الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي — دورة: **2023**

الشعبة: رياضيات

اختبار في مادة: الرياضيات — المدة: **04** سا و**30** د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

يحتوي الموضوع على (03) صفحات (من الصفحة 1 من 5 إلى الصفحة 3 من 5)

التمرين الأول: (04 نقاط)

يحتوي كيس على 10 كريات متماثلة ولا نفرّق بينها باللّمس، منها كريتان حمراوان مرقمتان بـ: 2 ، -3
وخمس كريات بيضاء مرقمة بـ: 0 ، 1 ، 1 ، 2 ، -2 وثلاث كريات خضراء مرقمة بـ: 0 ، 1 ، 2

نسحب عشوائيا وفي آن واحد ثلاث كريات من الكيس ونعتبر الحوادث A ، B ، C الآتية:

A " الحصول على 3 كريات من نفس اللون " ، B " الحصول على الألوان الثلاثة "

C " الحصول على 3 كريات مجموع أرقامها معدوم "

1) أ) احسب $P(A)$ و $P(B)$ ثمّ بيّن أنّ: $P(C)=\dfrac{3}{20}$

ب) احسب $P(A\cap C)$ ثم استنتج $P_C(A)$

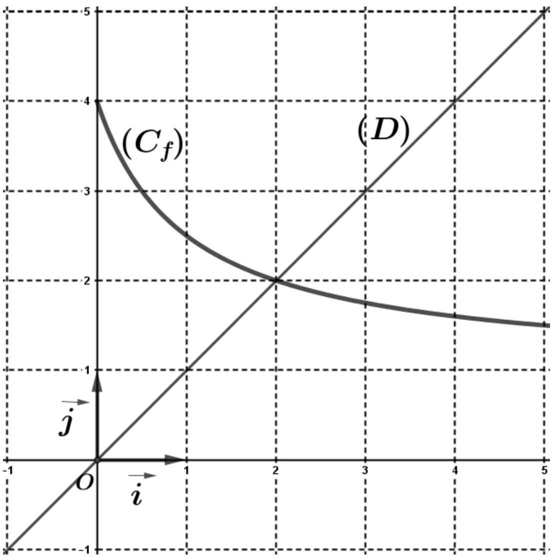
2) نعتبر المتغيّر العشوائي X الذي يرفق بكلّ عملية سحب لثلاث كريات عدد الألوان المتحصّل عليها.

عيّن قانون الاحتمال للمتغيّر العشوائي X ثمّ احسب أمله الرياضياتي $E(X)$

3) نسحب الآن عشوائيا من الكيس ثلاث كريات على التوالي وبإرجاع.

احسب احتمال الحصول على ثلاث كريات جُداء أرقامها معدوم.

التمرين الثاني: (04 نقاط)



1) f الدّالة المعرّفة على $[0;+\infty[$ بـ : $f(x)=\dfrac{x+4}{x+1}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ ، (D) المستقيم ذو المعادلة $y=x$

(u_n) المتتالية العددية المعرّفة بـ:

$u_0=0$ ومن أجل كلّ عدد طبيعي n ، $u_{n+1}=f(u_n)$

أ) أعد رسم الشكل على ورقة الإجابة ثمّ مثّل على حامل محور الفواصل الحدود u_0 ، u_1 ، u_2 و u_3

(دون حسابها مبرزا خطوط التمثيل)

ب) ضع تخمينا حول اتجاه تغيّر المتتالية $\left(u_n\right)$ وتقاربها.

2) $\left(v_n\right)$ المتتالية العددية المعرّفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n=\dfrac{u_n-2}{u_n+2}$

أ) بيّن أنّ المتتالية $\left(v_n\right)$ هندسية أساسها $-\dfrac{1}{3}$ يُطلب تعيين حدّها الأول v_0

ب) عيّن عبارة الحدّ العام v_n بدلالة n ثمّ استنتج أنّه: من أجل كلّ عدد طبيعي n، $u_n=-2+\dfrac{4}{1+\left(-\frac{1}{3}\right)^n}$

جـ) احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

3) نضع: من أجل كلّ عدد طبيعي n، $S_n=v_0+v_1+\cdots+v_n$ و $T_n=\dfrac{1}{u_0+2}+\dfrac{1}{u_1+2}+\cdots+\dfrac{1}{u_n+2}$

احسب S_n بدلالة n ثمّ بيّن أنّه: من أجل كلّ عدد طبيعي n، $T_n=\dfrac{1}{16}\left[4n+7+\left(-\frac{1}{3}\right)^n\right]$

التمرين الثالث: (05 نقاط)

1) نعتبر المعادلة (E) ... $16x+361y=818$ ذات المجهولين الصحيحين x و y

أ) تحقّق أنّ الثنائية $(2\,;6)$ حلّ للمعادلة (E) ثمّ استنتج مجموعة حلولها.

