الطريق الى البكالوريا

عدد التمارين : 80

The only way to **LEARN** Mathematics, is to do Mathematics.

اخر تحديث : 28 نوفمبر 2020

السنة الدراسية

2021 - 2020

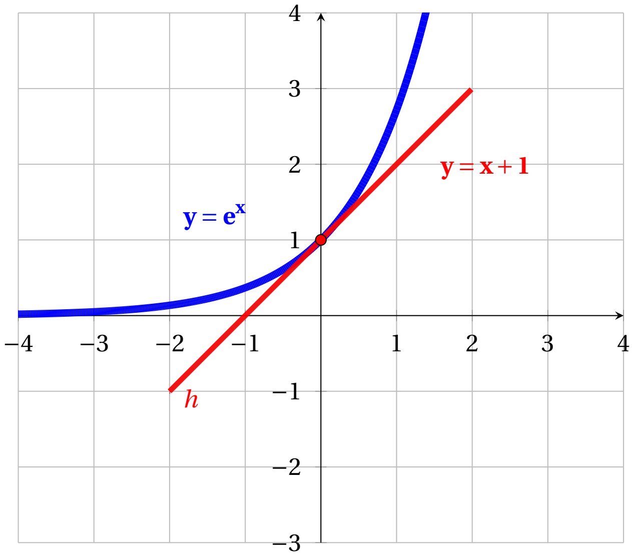
المحتويات

...

القسم I

بطاقة تعريفية للدالة الأسية

الدالة الأسيةذات الاساس $e \approx 2.718$



الخواص الجبرية للدالة الاسية

■ $e^0 = 1$ ، $e^1 \approx 2.718$

من اجل كل عدد حقيقي a و b :

■ $e^{a+b} = e^a e^b$

■ $e^{a-b} = \dfrac{e^a}{e^b}$

■ $(e^a)^b = e^{ab}$

■ **حالة خاصة :**

من اجل كل x من $\mathbb{R}$ ، $\dfrac{1}{e^x} = e^{-x}$

من اجل كل x من $\mathbb{R}$ ، $\sqrt{e^x} = e^{\frac{1}{2}x}$

النهايات الشهيرة للدالة الاسية

■ $\lim_{x\to+\infty} e^x = +\infty$

■ $\lim_{x\to-\infty} e^x = 0$

التزايد المقارن

■ $\lim_{x\to+\infty} \dfrac{e^x}{x} = +\infty$

■ $\lim_{x\to-\infty} xe^x = 0$

■ $\lim_{x\to0} \dfrac{e^x-1}{x} = 1$

و من اجل كل $n \in \mathbb{N}^*$

■ $\lim_{x\to+\infty} \dfrac{e^x}{x^n} = +\infty$

■ $\lim_{x\to-\infty} x^n e^x = 0$

مشتقة الدالة الأسية

■ $(e^u)' = u'e^u$.

مثال : $f(x) = e^{\frac{1}{x}}$ اذن $f'(x) = -\dfrac{1}{x^2}e^{\frac{1}{x}}$

حل معادلات و متراجحات

■ $e^a = e^b$ يكافئ $a = b$.

■ **تغيير المتغير :** الاكثر الاستعمالا بوضع

$X = e^{-x}$ أو $X = e^x$

الهدف هو التحول من معادلة تتضمن اسية الى معادلة بسيطة (معادلة من الدرجة الثانية،...)

■ $e^a \geq e^b$ يكافئ $a \geq b$

(الدالة الاسية متزايدة تماما على $\mathbb{R}$)

...

القسم II

الاسئلة الشائعة في الدوال و كيفية الاجابة عنها

❶ مبرهنة القيم المتوسطة

- الهدف اثبات ان معادلة ما، تقبل حلولا في مجال معين باستعمال مبرهنة القيم المتوسطة.

مبرهنة القيم المتوسطة	
• بين ان المعادلة $f(x)=k$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $a \le \alpha \le b$	• **أولا** : نبين ان f مستمرة و رتيبة على المجال $[a;b]$ • **ثانيا** : نحسب كلا من $f(a)$ و $f(b)$ ثم نبين ان k محصورة بين $f(a)$ و $f(b)$ ، وعليه نجد α من المجال $[a;b]$ يحقق : $f(x)=k$
بين ان المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $\alpha \in [a;b]$	نبين ان f مستمرة و رتيبة على المجال $[a;b]$. نحسب $f(a)$ و $f(b)$ ، ثم نجد : $f(a)\times f(b)<0$. ومنه يوجد α وحيد من المجال $[a;b]$ يحقق : $f(x)=0$

❷ معادلة المماس

ايجاد معادلة المماس	
عين معادلة المماس لـ (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة x_0	نكتب المعادلة : $y=f'(x_0)(x-x_0)+f(x_0)$ ، ثم نحسب كلا من $f'(x_0)$ و $f(x_0)$ ونعوض في المعادلة
اكتب معادلة المماس لـ (C_f) عند النقطة ذات الترتيبة y_0	اي نبحث عن الفاصلة x_0 وذلك بحل المعادلة $f(x_0)=y_0$ ، ثم نكتب معادلة المماس عند x_0
عين بيانيا العدد المشتق : $f'(x_0)$ **ملاحظة** $f'(x_0)$=معامل توجيه المماس	نحسب معامل التوجيه : $f'(x_0)=\dfrac{y_A-y_B}{x_A-x_B}$ ، حيث النقطتين A و B من المماس
هل توجد مماسات لـ (C_f) معامل توجيهها a ؟	نبحث عن الفاصلة x_0 بحل المعادلة $f'(x_0)=a$ ، اي عدد حلول المعادلة هي عدد المماسات التي معامل توجيهها a
هل توجد مماسات لـ (C_f) توازي المستقيم ذا المعادلة $(d): y=ax+b$ ؟	نحل المعادلة : معامل توجيه d = $f'(x_0)$ اي $f'(x_0)=a$ اذا وجدنا حلول نقول يوجد مماسات لـ (C_f) موازية لـ (d)
هل توجد مماسات لـ (C_f) تشمل النقطة $A(\alpha,\beta)$	نبحث عن x_0 بحل المعادلة $\beta=f'(x_0)(\alpha-x_0)+f(x_0)$ عدد حلول المعادلة تمثل عدد المماسات
هل توجد مماسات لـ (C_f) تعامد المستقيم ذا المعادلة $(d): y=ax+b$	نبحث عن x_0 بحل المعادلة : $f'(x_0)=-\dfrac{1}{a}$ ، a هو معامل توجيه (d). وعدد الحلول يمثل عدد المماسات

❸ الوضع النسبي

الوضع النسبي بين منحنى و مستقيم	
اشارة الفرق	الوضعية النسبية
الفرق > 0	(C_f) يقع فوق (Δ)
الفرق < 0	(C_f) يقع تحت (Δ)
الفرق $= 0$	- الفرق لم يغير اشارته : (Δ) يمس (C_f) - الفرق يغير اشارته : (Δ) يخترق (C_f). النقطة $A(a, f(a))$ نقطة انعطاف

- المستقيم المقارب العمودي لا يقطع ابدا (C_f)
- المستقيم المقارب الافقي و المائل يمكن ان يقطعا (C_f)

❹ نقطة الانعطاف

كيفية ايجاد نقطة انعطاف	
الطريقة 1 :	$f'(x)$ تنعدم و لا تغير اشارتها
الطريقة 2 :	$f''(x)$ تنعدم مغيرة اشارتها
الطريقة 3 :	عند دراسة الوضع النسبي لـ (C_f) و مماسه (Δ) ، نجد ان (Δ) يخترق (C_f)

❺ انشاء منحنى

لانشاء منحنى نتبع الخطوات التالية :	
❶	تحديد الوحدة ان طلبت
❷	تعيين المستقيمات المقاربة ان وجدت
❸	تعيين الذروات ان وجدت
❹	تعيين نقاط التقاطع مع محور الفواصل ان طلبت
❺	تعيين نقاط الانعطاف ان وجدت
❻	تعيين المماس ان طلب رسمه.

...

القسم III

تمارين تدريبية

رموز مفتاحية

- تمارين للتدرب في المنزل
- فكرة تستحق المحاولة
- تمارين للتدرب تتضمن افكار اساسية
- تمارين للتعمق

معارف لا بد منها

- الحساب على القوى
- حساب الدالة المشتقة
- حساب النهايات
- دراسة تغيرات دالة
- دراسة قابلية الاشتقاقية
- تطبيق مبرهنة القيم المتوسطة

تمرين رقم 1:

بسط العبارات التالية:

1) $(e^x)^3 e^{-2x}$

2) $\dfrac{e^{x-1}}{e^{x+2}}$

3) $\dfrac{e^x+e^{-x}}{e^x}$

4) $e^{-x}e^2$

5) $\dfrac{e^{3x}}{(e^{-x})^2\times e^x}$

6) $\dfrac{e^x e^y}{e^{x-y}}$

تمرين رقم 2:

© | (ازالة حالة عدم التعيين)

1) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{xe^x}{e^x+1}$ اخراج e^x كعامل مشترك

2) $\lim\limits_{x\to+\infty}(2x-1)e^x-3e^{2x}$

3) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{e^{2x}-3e^x+4}{e^x+2}$

4) $\lim\limits_{x\to+\infty}(e^x-x)$ اخراج x كعامل مشترك

5) $\lim\limits_{x\to+\infty}(e^{x+1}-2x-3)$

6) $\lim\limits_{x\to+\infty}(2x-1)e^x$ النشر

7) $\lim\limits_{x\to-\infty}(x^3+2x-1)e^x$

8) $\lim\limits_{x\to+\infty}2xe^{-x}$ الانتقال بين $e^{u(x)}$ و $e^{-u(x)}$

9) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{e^{2x+1}}{x}$ انشاء التماثل

تمرين رقم 3:

احسب النهايات التالية:

1) $f(x)=\frac{e^x-1}{2x}$ عند 0 ، $+\infty$ و $-\infty$

2) $f(x)=\frac{e^x-1}{2e^x+1}$ عند $+\infty$ و $-\infty$

3) $f(x)=e^{2x}-e^x+1$ عند $+\infty$ و $-\infty$

4) $f(x)=2x-1+e^x$ عند $+\infty$ و $-\infty$

5) $f(x)=\frac{1}{x}(e^{2x}-1)$ عند 0 و $+\infty$

6) $f(x)=x+2+xe^x$ عند $-\infty$

تمرين رقم 4:

احسب النهايات التالية:

1) $\lim\limits_{x\to-\infty} e^{2x+1}$

2) $\lim\limits_{x\to-\infty} e^{\frac{1}{x}}$

3) $\lim\limits_{x\to+\infty} e^{x^2+2x-1}$

4) $\lim\limits_{x\to+\infty} e^{\frac{3x+1}{x-5}}$

5) $\lim\limits_{x\overset{<}{\to}1} e^{\frac{1}{x-1}}$

6) $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}1} e^{\frac{1}{x-1}}$

تمرين رقم 5:

احسب النهاية الاتية :

$$\lim_{x\overset{>}{\to}0}\left(\frac{1}{e^x-1}-\frac{1}{x}\right)$$

تمرين رقم 6:

احسب الدالة المشتقة للدوال الاتية:

1) $f(x)=(x^2-2x)e^x$

2) $f(x)=\frac{1}{x}e^x$

3) $f(x)=\frac{e^x-1}{2e^x+1}$

4) $f(x)=\frac{e^x}{e^x-x}$

5) $f(x)=x^2-2(x-1)e^x$

6) $f(x)=xe^{\frac{1}{x}}$

7) $f(x)=e^{\frac{1+x}{1+x^2}}$

تمرين رقم 7:

حل في $\mathbb{R}$ المعادلات و المتراجحات التالية :

- $(e^{2x}-1)(e^x+2)=0$
- $e^{2x}-e^x-e-1=0$
- $e^{2x-3}=1$
- $e^{2x}-9=0$
- $\dfrac{(x-1)(e^x+1)}{e^x-1}\leq 0$
- $e^{2x^2}\leq e^{5x+3}$
- $2e^{2x}-5e^x+2<0$
- $e^{2x+1}+e^{x+1}-2e\leq 0$

تمرين رقم 8:

ادرس اتجاه تغير الدالة f في كل حالة:

1) $f(x)=x+1+e^x$ على $\mathbb{R}$
2) $f(x)=\dfrac{e^x+2}{e^x-1}$ على كل من المجالين $]-\infty;0[$ و $]0;+\infty[$
3) $f(x)=(x^2-3)e^x$ على $\mathbb{R}$
4) $f(x)=\dfrac{e^x}{x-1}$. على كل من المجالين $]-\infty;1[$ و $]1;+\infty[$.

تمرين رقم 9:

f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=e^{2x}-2e^x+1$ ، و (C) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) ادرس اتجاه تغير الدالة f.
2) ادرس نهاية الدالة f عند $-\infty$ و عند $+\infty$ مفسرا النهاية عند $-\infty$ بيانيا.
3) شكل جدول تغيرات الدالة. f
4) عين نقاط تقاطع المنحنى (C) مع محوري الاحداثيات.
5) احسب $f(-1)$ و $f(1)$ ثم انشئ (C).

6) g دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=-f(x)$
اعتمادا على المنحني (C) ، انشئ (γ) منحنى الدالة g في نفس المعلم السابق.

تمرين رقم 10:

f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=x-1+e^{x}$ ، و (C) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) ادرس اتجاه تغير الدالة f.

2) ادرس نهاية الدالة f عند $-\infty$ و عند $+\infty$.

3) احسب $f(0)$ ثم استنتج اشارة $f(x)$ حسب قيم x.

4) شكل جدول تغيرات الدالة f.

5) بين ان المستقيم (Δ) الذي معادلته $y=x-1$ مقارب لـ (C) عند $-\infty$ ثم ادرس وضعية (C) بالنسبة الى (Δ).

6) اكتب معادلة لـ (T) مماس المنحني (C) عند النقطة O.

7) انشئ (Δ) ، (T) و (C) في نفس المعلم.

8) ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد و اشارة حلول المعادلة $f(x)=2x+m$.

تمرين رقم 11:

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}^{*}$ كمايلي: $f(x)=\dfrac{e^{x}+2}{e^{x}-1}$
وليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) ادرس تغيرات الدالة f و شكل جدول تغيراتها.

2) بين انه من اجل كل x من $\mathbb{R}$ لدينا: $f(-x)+f(x)=-1$ ، ماذا تستنتج بالنسبة الى المنحنى (C_f)

3) ارسم (C_f)

4) g دالة معرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $g(x)=|f(x)|$

(ا) اكتب $g(x)$ بدلالة $f(x)$ حسب قيم x.

(ب) ارسم في نفس المعلم (C_g) التمثيل البياني للدالة g اعتمادا على (C_f).

تمرين رقم 12:

لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=\dfrac{e^{x}}{1+e^{x}}$.

و (C) هو التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) ا) ادرس اتجاه تغير الدالة f.

ب) احسب نهاية الدالة f عند $-\infty$ و عند $+\infty$. فسر النتائج بيانيا.

ج) شكل جدول تغيرات الدالة f.

2) بين ان النقطة $A(0;\frac{1}{2})$ هي مركز تناظر للمنحني (C).

3) عين معادلة المماس (T) للمنحني (C) عند النقطة A.

4) لتكن الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $g(x)=\frac{1}{4}x+\frac{1}{2}-f(x)$

ا) بين انه من اجل كل $x\in\mathbb{R}$: $g'(x)=\frac{(e^x-1)^2}{4(1+e^x)^2}$.

ب) شكل جدول تغيرات الدالة g ، ثم استنتج اشارة g على $\mathbb{R}$

ج) استنتج الوضعية النسبية للمنحني (C) و المستقيم (T).
ماذا تمثل النقطة A في المنحنى (C).

د) ارسم (T) و (C).

تمرين رقم 13:

f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $f(x)=x-\frac{e^x-1}{e^x+1}$ وليكن (C) المنحني البياني للدالة f في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) بين ان الدالة f فردية.

2) احسب النهاية $\lim_{x\to+\infty}f(x)$ ، ثم استنتج النهاية $\lim_{x\to-\infty}f(x)$.

3) ا) اثبت انه من اجل كل عدد حقيقي x : $f(x)=x-1+\frac{2}{e^x+1}$ و $f(x)=x+1-\frac{2e^x}{e^x+1}$

ب) استنتج ان المستقيم (Δ) الذي معادلته $y=x-1$ مقارب للمنحني (C) عند $+\infty$
ثم ادرس وضعية (C) بالنسبة الى (Δ).

ج) استنتج ان المستقيم (Δ') الذي معادلته $y=x+1$ مقارب للمنحني (C) عند $-\infty$
ثم ادرس وضعية (C) بالنسبة الى (Δ').

4) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

5) ارسم (Δ) ، (Δ') و (C) في نفس المعلم.

تمرين رقم 14:

I) g دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة $g(x)=e^x+x+1$.

1) ادرس تغيرات الدالة g على $\mathbb{R}$.

2) بين ان المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $-1.3<\alpha<-1.2$.

3) استنتج اشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II) f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة: $f(x)=\dfrac{xe^x}{e^x+1}$
(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) بين ان $f'(x)=\dfrac{e^x g(x)}{(e^x+1)^2}$ ، ثم استنتج تغيرات f على $\mathbb{R}$.

2) بين ان $f(\alpha)=\alpha+1$ ، ثم استنتج حصرا لـ $f(\alpha)$.

3) عين معادلة المماس (d) لـ (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة صفر، ثم ادرس الوضع النسبي لـ (d) و (C_f).

