كيفية حساب النهايات لدوال كثير حدود أو دالة ناطقة MEBARKI2016

MEBARKI2016

لحساب نهاية دالة معينة **لما** x **يؤول إلى عدد حقيقي** (وليس إلى ما لا نهاية) دائما نقوم بالتعويض

مثلا : $\lim\limits_{x\to-3}\left(2x^2+\dfrac{4x-3}{x-7}+2x-6\right)=2(2)^2+\dfrac{4(2)-3}{2-7}+2(2)-6=8+\dfrac{5}{-5}+4-6=8-1+4-6=5$

نهاية دالة كثير حدود لما x يؤول إلى ∞ :

نهاية دالة كثير حدود لما x يؤول إلى ∞ هي نهاية الحد الأعلى درجة لما x يؤول إلى ∞ .

مثال : (انتبه : احذف رمز lim عندما تقوم بالتعويض)

1) $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(-3x^3-4x^2+5x-3\right)=\lim\limits_{x\to-\infty}\left(-3x^3\right)=+\infty$ (لأن $-3\times\underbrace{(-\infty)\times(-\infty)\times(-\infty)}_{-\infty}=+\infty$)

2) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(-4x^2+5x^2-9x-3\right)=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(-4x^2\right)=-\infty$ (لأن $-4\times\underbrace{(+\infty)\times(+\infty)}_{+\infty}=-\infty$)

نهاية دالة ناطقة لما x يؤول إلى ∞ :

نهاية دالة ناطقة لما x يؤول إلى ∞ هي نهاية الحد الأعلى درجة في البسط على نهاية الحد الاعلى درجة في المقام لما x يؤول إلى ∞ثم **الاختزال** ثم **التعويض** (تذكر : $\dfrac{\text{عدد}}{\infty}=0$ ، $\dfrac{\infty}{\text{عدد}}=\infty$)

أمثلة : (انتبه : احذف رمز lim عندما تقوم بالتعويض)

1) $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\dfrac{4x^3-x^2-3x+1}{10x-7}\right)=\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\dfrac{4x^3}{10x}\right)=\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\dfrac{2x^2}{5}\right)=\dfrac{2\times(+\infty)}{5}=\dfrac{+\infty}{5}=+\infty$

2) $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\dfrac{2x^2+5x-3}{-3x^3+8x-5}\right)=\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\dfrac{2x^2}{-3x^3}\right)=\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\dfrac{2}{-3x}\right)=\dfrac{2}{+\infty}=0$

3) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{4x^2-2x+7}{-5x^2+9x-5}\right)=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{4x^2}{-5x^2}\right)=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{4}{-5}\right)=-\dfrac{4}{5}$

نهاية دالة ناطقة لما x يؤول إلى عدد حقيقي حيث نتيجة النهاية هي $\dfrac{0}{0}$ أو $\dfrac{\text{عدد}}{0}$ (حيث $\text{عدد}\neq0$):

أ) نهاية دالة ناطقة لما x يؤول إلى عدد حقيقي a حيث نتيجة النهاية هي $\dfrac{\text{عدد}}{0}$ (حيث $\text{عدد}\neq0$):

(قبل شرح كيفية حساب هذه النهاية يجب أن تعلم أن $\infty=\dfrac{\text{عدد}}{0}$)

(إشارة ∞ ناتجة من إشارة 0 الموجود في المقام و إشارة العدد الموجود في البسط)

(لذلك ندرس إشارة المقام لمعرفة إشارة 0 الموجود في المقام) ** أعلم انك لم تفهم جيدا **

راقب الأمثلة :

1) $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{3x-4}{4-2x}=\dfrac{3(2)-4}{4-2(2)}=\dfrac{6-4}{4-4}=\dfrac{2}{0}=\infty$ (و لكن ما هي إشارة ∞ ؟ أعلم أن 2 موجب . و 0 ؟)

ندرس إشارة المقام $4-2x$ **:** (إذا نسيت طريقة دراسة الإشارة ابحث في المطبوعات الخاصة بالإشارة)

$4-2x=0$ معناه $x=2$. وعليه :

x	$-\infty$ $\prec$	2	$\succ$ $+\infty$
$4-2x$	+	0	-

نلاحظ أن لما $x\prec2$ الإشارة موجبة أي 0^+

و لما $x\succ2$ الإشارة سالبة أي 0^-

لذلك : $\lim\limits_{x\xrightarrow{\prec}2}\dfrac{3x-4}{4-2x}=\dfrac{2}{0^+}=+\infty$ و $\lim\limits_{x\xrightarrow{\succ}2}\dfrac{3x-4}{4-2x}=\dfrac{2}{0^-}=-\infty$

