التعليم في الفضاء
(الهندسة الفضائية)

1. المعلم الديكارتي

المعلم للفضاء: هو كل رباعية نقط $(O; I, J, K)$ ليست من نفس المستوي

باعتبار المبدأ O و بوضع $\overrightarrow{OI} = \vec{\imath}$ ، $\overrightarrow{OJ} = \vec{\jmath}$ و $\overrightarrow{OK} = \vec{k}$ نرمز للمعلم ب $(O; \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k})$

- يسمى (OI) محور الفواصل، (OJ) محور التراتيب و (OK) محور الرواقم
- يرمز للمستوي (OIJ) ب $P(O; \vec{\imath}; \vec{\jmath})$

2. احداثيات نقطة واحداثيات شعاع

- نرمز لإحداثيات نقطة M من الفضاء ب $M(x; y; z)$ حيث $\overrightarrow{OM} = x\vec{\imath} + y\vec{\jmath} + z\vec{k}$ مع $(x; y; z) \epsilon \mathbb{R}^3$
- نرمز لإحداثيات شعاع من الفضاء ب $\overrightarrow{OM}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ أو $\overrightarrow{OM}(x; y; z)$

3. الحساب والخواص

$A(x_A; y_A; z_A)$ ، $B(x_B; y_B; z_B)$ نقطتين من الفضاء، $\vec{u}(x; y; z)$ ، $\vec{v}(x'; y'; z')$ شعاعين من الفضاء و $\alpha \epsilon \mathbb{R}$

أ) **حساب احداثيات الشعاع $\overrightarrow{AB}$:** $\overrightarrow{AB}(x_B - x_A; y_B - y_A; z_B - z_A)$

ب) **حساب احداثيات M منتصف القطعة $[AB]$:** $M\left(\frac{x_A+x_B}{2}; \frac{y_A+y_B}{2}; \frac{z_A+z_B}{2}\right)$

ج) $\vec{u} + \vec{v}\ (x + x'; y + y'; z + z')$ و $\alpha\vec{u} = (\alpha x;\ \alpha y;\ \alpha z)$

د) $\vec{u} = \vec{v} \Rightarrow \begin{cases} x = x' \\ y = y' \\ z = z' \end{cases}$ و $\vec{u} = \vec{0} \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \\ z = 0 \end{cases}$

4. الأشعة من نفس المستوي

$\vec{u}(a; b; c)$ ، $\vec{v}(a'; b'; c')$ و $\vec{w}(a''; b''; c'')$ 3 أشعة من الفضاء و $(x; y) \epsilon \mathbb{R}^2$.

$\vec{u}$ ، $\vec{v}$ و $\vec{w}$ من نفس المستوي $\Leftrightarrow \vec{w} = x\vec{u} + y\vec{v}$

أي الجملة $\begin{cases} ax + a'y = a'' \\ bx + b'y = b'' \\ cx + c'y = c'' \end{cases}$ تقبل حلا $(x; y)$ في $\mathbb{R}^2$

5. معادلة مستقيم معرف بنقطة وشعاع توجيه

ليكن (D) المستقيم الذي يشمل $A(x_A; y_A; z_A)$ و $\vec{u}(a; b; c)$ شعاع توجيه له

$$M(x; y; z) \epsilon (D) \Rightarrow \overrightarrow{AM} = \alpha\vec{u} \Rightarrow \begin{cases} x - x_A = \alpha a \\ y - y_A = \alpha b \\ z - z_A = \alpha c \end{cases} \Rightarrow \frac{x - x_A}{a} = \frac{y - y_A}{b} = \frac{z - z_A}{c}$$

و منه معادلة (D) هي: $\begin{cases} b(x - x_A) - a(y - y_A) = 0 \\ c(x - x_A) - a(z - z_A) = 0 \end{cases}$

6. المسافة

1. طويلة شعاع $\vec{u}(x; y; z) \Rightarrow \|\vec{u}\| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$
2. المسافة بين نقطتين $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2}$

7. معادلة سطح كرة مركزها مبدأ المعلم

(S) سطح كرة مركزها O مبدأ المعلم و نصف قطرها α

$$M(x;y;z)\epsilon(S) \implies OM=\alpha \implies \boxed{x^2+y^2+z^2=\alpha^2}$$

8. معادلة المستويات الموازية لأحد مستويات الاحداثيات

❶ معادلات مستويات الاحداثيات

معادلة $P(O;\vec{i};\vec{j})$ هي $z=0$ ، معادلة $P(O;\vec{j};\vec{k})$ هي $x=0$ و معادلة $P(O;\vec{k};\vec{i})$ هي $y=0$

❷ معادلة لمستو مواز لأحد مستويات الإحداثيات

لتكن $D(a;b;c)$ نقطة من المستوي

- معادلة المستوي الذي يشمل D ويوازي $P(O;\vec{i};\vec{j})$ هي $z=c$
- معادلة المستوي الذي يشمل D ويوازي $P(O;\vec{j};\vec{k})$ هي $x=a$
- معادلة المستوي الذي يشمل D ويوازي $P(O;\vec{k};\vec{i})$ هي $y=b$

9. معادلة سطح الأسطوانة الدورانية التي محورها أحد محاور الاحداثيات

ليكن R نصف قطر الأسطوانة

- معادلة سطح الأسطوانة التي محورها (Oz) هي $x^2+y^2=R^2$ و معادلة المقطع بمستو معادلته $z=c$ هي $\begin{cases}x^2+y^2=R^2\\ z=c\end{cases}$
- معادلة سطح الأسطوانة التي محورها (Oy) هي $x^2+z^2=R^2$ و معادلة المقطع بمستو معادلته $y=b$ هي $\begin{cases}x^2+y^2=R^2\\ y=b\end{cases}$
- معادلة سطح الأسطوانة التي محورها (Ox) هي $y^2+z^2=R^2$ و معادلة المقطع بمستو معادلته $x=a$ هي $\begin{cases}x^2+y^2=R^2\\ x=a\end{cases}$

10. معادلة سطح المخروط الدوراني الذي رأسه O ومحوره أحد محاور الاحداثيات

لتكن α قيس نصف زاوية رأس هذا المخروط

- معادلة سطح المخروط الذي محوره (Oz) هي: $x^2+y^2-\tan^2\alpha\times z^2=0$
- معادلة سطح المخروط الذي محوره (Oy) هي: $x^2+z^2-\tan^2\alpha\times y^2=0$
- معادلة سطح المخروط الذي محوره (Ox) هي: $y^2+z^2-\tan^2\alpha\times x^2=0$