4) بين ان المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=x$ مقارب مائل لـ: (C_f) في جوار $+\infty$.

5) ادرس وضعية (C_f) بالنسبة الى (Δ) ، ثم ارسم (d) و (Δ) و (C_f).

تمرين رقم 15:

1) لتكن g الدالة المعرفة على المجال $[0;+\infty[$ بـ: $g(x)=x+2-e^x$

ا) ادرس تغيرات الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها. (نقبل ان $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{e^x}{x}=+\infty$)

ب) بين ان المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α من المجال $[0;+\infty[$ ، ثم برر ان: $1.14<\alpha<1.15$

ج) استنتج اشارة $g(x)$ على المجال $[0;+\infty[$.

2) لتكن f الدالة المعرفة على المجال $[0;+\infty[$ بـ: $f(x)=\dfrac{e^x-1}{xe^x+1}$ و ليكن (C) تمثيلها البياني في مستو منسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

ا) بين انه من اجل كل x من $[0;+\infty[$: $f'(x)=\dfrac{e^x g(x)}{(xe^x+1)^2}$.

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

ج) بين ان: $f(\alpha)=\dfrac{1}{\alpha+1}$ ، ثم اعط حصرا لـ $f(\alpha)$ بتقريب 10^{-3}.

د) ارسم (C).

تمرين رقم 16:

f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=\dfrac{3e^x-1}{e^x+1}$
(C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$.

2) ادرس اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها.

3) حدد معادلات المستقيمات المقاربة للمنحنى (C_f).

4) بين انه، من اجل كل عدد حقيقي x ، $f(x)+f(-x)=2$. و فسر النتيجة هندسيا.

5) بين ان المنحنى (C_f) يقبل مماسا (T) معامل توجيهه يساوي1 ، يطلب كتابة معادلة له.

6) احسب احداثيي نقطة تقاطع المنحنى (C_f) مع محور الفواصل ثم ارسم كلا من (T) و (C_f).

7) ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و اشارة حلول المعادلة: $(3-m)e^x=m+1$.

تمرين رقم 17:

I) لتكن الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $g(x)=(2-x)e^x-1$

1) عين نهايتي الدالة g عند $-\infty$ و $+\infty$.

2) ا) ادرس تغيرات الدالة g.

ب) شكل جدول تغيرات الدالة g.

3) بين ان المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلين α و β بحيث $-1.2<\alpha<-1.1$ و $1.8<\beta<1.9$.

4) استنتج اشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II) نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $f(x)=\dfrac{e^x-1}{e^x-x}$
(C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$.

2) ا) بين انه، من اجل كل عدد حقيقي x : $f'(x)=\dfrac{g(x)}{(e^x-x)^2}$.

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها.

3) ا) بين ان $f(\alpha)=\dfrac{1}{\alpha-1}$ (حيث العدد α المعرف في السؤال 3 الجزء I).

ب) عين حصرا للعددين $f(\alpha)$ و $f(\beta)$. (تدور النتائج الى 10^{-1}).

ج) ارسم (C_f).

تمرين رقم 18:

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=x+\dfrac{2}{e^x+1}$
(C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوى المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) احسب $f(x)+f(-x)$ من اجل كل عدد حقيقي x ثم استنتج ان النقطة $\omega(0;1)$ مركز تناظر للمنحنى (C_f).

2) 1) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ ثم استنتج $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$.

2) ادرس اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها.

3) ا) بين ان المستقيم ذا المعادلة $y=x$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$.

ب) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}[f(x)-(x+2)]$ ، ثم فسر النتيجة بيانيا.

4) ا) بين ان المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α بحيث $-1.7<\alpha<-1.6$

ب) من اجل اي قيمة للعدد الحقيقي k يكون العدد $(-\alpha)$ حلا للمعادلة $f(x)=k$.

5) ارسم (C_f) و مستقيميه المقاربين.

تمرين رقم 19:

I) الدالة g معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=1+(x^2-1)e^{-x}$.

1) ا) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$.

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها. (ناخذ: $g(1-\sqrt{2})=-0.25$ و $g(1+\sqrt{2})=1.43$)

2) ا) بين ان المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلين في $\mathbb{R}$ ، ثم تحقق ان احدهما معدوم و الاخر α حيث: $-0.8<\alpha<-0.7$

ب) استنتج اشارة $g(x)$ ، حسب قيم العدد الحقيقي x .

II) الدالة f معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=x-(x+1)^2e^{-x}$

(C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) ا) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

ب) بين ان المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=x$ ، مقارب للمنحنى (C_f) عند $+\infty$.

ج) ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة الى المستقيم (Δ).

2) ا) بين انه، من اجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x)=g(x)$. (يرمز f' الى الدالة المشتقة للدالة f).

ب) شكل جدول تغيرات الدالة f على $\mathbb{R}$. (ناخذ: $f(\alpha)\approx-0.9$).

3) ا) بين ان المنحنى (C_f) يقبل مماسين، معامل توجيه كل منهما يساوي 1، يطلب تعيين معادلة لكل منهما.

ب) مثل (Δ) و المماسين و المنحنى (C_f)

ج) ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد حلول المعادلة ذات المجهول x : $(x+1)^2+me^x=0$

تمرين رقم 20:

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $f(x)=\dfrac{x}{e^x-x}$ ، (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

I) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $g(x)=e^x-x-1$

1) ادرس اتجاه تغير الدالة g

2) استنتج ان $g(x)\geq 0$ من اجل كل عدد حقيقي x

3) علل انه، من اجل كل عدد حقيقي x، $e^x-x>0$

II) 1) ا) احسب نهايتي f عند $-\infty$ و $+\infty$

ب) فسر النتائج هندسيا

2) ا) احسب $f'(x)$.

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

3) ا) عين معادلة (T) مماس المنحنى (C_f) عند النقطة التي فاصلتها0.

ب) ادرس الوضعية النسبية للمنحنى (C_f) بالنسبة الى (T).

ج) علل ان المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف، يطلب تعيين احداثيها

4) ارسم (T) و (C_f).

تمرين رقم 21:

I) g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $g(x) = 1 + (x-1)e^x$.

1) احسب نهاية الدالة g عند $-\infty$ و $+\infty$.

2) ادرس اتجاه تغير الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها.

3) استنتج اشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II) نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]-\infty;2]$ كمايلي: $f(x) = x + (x-2)e^x$
نرمز بـ (C_f) لتمثيلها البياني في المستوى المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) ا) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x من $]-\infty;2]$ فان $f'(x) = g(x)$

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها.

2) بين ان المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) . ثم ادرس وضعية (C_f) بالنسبة لـ (Δ)

3) اثبت ان المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف ω يطلب تعيين احداثيها.

4) اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1.

5) بين ان (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α حيث: $1.6 < \alpha < 1.7$

6) احسب $f(0)$ ، $f(1)$ ثم ارسم (Δ) ، (T) و المنحنى (C_f)

7) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة: $f(x) = x + m$

تمرين رقم 22:

I) الدالة g معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = 1 + (1-x)e^x$

1) ادرس تغيرات الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها.

2) بين ان المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α على المجال $]0;+\infty[$

3) تحقق ان $1.27 < \alpha < 1.28$ ، ثم استنتج حسب قيم x اشارة $g(x)$.

II) f هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $f(x) = \dfrac{e^x + x + 1}{e^x + 1}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) بين ان $\lim_{x\to+\infty} f(x)=1$ ، ثم فسر النتيجة هندسيا.

2) ا) احسب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$

ب) بين ان المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=x+1$ ، مستقيم مقارب للمنحنى (C_f)

3) ادرس وضعية (C_f) بالنسبة الى كل من (Δ) و (Δ') حيث (Δ') هو المستقيم ذو المعادلة $y=1$

4) ا) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x)=\dfrac{g(x)}{(e^x+1)^2}$ ، ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f

ب) بين ان $f(\alpha)=\alpha$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

5) ا) اثبت ان (C_f) يقطع محور الفواصل في النقطة التي فاصلتها $-\alpha$ 👁

ب) اثبت ان المنحنى (C_f) يقبل مماسا (T) في النقطة $M(-\alpha;0)$ موازيا للمستقيم (Δ) 👁

ج) اكتب معادلة (T)

6) ارسم (Δ) ، (Δ') ، (T) و (C_f)

7) ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد واشارة حلول المعادلة $f(x)=x+f(m)$

تمرين رقم 23:

I) g دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $g(x)=2x+4-4e^x$

(ا) ادرس تغيرات الدالة g

(ب) بين ان المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلين احدهما معدوم و الاخر α حيث: $-1.6<\alpha<-1.59$

(ج) استنتج اشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$

II) f دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $f(x)=\dfrac{2e^x-1}{2xe^x+1}$ ،
(C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) بين انه، من اجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x)=\dfrac{e^x g(x)}{(2xe^x+1)^2}$

2) احسب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ ، ثم فسر النتائج هندسيا.

3) ادرس تغيرات الدالة f

4) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $f(x)=0$ ، ثم استنتج اشارة $f(x)$ 👁

5) بين ان: $f(\alpha)=\dfrac{1}{\alpha+1}$ ، ثم عين حصرا للعدد $f(\alpha)$ 👁

6) ارسم المنحنى (C_f)

7) ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد واشارة حلول المعادلة: $2mx-2+(m+1)e^{-x}=0$

تمرين رقم 24:

I) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $g(x) = (x-1)e^{-x} + 2$

1) ادرس تغيرات الدالة g

2) بين ان المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $-0.38 < \alpha < -0.37$

3) استنتج اشارة $g(x)$ ، حسب قيم x

II) نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $f(x) = 2x + 1 - xe^{-x}$
(C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x) = g(x)$

2) ادرس تغيرات الدالة f

3) بين ان المستقيم (d) ذا المعادلة $y = 2x + 1$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$

4) ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (d)

5) بين ان المنحنى يقبل نقطة انعطاف

6) بين ان $f(\alpha) = \dfrac{2\alpha^2 + \alpha - 1}{\alpha - 1}$

7) ارسم (d) و (C_f) ، ناخذ $\alpha \approx -0.375$

III) (Δ_β) مستقيم معادلته $y = 2x + \beta$ حيث β عدد حقيقي.

1) عين β حتى تكون (Δ_β) مماسا للمنحنى في نقطة يطلب تعيين احداثياتها. 👁

2) ناقش بيانيا، حسب قيم العدد الحقيقي β ، عدد حلول المعادلة: $-\dfrac{x}{e^x} + 1 - \beta = 0$

تمرين رقم 25:

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $f(x) = \dfrac{e^x - 1}{xe^x + 1}$ ،
(C) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

I) 1) نعتبر الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $h(x) = xe^x + 1$

ا) ادرس تغيرات الدالة h.

ب) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x : $h(x) > 0$. 👁

2) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $g(x) = x + 2 - e^x$.

ا) احسب نهايتي الدالة g عند $-\infty$ و $+\infty$.

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة g، ثم شكل جدول تغيراتها.

ج) بين ان المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلين α و β مع $\alpha > \beta$ ثم تحقق ان $1.14 < \alpha < 1.15$.

د) استنتج اشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II) 1) احسب نهايتي f عند $-\infty$ و $+\infty$ ثم فسر النتائج هندسيا.

2) ا) بين انه، من اجل كل عدد حقيقي x : $f'(x)=\dfrac{e^x g(x)}{(xe^x+1)^2}$.
ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها.

3) ا) تحقق ان: $f(\alpha)=\dfrac{1}{\alpha+1}$.
ب) عين حصرا للعدد $f(\alpha)$ سعته 10^{-2}.

4) عين معادلة المماس (T) للمنحنى (C) عند النقطة ذات الفاصلة 0.

5) ا) تحقق ان $f(x)-x=\dfrac{(x+1)u(x)}{xe^x+1}$ حيث $u(x)=e^x-xe^x-1$.
ب) ادرس اتجاه تغير الدالة u ثم استنتج اشارة $u(x)$.
ج) استنتج الوضعية النسبية للمنحنى (C) بالنسبة الى المماس (T).

6) ارسم (T) و (C) . (نقبل ان $-1.85<\beta<-1.84$ و $-1.19<f(\beta)<-1.18$)

تمرين رقم 26:

I) لتكن الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $g(x)=ax+b-\dfrac{4e^x}{e^x+2}$ حيث a و b عددان حقيقيان.
نرمز بـ (C_g) لتمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

- عين a و b بحيث (C_g) يشمل النقطة $A(\ln 2;\ln 2)$ و يقبل عند النقطة A مماسا موازيا لمحور الفواصل.

II) نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $f(x)=x+2-\dfrac{4e^x}{e^x+2}$
(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x: $f(x)=x-2+\dfrac{8}{e^x+2}$

2) احسب نهايتي الدالة عند $-\infty$ و $+\infty$.

3) ادرس اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.

4) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-(x-2)]$ و $\lim\limits_{x\to-\infty}[f(x)-(x+2)]$

- استنتج ان (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين (Δ) و (Δ') يطلب اعطاء معادلة لكل منهما.

5) بين ان المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف ω يطلب تعيين احداثييها.

6) بين ان (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α حيث $-1.7<\alpha<-1.6$

7) ارسم (Δ) ، (Δ') و (C_f)

III) نعتبر الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $h(x)=[f(x)]^2$

- عين اتجاه تغير الدالة ثم شكل جدول تغيراتها.

...

القسم IV

مواضيع بكالوريات جزائرية

...

1

شعبة علوم تجريبية

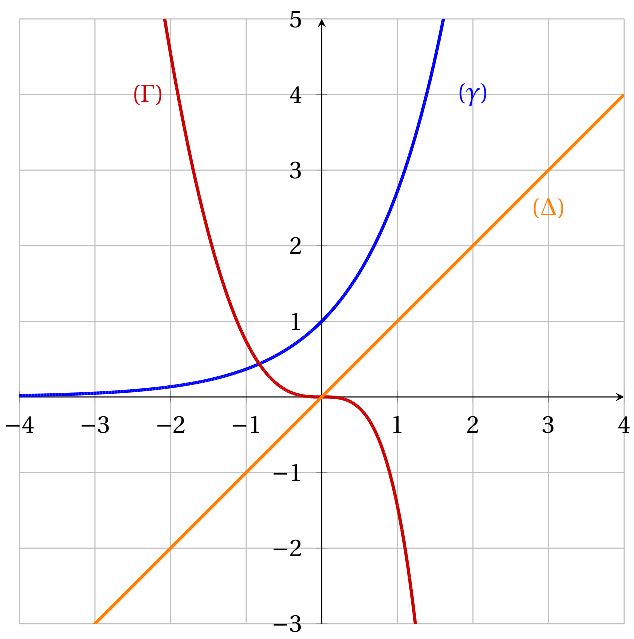
تمرين رقم 27:

© | علوم تجريبية - 2020 - الموضوع الثاني (07 نقاط)

I) المستوي منسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

في الشكل المرفق، (Γ) المنحنى الممثل للدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=2x^2+2x-2xe^x$

(Δ) المستقيم ذو المعادلة: $y=x$ و (γ) المنحنى الممثل للدالة $x\mapsto e^x$.



بقراءة بيانية:

1) برر انه من اجل كل عدد حقيقي x : $e^x - x > 0$

2) حدد تبعا لقيم العدد الحقيقي x اشارة $g(x)$ علما ان $g(0) = 0$

II) الدالة العددية f معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = -1 + \dfrac{2e^x}{e^x - x}$. ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم السابق.

1) بين ان $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 1$ واحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ثم فسر نتيجتي النهايتين هندسيا.

2) ا) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x يكون : $f'(x) = \dfrac{2e^x(1-x)}{(e^x - x)^2}$

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها

3) ا) اكتب معادلة المماس (T) لـ المماس للمنحنى (C_f) في النقطة A ذات الفاصلة 0

ب) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x يكون: $f(x) - (2x+1) = \dfrac{g(x)}{e^x - x}$

ج) استنتج الوضع النسبي لـ (C_f) و (T) على $\mathbb{R}$ ، ماذا تمثل النقطة A بالنسبة الى (C_f) ؟

4) بين ان المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]-\infty;1]$ ، ثم تحقق ان: $-0.6 < \alpha < -0.5$

5) انشئ المماس (T) و المستقيمين المقاربين ثم المنحنى (C_f)

تمرين رقم 28:

© | علوم تجريبية - 2019 - الموضوع الثاني (07 نقاط)

المستوي منسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$. تؤخذ وحدة الطول $2cm$

(C_f) و (C_g) التمثيلان البيانيان للدالتين f و g المعرفتين على $\mathbb{R}$ كمايلي :

$$f(x) = e^x - \frac{1}{2}ex^2 \quad \text{و} \quad g(x) = e^x - ex$$

1) ا) ادرس اتجاه تغير الدالة g

ب) استنتج اشارة $g(x)$ حسب قيم x الحقيقية

2) ادرس اتجاه تغير الدالة f

3) احسب كلا من $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f.

4) ادرس الوضع النسبي للمنحنيين (C_f) و (C_g) على $\mathbb{R}$.

5) ارسم على المجال $[0;2]$ المنحنيين (C_f) و (C_g) في نفس المعلم $(O;\vec{i};\vec{j})$. (يعطى $e^2 - 2e \approx 2$)

6) احسب بالسنتمتر المربع، مساحة الحيز المستوى المحدد بالمنحنيين (C_f) و (C_g)

7) h الدالة المعرفة على المجال $[-2;2]$ كمايلي : $h(x) = \frac{1}{2}ex^2 - e^{|x|}$ وليكن (Γ) تمثيلها البياني في المعلم السابق.