ب) عيّن كلّ الثنائيات $(x\,;y)$ حلول المعادلة (E) التي تحقّق: $\left|x+23y\right|\le 4$

2) P عدد طبيعي يُكتب $\overline{5\alpha\beta0}$ في نظام التعداد الذي أساسه 7 ويُكتب $\overline{\beta\alpha87}$ في نظام التعداد الذي أساسه 9 حيث α و β عددان طبيعيان.

عيّن α و β ثمّ اكتب P في النظام العشري.

3) أ) حلّل العدد 2023 إلى جُداء عوامل أوّلية ثمّ عيّن الأعداد الطبيعية التي مربع كلّ منها يقسم 2023

ب) نضع: $d=PGCD(a\,;b)$ و $m=PPCM(a\,;b)$

عيّن كلّ الثنائيات $(a\,;b)$ من الأعداد الطبيعية التي تحقّق: $m^2+3d^2=2023$

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I) g الدّالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=1+(6x-3)e^{-2x}$

1) أ) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$

ب) ادرس اتجاه تغيّر الدّالة g ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.

2) أ) أثبت أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0{,}2<\alpha<0{,}3$

ب) استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$

II) f الدّالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=x+1-3xe^{2x}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$ (وحدة الطول $2cm$)

1) أ) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

ب) بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=x+1$ مقارب مائل لـ (C_f) عند $-\infty$

جـ) ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ)

2) أ) بيّن أنّه: من أجل كلّ عدد حقيقي x ، $f'(x)=g(-x)$

ب) استنتج أنّ f متزايدة تماما على $]-\infty;-\alpha]$ ومتناقصة تماما على $[-\alpha;+\infty[$ ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.

3) أ) أثبت أنّ (C_f) يقبل مماسا (T) يوازي (Δ) يُطلب تعيين معادلة له.

ب) ارسم (Δ)، (T) و (C_f) على $\left]-\infty;\frac{1}{2}\right]$ (نأخذ : $f(0,25)\simeq 0$ ، $f(-1,3)\simeq 0$ و $f(-\alpha)\simeq 1,2$)

جـ) عيّن بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m التي من أجلها تقبل المعادلة $f(x)=x+m$ حلّين بالضبط.

4) أ) باستعمال المكاملة بالتجزئة، احسب العدد الحقيقي $\int_{-\alpha}^{0} xe^{2x}dx$

ب) استنتج بالسنتيمتر المربّع المساحة $\mathcal{A}$ للحيّز المستوي المحدّد بـ (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها

$y=x+1$ ، $x=-\alpha$ و $x=0$

جـ) تحقّق أنّ $\mathcal{A}=2\left(\dfrac{4\alpha-1}{2\alpha-1}\right)cm^2$

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

يحتوي الموضوع على صفحتين (02) (من الصفحة 4 من 5 إلى الصفحة 5 من 5)

التمرين الأول: (04 نقاط)

يحتوي صندوق U على كريتين حمراوين وكريتين خضراوين، ويحتوي صندوق V على كريتين حمراوين وثلاث كريات خضراء (كل الكريات متماثلة لا نفرّق بينها عند اللمس)

نسحب عشوائيا كريتين في آن واحد من أحد الصندوقين بالكيفية الآتية:

نقوم بسحب بطاقة واحدة عشوائيا من كيس به 10 بطاقات متماثلة ومرقمة من 1 إلى 10

إذا تحصلنا على عدد أوّلي نسحب الكريتين من U وفي باقي الحالات نسحب الكريتين من V

1) نعتبر الحوادث A ، B و C الآتية:

A " سحب كريتين حمراوين " ، B " سحب كريتين خضراوين " و C " سحب كريتين من لونين مختلفين "

أ) أنجز شجرة الاحتمالات التي تُنمذج هذه التجربة.

ب) بيّن أنّ $P(A)=\dfrac{19}{150}$ و $P(B)=\dfrac{37}{150}$ ثمّ استنتج $P(C)$

2) X المتغيّر العشوائي الذي يرفق بكلّ عملية سحب لكريتين عدد الكريات الحمراء المتحصل عليها.

