



الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التربية الوطنية



دورة: 2019

الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات
امتحان بكالوريا التعليم الثانوي
الشعبة: رياضيات

المدة: 04 سا و 30 د

اختبار في مادة: الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

يحتوي الموضوع على (03) صفحات (من الصفحة 1 من 5 إلى الصفحة 3 من 5)

التمرين الأول: (04 نقاط)

(1) حل المعادلة $505x - 673y = 1 \dots\dots (E)$ ذات المجهول $(x; y)$ حيث x و y عدنان صحيحان.

(لاحظ أن: $2019 = 3 \times 673$ و $2020 = 4 \times 505$)

(2) بين أنه من أجل كل ثنائية $(x; y)$ حل للمعادلة (E) فإن: x و y من نفس الإشارة.

(3) نعتبر المتتاليتين (u_n) و (v_n) المعرفتين على \mathbb{N} بـ:
$$\begin{cases} v_0 = 4 \\ v_{n+1} = v_n + 673 \end{cases} \quad \text{و} \quad \begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = u_n + 505 \end{cases}$$

- اكتب u_α بدلالة α ثم اكتب v_β بدلالة β حيث α و β عدنان طبيعيان.

(4) أ) عيّن الحدود المشتركة للمتتاليتين (u_n) و (v_n) ثم بين أن هذه الحدود المشتركة تشكّل متتالية حسابية (w_n) يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.

ب) نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $X_n = \frac{1}{505}(w_n - 2023)$

احسب بدلالة n الجداء $p = X_1 \cdot X_2 \cdot \dots \cdot X_n$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ، نعتبر النقط $A(1; 0; -1)$ ، $B(1; -2; 0)$ و $C(1; 2; 3)$

(1) بين أن المثلث ABC قائم في A .

(2) اكتب معادلة للمستوي (Q) الذي يشمل A و \overline{AC} شعاع ناظمي له.

(3) m وسيط حقيقي و (P_m) مستو حيث: $(m-1)x + 2y - z - m = 0$ معادلة له.

أ) أثبت أنه عندما يتغير m في \mathbb{R} فإن المستوي (P_m) يحوي مستقيما ثابتا (Δ) يطلب تعيين تمثيل وسيطي له.

- تحقق أن A و C نقطتان من المستقيم (Δ) .

ب) تحقق أنه مهما كان m من \mathbb{R} فإن المستوي (P_m) يعامد المستوي (Q) .



(4) لتكن $d(m)$ المسافة بين النقطة B و المستوي (P_m) .

(أ) أثبت أن: $d(m) = \frac{5}{\sqrt{m^2 - 2m + 6}}$ ثم عيّن قيمة m التي تكون من أجلها $d(m)$ أعظمية واحسبها.

(ب) استنتج أنه إذا كانت $d(m)$ أعظمية فإن النقطة A هي المسقط العمودي للنقطة B على (P_m) .

التمرين الثالث: (05 نقاط)

في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$ نعتبر النقط A, B, C و D

حيث: $z_E = 1$ و $z_D = \overline{z_B}$ ، $z_C = \overline{z_A}$ ، $z_B = i$ ، $z_A = 1 + i\sqrt{2}$

(1) حل في المجموعة \mathbb{C} المعادلة ذات المجهول z : $(z^2 + 1)(z^2 - 2z + 3) = 0$

(2) (أ) احسب كلاً من $|z_A - 1|$ ، $|z_B - 1|$ و $|z_C - z_E|$ ثم تحقق أن النقط الأربعة A, B, C و D تنتمي إلى نفس الدائرة التي يطلب تعيين مركزها و طول نصف قطرها.

(ب) بين أن: $z_B - z_E = \frac{\sqrt{2}}{2}(1+i)(z_A - z_E)$ ثم استنتج أن B هي صورة A بتحويل نقطي يطلب تعيين عناصره المميزة.

- ما طبيعة المثلث ABE ؟

(3) عيّن لاحقتي الشعاعين \overrightarrow{BD} و \overrightarrow{AE} محدداً طبيعة الرباعي $ABDE$.

(4) $\overrightarrow{w_1}$ و $\overrightarrow{w_2}$ شعاعان من المستوي لاحقتاهما على الترتيب z_1 و z_2 .

