الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي

الشعبة: رياضيات

دورة: 2021

اختبار في مادة: الرياضيات

المدة: 04 سا و30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

المتتالية العددية (u_n) معرّفة بـ: $u_0 = -\frac{3}{2}$ و من أجل كلّ عدد طبيعي n: $u_{n+1} = \frac{11u_n + 4}{-4u_n + 1}$

1) أ . تَحقَّق أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n: $u_{n+1} = -\frac{11}{4} + \frac{27}{4(-4u_n + 1)}$

ب. برهن بالتراجع أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n: $-2 < u_n < -1$

جـ. بيِن أنّ المتتالية (u_n) متناقصة تماما ثمّ استنتج أنّها متقاربة.

2) المتتالية العددية (v_n) معرّفة من أجل كلّ عدد طبيعي n بِـ: $v_n = \frac{2u_n + 1}{u_n + 2}$

أ . بيِن أنَّ المتتالية (v_n) هندسية أساسها 3 ثمّ احسب حدّها الأول.

ب. اكتب v_n بدلالة n ثمّ استنتج أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n: $u_n = \frac{3}{2 + 4\times 3^n} - 2$

جـ. احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

3) أ . تَحقَّق أنَّه من أجل كلّ عدد طبيعي n: $\frac{3}{u_n + 2} - 2 = -v_n$

ب. نضع من أجل كلّ عدد طبيعي n: $S_n = \ln\left(\frac{3}{u_0 + 2} - 2\right) + \ln\left(\frac{3}{u_1 + 2} - 2\right) + \cdots + \ln\left(\frac{3}{u_n + 2} - 2\right)$

احسب S_n بدلالة n

التمرين الثاني: (04 نقاط)

كيس به 12 كريّة متماثلة لا نفرّق بينها باللمس.

كلّ من الكريّات الاثنتي عشرة تحمل رقما من بين الأعداد التالية: 1 ، 2 ، 3 ، 4

نسحب عشوائيا كريّة واحدة من الكيس.

نرمز بِـ: p_i إلى احتمال سحب كريّة رقمها i، حيث: $p_1 = \frac{1}{3}$ ، $p_2 = \frac{1}{6}$ ، $p_3 = \frac{1}{4}$ و $p_4 = \frac{1}{4}$

1) وزّع الكريّات الاثنتي عشرة حسب الأرقام 1 ، 2 ، 3 ، 4

2) احسب احتمال كلّ من الحوادث A ، B و C الآتية:

A " سحب كريّة تحمل رقما فرديا "

B " سحب كريّة تحمل رقما من أرقام نظام التّعداد ذي الأساس 4 "

C " سحب كريّة رقمها حلّ للمعادلة: $x^2 = 2^x$ "

3) المتغيّر العشوائي X يرفق بكلّ سحب لكريّة الرّقم الذي تحمله.
عيّن مجموعة قيم المتغيّر العشوائي X ثمّ احسب $E(X)$ أمله الرّياضياتي.

التمرين الثالث: (05 نقاط)

1) نعتبر المعادلة ذات المجهول $(x;y)$: $42x-y=38\cdots(E)$ ، حيث x و y عددان صحيحان.
حلّ المعادلة (E) علما أنّ الثّنائية $(1;4)$ حلٌ لها.

2) a ، b و c أعداد طبيعية حيث a غير معدوم.
العدد الطبيعي N يُكتب $\overline{ab0cb}$ في نظام تعداد أساسه 5 و يُكتب $\overline{a7c5}$ في نظام تعداد أساسه 8

أ . بيّن أنّ الأعداد a ، b و c تُحقّق: $113a=3(c-42b+151)$ ثمّ استنتج أنّ: $a=3$

ب. جِدْ العددين الطبيعيين b و c ثمّ اكتب العدد N في النّظام العشري.