ا) بين ان h دالة زوجية.

ب) من اجل $x \in [0;2]$ احسب $h(x) + f(x)$ ثم استنتج كيفية رسم (Γ) انطلاقا من (C_f) ثم ارسمه.

تمرين رقم 29:

علوم تجريبية - 2018 - الموضوع الأول (07 نقاط)

I) g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $g(x)=2+(x-1)e^{-x}$.

1) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$.

2) ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

3) بين ان المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $-0.38<\alpha<-0.37$ ثم استنتج اشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II) لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=2x+1-xe^{-x}$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) ا) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

ب) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-(2x+1)]$ ، ثم فسر النتيجة بيانيا.

ج) ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و المستقيم (Δ) حيث : $(\Delta): y=2x+1$.

2) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x يكون $f'(x)=g(x)$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها.

3) اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1.

4) ارسم (Δ) ، (T) و المنحنى (C_f) (ناخذ $f(\alpha)=0.8$).

5) ناقش بيانيا و حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و اشارة حلول المعادلة ذات المجهول x : $x=(1-m)e^{x}$.

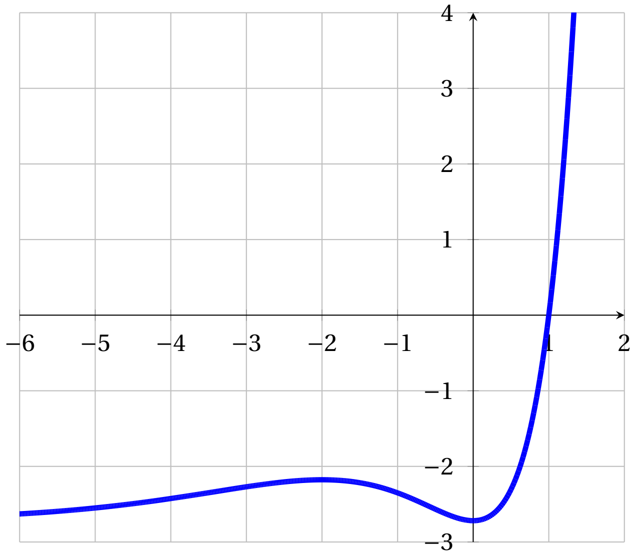
6) ا) باستعمال المكاملة بالتجزئة عين الدالة الاصلية للدالة $x\mapsto xe^{-x}$ على $\mathbb{R}$ و التي نتعدم من اجل $x=1$.

ب) احسب العدد A مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيمات التي معادلاتها $x=1$ ، $x=3$ و $y=2x+1$.

تمرين رقم 30:

© | علوم تجريبية - 2017 - الدورة الاستثنائية، الموضوع الثاني (07 نقاط)

I) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = x^2e^x - e$
(C_g) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب الى معلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ (كما هو في الشكل المقابل).



- احسب $g(1)$.
- بقراءة بيانية عين اشارة $g(x)$ ثم استنتج اشارة $g(-x)$ حسب قيم العدد الحقيقي x.

II) نعتبر الدالة f المعرفة على المجموعة $\mathbb{R}^*$ كمايلي: $f(x) = e^{-x} - 2 - \frac{e}{x}$
(C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوى المنسب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) احسب النهايات الاتية: $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\overset{<}{\to}0} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}0} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.
2) بين ان المنحنى (γ) الذي معادلته: $y = e^{-x} - 2$ و المنحنى (C_f) متقاربان بجوار $-\infty$ ثم ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة الى (γ).
3) بين ان : من اجل كل عدد حقيقي غير معدوم x لدينا : $f'(x) = \frac{-g(-x)}{x^2}$.
4) استنتج ان الدالة f متزايدة تماما على كل من المجالين $[-1;0[$ و $]0;+\infty[$ و متناقصة تماما على المجال $]-\infty;-1]$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f.
5) بين كيف يمكن إنشاء المنحنى (γ) انطلاقا من منحنى الدالة : $x \mapsto e^x$ ثم ارسم بعناية كلا من المنحنيين (γ) و (C_f) في نفس المعلم السابق.
6) ليكن n عددا طبيعيا و $(A(n))$ مساحة الحيز المستوى المحدد بالمنحنيين (C_f) و (γ) و المستقيمين اللذين معادلتهما $x = -e^n$ و $x = -e^{n+1}$.
احسب العدد الحقيقي l حيث $l = A(0) + A(1) + \cdots A(2016)$.

تمرين رقم 31:

علوم تجريبية - 2017 - الموضوع الثاني (07 نقاط)

I) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $f(x)=2-x^2e^{1-x}$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) بين ان $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=2$ وأعط تفسيرا هندسيا لهذه النتيجة ، ثّم احسب النهاية $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

2) **ا)** بين انه من اجل كل x من $\mathbb{R}$ ، $f'(x)=x(x-2)e^{1-x}$.

ب) ادرس اتجاه تغيّر الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

ج) اكتب معادلة لـ (T) المماس للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1.

3) نعتبر الدالة العددية h المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $h(x)=1-xe^{1-x}$.

ا) بين انه من اجل كل x من $\mathbb{R}$ فان: $h(x)\geq 0$ ، ثّم ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و المماس (T).

ب) بين ان المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $-0.7<\alpha<-0.6$

ج) انشئ المماس (T) و المنحنى (C_f) على المجال $[-1;+\infty[$.

د) F الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $F(x)=2x+(x^2+2x+2)e^{1-x}$

تحقق ان F دالة اصلية للدالة f على $\mathbb{R}$ ، ثم احسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و حامل محور الفواصل و المستقيمين اللذين معادلتيهما: $x=0$ و $x=1$.

تمرين رقم 32:

علوم تجريبية - 2016 - الموضوع الثاني (07 نقاط)

I) g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=1+(x^2+x-1)e^{-x}$

1) **ا)** احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$.

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها.

2) **ا)** بين ان للمعادلة $g(x)=0$ حلين في $\mathbb{R}$ ، احدهما معدوم و الاخر α حيث : $-1.52<\alpha<-1.51$.

ب) استنتج اشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II) f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=-x+(x^2+3x+2)e^{-x}$ و (C_f) تمثيلها البياني في المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ ، (وحدة الطول $1cm$).

1) **ا)** احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

ب) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x)=-g(x)$. (حيث f' هي الدالة المشتقة للدالة f).

ج) شكل جدول تغيرات الدالة f على $\mathbb{R}$ ، (نأخذ $f(\alpha)\approx 0.38$).

د) عين دون حساب: $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(\alpha+h)-f(\alpha)}{h}$ ، ثم فسر النتيجة هندسيا.

2) **ا)** بين ان المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=-x$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $+\infty$

ب) ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة الى المستقيم (Δ).

ج) بين ان للمنحنى (C_f) نقطتي انعطاف يطلب تعيين احداثييهما.

د) ارسم (Δ) و (C_f) على المجال $[-2;+\infty[$.

هـ) ناقش بيانيا و حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و اشارة حلول المعادلة : $(m-x)e^x+(x^2+3x+2)=0$ على المجال $[-2;+\infty[$.

III) h و H الدالتان المعرفتان على $\mathbb{R}$ بـ: $h(x)=x+f(x)$ و $H(x)=(ax^2+bx+c)e^{-x}$

1) عين الاعداد الحقيقية a,b و c حتى تكون الدالة H دالة اصلية للدالة h على $\mathbb{R}$.

2) ا) احسب التكامل التالي : $A(\lambda)=\int_0^{\lambda} h(x)dx$ حيث λ عدد حقيقي موجب تماما و فسر النتيجة هندسيا.

ب) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} A(\lambda)$.

تمرين رقم 33:

© | علوم تجريبية - 2016 - الموضوع الثاني (06 نقاط)

I) لتكن g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=2e^x-x^2-x$.

1) ا) احسب $g'(x)$ من اجل كل x من $\mathbb{R}$، ثم ادرس اتجاه تغير الدالة g' (حيث g' هي مشتقة الدالة g)

ب) بين انه من اجل كل x من $\mathbb{R}$، $g'(x)>0$.

ج) احسب نهايتي الدالة g عند كل من $-\infty$ و $+\infty$ ، ثم شكل جدول تغيراتها.

2) بين ان المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $-1.38<\alpha<-1.37$.

3) استنتج اشارة $g(x)$ حسب قيم العدد الحقيقي x.

II) لتكن الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=\dfrac{x^2e^x}{e^x-x}$.

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) ا) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

ب) بين انه، من اجل كل x من $\mathbb{R}$، $f'(x)=\dfrac{xe^xg(x)}{(e^x-x)^2}$ (حيث f' هي مشتقة الدالة f).

ج) ادرس اتجاه تغير الدالة f على $\mathbb{R}$، ثم شكل جدول تغيراتها.

2) ا) بين ان $f(\alpha)=\alpha^2+2\alpha+2+\dfrac{2}{\alpha-1}$ ، ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$.

ب) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-x^2]$ ، ثم فسر النتيجة بيانيا.

ج) انشئ المنحنى (C_f). (تعطى $f(\alpha)\approx 0.29$)

تمرين رقم 34:

علوم تجريبية - 2015 - الموضوع الثاني (06 نقاط)

I) g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=1-2x-e^{2x-2}$

1) ادرس اتجاه تغير الدالة g على $\mathbb{R}$.

2) بين ان المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في $\mathbb{R}$، ثم تحقق ان : $0.36<\alpha<0.37$.

3) استنتج اشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II) f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=xe^{2x+2}-x+1$.

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) ا) بين انه من اجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x)=e^{2x+2}g(-x)$

ب) استنتج ان الدالة f متناقصة تماما على $]-\infty;-\alpha]$ و متزايدة تماما على $[-\alpha;+\infty[$.

2) احسب نهاية f عند $+\infty$ و $-\infty$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f.

3) احسب $\lim_{x\to-\infty}[f(x)+x-1]$ ثم فسر النتيجة هندسيا.

4) ادرس وضعية (C_f) بالنسبة الى المستقيم (Δ) الذي معادلته $y=-x+1$

5) انشئ (Δ) و (C_f) على المجال $\left]-\infty;\frac{1}{2}\right]$ ، نأخذ $f(-\alpha)\approx 0.1$.

6) ا) تحقق انه من اجل كل x من $\mathbb{R}$: $2f(x)+f'(x)-f''(x)=1-2x-3e^{2x+2}$

ب) استنتج دالة اصلية للدالة f على $\mathbb{R}$.

تمرين رقم 35:

علوم تجريبية - 2013 - الموضوع الأول (06.5 نقاط)

I) f الدالة المعرفة على $]-\infty;1[$ بـ: $f(x)=\dfrac{x}{x-1}+e^{\frac{1}{x-1}}$ ،
و (C) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

x	$f(x)$
0.20	0.037
0.21	0.016
0.22	-0.005
0.23	-0.026
0.24	-0.048
0.25	-0.070

1) احسب $\lim_{x\to-\infty}f(x)$ و $\lim_{x\overset{<}{\to}1}f(x)$ ، ثم استنتج المستقيمين المقاربين للمنحنى (C).

2) احسب $f'(x)$. بين ان الدالة f متناقصة تماما على المجال $]-\infty;1[$ ، ثم شكل جدول تغيراتها.

3) بين ان المعادلة $f(x)=0$ تقبل في $]-\infty;1[$ حلا وحيدا . باستعمال جدول القيم اعلاه جد حصرا للعدد α.

4) ارسم المستقيمين المقاربين و المنحنى (C) ، ثم ارسم المنحنى (C') الممثل للدالة $|f|$.

5) عين بيانيا مجموعة قيم الاعداد الحقيقية m التي من جلها يكون للمعادلة $|f(x)|=m$ حلان مختلفان في الاشارة.

II) g الدالة المعرفة على $]-\infty;1[$ بـ: $(g(x)=f(2x-1))$. (عبارة $g(x)$ غير مطلوبة)

1) ادرس تغيرات الدالة g على $]-\infty;1[$ ثم شكل جدول تغيراتها.

2) ا) تحقق من ان : $g\left(\dfrac{\alpha+1}{2}\right)=0$ ، ثم بين ان : $g'\left(\dfrac{\alpha+1}{2}\right)=2f'(\alpha)$.

ب) استنتج معادلة (T) المماس لمنحنى الدالة g في النقطة ذات الفاصلة $\dfrac{\alpha+1}{2}$.

ج) تحقق من ان : $y=\dfrac{2}{(\alpha-1)^3}x-\dfrac{\alpha+1}{(\alpha-1)^3}$ ، معادلة المستقيم (T).

تمرين رقم 36:

علوم تجريبية - 2012 - الموضوع الثاني (07 نقاط)

I) لتكن g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $g(x)=1-xe^x$

1) احسب $\lim_{x\to-\infty}g(x)$ و $\lim_{x\to+\infty}g(x)$.

2) ادرس اتجاه تغير الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها.

3) ا) بين ان المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α على المجال $]-1;+\infty[$.

ب) تحقق ان $0.5<\alpha<0.6$ ، ثم استنتج اشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

4) نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]-\infty;2]$ كمايلي: $f(x)=(x-1)e^x-x-1$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) احسب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$.

2) لتكن f' مشتقة الدالة f. بين انه من اجل كل عدد حقيقي x من $]-\infty;2]$ فان $f'(x)=-g(x)$.

استنتج اشارة $f'(x)$ على المجال $]-\infty;2]$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f.

3) بين ان $f(\alpha)=-\left(\frac{\alpha^2+1}{\alpha}\right)$ ، ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$. (تدور النتائج الى 10^{-2}).

4) ا) بين ان المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=-x-1$ هو مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $-\infty$

ب) ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة الى (Δ).

5) ا) بين ان المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلين x_1 و x_2 حيث $-1.6<x_1<-1.5$ و $1.5<x_2<1.6$

ب) انشئ (Δ) و (C_f).

6) لتكن h الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $h(x)=(ax+b)e^x$

ا) عين العددين الحقيقين a و b بحيث تكون h دالة اصلية للدالة $x\mapsto xe^x$ على $\mathbb{R}$.

ب) استنتج دالة اصلية للدالة g على $\mathbb{R}$.

تمرين رقم 37:

علوم تجريبية - 2011 - الموضوع الثاني (07 نقاط)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=e^x-ex-1$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) ا) احسب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.

ب) احسب $f'(x)$ ثم ادرس اشارتها.

ج) شكل جدول تغيرات الدالة f.

2) ا) بين ان المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=-ex-1$ مقارب مائل للمنحنى (C_f).

ب) اكتب معادلة المستقيم (T) مماس المنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 0.

ج) بين ان المعادلة $f(x)=0$ تقبل في المجال $]1.75;1.76[$ حلا وحيدا α.

د) ارسم المستقيمين (Δ) و (T) ثم المنحنى (C_f) على المجال $]-\infty;2]$.

3) ا) احسب بدلالة α ، المساحة $A(\alpha)$ للحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و حامل محور الفواصل و المستقيمين اللذين معادلتهيما: $x=0$ و $x=\alpha$.

ب) اثبت ان: $A(\alpha)=\left(\frac{1}{2}e\alpha^2-e\alpha+\alpha\right)ua$ (ua هي وحدة المساحات).

تمرين رقم 38:

علوم تجريبية - 2010 - الموضوع الثاني (07 نقاط)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}^*$ كمايلي: $f(x)=x-\frac{1}{e^x-1}$.
نرمز بـ (C_f) لتمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) ا) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$.
ب) احسب $\lim\limits_{x\overset{<}{\to}0}f(x)$ و $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}0}f(x)$ و فسر النتيجة هندسيا.

2) ادرس اتجاه تغير الدالة f على كل مجال من مجالي تعريفها ثم شكل جدول تغيراتها.

3) ا) بين ان المنحنى (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين مائلين (Δ) و (Δ') معادلتيهما على الترتيب: $y=x$ و $y=x+1$.
ب) ادرس وضعية (C_f) بالنسبة الى كل من (Δ) و (Δ').

4) اثبت ان النقطة $\omega\left(0;\frac{1}{2}\right)$ هي مركز تناظر للمنحنى (C_f).

5) ا) بين ان المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلين α و β حيث: $\ln 2<\alpha<1$ و $-1.4<\beta<-1.3$
ب) هل توجد مماسات لـ (C_f) توازي المستقيم (Δ) ؟
ج) ارسم (Δ) ، (Δ') ثم المنحنى (C_f).
د) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و اشارة حلول المعادلة: $(m-1)e^{-x}=m$.

تمرين رقم 39:

علوم تجريبية - 2008 - الموضوع الأول (07.5 نقط)

I) نعتبر الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة على المجال $]-2;+\infty[$ كمايأتي

$$f(x)=(ax+b)e^{-x}+1$$

حيث a و b عددان حقيقيان.
(C_f) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ وحدة الطول $1cm$
عين قيمتي a و b بحيث تكون النقطة $A(-1,1)$ تنتمي الى (C_f) و معامل توجيه المماس عند A يساوي $(-e)$.

II) نعتبر الدالة العددية g للمتغير الحقيقي x المعرفة على المجال $]-2;+\infty[$ كمايلي:

$$g(x)=(-x-1)e^{-x}+1$$

و (C_g) تمثيلها البياني في نفس المعلم السابق.

