{\ln 2}{2}(1-m)$

7) $h$ دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $h(x)=f(|x|)$

ا) برهن ان الدالة $h$ زوجية

ب) ادرس قابلية اشتقاق الدالة $h$ عند القيمة $x_0=0$

ج) اشرح كيفية رسم المنحنى $(\Gamma)$ الممثل للدالة $h$ انطلاقا من المنحنى $(C)$ ثم ارسم $(\Gamma)$

## تمرين رقم 68:

**© | بكالوريا تجريبية لمدارس أشبال الأمة - 2018 - دورة ماي، الموضوع الأول (07 نقاط)**

$f$ دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}-\left\{-\frac{1}{2}\right\}$ بـ: $f(x)=(x+2)-2\ln|2x+1|$
و $(C_f)$ تمثيلها البياني في مستو منسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) ا احسب $\lim_{x\overset{>}{\to}-\frac{1}{2}}f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty}f(x)$ ثم ادرس اتجاه تغير الدالة $f$ و شكل جدول تغيراتها

2) اثبت ان $(C)$ يقبل مماسا $(T)$ معامل توجيهه $-3$ ثم اكتب معادلته

3) ادرس الوضع النسبي للمنحنى $(C)$ بالنسبة الى المستقيم $(D)$ الذي معادلته $y=x$

4) اثبت ان المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha$ حيث $-1.3<\alpha<-1.2$

5) ارسم $(T)$ و $(D)$ ثم انشئ المنحنى $(C)$ (علما ان $(C)$ لا يقبل نقطة انعطاف )

6) ا) باستعمال المكاملة بالتجزئة عين دالة اصلية للدالة $h:x\mapsto\ln(2x+1)$ على المجال $\left]-\frac{1}{2};+\infty\right[$ و التي تنعدم من اجل $x=0$

ب) $\lambda$ عدد حقيقي حيث $-\frac{1}{2} < \lambda \leq \frac{3}{2}$. احسب $S(\lambda)$ مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى $(C)$ و المستقيمات التي معادلاتها $x=\frac{3}{2}$ ، $x=\lambda$ و $y=0$. ثم احسب $\lim\limits_{\lambda \overset{>}{\to} \frac{1}{2}} S(\lambda)$

7) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي $m$ عدد و اشارة حلول المعادلة $f(x)=-3x+m$

8) $g$ دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}-\left\{-\frac{1}{2}\right\}$ بـ: $g(x)=\frac{3}{2}+\left|x+\frac{1}{2}\right|-2\ln|2x+1|$

برهن ان المستقيم $(K)$ الذي معادلته $x=-\frac{1}{2}$ محور تناظر للمنحنى $(C_g)$ الممثل للدالة $g$

- اشرح كيفية انشاء المنحنى $(C_g)$ انطلاقا من المنحنى $(C)$ ثم انشئه.

## تمرين رقم 69:

**بكالوريا تجريبية لمدارس أشبال الأمة - 2018 - دورة ماي، الموضوع الثاني (07 نقاط)**

$f$ دالة عددية معرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=\frac{(\ln x)^2}{x}$ و $(C)$ تمثيلها البياني في مستو منسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

I) 1) برهن ان $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$ ثم احسب $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} 0} f(x)$ وفسر النتائج بيانيا.

2) ادرس اتجاه تغير الدالة $f$ على المجال $]0;+\infty[$ ثم شكل جدول تغيراتها.

3) بين انه من اجل كل $x\in]0;+\infty[$ : $f''(x)=\frac{2\left[(\ln x)^2-3\ln x+1\right]}{x^3}$ ثم استنتج ان المنحنى $(C)$ يقبل نقطتي انعطاف يطلب تعيينهما.

4) $\alpha\in]0;+\infty[$ نقطة من $(C)$ فاصلتها $\alpha$ و $(T_\alpha)$ المماس للمنحنى $(C)$ في $A$

ا) بين ان $(T_{(\alpha)})$ يمر المبدأ $O$ اذا و فقط اذا كان $f(\alpha)-\alpha f'(\alpha)=0$

ب) استنتج وجود مماسين $(T_a)$ و $(T_b)$ يمران بالمبدأ $O$ ثم عين معادلة كل من $(T_a)$ و $(T_b)$

5) ارسم المماسين $(T_a)$ ، $(T_b)$ ثم انشئ المنحنى $(C)$.

6) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي $m$ حلول المعادلة $f(x)=mx$

II) من اجل كل عدد طبيعي غير معدوم $n$ نضع : $I_n=\int_1^{e^2}\frac{(\ln x)^n}{x^2}dx$

1) باستعمال المكاملة بالتجزئة بين ان : $I_1=1-\frac{3}{e^2}$

2) باستعمال المكاملة بالتجزئة برهن ان : $I_{n+1}=\frac{-2^{n+1}}{e^2}+(n+1)I_n$ حيث : $n\geq 1$

3) استنتج القيمة المضبوطة لـ $I_2$ و فسر النتيجة هندسيا.

## تمرين رقم 70:

**بكالوريا تجريبية لمدارس أشبال الأمة - 2017 - دورة ماي، الموضوع الثاني (07 نقاط)**

لتكن الدالة العددية $g$ للمتغير الحقيقي $x$ المعرفة على $\mathbb{R}-\{1\}$ بمايلي : $g(x)=\frac{x}{x-1}+\ln|x-1|$

1) ادرس تغيرات الدالة $g$ ، ثم احسب $g(0)$ و استنتج اشارة $g(x)$.

2) نعتبر الدالة $f$ المعرفة على $\mathbb{R}-\{1\}$ بـ: $f(x)=x\ln|x-1|$ ليكن $(C)$ المنحنى البياني لها في معلم متعامد و متجانس

$(O;\vec{i};\vec{j})$.

ادرس تغيرات الدالة $f$ وشكل جدول تغيراتها.

3) بين ان المنحنى $(C)$ يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين احداثياتها ثم اكتب معادلةالمماس $(\Delta)$ للمنحنى $(C)$ عند هذه النقطة.

4) ارسم المنحنى $(C)$ و المماس $(\Delta)$

5) تحقق انه من اجل كل عدد حقيقي $x$ من المجال $]0;1[$ فان : $\frac{x^2}{x-1} = x+1+\frac{1}{x-1}$.
ثم باستعمال التكامل بالتجزئة عين على المجال $]0;1[$ احسب المساحة $S(\lambda)$ للحيز المستوي المحدد بالمنحنى $(C)$ و المستقيمات التي معادلاتها : $y=0$ ، $x=\lambda$ و $x=0$ احسب $\lim_{\lambda\to 1} S(\lambda)$

## تمرين رقم 71:

**بكالوريا تجريبية لمدارس أشبال الأمة - 2016- دورة ماي، الموضوع الثاني (07 نقاط)**

من اجل كل عدد حقيقي موجب تماما $\alpha$ نعتبر الدالة $f_\alpha$ المعرفة على $\left]-\frac{1}{\alpha};+\infty\right[$ بالعبارة : $f(x)=\ln(\alpha x+1)-\alpha x$
$(C_\alpha)$ المنحنى الممثل لها في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

**الجزء الاول**

1) ادرس تغيرات الدالة $f_\alpha$

2) استنتج انه من اجل كل عدد حقيقي $x$ موجب تماما يكون $\ln(\alpha x+1)<\alpha x$

3) بين ان جميع المنحنيات $(C_\alpha)$ تتقاطع في نقطة وحيدة يطلب تعيينها.

**الجزء الثاني :**

ناخذ $\alpha=1$ :

1) باستعمال السؤال (2) من الجزء الاول، بين انه من اجل كل عدد طبيعي غير معدوم $\beta$ يكون $\ln(1+\beta)-\ln\beta<\frac{1}{\beta}$

2) استنتج انه من اجل كل عدد طبيعي غير معدوم $n$ يكون : $\ln(1+n)<1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{n}$

3) استنتج النهاية $\lim_{n\to+\infty}\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{n}\right)$

4) عين احداثيي النقطة $w$ التي يكون عندها معامل توجيه المماس للمنحنى $(C_1)$ يساوي 1

5) عين معادلة لمماس المنحنى $(C_1)$ عند النقطة $w$ ثم انشئ $(C_1)$ و المماس.

**الجزء الثالث :**

لتكن $g$ الدالة المعرفةعلى $\mathbb{R}$ بالعبارة : $g(x)=\ln(1+|x|)-|x|$

ا) ادرس قابلية اشتقاق الدالة $g$ عند الصفر.

ب) بين كيف يمكن انشاء التمثيل البياني $(C_g)$ للدالة $g$ اعتمادا على $(C_1)$ ثم انشئ $(C_g)$ في المعلم $(O;\vec{i},\vec{j})$