3) أ . ادرس تبعا لقيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 5^n على 6

ب. بيّن أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n: $2021^{2n}+1441^n+4$ مضاعف للعدد 6

جـ. نضع: $A_n=2021^{2n}+1441^n+2\times1442^n$

جِدْ قيم العدد الطبيعي n التي من أجلها يكون: $A_n\equiv 0[6]$

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I) الدّالة العددية g معرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=(x^2-3)e^x+3$

1) ادرس تغيّرات الدّالة g ثمّ شكِّل جدول تغيّراتها.

2) أ . بيّن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α يُحقِّق: $1{,}53<\alpha<1{,}54$

ب. احسب $g(0)$ ثمّ استنتج حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$

II) الدّالة العددية f معرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=3x+1+(x^2-2x-1)e^x$

(C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$

2) أ . بيّن أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي x : $f'(x)=g(x)$

ب. استنتج أنّ f متزايدة تماما على كلّ من $]-\infty;0]$ و $[\alpha;+\infty[$ ومتناقصة تماما على $[0;\alpha]$

جـ. شكِّل جدول تغيّرات الدّالة f

3) أ . بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=3x+1$ مقارب مائل لـ(C) عند $-\infty$

ب. ادرس وضعية (C) بالنّسبة إلى (Δ)

جـ. بيّن أنّ (C) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها β تُحقِّق: $2{,}03<\beta<2{,}04$

د. بيّن أنّ (C) يقبل مماسين (T) و (T') موازيين لِـ (Δ) (لا يُطلب كتابة معادلة لِـ (T) و (T'))

4) ارسم (Δ) ، (T) ، (T') و (C) على $]-\infty;1+\sqrt{2}]$

(نأخذ: $\alpha\simeq1{,}53$ ، $f(\alpha)\simeq-2{,}3$ ، $f(\sqrt{3})\simeq-2{,}1$ و $f(-\sqrt{3})\simeq-3{,}2$)

5) الدّالة العددية h معرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $h(x)=f[\ln(x)]$

أ . احسب $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0}h(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}h(x)$

ب. ادرس اتجاه تغيّر الدّالة h ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط)

المتتالية العددية (u_n) معرّفة بـِ: $u_0=1$ و من أجل كلّ عدد طبيعي n: $u_{n+1}=\sqrt{2+\frac{1}{2}u_n^2}$

1) أ . برهن بالتراجع أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n: $0<u_n<2$

ب. بيّن أنّ المتتالية (u_n) متزايدة تماما ثمّ استنتج أنّها متقاربة.

2) المتتالية العددية (v_n) معرّفة على $\mathbb{N}$ بـِ: $v_n=u_n^2-4$

أ . بيّن أنّ المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{1}{2}$ يُطلب حساب حدّها الأوّل.

ب. اكتب عبارة v_n بدلالة n ثمّ استنتج أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n: $u_n=\sqrt{4-3\left(\frac{1}{2}\right)^n}$

جـ. احسب $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$

3) نضع من أجل كلّ عدد طبيعي n: $S_n=u_0^2+u_1^2+\cdots+u_n^2$

أ . بيّن أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n: $S_n=\frac{n\times 2^{n+2}+3}{2^n}-2$

ب. بيّن أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n: $PGCD(2^n;3+n\times 2^{n+2})=PGCD(2^n;3)$

جـ. استنتج أنّ: $PGCD(2^n;3+n\times 2^{n+2})=1$

د. جِدْ قيمة العدد الطبيعي n التي من أجلها يكون: $S_n=\frac{83}{8}$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

يُراد عشوائيا تشكيل لجنة تضمّ رئيسا ونائبا له من بين ثلاثة رجال H_1 ، H_2 ، H_3 و أربع نساء F_1 ، F_2 ، F_3 ، F_4

1) بيّن أنّ عدد اللّجان التي يمكن تشكيلها هو 42

2) نعتبر الحوادث الآتية: A " اللّجنة من نفس الجنس" B " اللّجنة من جنسين مختلفين"

C " H_1 هو الرئيس" E " اللّجنة لا تضم كلاًّ من H_1 و F_1 "

أ . احسب $P(A)$ احتمال الحدث A ثمّ استنتج $P(B)$

ب. احسب $P(C)$ و $P(E)$

3) المتغيّر العشوائي X يرفق بكلّ لجنة عدد الرّجال فيها.