ا) بين ان $\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)$ و فسر هذه النتيجة بيانيا. (نذكر ان $\lim\limits_{x\to-\infty}ue^u=0$).
ب) ادرس تغيرات الدالة g ، ثم انشئ جدول تغيراتها.
ج) بين ان المنحنى (C_g) يقبل نقطة انعطاف I يطلب تعيين احداثييها.
د) اكتب معادلة المماس للمنحنى (C_g) عند النقطة I.
هـ) ارسم (C_g).

و) H الدالة العددية المعرفة على $]-2;+\infty[$ كماياتي: $H(x)=(\alpha x+\beta)e^{-x}$ حيث α و β عددان حقيقيان.
عين α و β بحيث تكون H دالة اصلية للدالة : $x\mapsto g(x)-1$
استنتج الدالة الأصلية للدالة g و التي تنعدم عند القيمة 0.

III) لتكن k الدالة المعرفة على المجال $]-2;+\infty[$ كماياتي: $k(x)=g(x^2)$
باستعمال مشتقة دالة مركبة، عين اتجاه تغير الدالة k ثم شكل جدول تغيراتها.

...

2

شعبة تقني رياضي

تمرين رقم 40:

تقني رياضي - 2020 - الموضوع الثاني (07 نقاط)

الدالة العددية f معرفة على المجال $[-1;+\infty[$ بـ: $f(x)=x-1+\frac{1}{4}(2e^{-x}-1)^2$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ (وحدة الطول $2cm$)

1. (ا) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $[-1;+\infty[$: $f'(x)=(1-e^{-x})(2e^{-x}+1)$

   (ب) ادرس اشارة $f'(x)$ و استنتج اتجاه تغير الدالة f.

   (ج) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

2. (ا) بين ان المستقيم (Δ) ذا المعادلة : $y=x-\frac{3}{4}$ مقارب مائل للمنحنى (C_f)

   (ب) ادرس وضعية (C_f) بالنسبة الى المستقيم (Δ)

3. بين ان المنحنى البياني (C_f) يقبل مماس (T) موازيا للمستقيم (Δ) يطلب كتابة معادلة له.

4. بين ان المنحنى البياني (C_f) يقبل نقطة انعطاف تعيينها.

5. ارسم (Δ) ، (T) و المنحنى البياني (C_f).

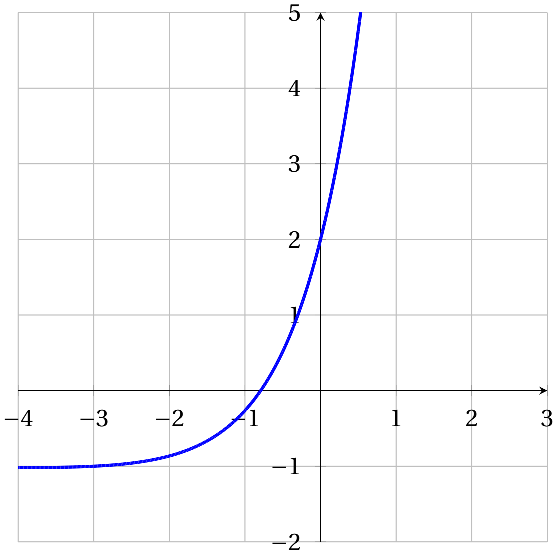
6. ليكن m وسيطا حقيقيا. عين مجموعة قيم m التي من اجلها تقبل المعادلة : $f(x)=x+m$ حلين مختلفين.

تمرين رقم 41:

تقني رياضي - 2019 - الموضوع الأول (07 نقاط)

I) g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $g(x)=(x+3)e^x-1$ و (C_g) تمثيلها البياني كما هو مبين في الشكل.

بقراءة بيانية



1) حدد اشارة $g(-1)$ و $g\left(\frac{-1}{2}\right)$

2) استنتج وجود عدد حقيقي α وحيد من المجال $\left]-1;\frac{-1}{2}\right[$ بحيث $g(\alpha)=0$ ثم تحقق ان : $-0.8<\alpha<-0.7$

3) استنتج اشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$

II) f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=(x+2)(e^x-1)$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) احسب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)$

2) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x)=g(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

3) ا) احسب $\lim_{x\to-\infty}(f(x)+x)$ ثم استنتج ان (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) يطلب تعيين معادلة له.

ب) ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و المستقيم (Δ)

ج) اكتب معادلة لـ (T) مماس (C_f) الموازي للمستقيم (Δ)

4) ارسم المستقيم (Δ) و المنحنى (C_f) على المجال $]-\infty;1]$ (يعطى $f(\alpha)\approx-0.7$)

5) احسب $f(x)-g(x)$ ثم استنتج دالة اصلية للدالة f على $\mathbb{R}$

6) h الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $h(x)=|x|\left(e^{|x|-2}-1\right)+1$ و (C_h) تمثيلها البياني في المعلم السابق.

ا) بين ان الدالة h زوجية

ب) تاكد انه من اجل كل x من المجال $[0;+\infty[$ فان : $h(x)=f(x-2)+1$

ج) اشرح كيف يمكن رسم (C_h) انطلاقا من (C_f) ثم ارسم (C_h) على المجال $[-3;3]$

تمرين رقم 42:

تقني رياضي - 2018 - الموضوع الأول (07 نقاط)

f الدالة العددية المعرفة على المجال $]-\infty;1[$ بـ: $f(x)=\frac{x}{x-1}e^{-x}$.
و (C_f) تمثيلها البياني في المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) احسب $\lim\limits_{x \overset{<}{\to} 1} f(x)$ ثم فسر النتيجة بيانيا و احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

2) بين انه من اجل كل x من $]-\infty;1[$: $f'(x)=\frac{(-x^2+x-1)e^{-x}}{(x-1)^2}$ و ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

3) ا) اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة صفر.

ب) h دالة عددية معرفة على المجال $]-\infty;1[$ بـ: $h(x)=e^{-x}+x-1$.
ادرس اتجاه تغير الدالة h ثم استنتج انه من اجل كل x من $]-\infty;1[$: $h(x)\geq 0$

4) بين انه من اجل كل x من $]-\infty;1[$: $f(x)+x=\frac{xh(x)}{x-1}$ ثم استنتج الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و المماس (T). فسر النتيجة بيانيا.

5) اكتب معادلة المستقيم (Δ) الذي يشمل مبدأ المعلم O و النقطة $A\left(-2;\frac{2}{3}e^2\right)$ ثم ارسم المستقيمين (T) ، (Δ) و المنحنى (C_f) على المجال $[-2;1[$

6) ا) بين انه من اجل كل x من $[-1;0]$: $\frac{x}{x-1}\leq f(x)<e^{-x}$.

ب) تحقق انه من اجل كل x من $[-1;0]$: $\frac{x}{x-1}=1+\frac{1}{x-1}$ ثم بين ان : $1-\ln 2\leq\int_{-1}^{0} f(x)<e-1$

7) m وسيط حقيقي، ناقش بيانيا و حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة : $f(x)=mx$ ، حيث $x\in[-2;1[$

تمرين رقم 43:

تقني رياضي - 2017 - الدورة الإستثنائية، الموضوع الثاني (07 نقاط)

I) لتكن الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $g(x)=1-2xe^{-x}$.
- ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم استنتج اشارة $g(x)$.

II) نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $f(x)=(x+1)(1+2e^{-x})$.
(C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ حيث $\|\vec{i}\|=1cm$

1) ا) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

2) ا) بين ان : $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-x]=1$ ثم استنتج معادلة لـ (Δ) ، المستقيم المقارب المائل للمنحنى (C_f).

ب) ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة الى المستقيم (Δ)

3) اثبت ان المنحنى (C_f) يقبل مماسا وحيدا (T) يوازي (Δ) يطلب تعيين معادلة له

4) باستعمال المنحنى (C_f) ، عين قيم الوسيط الحقيقي m حتى يكون للمعادلة $f(x)=x+m$ حلين مختلفين.

5) ليكن α عددا حقيقيا موجبا، نرمز بـ $A(\alpha)$ الى مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و بالمستقيمات التي معادلاتها على الترتيب : $y=x+1$ ، $x=-1$ و $x=\alpha$.
- احسب $A(\alpha)$ بدلالة α ثم $\lim\limits_{\alpha\to+\infty}$.

تمرين رقم 44:

تقني رياضي - 2015 - الموضوع الثاني (07 نقاط)

I) g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بمايلي : $g(x)=(x+2)e^{x}-2$

1) احسب : $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$.

2) ادرس اتجاه تغير الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها.

3) احسب $g(0)$ ، ثم استنتج اشارة $g(x)$.

II) f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بمايلي : $f(x)=2x+3-(x+1)e^{x}$.
(C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوى المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) بين ان : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-\infty$ ، ثم احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

2) ا) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x)=-g(x)$
ب) استنتج اشارة $f'(x)$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f
ج) بين ان المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=2x+3$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $-\infty$ ثم ادرس وضعية (C_f) بالنسبة الى المستقيم (Δ)

3) ا) بين ان المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلين α و β حيث : $0.92<\alpha<0.93$ و $-1.56<\beta<-1.55$
ب) ارسم المستقيم (Δ) و المنحنى (C_f) على المجال $\left]-\infty;\frac{3}{2}\right]$

4) ا) بين ان الدالة : $x\mapsto xe^{x}$ هي دالة اصلية للدالة $x\mapsto(x+1)e^{x}$ على $\mathbb{R}$
ب) احسب A مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيم (Δ) و المستقيمين اللذين معادلتيهما : $x=0$ ، $x=\alpha$ (حيث α هي القيمة المعرفة في السؤال 3)أ)).
ج) جد حصرا للعدد A.

تمرين رقم 45:

تقني رياضي - 2014 - الموضوع الثاني (06 نقاط)

f هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=(x-1)e^{x}$
(C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) عين نهاية f عند كل من $-\infty$ و $+\infty$

2) ادرس اتجاه تغير الدالة f على $\mathbb{R}$ ثم شكل جدول تغيراتها.

3) ا) بين ان المعادلة $f(x)=1$ تقبل حلا وحيدا α على $\mathbb{R}$ ، ثم تحقق ان $1.27<\alpha<1.28$
ب) اكتب معادلة لـ (T) مماس المنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1 وحدد وضعية (C_f) بالنسبة الى (T)
ج) ارسم (T) و (C_f)

4) عين قيم العدد الحقيقي m التي من اجلها تقبل المعادلة $(x-1)e^{x}-(m-1)e^{m}=-1$ حلا واحدا في $\mathbb{R}$

5) h هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $h(x)=(|x|+1)e^{-|x|}$ و تمثيلها البياني.
ا) بين ان الدالة h زوجية.

ب) ارسم (C_h) مستعينا بالمنحنى (C_f)

6) g دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = (ax+b)e^x$ حيث a ، b عددان حقيقيان.
عين a ، b حتى يكون : من اجل كل x من $\mathbb{R}$ ، $g'(x) = f(x)$

تمرين رقم 46:

تقني رياضي - 2013 - الموضوع الثاني (07.5 نقطة)

I) الدالة g معرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $g(x) = (x-1)e^x$

1) ادرس تغيرات g

2) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x : $1+(x-1)e^x \geq 0$

II) الدالة f معرفة على $[0;+\infty[$ كمايلي :

$$\begin{cases} f(x) = \dfrac{e^x-1}{x} \; ; x>0 \\ f(0) = 1 \end{cases}$$

1) ا) بين ان f مستمرة على $[0;+\infty[$

ب) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

2) ا) تحقق انه، من اجل كل عدد حقيقي x من $]0;+\infty[$: $f'(x) = \dfrac{1+(x-1)e^x}{x^2}$

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها.

III) n عدد طبيعي حيث $n \geq 1$ ، f_n الدالة المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $f_n(x) = \dfrac{e^x-1}{x} + n\ln x$.
و (C_n) منحناها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) ادرس اتجاه تغير الدالة f_n على $]0;+\infty[$

2) احسب $\lim\limits_{\substack{x\to 0 \\ >}} f_n(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f_n(x)$

3) ادرس الوضع النسبي للمنحنيين (C_n) و (C_{n+1})

4) بين ان جميع المنحنيات تمر من نقطة ثابتة B يطلب تعيين احداثيتها.

5) ا) بين انه، يوجد عدد حقيقي وحيد α_1 من $]0.3;0.4[$ بحيث $f_1(\alpha_1) = 0$

ب) بين انه، من اجل كل عدد طبيعي n حيث $n \geq 1$ فان : $f_n(\alpha_1) < 0$ ، ثم برهن انه يوجد عدد حقيقي α_n من $]\alpha_1;1[$ بحيث $f_n(\alpha_n) = 0$

6) 1) بالاعتماد على الجزء II ، بين انه من اجل كل x من $]0;1]$: $\dfrac{e^x-1}{x} \leq e-1$

2) استنتج انه، من اجل كل عدد طبيعي n حيث $n \geq 1$: $\ln(\alpha_n) \geq \dfrac{1-e}{n}$ ، ثم $\alpha \geq e^{\frac{1-e}{n}}$

3) جد نهاية المتتالية (α_n)

تمرين رقم 47:

تقني رياضي - 2012 - الموضوع الاول (07 نقاط)

I) g هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $g(x) = -4+(4-2x)e^x$

1) ادرس تغيرات الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها.

2) بين ان المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلين احدهما معدوم و الاخر α حيث : $1.59<\alpha<1.60$

3) استنتج اشارة $g(x)$.

II) f هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $f(x)=\dfrac{2x-2}{e^x-2x}$.
(C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$. (وحدة الطول $2cm$)

1) بين ان (C_f) يقبل عند $-\infty$ و $+\infty$ مستقيمين مقاربين معادلتيهما على الترتيب $y=-1$ و $y=0$

2) ا) برهن انه من اجل كل عدد حقيقي x : $f'(x)=\dfrac{g(x)}{(e^x-2x)^2}$

ب) استنتج اشارة $f'(x)$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f.

ج) احسب $f(1)$ ، ثم استنتج، حسب قيم x ، اشارة $f(x)$

3) ا) بين ان : $f(\alpha)=-1+\dfrac{1}{\alpha-1}$ ، حيث α هو العدد المعرف في السؤال 2 من الجزء I

ب) استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$ (تدور النتائج الى 10^{-2}).

ج) ارسم (C_f).

4) ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد واشارة حلول المعادلة : $2x-2=(e^x-2x)(m+1)$

5) h هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $h(x)=[f(x)]^2$

ا) احسب $h'(x)$ بدلالة كل من $f'(x)$ و $f(x)$ ، ثم استنتج اشارة $h'(x)$

ب) شكل جدول تغيرات الدالة h.

تمرين رقم 48:

تقني رياضي - 2011 - الموضوع الثاني (07.5 نقطة)

1) f الدالة العددية المعرفة على مجموعة الاعداد الحقيقية $\mathbb{R}$ كمايلي : $f(x)=3-\dfrac{4}{e^x+1}$
(C_f) منحناها البياني في المستوى المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

2) ادرس تغيرات الدالة f.

3) عين المستقيمات المقاربة للمنحنى (C_f)

4) بين ان للمنحنى (C_f) نقطة انعطاف ω يطلب تعيينها ثم اكتب معادلة للماس (C_f) عندها

5) لتكن g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $g(x)=f(x)-x$

ا) ادرس تغيرات الدالة g.

ب) بين ان المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $2.7<\alpha<2.8$

6) ا) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $f(x)=0$

ب) ارسم المماس و المستقيم (Δ) الذي معادلته : $y=x$ و المنحنى (C_f)

7) (u_n) المتتالية المعرفة كمايلي : $u_0=1$ و من اجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=f(u_n)$

ا) باستخدام (C_f) و المستقيم (Δ) مثل u_0 و u_1 و u_2 على حامل محور الفواصل.

ب) بين انه من اجل كل عدد طبيعي n فان : $1\le u_n<\alpha$

ج) بين ان المتتالية (u_n) متزايدة تماما

د) استنتج ان (u_n) متقاربة و بين ان : $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = \alpha$.

تمرين رقم 49:

تقني رياضي - 2010 - الموضوع الاول (07 نقاط)

f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بالعبارة : $f(x) = \dfrac{3xe^x - 3x - 4}{3(e^x - 1)}$

ليكن (C_f) منحنى f في المستوى المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

1) عين العددين الحقيقين a و b بحيث : $f(x) = ax + \dfrac{b}{3(e^x - 1)}$ من اجل كل x من $\mathbb{R}^*$

2) احسب نهاية الدالة f عند اطراف مجالات تعريفها.

3) بين ان f متزايدة تماما على كل مجال من مجالي تعريفها ثم شكل جدول تغيراتها.

4) ا) (D) و (D') المستقيمان اللذان معادلتاهما على الترتيب : $y = x$ و $y = x + \dfrac{4}{3}$.

بين ان (D) و (D') مقاربان للمنحنى (C_f) ، ثم حدد وضعيته بالنسبة لكل منهما.

ب) بين ان المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلين x_0 و x_1 حيث $0.9 < x_0 < 0.91$ و $-1.66 < x_1 < -1.65$

ج) احسب من اجل كل عدد حقيقي x غير معدوم $f(x) + f(-x)$.

فسر النتيجة هندسيا.

د) ارسم (D) و (D') و (C_f)

هـ) m عدد حقيقي، (D_m) المستقيم المعرف بالمعادلة $y = x + m$.

ناقش بيانيا حسب قيم m عدد حلول المعادلة : $f(x) = x + m$

5) نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ كما يأتي : $g(x) = [f(x)]^2$

ادرس تغيرات الدالة g دون حساب $g(x)$ بدلالة x.