أ) عيّن قانون الاحتمال للمتغيّر العشوائي X ثمّ احسب أمله الرياضياتي $E(X)$

ب) احسب احتمال الحدث: " $\ln X \leq 1$ "

التمرين الثاني: (04 نقاط)

1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z : $\left(\overline{z}-1+i\sqrt{3}\right)\left(z^2-2\sqrt{2}z+4\right)=0$

2) في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\overrightarrow{u},\overrightarrow{v}\right)$ ، نعتبر النقط A ، B و C

التي لاحقاتها z_A ، z_B و z_C على الترتيب حيث: $z_A=\sqrt{2}(1+i)$ ، $z_B=\overline{z_A}$ و $z_C=1+i\sqrt{3}$

أ) اكتب z_A ، z_B و z_C على الشكل المثلثي.

ب) استنتج أنّ النقط A ، B و C تنتمي إلى نفس الدائرة يُطلب تعيين مركزها ونصف قطرها.

3) نضع: $K=\dfrac{z_C}{2z_A}$

أ) احسب طويلة العدد المركب K وعمدة له ثمّ اكتبه على الشكل الجبري.

ب) استنتج القيمة المضبوطة لكل من $\cos\dfrac{\pi}{12}$ و $\sin\dfrac{\pi}{12}$

4) n عدد طبيعي، نضع: $L_n={z_A}^n+{z_B}^n$

بيّن أنّه: من أجل كلّ عدد طبيعي n، العدد المركب L_n حقيقي.

التمرين الثالث: (05 نقاط)

1) أ) عيّن حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 9^n على 11 ، ثم استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد 1945^{2023} على 11

ب) عيّن مجموعة قيم العدد الطبيعي n التي تحقّق الجملة : $\begin{cases} n \equiv 2023[5] \\ 3n + 9^n \equiv 1444[11] \end{cases}$

2) (u_n) المتتالية العددية المعرّفة بـ: $u_0 = \frac{3}{2}$ ومن أجل كلّ عدد طبيعي n، $u_{n+1} = 9u_n - 16n + 6$

(v_n) المتتالية العددية المعرّفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n = 4u_n - 8n + 2$

أ) بيّن أنّ المتتالية (v_n) هندسية أساسها 9 يُطلب تعيين حدّها الأول v_0

ب) عيّن عبارة v_n بدلالة n ثمّ استنتج أنّه: من أجل كلّ عدد طبيعي n، $u_n = 2\times 9^n + 2n - \frac{1}{2}$

3) نضع: من أجل كلّ عدد طبيعي n، $S_n = v_0 + v_1 + \cdots + v_n$ و $T_n = u_0 + u_1 + \cdots + u_n$

احسب S_n بدلالة n ثمّ استنتج أنّه: من أجل كلّ عدد طبيعي n، $T_n = \frac{1}{4}\left(9^{n+1} + 4n^2 + 2n - 3\right)$

4) بيّن أنّه: من أجل كلّ عدد طبيعي n، $4T_{5n} - n^2 + n + 5 \equiv 0[11]$

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I) g الدّالة المعرّفة على المجال $]0\,;+\infty[$ بـ: $g(x) = (x-3)\ln x + x$

1) أ) احسب من أجل كلّ x من المجال $]0\,;+\infty[$: $g'(x)$ و $g''(x)$

ب) بيّن أنّ الدّالة g' متزايدة تماما على المجال $]0\,;+\infty[$

2) أ) بيّن أنّ المعادلة $g'(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $1{,}3 < \alpha < 1{,}4$

ب) علما أنّ $g(\alpha) \simeq 0{,}85$ ، استنتج أنّه: من أجل كلّ x من $]0\,;+\infty[$ ، $g(x) > 0$

II) f الدّالة المعرّفة على المجال $]0\,;+\infty[$ بـ: $f(x) = \left(x - \frac{3}{2}\ln x\right)\ln x$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ (وحدة الطول $2\,cm$)

1) أ) احسب $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ >}} f(x)$ ثمّ فسّر النتيجة هندسيا.

ب) بيّن أنّ: $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$

2) بيّن أنّه: من أجل كلّ عدد حقيقي x من $]0\,;+\infty[$ ، $f'(x) = \frac{g(x)}{x}$ ثمّ شكّل جدول تغيّرات الدّالة f

3) بيّن أنّ (C_f) يقبل مماسين (T) و (T') معامل توجيه كل منهما يساوي 1 ، يُطلب تعيين معادلة لكل منهما.