عيِّن قانون احتمال X ثمّ احسب $E(X)$ أمله الرّياضياتي.

التمرين الثالث: (05 نقاط)

1) نعتبر المعادلة ذات المجهول $(x;y)$: $7x-6y=1\cdots(E)$ ، حيث x و y عددان صحيحان.

أ . حلّ المعادلة (E)علما أنّ الثّنائية $(1;1)$ حلّ لها.

ب. تَحقَّق أنّه إذا كانت الثّنائية $(x;y)$ حلاًّ للمعادلة (E) فإنّ xy عدد طبيعي غير معدوم.

2) أ . ادرس تبعا لقيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 4^n على 7

ب. بيّن أنّ العدد $4\times 2019^{2021}+2022^{2022}$ يقبل القسمة على 7

3) برهن بالتراجع أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي غير معدوم n : $4^n \equiv 4[6]$

4) نفرض أنّ الثّنائية $(a\,;b)$ حلٌّ للمعادلة (E)

A عدد طبيعي يُكتب في نظام التّعداد ذي الأساس 4 على الشّكل: $\overline{333\cdots330}$ (عدد أرقامه $a \times b$)

أ . بيّن أنّ: $A = 4^{ab} - 4$

ب. تَحقَّق أنّ: $A \equiv 0[6]$ ثمّ عيّن كلّ الثّنائيات $(a\,;b)$ التي من أجلها يكون A قابلا للقسمة على 42

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I) المستوي منسوب إلى معلم متعامد متجانس.

في الشّكل المقابل (C) و (Γ) هما على التّرتيب التّمثيلان البيانيان

للدّالتين العدديتين المعرّفتين على المجال $]-1\,;+\infty[$ بـ:

(C)

$x \mapsto 1+x^2$ و $x \mapsto 2x(1+x)\ln(1+x)$

(C) و (Γ) يتقاطعان في نقطة وحيدة فاصلتها α تُحقِّق: $0{,}78 < \alpha < 0{,}79$

(Γ)

الدّالة العددية g معرّفة على المجال $]-1\,;+\infty[$ بِـ:

α

$$g(x) = 1 + x^2 - 2x(1+x)\ln(1+x)$$

1) بقراءة بيانية، حدِّد حسب قيم x من المجال $]-1\,;+\infty[$ وضعية (C) بالنسبة إلى (Γ)

2) استنتج حسب قيم x من المجال $]-1\,;+\infty[$ إشارة $g(x)$

II) الدّالة العددية f معرّفة على المجال $]-1\,;+\infty[$ بـ: $f(x) = \dfrac{\ln(1+x)}{1+x^2}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ (الوحدة: $2cm$)

1) أ . احسب $\lim\limits_{\substack{x \to -1 \\ >}} f(x)$ و بيّن أنّ: $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 0$

ب. فسِّر النّهايتين هندسيا.

2) أ . بيِّن أنّه من أجل كلّ x من المجال $]-1\,;+\infty[$: $f'(x) = \dfrac{g(x)}{(x+1)(1+x^2)^2}$

ب. استنتج اتجاه تغيّر الدّالة f ثمّ شكِّل جدول تغيّراتها.

جـ. بيِّن أنّ: $f(\alpha) = \dfrac{1}{2\alpha(1+\alpha)}$ ثمّ استنتج حصرا لِ $f(\alpha)$

د. اكتب معادلة لِ (T) مماس المنحنى (C_f) عند المبدأ O

3) ارسُم (T) و (C_f) (نأخذ: $f(\alpha) \simeq 0{,}36$)

4) الدّالة العددية h معرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $h(x) = \dfrac{\ln(1+|x|)}{1+x^2}$ و (C_h) تمثيلها البياني في المعلم السابق.

أ . بيّن أنّ الدّالة h زوجية.