تمرين رقم 50:

تقني رياضي - 2009 - الموضوع الاول (07 نقاط)

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $f(x) = x + \dfrac{2}{e^x + 1}$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

1) احسب $f(x) + f(-x)$ من اجل كل عدد حقيقي x ، ثم استنتج ان النقطة $\omega(0; 1)$ هي مركز تناظر للمنحنى (C_f)

2) ادرس تغيرات الدالة f على المجال $[0; +\infty[$ ثم استنتج جدول تغيراتها على $\mathbb{R}$.

3) بين ان المستقيم ذي المعادلة $y = x$ هو مستقيم مقارب للمنحنى (C_f) عند $+\infty$.

احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} [f(x) - (x+2)]$ ، استنتج المستقيم المقارب للمنحنى (C_f) عند $-\infty$

4) بين ان المعادلة $f(x) = 0$ حلا وحيدا α بحيث $-1.7 < \alpha < -1.6$

5) ارسم (C_f) من اجل $x \in \mathbb{R}$

6) بين انه من اجل كل x من $\mathbb{R}$ ، $f(x) = x + \dfrac{2e^{-x}}{e^{-x} + 1}$

7) احسب $A(\alpha)$ مساحة الحيز من المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيمات ذات المعادلات :

$y = x+2$ ، $x = 0$ و $x = \alpha$

بين ان $A(\alpha) = 2\ln(-\alpha)$ ثم استنتج حصرا للعدد $A(\alpha)$.

...

3

شعبة رياضيات

تمرين رقم 51:

رياضيات - 2020 - الموضوع الأول (07 نقاط)

1. الدالتان العدديتان g و h معرفتان على المجال $]-\infty;0]$ كمايلي : $g(x)=-2e^x$ و $h(x)=x(e^x+1)$ حدد اشارة كل من $h(x)$ و $g(x)$ على المجال $]-\infty;0]$

2. الدالة العددية f معرفة على المجال $]-\infty;0]$ بـ: $f(x)=(x-3)e^x+\frac{1}{2}x^2$.
(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

(أ) i. بين انه من اجل كل x من المجال $]-\infty;0]$: $f'(x)=h(x)+g(x)$

ii. استنتج اتجاه تغير الدالة f على المجال $]-\infty;0]$

(ب) احسب $f(0)$ و $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

(ج) بين ان المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]-\infty;0]$ ثم تحقق ان: $-1.5<\alpha<-1.4$

(د) (P) هو التمثيل البياني للدالة : $x\mapsto\frac{1}{2}x^2$ على المجال $]-\infty;0]$

i. احسب $\lim_{x\to-\infty}\left[f(x)-\frac{1}{2}x^2\right]$ ثم فسر النتيجة بيانيا.

ii. ادرس الوضع النسبي للمنحنيين (P) و (C_f)

iii. انشئ (P) ثم المنحنى (C_f) على المجال $]-\infty;0]$

(هـ) ليكن m وسيطا حقيقيا، ناقش بيانيا و حسب قيم m عدد حلول المعادلة: $|f(x)|=e^m$ في $]-\infty;0]$

تمرين رقم 52:

رياضيات - 2019 - الموضوع الثاني (07 نقاط)

I) f_k الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f_k(x)=(x+1)^2e^{-kx}$ حيث k وسيط حقيقي.
ليكن (C_k) التمثيل البياني للدالة f_k في المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) بين ان كل المنحنيات (C_k) تمر من نقطتين ثابتتين يطلب تعيينهما.

2) احسب نهايتي الدالة f_k عند $-\infty$ و $+\infty$. (ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي k)

3) ا) احسب $f_k'(x)$ ، ثم حدد حسب قيم الوسيط الحقيقي k اتجاه تغير الدالة f_k

ب) شكل جدول تغيرات الدالة f_k من اجل k عدد حقيقي موجب تماما.

4) ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي k الاوضاع النسبية للمنحنيين (C_k) و (C_{k+1})

II) f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=(x+1)^2e^{-2x}$
نسمي (C_f) تمثيلها البياني في المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) شكل جدول تغيرات الدالة f ، ثم ارسم المنحنى (C_f) على المجال $\left[-\frac{3}{2};+\infty\right[$

2) ا) بين ان المعادلة $f(x)=1$ تقبل حلين في $\mathbb{R}$ احدهما α حيث : $-1.28<\alpha<-1.27$

ب) عين قيم العدد الحقيقي m التي من اجلها تقبل المعادلة $\left|\frac{m+1}{e^m}\right|=\left|\frac{x+1}{e^x}\right|$ حلا وحيدا.

3) g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=(x+1)e^{-2x}$

ا) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x فان : $g'(x)+2g(x)-e^{-2x}=0$ ثم استنتج دالة اصلية لـ g على $\mathbb{R}$

ب) باستعمال المكاملة بالتجزئة، احسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) ومحور الفواصل و المستقيمين اللذين معادلتاهما $x=-1$ و $x=0$

تمرين رقم 53:

رياضيات - 2018 - الموضوع الثاني (07 نقاط)

I) الدالة العددية المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $g(x)=(1+x+x^2)e^{-\frac{1}{x}}-1$

1) بين انه من اجل كل x من المجال $]0;+\infty[$: $g'(x)=\frac{(x+1)(2x^2+1)}{x^2}e^{-\frac{1}{x}}$ ،
و استنتج اتجاه تغير الدالة g على المجال $]0;+\infty[$.

2) بن ان المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0.9<\alpha<1$ ،
و استنتج اشارة $g(x)$ على المجال $]0;+\infty[$.

II) f الدالة العددية المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=\frac{1}{x}+(1+x)e^{-\frac{1}{x}}$.
و (C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوى المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) ا) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}0}f(x)$

ب) بين انه من اجل كل x من المجال $]0;+\infty[$: $f'(x)=\frac{g(x)}{x^2}$
واستنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

2) بين ان $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(xe^{-\frac{1}{x}}-x\right)=-1$ (يمكن وضع $t=-\frac{1}{x}$) ثم استنتج ان المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x$ مقارب للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$.

3) h الدالة العددية المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $h(x)=\frac{1}{x}-1+e^{-\frac{1}{x}}$

ا) احسب $\lim_{x\to+\infty} h(x)$ و ادرس اتجاه تغير الدالة h و استنتج اشارة $h(x)$ على $]0;+\infty[$

ب) تحقق ان $f(x)-x=(1+x)h(x)$ ثم استنتج الوضعية النسبية لـ (C_f) بالنسبة الى المستقيم (Δ)

4) ارسم المستقيم (Δ) و المنحنى (C_f). ناخذ ($f(\alpha\approx 1.73)$)

5) (u_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}^*$ بحدها العام u_n حيث : $u_n=\frac{n}{n+1}f\left(\frac{1}{n}\right)-\frac{n^2}{n+1}$

ا) اكتب u_n بدلالة n ثم بين ان المتتالية (u_n) هندسية يطلب تعيين اساسها وحدها الاول u_1

ب) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n=\left(\frac{1}{2}f(1)-\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{2}{3}f\left(\frac{1}{2}\right)-\frac{1}{2}\right)+\cdots+\left(\frac{n}{n+1}f\left(\frac{1}{n}\right)-\frac{1}{n+1}\right)$

تمرين رقم 54:

رياضيات - 2017 - الدورة الاستثنائية، الموضوع الثاني (07 نقاط)

المستوى منسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ حيث : $\|\vec{i}\|=1cm$.

I) نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $f(x)=(x+1)^2e^{-x}$. (C) تمثيلها البياني.

1) احسب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)$

2) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

3) اثبت ان المنحنى (C) يقبل نقطتي انعطاف يطلب تعيين احداثييهما، احسب $f(-2)$ ، ثم ارسم المنحنى (C).

II) ليكن m وسيط حقيقي، نعتبر الدالة f_m المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $f_m(x)=(x^2+mx+1)e^{-x}$
وليكن (C_m) تمثيلها البياني في المعلم السابق.

1) اثبت ان جميع المنحنيات (C_m) تشمل نقطة ثابتة ω يطلب تعيين احداثيها.

2) ادرس اتجاه تغير الدالة f_m و استنتج قيم m التي من اجلها تقبل الدالة f_m قيمتين حديتين يطلب تعيينهما.

3) M_m نقطة من المنحنى (C_m) فاصلتها x_m حيث $x_m=1-m$
اثبت انه عندما m يمسح $\mathbb{R}$ فان M_m ينتمي الى منحن يطلب تعيين معادلة له.

4) ادرس حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، حيث $m\neq 2$ ، الوضعية النسبية للمنحنيين (C) و (C_m).

5) احسب بدلالة العدد الحقيقي الموجب تماما α ، $A(\alpha)$ مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنيين (C) و (C_3) و المستقيمين اللذين معادلتيهما : $x=0$ و $x=\alpha$ ، ثم احسب : $\lim_{\alpha\to+\infty} A(\alpha)$

تمرين رقم 55:

رياضيات - 2017 - الموضوع الأول (07 نقاط)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=(-x^3+2x^2)e^{-x+1}$
(C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) ا) احسب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ ، استنتج وجود مستقيم مقارب للمنحنى (C_f) يطلب تعيين معادلة له.

ب) بين ان : من اجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x)=x(x^2-5x+4)e^{-x+1}$

ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.

2) اكتب معادلة (T) مماس المنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 2.

3) h الدالة المعرفة على المجال $[0;+\infty[$ كمايلي : $h(x)=x^2e^{-x+2}-4$
ادرس اتجاه تغير الدالة h ثم استنتج اشارة $h(x)$ حدد عندئذ وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة الى (T) على المجال $[0;+\infty[$.

4) ارسم المماس (T) والمنحنى (C_f) على المجال $[0;+\infty[$.

5) نعتبر m وسيط حقيقي و المعادلة ذات المجهول الحقيقي x الموجب : $(E)...f(x)=m(x-2)$
ناقش بيانيا حسب قيم m عدد حلول المعادلة (E).

6) g الدالة المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $g(x)=f\left(\frac{1}{x}\right)$.
اعتمادا على السؤال رقم (1) ، شكل جدول تغيرات الدالة g.

تمرين رقم 56:

رياضيات - 2016 - الموضوع الأول (07 نقاط)

I) ϕ الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $\phi(x)=(x^2-x+1)e^{-x+1}-1$

1) ا) احسب $\lim_{x\to-\infty}\phi(x)$ و $\lim_{x\to+\infty}\phi(x)$

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة ϕ ثم شكل جدول تغيراتها.

2) بين ان المعادلة $\phi(x)=0$ تقبل في $\mathbb{R}$ ، حلا α يختلف عن 1 ثم تحقق ان : $2.79<\alpha<2.80$

3) استنتج اشارة $\phi(x)$ على $\mathbb{R}$

II) f و g الدالتان العدديتان المعرفتان على $\mathbb{R}$ كمايلي : $f(x)=(2x-1)e^{-x+1}$ و $g(x)=\dfrac{2x-1}{x^2-x+1}$
(C_f) و (C_g) تمثيلاهما البيانيان في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) ا) احسب $\lim_{x\to-\infty}f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty}f(x)$

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها

2) بين ان للمنحنيين (C_f) و (C_g) مماسا مشتركا (T) في النقطة ذات الفاصلة 1 ثم جد معادلة له.

3) ارسم المماس (T) و المنحنى (C_f)

4) ا) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x ، $f(x)-g(x)=\dfrac{(2x-1)\phi(x)}{x^2-x+1}$

ب) ادرس اشارة الفرق $f(x)-g(x)$ على $\mathbb{R}$ ثم استنتج الوضع النسبي للمنحنيين (C_f) و (C_g)

ج) باستعمال مكاملة بالتجزئة، احسب بدلالة العدد الحقيقي x : $\int_1^x f(t)dt$

د) احسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنيين (C_f) و (C_g) و المستقيمين اللذين معادلتيهما : $x=1$ و $x=2$

III) 1) احسب $f''(x)$ ، $f^{(3)}(x)$ و $f^{(4)}(x)$. اعط تخمينا لعبارة $f^{(n)}(x)$ حيث n عدد طبيعي غير معدوم ($f^{(n)}$ الدالة المشتقة من المرتبة n للدالة f)

2) برهن بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي غير معدوم n ، $f^{(n)}(x)=(-1)^n[2x-(2n+1)]e^{1-x}$

3) (u_n) المتتالية العددية المعرفة من اجل كل عدد طبيعي غير معدوم n ، كمايلي : $u_n=f^n(1)$

ا) احسب بدلالة العدد الطبيعي غير المعدوم k ، المجموع : $u_k + u_{k+1}$

ب) استنتج بدلالة n ، المجموع : $u_1 + u_2 + \cdots + u_{2n}$

تمرين رقم 57:

رياضيات - 2015 - الموضوع الثاني (07 نقاط)

f الدالة المعرفة بـ: $f(0) = 0$ و من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-\infty;0[$ ، $f(x) = (x-1)e^{\frac{1}{x}}$.

(C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) ادرس استمرارية الدالة f عند 0 من اليسار

2) احسب $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ <}} \frac{f(x)}{x}$ ، ثم فسر النتيجة هندسيا.

3) ا) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها

4) ا) بين ان $\lim\limits_{x\to-\infty} [f(x) - x] = 0$

ب) استنتج ان المنحنى (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) بجوار $-\infty$ ، يطلب تعيين معادلة له.

5) g الدالة المعرفة على المجال $]-\infty;0[$ بـ: $g(x) = \frac{f(x)}{x}$

ا) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

6) ا) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-\infty;0[$ ، $f(x) > x$

ب) استنتج وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة الى المستقيم (Δ).

ج) انشئ المنحنى (C_f).

7) (u_n) المتتالية المعرفة بـ: $u_0 = -3$ و من اجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = f(u_n)$

ا) بين انه من اجل كل عدد طبيعي n ، $u_n < 0$

ب) حدد اتجاه تغير المتتالية (u_n)

ج) بين ان المتتالية (u_n) متقاربة، ثم عين $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

8) m عدد حقيقي. h_m الدالة ذات المتغير الحقيقي x المعرفة على المجال $]-\infty;0[$ بـ:

$$h_m(x) = xe^{\frac{1}{x}} - mx$$

ا) احسب $h'_m(x)$ حيث h'_m هي الدالة المشتقة للدالة h_m.

ب) باستعمال المنحنى (C_f) ، ناقش بيانيا و حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد حلول المعادلة $h'_m(x) = 0$

تمرين رقم 58:

رياضيات - 2014 - الموضوع الأول (06 نقاط)

I) g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $g(x)=(2-x)e^x-1$

1) ادرس تغيرات الدالة g.

2) بين ان المعادلة : $g(x)=0$ في $\mathbb{R}$ حلان α و β حيث $-1.2<\alpha<-1.1$ و $1.8<\beta<1.9$

3) استنتج اشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$

II) f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $f(x)=\dfrac{e^x-1}{e^x-x}$. (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوى المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) احسب نهاية الدالة f عند $-\infty$ و عند $+\infty$ وفسر النتيجتين هندسيا.

2) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x : $f'(x)=\dfrac{g(x)}{(e^x-x)^2}$ و استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

3) بين ان : $f(\alpha)=\dfrac{1}{\alpha-1}$ و استنتج حصرا للعددين $f(\alpha)$ و $f(\beta)$

4) احسب $f(1)$ ثم ارسم المنحنى (C_f)

5) λ عدد حقيقي اكبر او يساوي 1.

ا) احسب بدلالة λ العدد $a(\lambda)$ حيث : $a(\lambda)=\displaystyle\int_1^{\lambda}[f(x)-1]\,dx$

ب) احسب نهاية $a(\lambda)$ عندما يؤول λ الى $+\infty$.

تمرين رقم 59:

رياضيات - 2013 - الموضوع الأول (06 نقاط)

I) 1) الدالة u معرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $u(x)=e^x-3x+4$

ا) ادرس اتجاه تغير الدالة u.

ب) بين انه، من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$ ، $e^x-e>3x-4$

2) الدالة v معرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $v(x)=-3x^3+4x^2-1+\ln x$

ا) بين ان : $v'(1)=0$. (يرمز v' الى الدالة المشتقة للدالة v)

ب) اثبت انه، من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$ ، $v(x)\leq 0$

ج) استنتج، انه من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$ ، $\dfrac{-1+\ln x}{x^2}\leq 3x-4$

3) اثبت انه، من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$: $e^x-e+\dfrac{1-\ln x}{x^2}>0$

II) الدالة f معرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $f(x)=e^x-ex+\dfrac{\ln x}{x}$.
(C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوى المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) احسب : $\lim\limits_{\substack{x\to 0 \\ >}} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

2) بين ان الدالة f متزايدة تماما على المجال $]0;+\infty[$ ، ثم شكل جدول تغيراتها.

3) احسب $f(1)$ ، ثم مثل المنحنى (C_f) على المجال $\left]0;\dfrac{5}{2}\right]$.

(ناخذ : $f(2)\approx 2.3$ ، $f(1.64)\approx 1$ و $f\left(\dfrac{5}{2}\right)\approx 5.75$).

4) احسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) وحامل محور الفواصل و المستقيمين اللذين معادلتهما $x=\frac{1}{2}$ و $x=2$

تمرين رقم 60:

رياضيات - 2012 - الموضوع الأول (08 نقاط)

I) g هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $g(x)=2-xe^x$

1) ادرس تغيرات الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها.