(أ) برهن أن: $(\overrightarrow{w_1}$ و $\overrightarrow{w_2}$ متعامدان) يكافئ $(z_1 \cdot \overline{z_2} + \overline{z_1} \cdot z_2 = 0)$.

(ب) عيّن مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z حيث: $(z - z_A)(\overline{z} - z_D) + (z - z_B)(\overline{z} - z_C) = 0$

التمرين الرابع: (07 نقاط)

f الدالة المعرفة على $[0; +\infty[$ ب: $\begin{cases} f(x) = x - x^2 \ln x, & x > 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$

(C_f) منحناها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$. الوحدة 3 cm

(1) برهن أن:

- إذا كان: $x > 1$ فإن: $1 - x - 2x \ln x < 0$

- إذا كان: $0 < x < 1$ فإن: $1 - x - 2x \ln x > 0$

(2) (أ) أثبت أن الدالة f قابلة للاشتقاق عند 0 من اليمين ثم اكتب معادلة لنصف المماس (Δ) للمنحنى (C_f) عند مبدأ المعلم.

(ب) ادرس الوضع النسبي لـ (Δ) و (C_f) .

(3) (أ) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

(ب) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكّل جدول تغيرات الدالة f .



- (4) أ) اكتب معادلة (T) مماس المنحنى (C_f) الموازي لـ (Δ) .
- ب) أثبت أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل في المجال $[1;+\infty[$ حلا وحيدا α ثم تحقق أن: $1,76 < \alpha < 1,77$.
- ج) اكتب معادلة للمستقيم (d) الذي يوازي (Δ) ويشمل النقطة ذات الإحداثيين $(\alpha;0)$.
- ارسم كلا من (T) ، (Δ) و (d) ثم المنحنى (C_f) على المجال $[0;\alpha]$.
- (5) m وسيط حقيقي، ناقش بيانيا حسب قيم m عدد حلول المعادلة: $x^2 \ln x + m = 0$ في المجال $[0;\alpha]$.
- (6) λ عدد حقيقي حيث: $0 < \lambda < 1$ ، نعتبر: $A(\lambda) = \int_{\lambda}^1 -x^2 \ln x dx$
- أ) باستعمال المكاملة بالتجزئة احسب $A(\lambda)$ بدلالة λ .
- ب) احسب $\lim_{\lambda \rightarrow 0^+} A(\lambda)$ ثم فسر النتيجة هندسيا.

انتهى الموضوع الأول

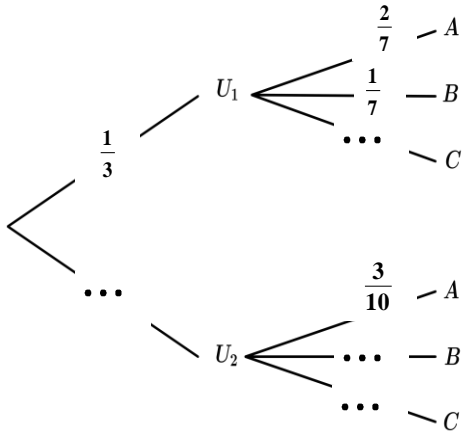


الموضوع الثاني

يحتوي الموضوع على صفحتين (02) (من الصفحة 4 من 5 إلى الصفحة 5 من 5)

التمرين الأول: (04 نقاط)

صندوقان غير شفافين U_1 و U_2 ، يحتوي الصندوق U_1 على 4 كريات حمراء و 3 كريات سوداء ويحتوي الصندوق U_2 على 3 كريات حمراء و كرتين سوداوين (الكرات كلها متشابهة لا نفرق بينها عند اللمس) نرمي ندرا غير مزيف ذا ستة أوجه مرقمة من 1 إلى 6 .



إذا ظهر الرقمان 2 أو 4 نسحب عشوائيا كرتين في آن واحد من الصندوق U_1 وفي باقي الحالات نسحب عشوائيا كرتين في آن واحد من الصندوق U_2 .

نعتبر الأحداث A ، B و C المعرفة بـ : "سحب كرتين حمراوين"

B : "سحب كرتين سوداوين" و C : "سحب كرتين من لونين مختلفين"

(1) أنقل، وأكمل شجرة الاحتمالات.

(2) أحسب احتمالات الأحداث A ، B و C .

نعتبر X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب عدد الكريات الحمراء المسحوبة.