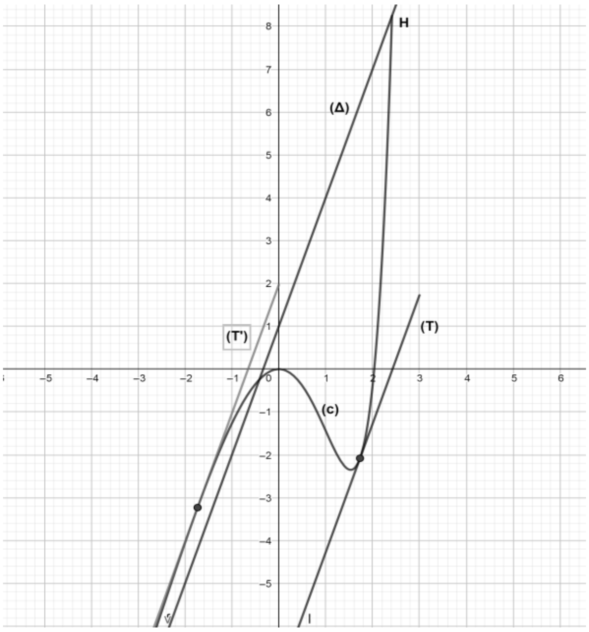
ب. بيّن أنّ الدّالة h غير قابلة للاشتقاق عند الصفر ثمّ فسّر ذلك بيانيا.

جـ. اشرح كيفية رسم (C_h) انطلاقا من (C_f) ثمّ ارسمه.

انتهى الموضوع الثاني

<table>
<tr><th rowspan="2">عناصر الإجابة (الموضوع الأوّل)</th><th colspan="2">العلامة</th></tr>
<tr><th>مجزأة</th><th>مجموعة</th></tr>
<tr><td colspan="3">التمرين الأول: (04 نقاط)</td></tr>
<tr><td>1)أ. التحقق : $u_{n+1}=-\dfrac{11}{4}+\dfrac{27}{4(-4u_n+1)}$
ب. . البرهان بالتراجع : $-2<u_n<-1$
جـ. (u_n) متناقصة تماما ، (u_n) متقاربة.</td><td>0.25
0.50
0.25+0.25</td><td>01.25</td></tr>
<tr><td>2) ا. (v_n) هندسية أساسها 3 : $v_{n+1}=v_n\times 3$
حدّها الأول $v_0=-4$
ب. $v_n=-4\times 3^n$
استنتاج: $u_n=\dfrac{3}{2+4\times 3^n}-2$
جـ . $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=-2$</td><td>0.50
0.25
0.50
0.50
0.25</td><td>02.00</td></tr>
<tr><td>3) أ. التَحقق: $\dfrac{3}{u_n+2}-2=-v_n$
ب. $S_n=(n+1)\ln 4+\dfrac{(n+1)n}{2}\ln 3$</td><td>0.25
0.50</td><td>0.75</td></tr>
<tr><td colspan="3">التمرين الثاني: (04 نقاط)</td></tr>
<tr><td>1) توزيع الكريّات الاثنتي عشرة حسب الأرقام 1 ، 2 ، 3 ، 4
عدد الكريات التي تحمل الرقم 1 هو 4 ، عدد الكريات التي تحمل الرقم 2 هو 2
عدد الكريات التي تحمل الرقم 3 هو 3 ، عدد الكريات التي تحمل الرقم 4 هو 3</td><td>0.25x4</td><td>01</td></tr>
<tr><td>2) $p(A)=\dfrac{7}{12}$ ، $p(B)=\dfrac{3}{4}$ ، $p(C)=\dfrac{5}{12}$</td><td>3x0.75</td><td>02.25</td></tr>
<tr><td>3) مجموعة قيم المتغيّر العشوائي X هي $1,2,3,4$
$E(X)=\dfrac{29}{12}$</td><td>0.25
0.50</td><td>0.75</td></tr>
<tr><td colspan="3">التمرين الثالث: (05 نقاط)</td></tr>
<tr><td>1) حلّ المعادلة (E) $k\in\mathbb{Z}$ $(x,y)=(k+1,42k+4)$</td><td>01.00</td><td>01</td></tr>
<tr><td>2) أ .تبيان أن الأعداد a ، b و c تُحقّق: $113a=3(c-42b+151)$
استنتاج أنّ: $a=3$
ب. $a=3$ و $113a=3(c-42b+151)$ تكافئ $42b-c=38$
$b=1$ و $c=4$ ، $N=2021$.</td><td>0.50
0.50
0.25
3x0.50</td><td>02.75</td></tr>
<tr><td>3) أ . بواقي القسمة الإقليدية للعدد 5^n على 6
<table><tr><td>n</td><td>2k</td><td>2k+1</td></tr><tr><td>الباقي</td><td>1</td><td>5</td></tr></table>
ب. $2021^{2n}+1441^n+4$ مضاعف للعدد 6
جـ. $A_n\equiv 0[6]$ يعني: n فردي</td><td>0.50
0.50
0.25</td><td>01.25</td></tr>
</table>