2) بين ان المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α على $\mathbb{R}$ ، ثم تحقق ان : $0.8<\alpha<0.9$

3) عين، حسب قيم x ، اشارة $g(x)$

II) f هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $f(x)=\dfrac{2x+2}{e^x+2}$.
(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ ، (وحدة الطول $2cm$)

1) بين ان : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$ ، ثم فسر النتيجة هندسيا.

2) ا) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

ب) بين ان المستقيم (Δ') ذا المعادلة $y=x+1$ مستقيم مقارب للمنحنى (C_f).

3) ادرس وضعية (C_f) بالنسبة الى كل من (Δ') و (Δ) ، حيث (Δ) هو المستقيم ذو المعادلة $y=x$

4) ا) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x)=\dfrac{2g(x)}{(e^x+2)^2}$ ، ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f.

ب) بين ان : $f(\alpha)=\alpha$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f.

5) ارسم (Δ) ، (Δ') و (C_f)

6) ناقش، بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد حلول المعادلة $f(x)=f(m)$

III) (u_n) هي المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ كمايلي : $u_0=0$ و من اجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=f(u_n)$

1) برهن بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي n ، $0\le u_n<\alpha$

2) باستعمال (Δ) و (C_f) مثل على محور الفواصل الحدود : u_0 ، u_1 و u_2 ، ثم خمن اتجاه تغير (u_n).

3) برهن ان المتتالية (u_n) متقاربة، ثم احسب نهايتها.

تمرين رقم 61:

رياضيات - 2011 - الموضوع الأول (07 نقاط)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $f(x)=(3x+4)e^x$
و (C_f) تمثيلها البياني المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) ا) احسب f' ، f'' ثم برهن بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي n غير معدوم فان :
$f^{(n)}(x)=(3x+3n+4)e^x$ حيث : f' ، f'' ، $\cdots$ ، $f^{(n)}$ المشتقات المتتابعة للدالة f

ب) استنتج حل المعادلة التفاضلية : $y''=(3x+16)e^x$

2) ا) بين ان : $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=0$ وفسر النتيجة هندسيا.

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

3) ا) اكتب معادلة للمماس (Δ) للمنحنى (C_f) في النقطة ω التي فاصلتها $\frac{-10}{3}$

ب) بين ان ω هي نقطة انعطاف المنحنى (C_f)

4) ا) x عدد حقيقي من المجال $]-\infty;0]$ ، باستعمال التكامل بالتجزئة جد $\int_{-1}^{x} te^{t}dt$ ثم استنتج دالة اصلية للدالة f على المجال $]-\infty;0]$.

ب) λ عدد حقيقي اصغر تماما من $-\frac{4}{3}$
احسب بدلالة λ المساحة $A(\lambda)$ للحيز من المستوى المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيمات التي معادلاتها : $y=0$ ، $x=-\frac{4}{3}$ و $x=\lambda$ ، ثم جد $\lim_{\lambda\to-\infty} A(\lambda)$

تمرين رقم 62:

رياضيات - 2010 - الموضوع الأول (07 نقاط)

I) g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $g(x)=(3-x)e^{x}-3$

1) ادرس تغيرات الدالة g

2) بين ان المعادلة $g(x)=0$ تقبل في $\mathbb{R}$ حلين احدهما معدوم والاخر α حيث : $2.82<\alpha<2.83$

3) استنتج اشارة $g(x)=$ حسب قيم x

II) f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي :

$$\begin{cases} f(x)=\dfrac{x^3}{e^x-1} ; x\neq 0 \\ f(0)=0 \end{cases}$$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) بين ان الدالة f تقبل الاشتقاق عند $x_0=0$ ، اكتب معادلة لـ (T) مماس (C_f) عند المبدأ O

2) ا) بين ان : $\lim_{x\to+\infty} x^3e^{-x}=0$ ثم احسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ ، احسب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$

ب) بين انه من اجل $x\neq 0$ فان : $f'(x)=\frac{x^2}{(e^x-1)^2}g(x)$

ج) تحقق ان $f(\alpha)=\alpha^2(3-\alpha)$ ثم عين حصرا له.

د) انشئ جدول تغيرات الدالة f.

3) احسب $f(x)+x^3$ و استنتج الوضعية النسبية لـ (C_f) و (C) منحنى الدالة $x\mapsto -x^3$
بين ان $\lim_{x\to-\infty}[f(x)+x^3]$ وفسر النتيجة هندسيا.

4) انشئ في نفس المعلم المماس (T) و المنحنيين (C) و (C_f)

تمرين رقم 63:

رياضيات - 2008 - الموضوع الثاني (07 نقاط)

I) f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة : $f(x)=x-1+\frac{4}{e^x+1}$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) ادرس تغيرات الدالة f

2) بين ان C_f يقبل نقطة انعطاف ω و اكتب معادلة لمماس C_f عند النقطة ω.

- اثبت ان ω مركز تناظر للمنحنى (C_f)

3) احسب $\lim_{x\to+\infty}[f(x)-(x-1)]$ و $\lim_{x\to-\infty}[f(x)-(x+3)]$.

- استنتج ان (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين يطلب اعطاء معادلة لكل منهما.

4) بين ان C_f يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها x_0 من المجال $]-2.77;-2.76[$.

- احسب $f(1)$ و $f(-1)$ (تدور النتائج الى 10^{-2}) ثم ارسم (C_f) ومستقيميه المقاربين.

II) g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة : $g(x)=-x+3-\frac{4}{e^x+1}$. C_g منحنى الدالة g.

1) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x فان : $g(x)=f(-x)$.

- استنتج انه يوجد تحويل نقطي بسيط يحول C_f الى C_g

2) انشئ في نفس المعلم السابق C_g (دون دراسة الدالة g)

...

القسم ٧

مواضيع بكالوريات أجنبية

تمرين رقم 64:

بكالوريا المغرب - 2007 -

I) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=e^{-x}+x-1$

1) ادرس تغيرات الدالة g

2) احسب $g(0)$ ، ثم استنتج انه من اجل كل x من $\mathbb{R}$: $e^{-x}+x\geq 1$

II) نعتبر الدالة f المعرفة كمايلي: $f(x)=\dfrac{x}{e^{-x}+x}$ و ليكن (C_f) تمثيلها البياني

1) بين ان مجموعة تعريف الدالة f هي $\mathbb{R}$ (استعمل نتيجة السؤال 2)-I)

2) ا) بين انه من اجل كل x من $\mathbb{R}^*$: $f(x)=\dfrac{1}{1+\dfrac{1}{xe^x}}$

ب) بين ان $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=0$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=1$ ثم فسر النتيجة هندسيا.

3) (ا) بين انه من اجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x)=\dfrac{(x+1)e^{-x}}{(x+e^{-x})^2}$

(ب) ادرس اشارة $f'(x)$ ، ثم ضع جدول تغيرات الدالة f

4) ا) اكتب معادلة المماس للمنحنى (C_f) في النقطة O مبدأ المعلم

ب) تحقق ان من اجل كل x من $\mathbb{R}$: $x-f(x)=\dfrac{x.g(x)}{g(x)+1}$ ، ثم ادرس اشارة $x-f(x)$ على $\mathbb{R}$

ج) استنتج الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و المستقيم (Δ) الذي معادلته: $y=x$

5) انشئ كلا من (Δ) و المنحنى (C_f)

تمرين رقم 65:

بكالوريا تونس - 2017 -

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=(1+x^2)e^{-x}$ و ليكن (C) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ثم بين ان $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$

2) ا) بين انه من اجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x)=-(x-1)^2e^{-x}$

ب) شكل جدول تغيرات الدالة f.

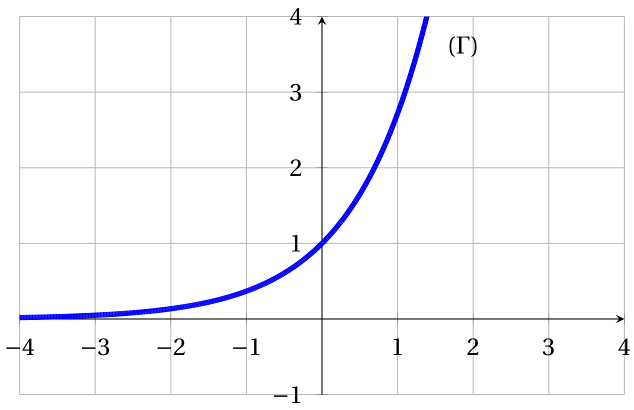
3) ا) اكتب معادلة ديكارتية لمماس المنحنى (C) عند النقطة J ذات الفاصلة 0

ب) لتكن A و B نقطتان من المنحنى (C) فاصلتهما 1 و 3 على الترتيب.

بين ان النقطتين A و B نقطتي انعطاف للمنحنى (C)

4) في الشكل (1): (Γ) يمثل المنحنى البياني في المستوى المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ للدالة g و المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=e^x$

E و F نقطتان من المنحنى Γ فاصلتهما (-1) و $(\ln 10-3)$ على الترتيب و G نقطة من المستوى احداثياها $(0;1-6e^{-3})$



(ا) عبر عن $f(1)$ بدلالة $g(-1)$ و عن $f(3)$ بدلالة $g(-3)$

(ب) انشئ كلا من النقطتين A و B في الشكل (1) (لاحظ ان : $10g(-3) = g(\ln 10 - 3)$)

5) (ا) لتكن K نقطة من المستوي احداثياها $(\frac{11}{2};0)$

بين ان المستقيم (BK) يمس المنحنى (C) في النقطة B

(ب) ارسم المنحنى (C) في الشكل (1) و المماسات للمنحنى (C) عند كلا من A ، J و B

تمرين رقم 66:

بكالوريا تونس - 2016 -

1) لتكن g الدالة المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $g(x) = x^2e^x$

ا) بين ان g متزايدة تماما على المجال $]0;+\infty[$

ب) قارين بين x و $\frac{1}{x}$ في المجال $]0;1[$ و في المجال $]1;+\infty[$

ج) استنتج انه اذا كان $x \in]0;1[$ فان $g(x) < g(\frac{1}{x})$ و اذا كان $x \in]1;+\infty[$ فان $g(x) > g(\frac{1}{x})$

2) نعتبر الدالة f و المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $f(x) = (x^2 - 2x + 2)e^x + e^{\frac{1}{x}}$ و نرمز بـ : (C_f) الى منحناها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ من المستوي.

احسب $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ >}} f(x)$ و $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ وفسر النتيجة الاولى بيانيا.

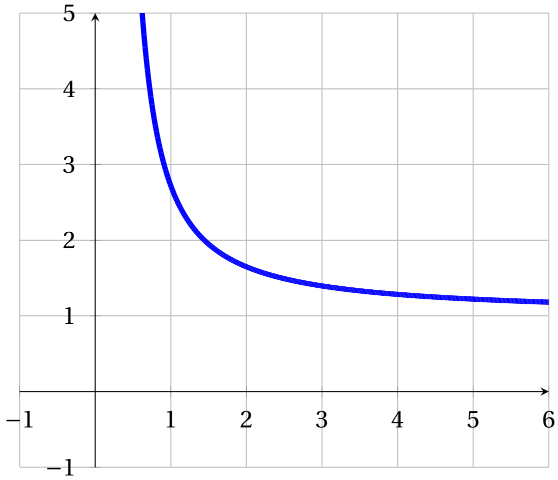
3) ا) بين انه من اجل كل x من المجال $]0;+\infty[$ فان: $f'(x) = g(x) - g(\frac{1}{x})$

ب) احسب $f'(1)$: ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

4) في آخر التمرين، مثلنا المنحنى (C_h) للدالة h المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $h(x) = e^{\frac{1}{x}}$

ا) بين ان (C_f) فوق (C_h).

ب) انشئ المنحنى (C_f) في نفس المعلم (تعطى $f(1.5) \approx 7.55$)



تمرين رقم 67:

بكالوريا تونس - 2008 -

fدالة معرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ: $f(x)=x-\dfrac{1}{e^x-1}$. نسمي (C) تمثيلها البياني.

1) ا) احسب $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}0} f(x)$ و $\lim\limits_{x\overset{<}{\to}0} f(x)$ ، ثم فسر النتيجتين بيانيا.

ب) اكمل دراسة تغيرات f ، ثم شكل جدول تغيراتها.

ج) بين انه يوجد عدد حقيقي وحيد $\alpha\in]\ln 2;1[$ يحقق $f(\alpha)=0$ ثم اثبت ان $f'(\alpha)=1+\alpha+\alpha^2$

د) اكتب معادلة المماس (T) لـ (C) في النقطة $A(\alpha;f(\alpha))$.

2) ا) ليكن x من $\mathbb{R}^*$ ، احسب $f(-x)+f(x)$ ثم اعط تفسيرا هندسيا لهذه النتيجة.

ب) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}[f(x)-(x+1)]$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-x]$. ثم فسر النتيجتين بيانيا.

ج) انشئ (T) و (C) في المعلم السابق ، نأخذ $\alpha\approx 0.8$

3) هل توجد مماسات للمنحنى (C) تعامد المستقيم ذو المعادلة $y=x$ ؟ برر جوابك.

4) ناقش بيانيا و حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و اشارة حلول المعادلة: $(m-1)=me^x$

5) g دالة معرفة على $\mathbb{R}^*$ حيث: $g(x)=-x+\dfrac{e^x}{e^x-1}$

- بين ان $g(x)=f(-x)$ ثم ارسم (C_g).

تمرين رقم 68:

بكالوريا فرنسا - 2014 -

(Polynésie)

لتكن f و g دالتان معرفتان على $\mathbb{R}$ كمايلي : $f(x)=e^x$ و $g(x)=2e^{\frac{x}{2}}-1$.

(C_f) و (C_g) هما التمثيلان البيانيان الممثلان للدالة f و الدالة g في معلم متعامد و متجانس.

1) بين ان المنحنيين (C_f) و (C_g) يقبلان نقطة مشتركة ذات الفاصلة 0 وان لهما نفس معادلة المماس (Δ) يطلب تعيينها عند نفس النقطة.

2) احسب نهاية الدالة h عند $-\infty$

3) اثبت انه من اجل كل عدد حقيقي x ، $h(x)=x\left(\frac{e^{\frac{x}{2}}}{\frac{x}{2}}-1-\frac{2}{x}\right)$.
استنتج نهاية الدالة h عند $+\infty$

4) من اجل كل عدد حقيقي x ، احسب $h'(x)$ و ادرس اشارتها تبعا لقيم x (حيث h' هي الدالة المشتقة للدالة h).

5) شكل جدول تغيرات الدالة h

6) استنتج انه من اجل كل عدد حقيقي x ، $2e^{\frac{x}{2}}-1\geq x+1$

7) استنتج الوضعية النسبية للمنحنى (C_g) و المماس (Δ)

8) ادرس الوضعية النسبية للمنحنيين (C_f) و (C_g)

9) احسب مساحة الحيز المستوى المحدد بالمنحنيين (C_f) و (C_g) و المستقيمات $x=0$ و $x=1$.

تمرين رقم 69:

بكالوريا فرنسا - 2012 -
(Nouvelle Calédonie)

لتكن الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=x(e^x-e)+e-2$ نسمي C_f تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ (الوحدة: $\|\vec{i}\|=4cm$ ، $\|\vec{j}\|=2cm$)

I) 1) احسب $f'(x)$ ثم $f''(x)$

2) ادرس اشارة $f''(x)$ ، ثم استنتج تغيرات f' على $\mathbb{R}$

3) بين ان المعادلة $f'(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]0.5;0.6[$ ، ثم استنتج اشارة $f'(x)$ على $\mathbb{R}$

4) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ ، ثم شكل جدول تغيرات f (تعطى $f(\alpha)\approx 0.2$)

II) 1) اثبت ان المستقيم (D) ذا المعادلة $y=-ex+e-2$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $-\infty$.

2) ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة الى مستقيم (D).

3) بين انه يوجد مماس (Δ) للمنحنى C_f يوازي المستقيم (D) يطلب كتابة معادلة له.

4) انشئ كلا من (Δ) و (D) ، ثم المنحنى C_f على المجال $]-\infty;1.5]$ (تعطى $f(1.5)\approx 3.36$)

5) ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد و اشارة حلول المعادلة : $(m+2-e)e^{-x}=x$

تمرين رقم 70:

بكالوريا فرنسا - 2007 -
(La Réunion)

f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي:

$$\begin{cases} f(x)=\dfrac{xe^x}{e^x-1} & ; x\neq 0 \\ f(0)=1 \end{cases}$$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني.

1) احسب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ ثم فسر النتيجة بيانيا.

2) ا) اثبت ان النهاية: $\lim_{x\to 0}\frac{x}{e^x-1}=1$

ب) ادرس استمرارية و قابلية اشتقاق الدالة f عند 0 وفسر النتيجة بيانيا.

3) ا) برهن انه من اجل كل x من $\mathbb{R}$: $e^x \geq x+1$

ب) بين انه من اجل x من $\mathbb{R}^*$: $f'(x)=\frac{e^x.g(x)}{(e^x-1)^2}$ حيث g دالة يطلب تعيينها.

ج) ادرس اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها.

4) ا) بين ان المستقيم (Δ) ذالمعادلة $y=x$ مقارب مائل للمنحنى (C_f).

ب) ادرس الوضعية النسبية للمنحنى (C_f) و المستقيم (Δ).

5) ارسم كلا من المستقيم (Δ) و المنحنى (C_f).