4) أ) ارسم (T) ، (T') و (C_f) (نأخذ : $f(6) \simeq 5{,}9$)

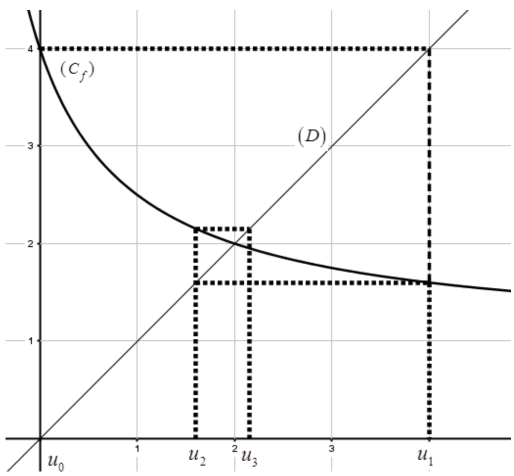
ب) عيّن بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m التي من أجلها تقبل المعادلة $f(x) = x + m$ ثلاثة حلول بالضبط.

5) F الدّالة المعرّفة على المجال $]0\,;+\infty[$ بـ: $F(x) = \left(\frac{1}{2}x^2 + 3x\right)\ln x - \frac{3}{2}x(\ln x)^2 - \frac{1}{4}x^2 - 3x$

أ) تحقّق أنّ F أصلية للدّالة f على المجال $]0\,;+\infty[$

ب) استنتج بالسنتيمتر المربّع مساحة الحيّز المستوي المحدّد بالمنحني (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها $y = 0$ ، $x = 1$ و $x = e$

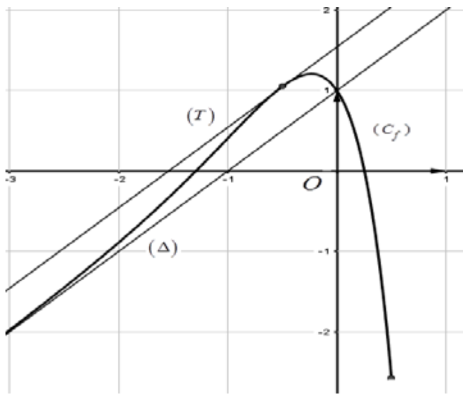
انتهى الموضوع الثاني

	عناصر الإجابة (الموضوع الأول)	**العلامة** **مجزأة**	 **مجموع**
التمرين الأول (04 نقاط)			
1	أ) $P(A)=\frac{C_5^3+C_3^3}{C_{10}^3}=\frac{11}{120}$ ، $P(B)=\frac{C_5^1\times C_3^1\times C_2^1}{C_{10}^3}=\frac{1}{4}$ مجموع أرقام الكريات يكون معدوما: $\{0;2;-2\}$ ، $\{1;1;-2\}$ ، $\{-3;1;2\}$ $P(C)=\frac{C_2^1\times C_3^1\times C_1^1+C_3^2\times C_1^1+C_3^1\times C_3^1\times C_1^1}{C_{10}^3}=\frac{3}{20}$	**2 × 0.5** **0.5**	**2.25**
	ب) الكريات من نفس اللون ومجموع أرقامها معدوم: $\{0;2;-2\}$، $\{1;1;-2\}$ $P(A\cap C)=\frac{C_2^2\times C_1^1+C_1^1\times C_1^1\times C_1^1}{C_{10}^3}=\frac{1}{60}$ ، $P_C(A)=\frac{P(A\cap C)}{P(C)}=\frac{1}{9}$	**0.25+0.5**	
2	مجموعة قيم المتغير العشوائي هي $\{1;2;3\}$ $P(X=1)=\frac{11}{120}$ ، $P(X=3)=\frac{30}{120}$ $P(X=2)=1-P(X=1)-P(X=3)=\frac{79}{120}$ $E(X)=1\times\frac{11}{120}+2\times\frac{79}{120}+3\times\frac{30}{120}=\frac{259}{120}$	**0.25** **0.25** **0.25** **0.25** **0.25**	**1.25**
3	حساب احتمال الحصول على ثلاث كريات جُداء أرقامها معدوم. $P=1-P'=1-\frac{8^3}{10^3}=\frac{61}{125}$ حيث P' احتمال الحدث المعاكس	**0.5**	**0.5**
التمرين الثاني (04 نقاط)			
1	أ) تمثيل الحدود  	**0.5**	**1**
	ب) التخمين: المتتالية (u_n) ليست رتيبة ومتقاربة.	**2 × 0.25**	

