الدوال العددية

I]. العمليات على الدوال

1) تساوي دالتين: f و g متساويتين $\Leftarrow \left.\begin{matrix} D_f = D_g \\ f(x) = g(x) \end{matrix}\right\}$

2) العمليات الجبرية: f و g دوال عددية k و λ أعداد حقيقية

العملية	التعريف
$f+k$	$(f+k)(x) = f(x) + k$
$f+g$	$(f+g)(x) = f(x) + g(x)$
λf	$(\lambda f)(x) = \lambda f(x)$
$f \times g$	$(f \times g)(x) = f(x) \times g(x)$
$\dfrac{f}{g}$	$\left(\dfrac{f}{g}\right)(x) = \dfrac{f(x)}{g(x)}$

3) تركيب الدوال: $(fog)(x) = f[g(x)]$

II]. اتجاه التغير

1) مراجعة

	إذا كان	فإن
❶	$x_1 < x_2$ و $f(x_1) < f(x_2)$	f متزايدة
❷	$x_1 < x_2$ و $f(x_1) > f(x_2)$	f متناقصة
❸	$f(x_1) = f(x_2)$	f ثابتة

✳ملاحظة❶: f رتيبة على مجال معناه f متناقصة أو متزايدة على هذا المجال

✳ملاحظة❷: (الفرق بين متزايدة ومتزايدة تماما، متناقصة ومتناقصة تماما)

f متزايدة تماما	f متزايدة
معناه f متزايدة دون أن تكون ثابتة	معناه f متزايدة ثم ثابتة أو ثابتة ثم متزايدة أو متزايدة ثم ثابتة ثم متزايدة...الخ

- نفس الأمر بالنسبة لمتناقصة و متناقصة تماما

✳ملاحظة مهمة❸: (الخطأ الشائع)

f متزايدة ليس معناه f موجبة و f متناقصة ليس معناه f سالبة و لا علاقة أبدا بين تغيرات الدالة و إشارتها

2) العمليات على الدوال واتجاه التغير

الدالة	اتجاه التغير
$f+k$	f و $f+k$ لهما نفس اتجاه التغير
λf	إذا كان $\lambda > 0$ فإن f و λf لهما نفس اتجاه التغير
	إذا كان $\lambda < 0$ فإن f و λf متعاكسين في اتجاه التغير
fog	إذا كان f و g لهما نفس اتجاه التغير فإن fog متزايدة تماما على I
	إذا كان f و g متعاكسين في اتجاه التغير فإن fog متناقصة تماما على I
$f+g$	لا توجد قاعدة عامة إلا إذا أضيفت شروط على الدالتين
$f \times g$	لا توجد قاعدة عامة إلا إذا أضيفت شروط على الدالتين

✳ملاحظة: لتسهيل دراسة اتجاه تغير أي دالة f من الأفضل كتابتها على الشكل: $u+k$ ، λu أو vou

حيث u و v دالتان مرجعيتان

.[III التمثيل البياني

إذا كان	فإن
$g(x) = f(x) + k$	C_g هو صورة C_f بانسحاب شعاعه $\vec{v}\binom{0}{k}$
$g(x) = f(x+b)$	C_g هو صورة C_f بانسحاب شعاعه $\vec{v}\binom{-b}{0}$
$g(x) = f(x+b) + k$	C_g هو صورة C_f بانسحاب شعاعه $\vec{v}\binom{-b}{k}$
$g(x) = \lambda f(x)$	نرسم C_g بالاحتفاظ بفواصل C_f و ضرب ترتيب C_f في λ
$g(x) = \lambda f(x+b) + k$	C_g هو صورة $C_{\lambda f}$ بانسحاب شعاعه $\vec{v}\binom{-b}{k}$
$g(x) = -f(x)$	C_g هو نظير C_f بالنسبة لمحور الفواصل
$g(x) = f(-x)$	C_g هو نظير C_f بالنسبة لمحور التراتيب
$g(x) = -f(-x)$	C_g هو نظير C_f بالنسبة للمبدأ
$g(x) = \|f(x)\|$	C_g منطبق على C_f لما $f(x) \geq 0$ و C_g نظير C_f بالنسبة لمحور الفواصل لما $f(x) \leq 0$ ✱ بتعبير اخر: C_g منطبق على C_f لما C_f فوق محور الفواصل و C_g نظير C_f بالنسبة لمحور الفواصل لما C_f تحت محور الفواصل
$g(x) = f(\|x\|)$	C_g منطبق على C_f لما $x \geq 0$ و C_g نظير C_f بالنسبة لمحور التراتيب لما $x \leq 0$

.[IV دساتير تغيير معلم

العلاقة بين إحداثيات نقطة $M(x,y)$ في معلم قديم $(O;\vec{i},\vec{j})$ و احداثياها $M(X,Y)$ في معلم جديد $(\Omega;\vec{i},\vec{j})$

حيث (x_0,y_0) هي احداثيات Ω في المعلم $(O;\vec{i},\vec{j})$ هي:

$$\begin{cases} x = X + x_0 \\ y = Y + y_0 \end{cases}$$

مركز التناظر

✓ طريقة ❶:

$W(a\,;\,b)$ مركز تناظر $\Leftarrow f(2a-x) + f(x) = 2b$

✓ طريقة ❷:

$W(a\,;\,b)$ مركز تناظر $\Leftarrow f(a+x) + f(a-x) = 2b$

✓ طريقة ❸: دستور تغيير معلم

$W(a\,;\,b)$ مركز تناظر $\Longleftarrow \begin{cases} x = a + X \\ y = b + Y \end{cases}$

1) إيجاد معادلة الدالة في المعلم الجديد:

$$Y = f(a+X) - b$$

2) إثبات أن Y دالة فردية.

محور التناظر

✓ طريقة ❶:

$x = a$ محور تناظر $\Leftarrow f(2a-x) = f(x)$

✓ طريقة ❷:

$x = a$ محور تناظر $\Leftarrow f(a-x) = f(a+x)$

✓ طريقة ❸: دستور تغيير معلم

$x = a$ محور تناظر $\Longleftarrow \begin{cases} x = a + X \\ y = Y \end{cases}$

1) إيجاد معادلة الدالة في المعلم الجديد:

$$Y = f(a+X)$$

2) إثبات أن Y دالة زوجية.

✱ملاحظة: المنحنى الممثل للدالة: $ax^3 + bx^2 + cx + d$ حيث $a \neq 0$ يقبل دائما مركز تناظر