6) ا) x عدد حقيقي غير معدوم، نعتبر النقطتين $M(x;f(x))$ و $M'(-x;f(-x))$ من المنحنى (C_f).

عين معامل توجيه المستقيم (MM')

ب) اذا كانت الدالة f قابلة للاشتقاق عند 0 ، ماذا تعني النتيجة السابقة؟

تمرين رقم 71:

بكالوريا فرنسا - 2002 -

(La Réunion)

الجزء الاول

لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=\frac{e^x-e^{-x}}{2}$. وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ (وحدة الرسم $2cm$)

1. ادرس شفعية الدالة f. ثم فسر النتيجة هندسيا.
2. ادرس نهاية الدالة f عند $+\infty$
3. ادرس اتجاه تغير الدالة f على المجال $[0;+\infty[$
4. انشئ المنحنى (C_f).

الجزء الثاني

لتكن النقطة A من المستوى ذات الاحداثيات $(1;0)$.

1. M نقطة ذات الفاصلة x من المنحنى (C_f). احسب بدلالة x المسافة AM
2. نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=(x-1)^2+\frac{(e^x-e^{-x})^2}{4}$

(ا) احسب $g'(x)$. (يرمز f' الى الدالة المشتقة للدالة f).

(ب) لتكن g'' المشتقة الثانية للدالة g. احسب $g''(x)$.

اثبت انه من اجل كل ء حقيقي : $g''(x)=e^{2x}+e^{-2x}+2$.

(ج) استنتج تغيرات الدالة g' على $\mathbb{R}$

(د) برهن انه يوجد عدد حقيقي α ينتمي الى المجال $[0;1]$ يحقق $g'(\alpha)=0$.
اثبت انه : $0.46 \leq \alpha \leq 0.47$.
استنتج حسب قيم x اشارة $g'(x)$.

(هـ) ادرس اتجاه تغير الدالة g على $\mathbb{R}$. استنتج القيم الحدية الصغرى للدالة g

(و) برهن ان المسافة AM اصغر ما يمكن عند النقطة M_α ذات الفاصلة α

(ز) باستعمال تعريف α اثبت صحة المساواة $\alpha - 1 = -\frac{1}{2}f(2\alpha)$ ثم : $g(\alpha)=\frac{1}{4}\left[f(2\alpha)\right]^2+\left[f(\alpha)\right]^2$.
استعمل تغيرات الدالة f و $0.46<\alpha<0.47$ لايجاد حصر لـ $g(\alpha)$; ثم استنتج حصرا للمسافة AM_α سعته 2.10^{-2}

...

القسم VI

مواضيع بكالوريات تجريبية لمدارس اشبال الامة

...

4

شعبة علوم تجريبية

تمرين رقم 72:

🏠 بكالوريا تجريبية لمدارس اشبال الامة - 2020 - دورة سبتمبر ،الموضوع الثاني (07 نقاط)

لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $f(x)=x-1+(x^2+2)e^{-x}$.
نسمي (C) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ (وحدة الرسم $2cm$)

I) لتكن الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=1-(x^2-2x+2)e^{-x}$

1) ادرس نهاية الدالة g عند $-\infty$ و $+\infty$
2) احسب الدالة المشتقة g' وعين اشارتها ثم ضع جدول تغيرات الدالة g
3) برهن ان المعادلة $g(x)=0$ تقبل حل وحيد α في $\mathbb{R}$ ثم علل ان $0.35<\alpha<0.36$
4) استنتج اشارة g على $\mathbb{R}$

II) (ا) عين نهاية الدالة f عند $-\infty$ و $+\infty$
(ب) من اجل كل عدد حقيقي x احسب $f'(x)$
(ج) استنتج باستعمال الجزء أ تغيرات f ثم ضع جدول تغيراتها
(د) ا) برهن ان $f(\alpha)=(1+2e^{-\alpha})$
ب) باستعمال حصر العدد α عين حصرا لـ $f(\alpha)$
(هـ) برهن ان المستقيم (Δ) الذي معادلته $y=x-1$ مستقيم مقارب لـ (C) بجوار $+\infty$ ثم حدد وضعية (C) بالنسبة لـ (Δ)
(و) اعط معادلة المماس (T) للمنحنى (C) في النقطة التي فاصلتها 0
(ز) ارسم (Δ) ، (T) ثم (C).

تمرين رقم 73:

🏠 بكالوريا تجريبية لمدارس اشبال الامة - 2019 - دورة ماي ،الموضوع الاول (07 نقاط)

f دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $f(x)=2e.e^{\frac{-x}{2}}-e^{-x}$.
و (C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) أدرس تغيرات الدالة f (لاحظ أن $\left(f(x)=e^{\frac{-x}{2}}\left(2e-e^{-\frac{x}{2}}\right)\right)$
2) أثبت أن (C) يقبل نقطة إنعطاف يطلب تعيينها.
3) أكتب معادلة المماس (D) للمنحنى (C) عند النقطة ذات الفاصلة 0.
4) عين احداثيي نقطة تقاطع المنحنى (C) مع حامل محور الفواصل.
5) ارسم المماس (D) ثم المنحنى (C).
6) λ عدد حقيقي اكبر تماما من -2.
ا) أحسب $S(\lambda)$ مساحة الحيز المستوى المحدد بالمنحنى (C) و المستقيمات التي معادلاتها : $x=-2$ ، $x=\lambda$ و $y=0$
ب) عين قيمة λ التي من أجلها يكون $S(\lambda)=2e+1$.
ج) أحسب $\lim\limits_{\lambda\to+\infty} S(\lambda)$
7) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة : $f(x)=m^2$.

تمرين رقم 74:

بكالوريا تجريبية لمدارس أشبال الأمة - 2018 - دورة ماي، الموضوع الأول (07 نقاط)

I) g دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = (2-x)e^x - 2$

1) ادرس تغيرات الدالة g.

2) **ا)** بين ان المعادلة $g(x) = 0$ تقبل في $\mathbb{R}$ حلين احدهما معدوم و الاخر $1.5 < \alpha < 1.6$.

ب) عين اشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II) f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2}{e^x - 1} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$$

و (C) تمثيلها البياني في مستو منسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1) برهن ان الدالة f مستمرة على $\mathbb{R}$.

2) بين ان الدالة f تقبل الاشتقاق عند القيمة 0 ثم اكتب معادلة المماس (Δ) لـ (C) عند المبدأ O.

3) **ا)** برهن ان $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 0$ و فسر النتيجة بيانيا ثم احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

ب) بين انه من اجل كل عدد حقيقي $x \neq 0$: $f'(x) = \dfrac{x.g(x)}{(e^x-1)^2}$.

ج) تحقق من ان: $f(\alpha) = \alpha(2-\alpha)$ ثم اوجد حصرا لـ $f(\alpha)$ وشكل جدول تغيرات الدالة f.

4) **ا)** احسب $f(x) + x^2$ و استنتج وضعية (C) بالنسبة الى (Γ) الذي معادلته : $y = -x^2$.

ب) بين ان $\lim\limits_{x\to-\infty} [f(x) + x^2] = 0$ و فسر النتيجة بيانيا.

5) ارسم (Δ) و (Γ) ثم انشئ المنحنى (C).

6) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و اشارة حلول المعادلة $f(x) = f(m)$.

تمرين رقم 75:

بكالوريا تجريبية لمدارس اشبال الامة - 2016 - دورة ماي ،الموضوع الاول (07 نقاط)

الجزء الأول: g دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = (2x+1)e^{-x} + 1$

1) ادرس تغيرات الدالة g.

2) بين ان المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α بحيث: $\alpha \in]-0.74; -0.73[$.

3) استنتج اشارة $g(x)$ حسب قيم x من $\mathbb{R}$.

الجزء الثاني: f دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = (-2x-3)e^{-x} + x$ ، وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ (وحدة الطول $1cm$)

1) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

2) بين ان المستقيم (d) الذي معادلته: $y = x$ هو مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $+\infty$

3) **ا)** اثبت انه من اجل كل x من: $\mathbb{R}$ ، $f'(x) = g(x)$ ثم استنتج اتجاه تغير f وشكل جدول تغيراتها.

ب) بين ان $f(\alpha)=\alpha+1+\dfrac{2}{2\alpha+1}$ ، ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$ (تدور النتيجة الى 10^{-2})

ج) بين ان المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف I يطلب تعيين احدثيها، ثم اكتب معادلة المماس (T) لـ (C_f) عند I

4) ارسم المستقيم (d) و المنحنى (C_f)

5) ا) عين العددين الحقيقين a و b حتى تكون الدالة $H:x\mapsto(ax+b)e^{-x}$ دالة اصلية للدالة $h:x\mapsto(-2x-3)e^{-x}$ على $\mathbb{R}$.

ب) احسب بـ: cm^2 المساحة $A(\alpha)$ للحيز المستوي المحدد بالمنحنى C_f و المستقيمات المعرفة بالمعادلات: $y=x$ ، $x=\alpha$ و $x=2$ (α هو العدد الحقيقي المعرف في الجزء الأول).

تمرين رقم 76:

بكالوريا تجريبية لمدارس اشبال الامة - 2015 - دورة ماي ،الموضوع الاول (07 نقاط)

لتكن g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=1-e^{2x}-2xe^{2x}$

1) ا) عين نهاية الدالة g عند $-\infty$ و $+\infty$

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة g وشكل جدول تغيراتها.

2) احسب $g(0)$ ، ثم استنتج حسب قيم x اشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$

3) لتكن الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $f(x)=x+3-xe^{2x}$

نسمي (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

ا) عين نهاية الدالة f عند $-\infty$ و $+\infty$

ب) بين ان المنحنى (C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل (Δ) يطلب تعيين معادلة له.

4) ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ)

5) ا) برهن انه من اجل كل عدد حقيقي x لدينا : $f'(x)=g(x)$

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.

6) بين ان (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطتين فاصلتهما α و β حيث : $-3.5<\alpha<-3$ و $0.5<\beta<1$

7) ارسم المستقيم (Δ) و المنحنى (C_f)

8) h دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}^*$ كمايلي : $h(x)=\dfrac{1+3x-e^{\frac{2}{x}}}{x}$

ا) بين ان من اجل كل عدد حقيقي x لدينا : $h(x)=f\left(\dfrac{1}{x}\right)$

ب) احسب $h'(x)$ ، ثم استنتج اتجاه تغير الدالة h وشكل جدول تغيراتها.

...

5

شعبة رياضيات

تمرين رقم 77:

بكالوريا تجريبية لمدارس اشبال الامة - 2020 - دورة سبتمبر، الموضوع الاول (04 نقاط)

I) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=(1+x)e^{x}+1$

1) ادرس تغيرات الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها

2) استنتج انه من اجل كل عدد حقيقي x : $g(x)>0$

II) لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ:
$$\begin{cases} f(x)=\dfrac{x}{1+e^{\frac{1}{x}}} & ; x\neq 0 \\ f(0)=0 \end{cases}$$

(C) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$. الوحدة $5cm$

1) نقبل ان الدالة f مستمرة عند 0 ، ادرس قابلية اشتقاق الدالة f عند 0. فسر بيانيا النتيجة.

2) اثبت انه من اجل كل عدد حقيقي x حيث $x\neq 0$ فان : $f'(x)=\dfrac{g\left(\frac{1}{x}\right)}{\left(1+e^{\frac{1}{x}}\right)^{2}}$

- استنتج اتجاه تغير f.

3) احسب نهاية f عند $+\infty$ وعند $-\infty$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

4) بين ان (C) يقبل مستقيما مقاربا معادلته $y=\frac{x}{2}-\frac{1}{4}$ بجوار $+\infty$ وبجوار $-\infty$
(ضع $f(x)-\frac{x}{2}+\frac{1}{4}=\frac{1}{4}-\dfrac{1}{2\left(1+e^{\frac{1}{x}}\right)}$)

5) ارسم المنحنى (C)

تمرين رقم 78:

بكالوريا تجريبية لمدارس اشبال الامة - 2019 - دورة ماي، الموضوع الاول (07 نقاط)

من اجل كل عدد طبيعي غير معدوم n نعتبر الدالة العددية f_n للمتغير الحقيقي x و المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f_n(x)=\dfrac{4e^{nx}}{e^{nx}+7}$.
ونرمز بـ: (C_n) الى المنحنى الممثل للدالة في المستوى المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

I) دراسة الدالة f_1 المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f_1(x)=\dfrac{4e^{x}}{e^{x}+7}$

1) أ) تحقق انه من اجل كل عدد حقيقي x فان : $f_1(x)=\dfrac{4}{1+7e^{-x}}$

ب) احسب نهايتي الدالة f_1 عند $-\infty$ وعند $+\infty$ وفسر هندسيا النتائج المحصل عليها

2) أ) بين ان الدالة f_1 متزايدة تماما على $\mathbb{R}$ وشكل جدول تغيراتها.

ب) استنتج انه من اجل كل عدد حقيقي x فان : $0<f_1(x)<4$

3) أ) بين ان النقطة I_1 ذات الاحداثيتين $(\ln(7);2)$ مركز تناظر للمنحنى (C_1)

ب) اكتب معادلة لـ (T_1) مماس المنحنى (C_1) في النقطة I_1

ج) انشئ المماس (T_1) و المنحنى (C_1)

4) احسب مساحة الحيز المستوى المحدد بالمنحنى (C_1) و المستقيمات التي معادلاتها :
$y=0$ ، $x=1$ و $x=3$

II) دراسة بعض خواص الدالة : f_n

1) بين انه من اجل كل عدد حقيقيء x فان : $f_n(x) = f_1(nx)$ و استنتج اتجاه تغير الدالة f_n

2) اثبت انه من اجل كل عدد طبيعي غير معدوم n فان النقطة $A\left(0;\frac{1}{2}\right)$ تنتمي الى المنحنى (C_n)

تمرين رقم 79:

بكالوريا تجريبية لمدارس اشبال الامة - 2017 - دورة ماي ، الموضوع الاول (07 نقاط)

المستوى مزود بمعلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$. الوحدة $2cm$.

من اجل كل عدد طبيعي n نعتبر الدالة f_n المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f_n(x) = \dfrac{e^x}{e^{nx}(1+e^x)}$ ونرمز بـ: (C_n) للمنحنى الممثل للدالة f_n.

I) في هذا الجزء نهتم فقط بالدالتين f_0 و f_1 حيث : $f_0(x) = \dfrac{e^x}{1+e^x}$ ، $f_1(x) = \dfrac{e^x}{e^x(1+e^x)}$

1) ا) احسب نهايتي f_0 عند $-\infty$ و $+\infty$ ، و استنتج المستقيمات المقاربة للمنحنى (C_0)

ب) بين ان النقطة $\omega(0;\frac{1}{2})$ هي مركز تناظر لـ (C_0) واكتب معادلة للمستقيم (T) مماس المنحنى (C_0) في النقطة ω

2) ا) ادرس اتجاه تغير الدالة f_0 وشكل جدول تغيراتها.

ب) علل انه من اجل دراسة وضعية (C_0) بالنسبة لـ (T) ، يكفي دراسة اشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$ حيث : $g(x) = 2e^x - xe^x - 2 - x$ ثم احسب $g'(x)$ و $g''(x)$ و عين مع التبرير وضعية (C_0) بالنسبة لـ (T).

3) ارسم (C_0) في نفس المعلم $(O;\vec{i};\vec{j})$.

4) ا) بين انه من اجل كل عدد x فان : $f_1(x) + f_0(x) = 1$ و استنتج ان النقطتين : $M(x;f_0(x))$ و $M'(x;f_1(x))$ متناظرتان بالنسبة للمستقيم (D) الذي معادلته $y = \frac{1}{2}$ و استنتج كيفية رسم (C_1) انطلاقا من (C_0)

ب) ارسم (C_1) في نفس المعلم السابق.

5) نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة من اجل كل عدد طبيعي n بـ: $u_n = \int_0^1 f_n(x)dx$.

ا) احسب التكامل $u_0 = \int_0^1 f_0(x)dx$ و تحقق ان : $u_0 = \ln\left(\frac{1+e}{2}\right)$ و احسب بـ cm^2 المساحة A الحيز المستوي المحدد بـ (C_0) و محور الفواصل و المستقيمين معادلتاهما $x = 0$ و $x = 1$

ب) بين ان $u_0 + u_1 = 1$ و استنتج القيمة المضبوطة للعدد u_1 و بين ان المتتالية (u_n) موجبة.

6) نضع $K(x) = f_{n+1}(x) - f_n(x)$

ا) بين انه من اجل x من $\mathbb{R}$ فان : $K(x) = \dfrac{1-e^x}{e^{nx}(1+e^x)}$

ب) ادرس اشارة $K(x)$ من اجل $x \in [0,1]$ و استنتج ان المتتالية (u_n) متناقصة.

تمرين رقم 80:

بكالوريا تجريبية لمدارس اشبال الامة - 2016 - دورة ماي ، الموضوع الاول (07 نقاط)

لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = e^x - x - 1$ ، و g الدالة المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $g(x) = x - 1 - 2\ln x$ نسمي C منحنى الدالة f و γ منحنى الدالة g في المستوي المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

I) 1) ادرس النهايات و اتجاه تغير الدالة f

2) اثبت ان (C) يقبل مستقيما مقاربا مائلا يطلب تعيين معادلة له.