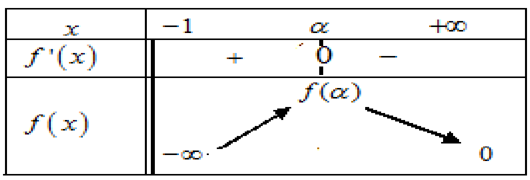
<table>
<tr><th rowspan="2">عناصر الإجابة (الموضوع الأول)</th><th colspan="2">العلامة</th></tr>
<tr><th>مجزأة</th><th>مجموعة</th></tr>
<tr><td colspan="3">التمرين الرابع: (07 نقاط)</td></tr>
<tr><td>
1(I دراسة تغيّرات الدّالة g
$\lim_{x\to-\infty} g(x)=3$ ، $\lim_{x\to+\infty} g(x)=+\infty$
$g'(x)=(x^2+2x-3)e^x$
اشارة $g'(x)$: $g'(x)>0$ على $]-\infty;-3[$ و $]1;+\infty[$ و $g'(x)<0$
على $]-3;1[$ و $g'(x)=0$ من أجل $x=-3$ أو $x=1$
g متزايدة تماما على كلّ من $]-\infty;-3]$ و $[1;+\infty[$ ومتناقصة تماما على $[-3;1]$
جدول التغيّرات.
$$\begin{array}{c|ccccccccccc}
x & -\infty & & -3 & & 0 & & 1 & & \alpha & & +\infty \\
\hline
g'(x) & & + & 0 & - & \vdots & - & 0 & + & \vdots & + & \\
\hline
g(x) & 3 & \nearrow & g(-3) & \searrow & 0 & \searrow & g(1) & \nearrow & 0 & \nearrow & +\infty
\end{array}$$
</td><td>0.25+0.25
0.25
0.25
0.25
0.25</td><td>01.50</td></tr>
<tr><td>
2) أ . g مستمرة و متزايدة تماما ، $g(1.53)\times g(1,54)<0$
ب. $g(0)=0$
إشارة $g(x)$: $g(x)>0$ على $]-\infty;0[$ و $]\alpha;+\infty[$ و $g(x)<0$ على $]0;\alpha[$
$g(x)=0$ لما $x=0$ أو $x=\alpha$
</td><td>0.50
0.25
0.25</td><td>01.00</td></tr>
<tr><td>
(II (1 $\lim_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$
</td><td>0.25+0.25</td><td>0.50</td></tr>
<tr><td>
2) أ . تبيان أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي x : $f'(x)=g(x)$
ب. استنتاج اتجاه تغير الدالة f
جـ. جدول تغيّرات الدّالة f
$$\begin{array}{c|ccccccc}
x & -\infty & & 0 & & \alpha & & +\infty \\
\hline
f'(x) & & + & 0 & - & 0 & + & \\
\hline
f(x) & -\infty & \nearrow & 0 & \searrow & f(\alpha) & \nearrow & +\infty
\end{array}$$
</td><td>0.25
0.25
0.25</td><td>0.75</td></tr>
<tr><td>
3) أ . تبيان أنّ المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=3x+1$ مقارب مائل لـ (C) عند $-\infty$
ب. وضعية (C) بالنّسبة إلى (Δ): (C) أعلى (Δ) على $]-\infty;1-\sqrt{2}[$
و $]1+\sqrt{2};+\infty[$ و (C) أسفل (Δ) على $]1-\sqrt{2};1+\sqrt{2}[$
(C) يقطع (Δ) عند $H(1-\sqrt{2};-3\sqrt{2}+4)$ و $H'(1+\sqrt{2};3\sqrt{2}+4)$
جـ. تبيان أنّ (C) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها β
تُحقِّق: $2,03<\beta<2,04$
د. تبيان أنّ (C) يقبل مماسين (T) و (T') موازيين لِـ (Δ)
</td><td>0.25
0.25
0.25
0.50</td><td>01.25</td></tr>
</table>

