الاحتمالات

I. مصطلحات

1) **تجربة عشوائية:** هي كل تجربة لا يمكن توقع نتيجتها رغم معرفة مجموعة النتائج الممكنة

2) **مجموعة الإمكانيات Ω:** هي مجموعة النتائج الممكنة في تجربة عشوائية ولها تسميات أخرى مثل:

(الحادثة الأكيدة، المجموعة الشاملة أو **مجموعة المخارج)**

3) **الحادثة A:** هي مجموعة جزئية من Ω

1.3) **الحادثة الأولية:** هي حادثة تحتوي على عنصر وحيد

2.3) **الحادثة المستحيلة ϕ:** هي الحادثة الخالية

3.3) **الحادثة العكسية $\overline{A}$:** هي الحادثة التي تحوي كل عناصر Ω ما عدا عناصر A

* لتكن B حادثة أخرى من Ω:

4) $A \cap B$: هي العناصر المشتركة بين A و B

5) $A \cup B$: هي العناصر المشتركة و الغير مشتركة بين A و B بدون تكرار

6) A و B **غير متلائمتين** $\Leftarrow$ $A \cap B = \phi$

7) A و B **حادثتان مستقلتان:** احتمال الحادثة A لا يؤثر في احتمال الحادثة B و العكس.

II. قانون الاحتمال

لتكن $\Omega = \{e_1, e_2, e_3, \dots\dots, e_n\}$ حيث e_i هو المخرج رقم i مع $i \in \mathbb{N}^*$

1) **قانون الاحتمال P_i:** هو احتمال تحقق المخرج e_i

2) **احتمال الحادثة A:** يرمز له ب $P(A)$ ويساوي مجموع احتمالات الحوادث الأولية للحادثة A

3) خواص:

- $0 \le P_i \le 1$ و $0 \le P(A) \le 1$
- $\sum_{i=1}^{n} P_i = 1$ أي $P_1 + P_2 + P_3 + \dots + P_n = 1$
- $P(\Omega) = 1$ و $P(\phi) = 0$

III. تساوي الاحتمال

1) **تجربة متساوية الاحتمال:** هي تجربة عشوائية حيث كل الحوادث الأولية لها نفس الاحتمال

2) **مصطلحات تساوي الاحتمال:**

"زهر نرد غير مزيفة" ، "قطعة نقود متوازنة" ، "كريات لا نفرق بينها عند اللمس" ...

⁕ملاحظة مهمة جدا: لا تكفي هذه المصطلحات لاعتبار تساوي الاحتمال بل يتعلق بالسؤال المطروح أيضا (و يمكن للمجموعة الشاملة Ω أن تتغير من سؤال لآخر في نفس التمرين)

3) **نتائج:**

في حالة تساوي الاحتمال يكون قانون الاحتمال متساوي التوزيع حيث:

- كل مخرج e_i له احتمال $P_i = \frac{1}{n}$
- $P(A) = \frac{m}{n} = \frac{\text{عدد عناصر } A}{\text{عدد عناصر } \Omega}$

IV. خواص الاحتمالات:

- $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$
- $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
- إذا كانت A و B حادثتين غير متلائمتين فإن: $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$
- $P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(A \cap C) - P(B \cap C) + P(A \cap B \cap C)$
- إذا كانت $A \subset B$ فإن: $P(A) \leq P(B)$
- اذا كانت A و B حادثتان مستقلتان فإن: $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$

V. تعاريف لقانون الاحتمال:

❶ الأمل E: $E = \sum_{i=1}^{n} e_i p_i$

❷ التباين V: $V = \sum_{i=1}^{n} (e_i - E)^2 \, p_i$ أو $V = \sum_{i=1}^{n} e_i{}^2 p_i - E^2$

❸ الانحراف المعياري σ: $\sigma = \sqrt{V}$

✱ملاحظة: الأمل يمثل الوسط الحسابي في سلسلة إحصائية إذا اعتبرنا عناصر Ω هي قيم الطبع و قيم P_i هي التواترات

VI. المتغير العشوائي X

1. المتغير العشوائي X هو دالة عددية معرفة على Ω
2. عموما نرمز ب "I" لمجموعة قيم X أي $I = \{x_1, x_2, x_3, ..., x_n\}$

VII. قانون الاحتمال للمتغير العشوائي

قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X هو احتمال تحقق المخرج X_i من I و نرمز له ب P_i أو $P(X = x_i)$

VIII. تعاريف للمتغير العشوائي X:

❶ الأمل الرياضياتي E: $E(X) = \sum_{i=1}^{n} X_i P_i$

❷ التباين V: $V(X) = \sum_{i=1}^{n} (x_i - E(X))^2 \, P_i$ أو $V(X) = \sum_{i=1}^{n} x_i{}^2 P_i - (E(X))^2$

❸ الانحراف المعياري σ: $\sigma = \sqrt{V(X)}$