3) ادرس وضعية (C) بالنسبة لمستقيمه المقارب المائل

4) ا) اكتب معادلة المماس (T_a) عن نقطة من (C) ذات الفاصلة a

ب) بين انه يوجد مماس وحيد (T) لـ (C) يشمل النقطة $P(-1+\ln 2;-\ln 2)$

ج) أكتب معادلة للمماس (T)

5) انشئ (C) و مستقيمه المقارب المائل ومماسه عند النقطة P.

II) في المستوي المركب المنسوب الى المعلم $(O;\vec{i},\vec{j})$ نعتبر التحويل النقطي S الذي يرفق بكل نقطة M ذات اللاحقة z النقطة M' ذات اللاحقة z' حيث : $z'=(1-i)z+1$

1) عين طبيعة S وعناصره المميزة

2) نضع $z=x+iy$ و $z'=x'+iy'$ حيث x ، y ، x' و y' اعداد حقيقية

ا) اوجد x' و y' بدلالة x و y

ب) اثبت انه اذا كانت $M(x,y)$ نقطة من (C) فان صورتها $M'(x',y')$ بواسطة S هي نقطة من γ

...

القسم VII

المناقشة البيانية

❶ المناقشة الافقية

مثال رقم 1:

f دالة معرفة على $\mathbb{R}-\{-1\}$ بالعبارة : $f(x)=x+1+\frac{1}{x+1}$.

(Δ) مستقيم مقارب مائل معادلته $y=x+1$ ومنحناه البياني الممثل في الشكل المقابل في معلم متعامد و متجانس.

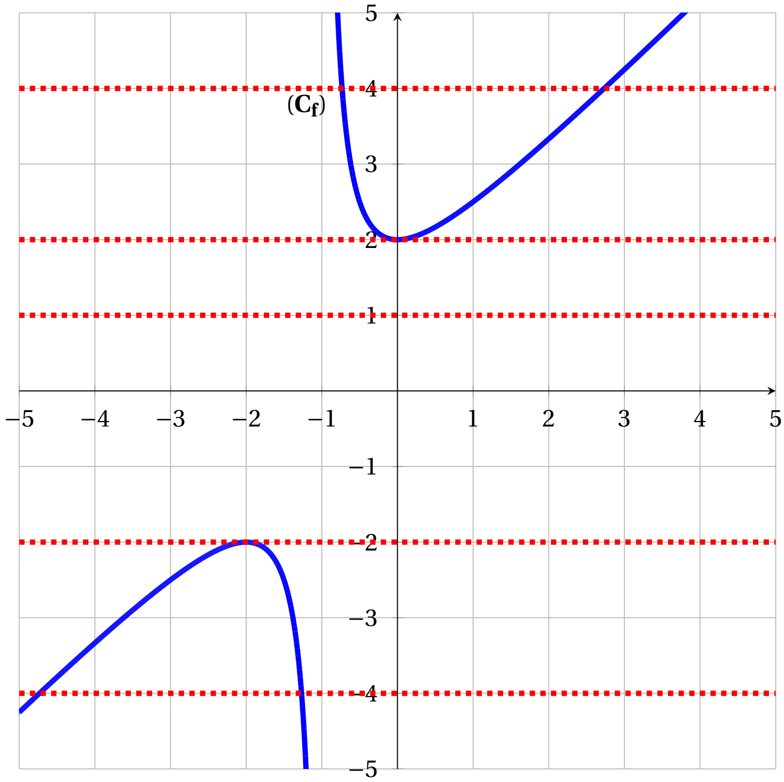
◄ ناقش بيانيا عدد و اشارة حلول المعادلة في كل حالة حسب قيم الوسيط m.

- $f(x)=m+1$
- $f(x)=m^2$
- $f(x)=-m$
- $f(x)=|m|$
- $f(x)=m$
- $f(x)=m-1$

المعادلة من الشكل	المناقشة البيانية $(m\in\mathbb{R})$
$f(x)=m+1$	الحل هو عبارة عن فواصل نقط تقاطع المنحنى (C_f) الممثل للدالة f مع المستقيم $y=m+1$
$f(x)=-m$	الحل هو عبارة عن فواصل نقط تقاطع المنحنى (C_f) الممثل للدالة f مع المستقيم $y=-m$
$f(x)=m$	الحل هو عبارة عن فواصل نقط تقاطع المنحنى (C_f) الممثل للدالة f مع المستقيم $y=m$
$f(x)=m^2$	الحل هو عبارة عن فواصل نقط تقاطع المنحنى (C_f) الممثل للدالة f مع المستقيم $y=m^2$ لكن المناقشة تبدأ من محور الفواصل نحو الاعلى
$f(x)=\|m\|$	الحل هو عبارة عن فواصل نقط تقاطع المنحنى (C_f) الممثل للدالة f مع المستقيم $y=\|m\|$ لكن المناقشة تبدأ من محور الفواصل نحو الاعلى
$f(x)=m-1$	الحل هو عبارة عن فواصل نقط تقاطع المنحنى (C_f) الممثل للدالة f مع المستقيم $y=m-1$

- نقول ان للمعادلة حل موجب اذا كانت نقطة التقاطع تقع على يمين محور التراتيب.
- نقول ان للمعادلة حل سالب اذا كانت نقطة التقاطع تقع على يسار محور التراتيب.
- نقول ان للمعادلة حل مضاعف اذا كانت نقطة التقاطع هي نقطة المماس.

الحل :



1. حلول المعادلة $f(x)=m$ هي فواصل نقط تقاطع (C_f) مع المستقيم ذو المعادلة $y=m$
   - $m\in]-\infty;2[$ للمعادلة حلان سالبان متمايزان
   - $m=-2$ للمعادلة حل مضاعف.
   - $m\in]-2;2[$ لا يوجد حلول لمعادلة
   - $m=2$ للمعادلة حل مضاعف
   - $m\in]2;+\infty[$ للمعادلة حلان متمايزان احدهما سالب و الاخر موجب
2. حلول المعادلة $f(x)=-m$ هي فواصل نقط تقاطع (C_f) مع المستقيم ذو المعادلة $y=-m$
   - $y\in]-\infty;-2[$ اي $m\in]2;+\infty[$ للمعادلة حلان سالبان
   - $y=-2$ اي $m=2$ للمعادلة حلا مضاعفا.
   - $y\in]-2;2[$ اي $m\in]-2;2[$ لا يوجد حلول للمعادلة
   - $y=2$ اي $m=-2$ للمعادلة حلا مضاعفا
   - $y\in]2;+\infty[$ اي $m\in]-\infty;-2[$ للمعادلة حلان احدهما سالب و الاخر موجب
3. حلول المعادلة $f(x)=m+1$ هي فواصل نقط تقاطع (C_f) مع المستقيم ذو المعادلة $y=m+1$
   - $y\in]-\infty;2[$ اي $m\in]-\infty;-3[$ للمعادلة حلان سالبان
   - $y=-2$ اي $m=-3$ للمعادلة حلا مضاعفا
   - $y\in]-2;2[$ اي $m\in]-3;1[$ لا يوجد حلول للمعادلة
   - $y=2$ اي $m=1$ للمعادلة حلا مضاعفا
   - $y\in]2;+\infty[$ اي $m\in]1;+\infty[$ للمعادلة حلان مختلفان في الاشارة

4. حلول المعادلة $f(x)=m-1$ هي فواصل نقط تقاطع (C_f) مع المستقيم ذو المعادلة $y=m-1$

- $y\in]-\infty;2[$ اي $m\in]-\infty;-1[$ للمعادلة حلان سالبان
- $y=-2$ اي $m=-1$ للمعادلة حلا مضاعفا
- $y\in]-2;2[$ اي $m\in]-1;3[$ لا يوجد حلول للمعادلة
- $y=2$ اي $m=3$ للمعادلة حلا مضاعفا
- $y\in]2;+\infty[$ اي $m\in]3;+\infty[$ للمعادلة حلان مختلفان في الاشارة

5. حلول المعادلة $f(x)=|m|$ هي فواصل نقط تقاطع (C_f) مع المستقيم ذو المعادلة $y=|m|$ (المناقشة تبدأ من محور الفواصل نحو الاعلى)

- $2>y\geq 0$ اي $2>|m|\geq 0$ و منه $2>|m|$; $m\in]-2;2[$ لا يوجد حلول للمعادلة
- $y=2$ معناه $|m|=2$ اذن $m=2$ او $m=-2$ للمعادلة حلا مضاعفا
- $y>2$ معناه $|m|>\sqrt{2}$ ومنه $m\in]-\infty;-2[\cup]2;+\infty[$ للمعادلة حلان مختلفان في الاشارة

6. حلول المعادلة $f(x)=m^2$ هي فواصل نقط تقاطع (C_f) مع المستقيم ذو المعادلة $y=m^2$ (المناقشة تبدأ من محور الفواصل نحو الاعلى)

- $2>y\geq 0$ معناه $2>m^2\geq 0$ اي $\sqrt{2}>\sqrt{m^2}\geq\sqrt{0}$ ومنه $\sqrt{2}>|m|$ اي $m\in\left]-\sqrt{2};\sqrt{2}\right[$ لا يوجد حلول للمعادلة
- $y=2$ معناه $m^2=2$ اي $|m|=\sqrt{2}$ ومنه $m=\sqrt{2}$ او $m=-\sqrt{2}$ للمعادلة حلا مضاعفا
- $y>2$ معناه $m^2>2$ اي $|m|>\sqrt{2}$ ومنه $m\in\left]-\infty;-\sqrt{2}\right[\cup\left]\sqrt{2};+\infty\right[$ للمعادلة حلان مختلفان في الاشارة

- $|x|=a$ معناه $x=a$ أو $x=-a$
- $|x|<a$ معناه $-a<x<a$
- $|x|>a$ معناه $x>a$ أو $x<-a$

❶ المناقشة المائلة

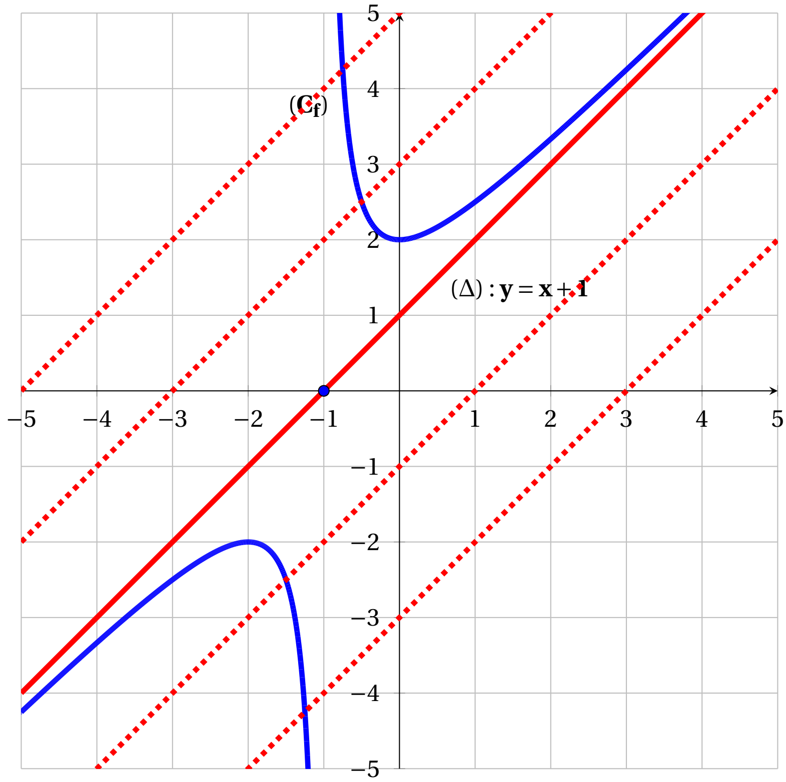
المعادلة من الشكل	المناقشة البيانية $m \in \mathbb{R}$
$f(x) = x + m$	الحل هو عبارة عن فواصل نقط تقاطع المنحنى (C_f) الممثل للدالة f مع المستقيم $y = x + m$
$f(x) = 2x + m^2$	الحل هو عبارة عن فواصل نقط تقاطع المنحنى (C_f) الممثل للدالة f مع المستقيم $y = 2x + m^2$
$f(x) = -x - 3m - 2$	الحل هو عبارة عن فواصل نقط تقاطع المنحنى (C_f) الممثل للدالة f مع المستقيم $y = -x - 3m - 2$

- في المناقشة البيانية نستعين باحد المستقيمات المطلوبة في التمرين كالمماس او المقارب المائل
- في بعض التمارين لاتعطى العبارات السابقة بطريقة واضحة بل يجب استعمال عمليات كالنشر و التوزيع لاستخراجها.

مثال رقم 2:

f دالة معرفة على $\mathbb{R} - \{-1\}$ بالعبارة : $f(x) = x + 1 + \dfrac{1}{x+1}$.
(Δ) مستقيم مقارب مائل معادلته $y = x + 1$ ومنحناه البياني الممثل في الشكل المقابل في معلم متعامد و متجانس.
◂ حل بيانيا المعادلة الاتية : $1 + \dfrac{1}{x+1} = m$

الحل :



لدينا :

$$\begin{aligned} 1+\frac{1}{x+1} &= m \\ x+1+\frac{1}{x+1} &= m+x \\ f(x) &= x+m \end{aligned}$$

◄ الحل هو عبارة عن فواصل نقط تقاطع المنحنى (C_f) الممثل للدالة f مع المستقيم $y=x+m$
m هي نقطة تقاطع المستقيم $y=x+m$ مع محور التراتيب.
و بالتالي المناقشة **مائلة** نلخص المناقشة البيانية في الجدول التالي:

قيم m	عدد الحلول
$m\in]-\infty;1[$	للمعادلة حل سالب
$m=1$	لا يوجد حلول للمعادلة
$m\in]1;2[$	للمعادلة حلا موجبا
$m=2$	للمعادلة حلا معدوما
$m\in]2;+\infty[$	للمعادلة حلا سالبا

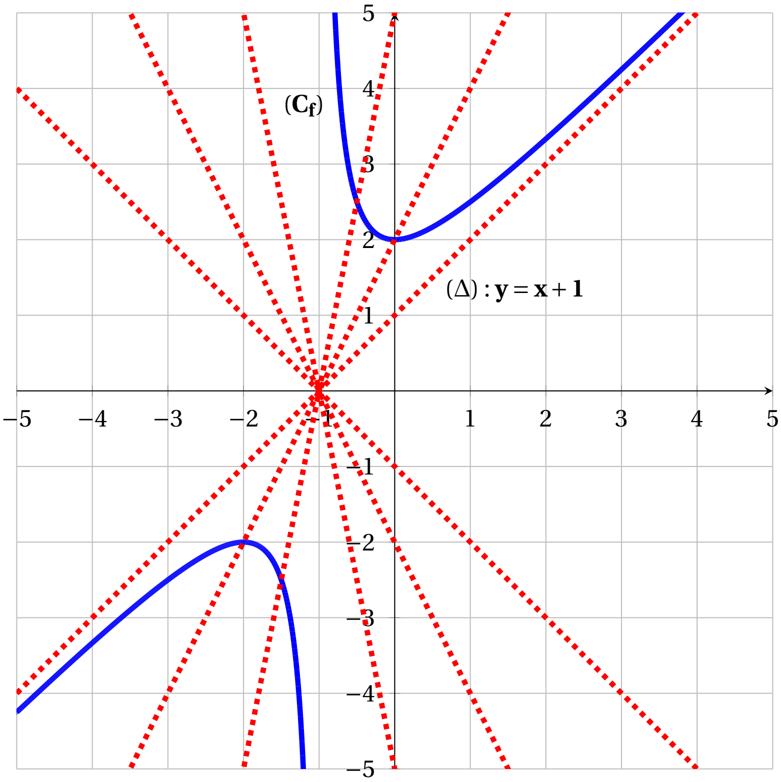
جميع المستقيمات $y=x+m$ توازي المستقيم المقارب المائل (Δ) و المماس (T) لان لها نفس معامل التوجيه $(a=1)$

❶ المناقشة الدورانية

مثال رقم 3:

f دالة معرفة على $\mathbb{R}-\{-1\}$ بالعبارة : $f(x)=x+1+\frac{1}{x+1}$.
(Δ) مستقيم مقارب مائل معادلته $y=x+1$ ومنحناه البياني الممثل في الشكل المقابل في معلم متعامد و متجانس.
◄ ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط m عدد حلول المعادلة $f(x)=mx+m$

الحل :



- الحلول هي فواصل نقاط تقاطع المنحنى (C_f) الممثل للدالة f مع المستقيم (Δ_m) ذو المعادلة $y = mx + m$
- نبين ان جميع المستقيمات (Δ_m) تشمل نقطة وحيدة مهما كان $m \in \mathbb{R}$ يطلب تعيين احداثيتها.

لتكن $A(x_0, y_0)$ نقطة ثابتة $m \in \mathbb{R}$.

$A \in (\Delta_m)$: معناه $y_0 = m(x_0 + 1)$ يكافئ $m(x_0+1) - y_0 = 0$ اذن نحل معادلة ذات المتغير m.

◄ ينعدم ثنائي حد اذا انعدمت معاملاته اي

$$\begin{cases} x_0 + 1 = 0 \\ y_0 = 0 \end{cases} \quad \text{أي} \quad \begin{cases} x_0 = -1 \\ y_0 = 0 \end{cases}$$

ومنه جميع المستقيمات (Δ_m) تشمل نقطة وحيدة $A(-1;0)$

قيم m	عدد الحلول
$m \in]-\infty; 1]$	لا يوجد حلول للمعادلة
$m \in]1; +\infty[$	للمعادلة حلان متمايزان