عناصر الإجابة (الموضوع الأول)	العلامة: مجزأة	العلامة: مجموعة
4) رسم (Δ) ، (T) ، (T') رسم (C) على $\left]-\infty \,;\, 1+\sqrt{2}\right]$  	0.25x3 0.25	01.00
5) أ . $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0} h(x)=-\infty$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} h(x)=+\infty$ **ب.** h متزايدة تماما على كلّ من $\left]0\,;1\right]$ و $\left[e^{\alpha}\,;+\infty\right[$ ومتناقصة تماما على $\left[1\,;e^{\alpha}\right]$ جدول تغيّراتها.	0.25+0.25 0.25 0.25	01.00

x	0		1		e^{α}		$+\infty$
$h'(x)$	‖	$+$	0	$-$	0	$+$	
$h(x)$	‖ $-\infty$	↗	$f(0)$	↘	$f(\alpha)$	↗	$+\infty$

عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)	العلامة مجزأة	العلامة مجموعة
التمرين الأول: (04 نقاط)		
1) أ . البرهان بالتراجع : $0 < u_n < 2$ **ب.** (u_n) متزايدة تماما ، (u_n) متقاربة.	0.50 0.25+0.50	01.25
2) أ . (v_n) هندسية أساسها $\frac{1}{2}$ ، $v_0 = -3$ **ب.** $v_n = -3(\frac{1}{2})^n$ ، $u_n = \sqrt{4 - 3(\frac{1}{2})^n}$ **جـ.** $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n = 2$	0.25+0.25 0.25+0.25 0.25	01.25
3) أ . تبيان أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n : $S_n = \frac{n \times 2^{n+2} + 3}{2^n} - 2$ **ب.** تبيان أنّ : $PGCD(2^n ; 3 + n \times 2^{n+2}) = PGCD(2^n ; 3)$ **جـ.** استنتاج أنّ: $PGCD(2^n ; 3 + n \times 2^{n+2}) = 1$ **د.** إيجادْ قيمة العدد الطبيعي n التي من أجلها يكون: $S_n = \frac{83}{8}$ $S_n = \frac{83}{8}$ يعني $99 \times 2^n = 8(3 + n \times 2^{n+2})$ نجد: $n = 3$	0.50 0.25 0.25 0.25 0.25	01.50
التمرين الثاني: (04 نقاط)		
1) عدد اللّجان التي يمكن تشكيلها هو 42	0.50	0.50
2) أ . $P(A) = \frac{18}{42} = \frac{3}{7}$ و $P(B) = 1 - P(A) = \frac{4}{7}$ **ب.** $P(C) = \frac{6}{42} = \frac{1}{7}$ و $P(E) = \frac{20}{42} = \frac{10}{21}$	0.50+0.50 0.50+0.50	02
3) قانون احتمال مجموعة قيم X هي: $\{0;1;2\}$ x_i : 0 ، 1 ، 2 $P(X = x_i)$: $\frac{12}{42}$ ، $\frac{24}{42}$ ، $\frac{6}{42}$ أمله الرّياضياتي: $E(X) = \frac{6}{7}$	0.25 0.75 0.50	01.50

