مرجّح نقطتين

① نسمّي مرجّح الجملة المُثقلة $\{(A,\alpha);(B,\beta)\}$ حيث $\alpha+\beta\neq 0$ ، النّقطة الوحيدة من المستوي G التي تحقّق:

$$\boxed{\alpha\overrightarrow{GA}+\beta\overrightarrow{GB}=\overrightarrow{0}}$$

② إذا كان $\alpha=\beta\neq 0$ فإنّ G هي منتصف القطعة $[AB]$.

③ لإنشاء النّقطة G نستخدم العلاقة: $\boxed{\overrightarrow{AG}=\dfrac{\beta}{\alpha+\beta}\overrightarrow{AB}}$ ، ثمّ نستعمل مبرهنة طالس لتقسيم القطعة $[AB]$.

④ النُقط A ، B و G على استقامة واحدة.

⑤ G مرجّح الجملة المثقلة $\{(A,\alpha);(B,\beta)\}$ $\Leftrightarrow$ G مرجّح الجملة المُثقلة $\{(A,k\alpha);(B,k\beta)\}$ ، حيث $k\neq 0$.

⑥ من أجل كل نقطة M من المستوي: $\boxed{\alpha\overrightarrow{MA}+\beta\overrightarrow{MB}=(\alpha+\beta)\,\overrightarrow{MG}}$.

مرجّح ثلاث نقط

① نسمّي مرجّح الجملة المُثقلة $\{(A,\alpha);(B,\beta);(C,\gamma)\}$ حيث $\alpha+\beta+\gamma\neq 0$ ، النّقطة الوحيدة من المستوي G التي تحقّق: $\boxed{\alpha\overrightarrow{GA}+\beta\overrightarrow{GB}+\gamma\overrightarrow{GC}=\overrightarrow{0}}$

② ★ إذا كان $\alpha=\beta=\gamma\neq 0$ فإنّ G تُسمّى مركز المسافات المتساوية .

★★ إذا كان $\alpha=\beta=\gamma=1$ فإنّ G هي مركز ثقل المثلث ABC (نُقطة تلاقي متوسّطات المثلث)

③ لإنشاء النّقطة G نستخدم العلاقة: $\boxed{\overrightarrow{AG}=\dfrac{\beta}{\alpha+\beta+\gamma}\overrightarrow{AB}+\dfrac{\gamma}{\alpha+\beta+\gamma}\overrightarrow{AC}}$ أو نستخدم الخاصية التالية

④ **خاصية التجميع:** إذا كانت G مرجّح الجُملة $\{(A,\alpha);(B,\beta);(C,\gamma)\}$ و كانت I مرجح الجملة $\{(A,\alpha);(B,\beta)\}$ فإنّ G مرجح الجملة $\{(I,\alpha+\beta);(C,\gamma)\}$.

⑤ G مرجّح الجملة المُثقلة $\{(A,\alpha);(B,\beta);(C,\gamma)\}$ $\Leftrightarrow$ G مرجّح الجملة المُثقلة $\{(A,k\alpha);(B,k\beta);(C,k\gamma)\}$ ، مع $k\neq 0$.

⑥ من أجل كل نقطة M من المستوي: $\boxed{\alpha\overrightarrow{MA}+\beta\overrightarrow{MB}+\gamma\overrightarrow{GC}=(\alpha+\beta+\gamma)\,\overrightarrow{MG}}$.

⑦ إحداثيات مرجّح ثلاث نُقط:

$$\boxed{\begin{cases} x_G=\dfrac{\alpha x_A+\beta x_B+\gamma x_C}{\alpha+\beta+\gamma}\\ y_G=\dfrac{\alpha y_A+\beta y_B+\gamma y_C}{\alpha+\beta+\gamma}\end{cases}}$$

⑧ خواصّ مرجّح ثلاث نُقط تبقى صحيحةً من أجل أربع نقط ، خمس نقط ... n نقطة .

مجموعات النّقط

مجموعة النّقط M من المستوي التي تحقّق	هي
$MG = r$ مع $r > 0$	هي دائرة (C) مركزها النّقطة G ونصفُ قطرها r
$MG = AB$	هي الدائرة التي مركزها النّقطة G نصف قطرها AB
$(MG) \perp (MH)$	الدّائرة التي قُطرها $[GH]$
$MG \leq r$ مع $r > 0$	كلُّ النّقط التي تقع داخل الدّائرة (C) وعلى محيطها
$MG > r$ مع $r > 0$	كلُّ النّقط من المستوي ماعدا تلك التي تقع داخل الدّائرة (C) وعلى محيطها
$MG = MH$	المستقيم المحوري للقطعة $[HG]$
$\overrightarrow{MG} = k\overrightarrow{AB}$ مع $k \in \mathbb{R}$	المستقيم الذي يشمل G ويوازي (AB)
$MG < MH$	نصف المستوي الذي حدُّه محور القطعة $[GH]$ جهةَ النّقطة G

① إذا كان $\|\overrightarrow{MG}\| \leq k < 0$ فإنّ مجموعة النّقط خالية $\emptyset$ ② إذا كان $\|\overrightarrow{MG}\| = 0$ فإنّ M مُنطبقة على G .

★ لكي نُثبت أنّ نقطة E تنتمي إلى مجموعة نقط ما يكفي أن نثبت أنّها تحقق علاقَتها المُعطاة.

استعمال المرجح لإثبات تلاقي مستقيمات

لكي نثبت أنّ النّقطة G هي نقطة تلاقي المستقيمات (CI) ، (BJ) و (AK) يكفي أن نثبت أنّ :

① $G \in (CI)$ ، $G \in (BJ)$ و $G \in (AK)$ باستعمال **الارتباط الخطّي**، **أو** :

② يكفي أن نُثبت أنّها مرجح الجُمل المثقلة $\{(C,\alpha);(I,\beta)\}$ ، $\{(B,\gamma);(J,\delta)\}$ و $\{(A,\rho);(K,\lambda)\}$ باستعمال **خاصيّة التجميع** ، حيث α ، β ، γ ، δ ، ρ و λ أعداد حقيقية يُطلب تعيينها.

★ **مستقيم أويلر** : هو المستقيم الذي يشمل **نقطة التقاء ارتفاعات المثلث** و **مركز ثقله** و **مركز الدائرة المحيطة به**.

★★ إذا كان المثلث متقايس الأضلاع فإنّ النّقط الثلاث السابقة منطبقة على بعضها.