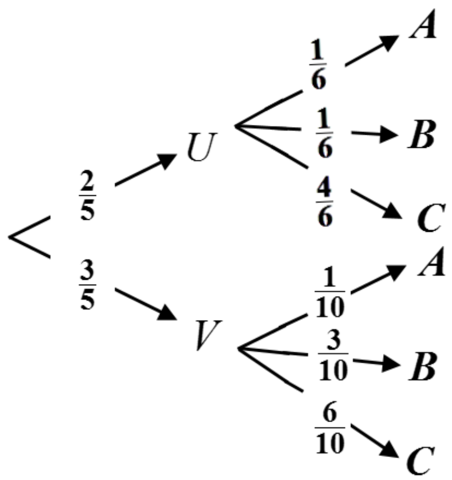
2	أ) $v_{n+1}=-\frac{1}{3}v_n$ و $v_0=-1$	0.25+0.5	2
	ب) من أجل كلّ عدد طبيعي n، $v_n=-\left(-\frac{1}{3}\right)^n$ من أجل كلّ عدد طبيعي n، $u_n=\frac{4}{1-v_n}-2=-2+\frac{4}{1+\left(-\frac{1}{3}\right)^n}$	0.5 2 × 0.25	
	جـ) $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=2$ لأنّ $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(-\frac{1}{3}\right)^n=0$	0.25	
3	$S_n=v_0\frac{1-q^{n+1}}{1-q}=-\frac{3}{4}\left[1-\left(-\frac{1}{3}\right)^{n+1}\right]$ من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $T_n=\frac{1}{4}\left[n+1-S_n\right]=\frac{1}{16}\left[4n+7+\left(-\frac{1}{3}\right)^n\right]$	0.75 0.25	1
التمرين الثالث (05 نقاط)			
1	أ) التحقّق أنّ الثنائية $(6;2)$ حلّ للمعادلة (E) : $16\times6+361\times2=818$ من الجملة $\begin{cases}16x+361y=818\\16\times6+361\times2=818\end{cases}$ نجد $16(x-6)=361(2-y)$ تبيان أنّ $PGCD(16;361)=1$ مجموعة الحلول هي $\{(361k+6;-16k+2)/k\in\mathbb{Z}\}$	0.25 0.25 0.25 0.25	1.75
	ب) الثنائيات $(x;y)$ حلول المعادلة (E) التي تحقّق $\lvert x+23y\rvert\le4$ $\begin{cases}x=361k+6\\y=-16k+2\end{cases}$ و $\lvert x+23y\rvert\le4$ نجد $6,85\le k\le8$ الثنائيتان هما $(2533;-110)$ ، $(2894;-126)$	0.25 2 × 0.25	
2	تعيين α و β : $\overline{5\alpha\beta0}=1715+7\beta+49\alpha$ $\overline{\beta\alpha87}=79+81\alpha+729\beta$ $0\le\alpha\le6$ و $0<\beta\le6$ $\overline{5\alpha\beta0}=\overline{\beta\alpha87}$ تكافئ $16\alpha+361\beta=818$ $\alpha=361k+6$ و $\beta=-16k+2$ من أجل $k=0$ نجد $\alpha=6$ و $\beta=2$ فيكون $P=2023$	0.25 0.25 0.25 0.25 0.5 0.5	2

<table>
<tr><td rowspan="2">3</td><td>أ) $2023 = 7\times 17^2$
الأعداد الطبيعية التي مربع كلّ منها يقسم 2023 هي 1 و 17</td><td>0.5
0.25</td><td>0.75</td></tr>
<tr><td>ب) لدينا $\begin{cases} m \times d = a\times b \\ a = d\times a',\ b = d\times b' \\ PGCD(a';b') = 1 \end{cases}$
تُكتب عندئذ $m^2+3d^2 = 2023$ على الشكل $(a'\times b')^2 = \dfrac{2023}{d^2}-3$
من أجل $d = 1$ نجد $a'\times b' = \sqrt{2020}$ (غير ممكن)
من أجل $d = 17$ نجد $a'\times b' = 2$ ومنه الثنائيتان هما $(17\,;34)$ ، $(34\,;17)$</td><td>0.25