x_i	0	1	2
$P(X = x_i)$	$\frac{12}{42}$	$\frac{24}{42}$	$\frac{6}{42}$

عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)	العلامة مجزأة	العلامة مجموعة
التمرين الثالث: (05 نقاط)		
1) أ . حلّ المعادلة (E): $(x\,;y)=(6k+1,7k+1)$ $k\in\mathbb{Z}$ **ب.** التحقق أنّ xy عدد طبيعي غير معدوم يكفي أن نثبت $(6k+1)(7k+1)>0$	0.75 0.50	01.25
2) أ . بواقي قسمة 4^n على 7 n | 3k | 3k+1 | 3k+2 بواقي قسمة 4^n على7 | 1 | 4 | 2 **ب.** $4\times 2019^{2021}+2022^{2022}$ يقبل القسمة على 7	0.75 0.50	01.25
3) البرهان بالتراجع $4^n\equiv 4[6]$	0.50	0.50
4) أ. تبيان أنّ: $A=4^{ab}-4$ $A=0\times4^0+3\times4^1+\dots+3\times4^{ab-1}=3\times(4^1+\dots+4^{ab-1})$ **ب.** التَحقّق أنّ: $A\equiv 0[6]$ ($4^n\equiv 4[6]$ و $ab\in\mathbb{N}^*$) تعيين الثّنائيات $(a\,;b)$ التي من أجلها يكون A قابلا للقسمة على 42 $A\equiv 0[42]$ يعني $A\equiv 0[7]$ و منه $4^{k+1}\equiv 4[7]$ أي $h\in\mathbb{N}$ $k=3h$ **و منه** : $(a\,;b)=(18p+1;21p+1)$ $p\in\mathbb{N}$	0.50 0.50 01	02
التمرين الرابع: (07 نقاط)		
I) 1) (C) أعلى (Γ) على $]-1;\alpha[$ و (C) أسفل (Γ) على $]\alpha;+\infty[$ (C) يتقاطعان (Γ) في $H(\alpha\,;\alpha^2+1)$	0.75	0.75
2) إشارة $g(x)$ $g(x)>0$ على $]-1;\alpha[$ و $g(x)<0$ على $]\alpha;+\infty[$ $g(x)=0$ لما $x=\alpha$	0.75	0.75
II) 1) أ . $\lim\limits_{\substack{x\to -1\\ >}} f(x)=-\infty$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$ **ب.** $x=-1$ و $y=0$ معادلتا مستقيمان مقاربان للمنحني (C_f)	0.25+0.25 0.25	0.75
2) أ . تبيان أنّ $f'(x)=\dfrac{g(x)}{(x+1)(1+x^2)^2}$ ب. f متزايدة تماما على $]-1;\alpha]$ ومتناقصة تماما على $[\alpha\,;+\infty[$ جدول تغيّراتها الدالة f . 	0.50 0.50 0.50	01.50

عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)	العلامة مجزأة	العلامة مجموعة
جـ. $f(\alpha)=\dfrac{1}{2\alpha(1+\alpha)}$ $0.35<f(\alpha)<0.36$ **د.** معادلة لِ (T) : $y=x$	0.25 0.25 0.25	**0.75**
5) رسم (T) رسم (C_f)	0.25 0.50	**0.75**
أ . الدّالة h زوجية. **ب.** $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0} \dfrac{h(x)}{x}=1$ و $\lim\limits_{x \xrightarrow{<} 0} \dfrac{h(x)}{x}=-1$ ، h غير قابلة للاشتقاق من أجل الصفر التفسير: وجود نصفي مماسين في المبدأ **جـ.** (C_h) ينطبق على (C_f) على $]0;+\infty[$ثمّ نتم الرسم بالتناظر بالنسبة الى حامل محور التراتيب . رسم (C_h) انطلاقا من (C_f)	0.25 0.25+0.25 0.25 0.25 0.50	**01.75**