MEBARKI2016

كيفية حساب النهايات لدوال كثير حدود أو دالة ناطقة MEBARKI2016

(2 $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x-7}{x^2-5x+6}=\dfrac{(3)-7}{(3)^2-5(3)+6}=\dfrac{-4}{9-15+6}=\dfrac{-4}{0}=\infty$

ندرس إشارة المقام x^2-5x+6 : حساب Δ : $\Delta=(-5)^2-4(1)(6)=25-24=1\succ 1$

ومنه $x_1=\dfrac{5-\sqrt{1}}{2}=2$ و $x_2=\dfrac{5+\sqrt{1}}{2}=3$ وعليه :

x	$-\infty$		2		$\prec\ 3\ \succ$		$+\infty$
x^2-5x+6		+	0	-	0	+	

نلاحظ أن لما $x\prec 3$ الإشارة سالبة أي 0^-

و لما $x\succ 3$ الإشارة موجبة أي 0^+

لذلك : $\lim\limits_{x\overset{\prec}{\longrightarrow}3}\dfrac{x-7}{x^2-5x+6}=\dfrac{-4}{0^-}=+\infty$ و $\lim\limits_{x\overset{\succ}{\longrightarrow}3}\dfrac{x-7}{x^2-5x+6}=\dfrac{-4}{0^+}=-\infty$

M EBARKI
ENACER
AYAR
AYA

(3 $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{2x^2-7x+1}{x^2-8x+16}=\dfrac{2(4)^2-7(4)+1}{(4)^2-8(4)+16}=\dfrac{32-28+1}{16-32+16}=\dfrac{5}{0}=\infty$

ندرس إشارة المقام $x^2-8x+16$: حساب Δ : $\Delta=(-8)^2-4(1)(16)=64-64=0$

العبارة تقبل جذرا مضاعفا هو $x=\dfrac{8}{2(1)}=4$ وعليه :

x	$-\infty$		$\prec\ 4\ \succ$		$+\infty$
$x^2-8x+16$		+	0	+	

نلاحظ أن لما $x\prec 4$ الإشارة موجبة أي 0^+

و لما $x\succ 4$ الإشارة موجبة أي 0^+

لذلك : $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{2x^2-7x+1}{x^2-8x+16}=\dfrac{5}{0^+}=+\infty$

ب) نهاية دالة ناطقة لما x يؤول إلى عدد حقيقي a حيث نتيجة النهاية هي $\dfrac{0}{0}$:

في هذه الحالة نقوم بقسمة البسط و المقام للدالة الناطقة على $x-a$ ثم نقوم بعملية الاختزال ثم نحسب النهاية :

مثال : $\lim\limits_{x\to 5}\dfrac{x^2-7x+10}{x^2-6x+5}=\dfrac{(5)^2-7(5)+10}{(5)^2-6(5)+5}=\dfrac{25-35+10}{25-30+5}=\dfrac{0}{0}$ (تسمى حالة عدم تعيين)

نقوم بقسمة البسط $x^2-7x+10$ و المقام x^2-6x+5 على $x-5$ ثم نختزل :

$$\begin{array}{r|l} x^2-6x+5 & x-5 \\ \cline{2-2} \underline{-x^2+5x} & x-1 \\ -x+5 & \\ \underline{x-5} & \\ 0 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} x^2-7x+10 & x-5 \\ \cline{2-2} \underline{-x^2+5x} & x-2 \\ 2x+10 & \\ \underline{-2x-10} & \\ 0 & \end{array}$$

أي : $x^2-6x+5=(x-5)(x-1)$ و $x^2-7x+10=(x-5)(x-2)$

الآن **الاختزال** : $\dfrac{x^2-7x+10}{x^2-6x+5}=\dfrac{(x-5)(x-2)}{(x-5)(x-1)}=\dfrac{x-2}{x-1}$

و أخيرا حساب **النهاية** : $\lim\limits_{x\to 5}\dfrac{x^2-7x+10}{x^2-6x+5}=\lim\limits_{x\to 5}\dfrac{x-2}{x-1}=\dfrac{(5)-2}{(5)-1}=\dfrac{3}{4}$

انتظروا الجديد ....

يتمنى **الأستاذ مباركي** MEBARKI2016 أنه استطاع إزالة بعض الصعوبات التي كان يصادفها التلميذ حول النهايات و حول بقية المجالات ..... لا تخف سأبقى أحاول إزالة الصعوبات إلى أخر رمق ..... فدائما بحول الله يوجد الجديد ....