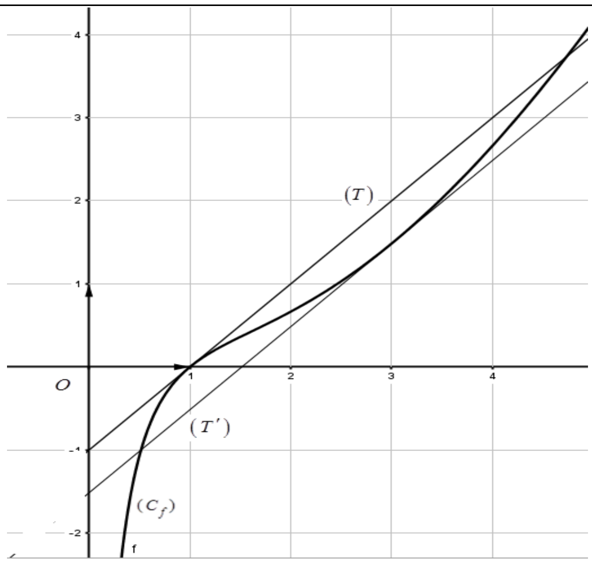
0.25</td><td>0.5</td></tr>
<tr><td colspan="4">التمرين الرابع (07 نقاط)</td></tr>
<tr><td rowspan="2">I) 1</td><td>أ) $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x) = -\infty$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x) = 1$</td><td>2 × 0.25</td><td rowspan="2">1.25</td></tr>
<tr><td>ب) من أجل كلّ عدد حقيقي x ، $g'(x) = -12(x-1)e^{-2x}$
g متزايدة تماما على $]-\infty;1]$ ومتناقصة تماما على $[1;+\infty[$
جدول التغيرات
$\begin{array}{c|ccccc} x & -\infty & & 1 & & +\infty \\ \hline g'(x) & & + & 0 & - & \\ \hline g(x) & -\infty & \nearrow & g(1) & \searrow & 1 \end{array}$</td><td>0.25
0.25
0.25</td></tr>
<tr><td rowspan="2">2</td><td>أ) المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0{,}2 < \alpha < 0{,}3$ لأنّ الدّالة g مستمرة ومتزايدة تماما على $[0{,}2\ ;\ 0{,}3]$ و $g(0{,}2)\times g(0{,}3) < 0$
$(g(0{,}3) \simeq 0{,}34$ ، $g(0{,}2) \simeq -0{,}21)$</td><td>0.25</td><td rowspan="2">0.5</td></tr>
<tr><td>ب) إشارة $g(x)$ حسب قيم x :
$\begin{array}{c|ccccc} x & -\infty & & \alpha & & +\infty \\ \hline g(x) & & - & 0 & + & \end{array}$</td><td>0.25</td></tr>
<tr><td rowspan="3">II) 1</td><td>أ) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to+\infty} x\left(1+\frac{1}{x}-3e^{2x}\right) = -\infty$</td><td>0.5+0.25</td><td rowspan="3">1.5</td></tr>
<tr><td>ب) $\lim\limits_{x\to-\infty}[f(x)-(x+1)] = \lim\limits_{x\to-\infty}(-3xe^{2x}) = 0$</td><td>0.25</td></tr>
<tr><td>جـ) على $]-\infty;0[$ يكون (C_f) أعلى (Δ) وعلى $]0;+\infty[$ يكون (C_f) أسفل (Δ)
(C_f) يقطع (Δ) في النقطة ذات الإحداثيات $(0\,;1)$</td><td>2 × 0.25</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td rowspan="2">2</td><td>أ) من أجل كلّ عدد حقيقي x ، $f'(x)=g(-x)$</td><td>0.25</td><td rowspan="2">1</td></tr>
<tr><td>ب) إشارة $f'(x)$ من نفس إشارة $g(-x)$
إذن f متزايدة تماما على $]-\infty;-\alpha[$ ومتناقصة تماما على $]-\alpha;+\infty[$
جدول التغيّرات
$\begin{array}{c|ccccc} x & -\infty & & -\alpha & & +\infty \\ \hline f'(x) & & + & 0 & - & \\ \hline f(x) & & \nearrow & f(-\alpha) & \searrow & \\ & -\infty & & & & -\infty \end{array}$</td><td>0.25
0.25
0.25</td></tr>
<tr><td rowspan="3">3</td><td>أ) $f'(x)=1$ يكافئ $g(-x)=1$ ومنه $x=-\frac{1}{2}$
معادلة المماس (T) : $y=x+1+\frac{3}{2}e^{-1}$</td><td>0.25
0.25</td><td rowspan="3">1.75</td></tr>
<tr><td>ب) رسم (Δ) و (T)
رسم (C_f)
</td><td>2 × 0.25
0.5</td></tr>
<tr><td>جـ) مجموعة قيم الوسيط الحقيقي m التي من أجلها تقبل المعادلة $f(x)=x+m$ حلين بالضبط هي $\left]1\,;\,1+\frac{3}{2}e^{-1}\right[$</td><td>0.25</td></tr>
<tr><td rowspan="3">4</td><td>أ) $\int_{-\alpha}^{0} xe^{2x}dx=\left[\frac{1}{4}(2x-1)e^{2x}\right]_{-\alpha}^{0}=\frac{1}{4}(2\alpha+1)e^{-2\alpha}-\frac{1}{4}$</td><td>0.25</td><td rowspan="3">1</td></tr>
<tr><td>ب) $\mathcal{A}=\int_{-\alpha}^{0}\left(f(x)-(x+1)\right)dx=-3\int_{-\alpha}^{0}xe^{2x}\,dx=\left[-3(2\alpha+1)e^{-2\alpha}+3\right]cm^2$</td><td>0.25
0.25</td></tr>
<tr><td>جـ) $\mathcal{A}=2\left(\frac{4\alpha-1}{2\alpha-1}\right)cm^2$</td><td>0.25</td></tr>
</table>