(3) أ) عيّن قيم المتغير العشوائي X .

ب) عيّن قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X .

(4) أحسب الأمل الرياضي $E(X)$.

التمرين الثاني: (04 نقاط)

(u_n) متتالية عددية حدودها موجبة معرفة بحدّها الأول u_1 حيث $u_1 = 0$ ومن أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n ،

$$u_{n+1} = u_n + 2\sqrt{u_n} + 1$$

(1) أ) تحقّق أنّه: من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n ، $\sqrt{u_{n+1}} - \sqrt{u_n} = 1$

ب) استنتج كتابة الحد العام u_n بدلالة n

(2) تحقّق أنّه: من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n ، $u_n = n(n-2) + 1$

(3) عيّن قيم العدد الطبيعي n التي من أجلها: $n-2$ يقسم $n-5$.

(4) أ) من أجل كل عدد طبيعي n حيث $n \geq 2$ ، بيّن أنّ: $PGCD(n-2; u_n) = 1$

ب) عيّن قيم العدد الطبيعي n التي من أجلها $(n^2 + 1)(n-2)$ يقسم $(n-5)u_n$.

التمرين الثالث: (05 نقاط)

(1) نضع من أجل كل عدد مركب z ، $P(z) = z^4 - 6z^3 + 29z^2 - 24z + 100$ ،

أ) بيّن أنّه من أجل كل عدد مركب z ، $\overline{P(z)} = P(\overline{z})$ ، ثم استنتج أنّه إذا كان z حلا للمعادلة $P(z) = 0$

فإنّ \overline{z} حل لها.

ب) حل في مجموعة الأعداد المركبة \mathbb{C} المعادلة $P(z) = 0$ علما أنّها تقبل حلا تخيليا صرفا.



- (2) نعتبر في المستوى المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$ ، النقط A, B, M و M' التي للاحقاتها على الترتيب: $2i, 3-4i, z$ و z' حيث: $z' = \frac{-iz + 4 + 3i}{z - 2i}$ مع $z \neq 2i$.
- ولتكن I مرجح الجملة $\{(A; 2), (B; 1)\}$ و J مرجح الجملة $\{(A; -2), (B; 1)\}$
- (أ) عيّن اللاحقتين z_I و z_J للنقطتين I و J على الترتيب.
- (ب) لتكن (E) مجموعة النقط (z) M التي يكون من أجلها $|z'| = 2$.
- بيّن أن (النقطة M من (E)) يكافئ $(\vec{IM} \cdot \vec{JM} = 0)$ ، ثم عيّن (E) وأنشئها.
- (ج) لتكن (Γ) مجموعة النقط (z) M التي يكون من أجلها $\arg(z') = 2k\pi$ حيث k عدد صحيح.
- تحقق أنّ النقطة D ذات اللاحقة $\frac{9}{2} - \frac{5}{2}i$ تنتمي إلى (Γ) ، ثم عيّن وأنشئ (Γ) .
- (3) عيّن الشكل الجبري للاحقة النقطة G تقاطع المجموعتين (E) و (Γ) .

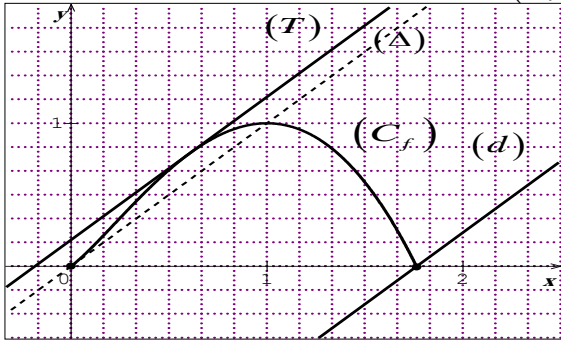
التمرين الرابع: (07 نقاط)