ملاحظة: تُقبل وتُراعى جميع الطرائق الصحيحة الأخرى مع التقيّد التام بسلم التنقيط

	عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)	العلامة	
		مجزأة	مجموع
	التمرين الأول (04 نقاط)		
1	أ) شجرة الاحتمالات 	0.75	2.25
	ب) $P(A)=P(U)\times P_U(A)+P(V)\times P_V(A)=\frac{2}{5}\times\frac{C_2^2}{C_4^2}+\frac{3}{5}\times\frac{C_2^2}{C_5^2}=\frac{19}{150}$ $P(B)=P(U)\times P_U(B)+P(V)\times P_V(B)=P(B)=\frac{2}{5}\times\frac{C_2^2}{C_4^2}+\frac{3}{5}\times\frac{C_3^2}{C_5^2}=\frac{37}{150}$ $P(C)=1-P(\overline{C})=1-\frac{19}{150}-\frac{37}{150}=\frac{47}{75}$	2 × 0.25 2 × 0.25 2 × 0.25	
2	أ) مجموعة قيم المتغير العشوائي هي $\{0;1;2\}$ $P(X=0)=\frac{37}{150}$ ، $P(X=1)=\frac{94}{150}$ ، $P(X=2)=\frac{19}{150}$ $E(X)=\frac{22}{25}$	0.25 3 × 0.25 0.5	1.75
	ب) $\ln X\le 1$ تكافئ $0<X\le e$ ومنه $P(\ln X\le 1)=P(X=1)+P(X=2)=\frac{113}{150}$	0.25	
	التمرين الثاني (04 نقاط)		
1	$z_1=1+i\sqrt{3}$ ، $\Delta=-8$ ، $z_2=\sqrt{2}(1+i)$ ، $z_3=\sqrt{2}(1-i)$	4 × 0.25	1
2	أ) $z_A=2\left(\cos\frac{\pi}{4}+i\sin\frac{\pi}{4}\right)$ ، $z_B=2\left(\cos(-\frac{\pi}{4})+i\sin(-\frac{\pi}{4})\right)$ $z_C=2\left(\cos\frac{\pi}{3}+i\sin\frac{\pi}{3}\right)$	3 × 0.25	1.5
	ب) النقط A ، B و C تنتمي إلى نفس الدائرة لأنّ : $OA=OB=OC=2$ مركز الدائرة هو المبدأ ونصف قطرها 2	0.25 2 × 0.25	

3	أ) $\lvert K\rvert=\left\lvert\frac{z_C}{2z_A}\right\rvert=\frac{1}{2}$ ، $\arg(K)=\frac{\pi}{12}$ ، $K=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{8}+i\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{8}$	3 × 0.25	1.25
	ب) $\cos\frac{\pi}{12}=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$ ، $\sin\frac{\pi}{12}=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$	2 × 0.25	
4	من أجل كلّ عدد طبيعي n، $\overline{L_n}=\overline{{z_A}^n+{z_B}^n}={z_B}^n+{z_A}^n=L_n$	0.25	0.25
	التمرين الثالث (05 نقاط)		
1	أ) بواقي القسمة الإقليدية لـ 9^n على 11: $9^0\equiv1[11]$ ، $9^1\equiv9[11]$ ، $9^2\equiv4[11]$ ، $9^3\equiv3[11]$ ، $9^4\equiv5[11]$ التعميم : $k\in\mathbb{N}$ $\begin{array}{c\|c\|c\|c\|c\|c\|c} n & 5k & 5k+1 & 5k+2 & 5k+3 & 5k+4 & \\ \hline 9^n\equiv & 1 & 9 & 4 & 3 & 5 & [11] \end{array}$ باقي القسمة الإقليدية للعدد 1945^{2023} على 11 هو 3 (لاحظ أنّ $2023=5k+3$)	0.5 0.5 0.25	1.75
	ب) مجموعة قيم العدد الطبيعي n التي تحقّق الجملة : $\begin{cases} n\equiv2023[5] \\ 3n+9^n\equiv1444[11] \end{cases}$ $n\equiv2023[5]$ معناه $n=5k+3$ حيث k عدد طبيعي ومنه: $n=55\alpha+33$ مع α عدد طبيعي	0.25 0.25	
2	أ) من أجل كلّ عدد طبيعي n، $v_{n+1}=9v_n$ و $v_0=8$	0.25+0.5	1.75
	ب) من أجل كلّ عدد طبيعي n، $v_n=8\times9^n$ من أجل كلّ عدد طبيعي n، $u_n=\frac{v_n+8n-2}{4}=2\times9^n+2n-\frac{1}{2}$	0.5 0.5	
3	من أجل كلّ عدد طبيعي n، $S_n=v_0\frac{1-q^{n+1}}{1-q}=9^{n+1}-1$ $T_n=\frac{1}{4}S_n+\frac{1}{2}(n+1)(2n-1)=\frac{1}{4}\left(9^{n+1}+4n^2+2n-3\right)$	0.5 0.5	1
4	من أجل كلّ عدد طبيعي n، $4T_{5n}=9^{5n+1}+100n^2+10n-3$ إذن $4T_{5n}-n^2+n+5=9^{5n+1}+99n^2+11n+2$ فيكون $4T_{5n}-n^2+n+5\equiv0[11]$	0.25 0.25	0.5