- (I) f_k الدالة العددية المعرفة على \mathbb{R} بـ: $f_k(x) = (x+1)^2 e^{-kx}$ حيث k وسيط حقيقي.
- ليكن (\mathcal{C}_k) التمثيل البياني للدالة f_k في المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.
- (1) بيّن أنّ كل المنحنيات (\mathcal{C}_k) تمر من نقطتين ثابتتين يطلب تعيينهما.
- (2) احسب نهايتي الدالة f_k عند $-\infty$ وعند $+\infty$. (ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي k).
- (3) (أ) احسب $f'_k(x)$ ، ثم حدّد حسب قيم الوسيط الحقيقي k اتجاه تغير الدالة f_k .
- (ب) شكّل جدول تغيرات الدالة f_k من أجل k عدد حقيقي موجب تماما.
- (4) ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي k الأوضاع النسبية للمنحنيين (\mathcal{C}_k) و (\mathcal{C}_{k+1}) .
- (II) f الدالة المعرفة على \mathbb{R} بـ: $f(x) = (x+1)^2 e^{-2x}$
- نسمي (\mathcal{C}_f) تمثيلها البياني في المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.
- (1) شكّل جدول تغيرات الدالة f ، ثم أرسم المنحنى (\mathcal{C}_f) على المجال $\left[-\frac{3}{2}; +\infty\right]$.
- (2) (أ) بيّن أنّ المعادلة $f(x) = 1$ تقبل حلين في \mathbb{R} أحدهما α حيث: $-1,28 < \alpha < -1,27$.
- (ب) عيّن قيم العدد الحقيقي m التي من أجلها تقبل المعادلة $\left|\frac{x+1}{e^x}\right| = \left|\frac{m+1}{e^m}\right|$ حلا وحيدا.
- (3) g الدالة المعرفة على \mathbb{R} بـ: $g(x) = (x+1)e^{-2x}$.
- (أ) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x فإنّ: $g'(x) + 2g(x) - e^{-2x} = 0$ ثم استنتج دالة أصلية لـ g على \mathbb{R} .
- (ب) باستعمال المكاملة بالتجزئة، احسب A مساحة الحيز المستوي المحدّد بالمنحنى (\mathcal{C}_f) ومحور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتاهما $x = -1$ و $x = 0$.

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الأول)
مجموع	مجزأة	
التمرين الأول: (04 نقاط)		
02	0.5 0.75 0.75	(1) حل المعادلة في $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$: الحل الخاص $(x_0; y_0) = (4; 3)$ $PGCD(673; 505) = 1$ ومنه: $(x; y) = (673k + 4; 505k + 3)$ حيث $k \in \mathbb{Z}$
0.5	0.5	(2) بيان أن x و y لهما نفس الإشارة: $(673k+4)(505k+3) > 0$ محققة من أجل كل $k \in \mathbb{Z}$
01	2×0.25	(3) كتابة u_α بدلالة α : (u_n) متتالية حسابية، $\alpha \in \mathbb{N}$; $u_\alpha = 3 + 505\alpha$
	2×0.25	- كتابة v_β بدلالة β : (v_n) متتالية حسابية، $\beta \in \mathbb{N}$; $v_\beta = 4 + 673\beta$
0.5	0.25	(4) أ) تعيين الحدود المشتركة بين (u_n) و (v_n) : $u_\alpha = v_\beta$ تكافئ $3 + 505\alpha = 4 + 673\beta$ ومنه: $505\alpha - 673\beta = 1$
	0.25	ومنه: $(\alpha; \beta) = (673k + 4; 505k + 3)$ مع $k \in \mathbb{N}$ $u_\alpha = 505\alpha + 3$ أي $u_k = 339865k + 2023$ مع $k \in \mathbb{N}$ أي $w_n = 339865n + 2023$ وهي حدود متتابعة لمتتالية حسابية أساسها $r = 339865$ وحدها الأول 2023 ب) $p = X_1 \cdot X_2 \cdot \dots \cdot X_n = (673)^n n!$
التمرين الثاني: (04 نقاط)		
1.25	2×0.25 0.5 0.25	(1) تبين أن المثلث ABC قائم في A : $\overrightarrow{AB}(0; -2; 1)$ ، $\overrightarrow{AC}(0; 2; 4)$. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0$ ومنه: ABC قائم في A .
0.75	0.75	(2) كتابة معادلة المستوي (Q) : $y + 2z + 2 = 0$
01	0.25	(3) أ. إثبات أن (P_m) يشمل مستقيما ثابتا (Δ) مع تعيين تمثيل وسيطي له: ① $(P_m): (m-1)x + 2y - z - m = 0$ تكافئ $m(x-1) + (-x+2y-z) = 0$ ومنه:
	0.25	و $\begin{cases} x-1=0 \\ -x+2y-z=0 \end{cases}$ ومنه: $\begin{cases} x=1 \\ z=2y-1 \end{cases}$ إذن: $(\Delta): \begin{cases} x=1 \\ y=t \\ z=2t-1 \end{cases}$ مع $t \in \mathbb{R}$
	0.25	• التحقق أن A و C نقطتان من (Δ) : $A \in (\Delta): \begin{cases} x=1 \\ y=t=0 \\ z=2(0)-1=-1 \end{cases}$ ، $C \in (\Delta): \begin{cases} x=1 \\ y=t=2 \\ z=2(2)-1=3 \end{cases}$
01	0.25	ب. تبين أن (P_m) يعامد المستوي (Q) : • $\overrightarrow{n_{(P_m)}}(m-1; 2; -1)$ و $\overrightarrow{n_{(Q)}}(0; 1; 2)$ ومنه $\overrightarrow{n_{(P_m)}} \cdot \overrightarrow{n_{(Q)}} = 0$
	0.25	(4) أ. تبين أن $d(m) = \frac{5}{\sqrt{m^2 - 2m + 6}}$ $d(m) = \frac{ (m-1)(1) + 2(-2) - 0 - m }{\sqrt{(m-1)^2 + 2^2 + (-1)^2}} = \frac{5}{\sqrt{m^2 - 2m + 6}}$

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الأول)
مجموع	مجزأة	
	0.25 0.25	- تعيين قيمة m حتى تكون $d(m)$ أعظمية: $d(m)$ أعظمية من أجل $m=1$ (تقبل أي إجابة صحيحة). ومنه: $d(1)=\sqrt{5}$
	0.25	ب. استنتاج أنه إذا كان $d(m)$ أعظمية فإن A المسقط العمودي لـ B على (P_m) : من أجل $m=1$ $\begin{cases} AB=\sqrt{5}=d(1) \\ A \in (p_m) \text{ و } \end{cases}$ ومنه A المسقط العمودي لـ B
التمرين الثالث: (05 نقاط)		
1.50	6×0.25	1 - حل المعادلة في \mathbb{C} : $(z^2+1)(z^2-2z+3)=0$ ① ① تكافئ $\begin{cases} z^2+1=0 \\ z^2-2z+3=0 \end{cases}$ ومنه: $\begin{cases} z_1=i ; z_2=\bar{z}_1 \\ z_3=1+i\sqrt{2} ; z_4=\bar{z}_3 \end{cases}$
1.50	0.75	2 أ. حساب $ z_A-1 $ ، $ z_C-1 $ و $ z_D-z_E $. $ z_D-z_E =\sqrt{2}$ و $ z_C-1 =\sqrt{2}$ ، $ z_A-1 =\sqrt{2}$
	0.25	- استنتاج أن النقط A ، B ، C و D تنتمي إلى نفس الدائرة.
	0.25	لدينا: $ z_A-z_E = z_C-z_E = z_D-z_E =\sqrt{2}$
	0.25	و بما أن B نظيرة C بالنسبة إلى محور الفواصل فإن: $AE=CE=DE=BE=\sqrt{2}$ ومنه: النقط A ، B ، C و D تنتمي إلى نفس الدائرة التي مركزها E و طول نصف قطرها $\sqrt{2}$.
0.75	0.25	ب. تبين أن $z_B-z_E=\left(\frac{\sqrt{2}}{2}+i\frac{\sqrt{2}}{2}\right)(z_A-z_E)$ $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}+i\frac{\sqrt{2}}{2}\right)(z_A-z_E)=\left(\frac{\sqrt{2}}{2}+i\frac{\sqrt{2}}{2}\right)(i\sqrt{2})=i-1=z_B-z_E$
	0.5	- الاستنتاج : $z_B-z_E=\left(\frac{\sqrt{2}}{2}+i\frac{\sqrt{2}}{2}\right)(z_A-z_E)$ حيث $a=\left(\frac{\sqrt{2}}{2}+i\frac{\sqrt{2}}{2}\right)=e^{i\frac{\pi}{4}}$ ومنه B صورة A بدوران مركزه E و زاويته $\frac{\pi}{4}$.
	0.25	- طبيعة المثلث ABE : في المثلث ABE لدينا $\begin{cases} AE=BE \\ (\overrightarrow{EA}; \overrightarrow{EB}) \equiv \frac{\pi}{4} [2\pi] \end{cases}$ ومنه المثلث ABE متساوي الساقين رأسه E . (تقبل أي طريقة صحيحة)