<table>
<tr><th colspan="4">التمرين الرابع (07 نقاط)</th></tr>
<tr><td rowspan="2">I) 1</td><td>أ) من أجل كلّ x من $]0\,;+\infty[$، $g'(x)=\ln x+\frac{2x-3}{x}$ و $g''(x)=\frac{x+3}{x^2}$</td><td>2×0.5</td><td rowspan="2">1.25</td></tr>
<tr><td>ب) الدّالة g' متزايدة تماما على المجال $]0\,;+\infty[$ لأن $g''(x)>0$</td><td>0.25</td></tr>
<tr><td rowspan="2">2</td><td>أ) الدّالة g' مستمرة ومتزايدة تماما على $[1,3\,;\,1,4]$ و $g'(1,3)\times g'(1,4)<0$
($g'(1,3)=-0,05$ ، $g'(1,3)=0,19$) إذن $g'(x)=0$ تقبل حلا وحيدا</td><td>0.5</td><td rowspan="2">0.75</td></tr>
<tr><td>ب) من أجل كلّ x من $]0\,;+\infty[$ ، $g(x)\ge g(\alpha)$ ومنه $g(x)>0$</td><td>0.25</td></tr>
<tr><td rowspan="2">II) 1</td><td>أ) $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} f(x)=-\infty$ ، المنحني يقبل المستقيم ذا المعادلة $x=0$ مقارب له</td><td>2×0.25</td><td rowspan="2">1</td></tr>
<tr><td>ب) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(1-\frac{3\ln x}{2x}\right)x\ln x=+\infty$</td><td>0.5</td></tr>
<tr><td>2</td><td>من أجل كلّ x من $]0\,;+\infty[$، $f'(x)=\frac{g(x)}{x}$
جدول التغيرات
<table><tr><td>x</td><td>0 $+\infty$</td></tr><tr><td>$f'(x)$</td><td>$+$</td></tr><tr><td>$f(x)$</td><td>$-\infty$ ↗ $+\infty$</td></tr></table></td><td>0.5
0.5</td><td>1</td></tr>
<tr><td>3</td><td>$f'(x)=1$ يكافئ $g(x)=x$ ومنه $x=1$ أو $x=3$
$(T):\ y=x-1$ و $(T'):\ y=x-3+(3-\frac{3}{2}\ln 3)\ln 3$</td><td>0.25
2×0.25</td><td>0.75</td></tr>
<tr><td rowspan="2">4</td><td>أ) رسم (T) و (T')
رسم (C_f)
</td><td>2×0.25
0.5</td><td rowspan="2">1.25</td></tr>
<tr><td>ب) مجموعة قيم m هي $\left]-3+(3-\frac{3}{2}\ln 3)\ln 3\,;\,-1\right[$</td><td>0.25</td></tr>
</table>

5	أ) F تقبل الاشتقاق على $]0\,;+\infty[$ ومن أجل كلّ عدد حقيقي x من $]0\,;+\infty[$ ، $F'(x)=f(x)$	**0.5**	**1**
	ب) $\int_1^e f(x)\,dx = \left[F(e)-F(1)\right] = (e^2-6e+13)\ cm^2$	**2×0.25**	

ملاحظة: تُقبل وتُراعى جميع الطرائق الصحيحة الأخرى مع التقيّد التام بسلم التنقيط