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الأول)
مجموع	مجزأة	
0.75	2×0.25	(3) - تعيين $z_{\overline{AE}}$ و $z_{\overline{BD}}$: $z_{\overline{AE}} = -i\sqrt{2}$ و $z_{\overline{BD}} = -2i$
	0.25	- تحديد طبيعة الرباعي $ABDE$. لدينا: $\frac{z_{\overline{AE}}}{z_{\overline{BD}}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \in \mathbb{R}$ ومنه: $\frac{(AE)}{(BD)}$ $AE \neq BD$ ومنه: الرباعي $ABDE$ شبه منحرف.
0.5	0.25	أ. تبين أنه $\overrightarrow{w_1} \perp \overrightarrow{w_2}$ يكافئ $z_1 z_2 + \overline{z_1} \overline{z_2} = 0$ معناه $\overrightarrow{w_1} \perp \overrightarrow{w_2}$ معناه $z_1 z_2 + \overline{z_1} \overline{z_2} = 0$ لدينا: $z_1 z_2 = -\overline{z_1} \overline{z_2}$ معناه $\frac{z_1}{z_2} = -\frac{\overline{z_1}}{\overline{z_2}} = -\overline{\left(\frac{z_1}{z_2}\right)}$ مع $z_2 \neq 0$ أي: $\frac{z_1}{z_2}$ تخيلي صرف
		أي $\frac{z_1}{z_2} = \alpha i$ حيث $\alpha \in \mathbb{R}$ ، أي $\frac{z_1}{z_2} \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi]$. (تقبل أي طريقة أخرى صحيحة) ملاحظة : إذا كان $\overrightarrow{w_1} = \vec{0}$ أو $\overrightarrow{w_2} = \vec{0}$ فإن التكافؤ صحيح
	0.25	ب. تحديد طبيعة مجموعة النقط $M(z)$. $(z - z_A)(\overline{z} - \overline{z_D}) + (z - z_B)(\overline{z} - \overline{z_C}) = 0$ معناه $(z - z_A)(\overline{z} - \overline{z_B}) + (z - z_B)(\overline{z} - \overline{z_A}) = 0$ أي: $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BM} = 0$ ومنه مجموعة النقط $M(z)$ هي الدائرة ذات القطر $[AB]$.
التمرين الرابع: (07 نقاط)		
0.5	0.25	(1) البرهان أنه من أجل كل $x > 1$ فإن $1 - x - 2x \ln x < 0$ * من أجل $x > 1$: $\begin{cases} 1 - x < 0 \\ -2x \ln x < 0 \end{cases}$ ومنه: $1 - x - 2x \ln x < 0$.
	0.25	- البرهان أنه من أجل كل $0 < x < 1$ فإن $1 - x - 2x \ln x > 0$ * من أجل $0 < x < 1$: $\begin{cases} 1 - x > 0 \\ -2x \ln x > 0 \end{cases}$ ومنه: $1 - x - 2x \ln x > 0$.
01	0.25	(2) أ) إثبات أن f قابلة للاشتقاق عند العدد 0 من اليمين: $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x) - f(0)}{x} = 1 = f'_d(0)$
	0.25	كتابة معادلة نصف المماس (Δ) عند $O(0;0)$: (Δ): $y = x$

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الأول)
مجموع	مجزأة	
	0.5	<p>ب) دراسة الوضع النسبي لـ (C_f) و (Δ): $f(x) - x = -x^2 \ln x$</p> <ul style="list-style-type: none"> (C_f) أعلى (Δ) في المجال $[0;1[$. (C_f) أسفل (Δ) في المجال $]1;+\infty[$. (C_f) يقطع (Δ) في نقطتين $N(1;1)$ و $O(0;0)$.
1.50	0.25	<p>3) أ. حساب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[x^2 \left(\frac{1}{x} - \ln x \right) \right] = -\infty$</p>
	2×0.5	<p>ب. دراسة اتجاه تغير f على المجال $[0;+\infty[$: $f'(x) = 1 - x - 2x \ln x$</p> <ul style="list-style-type: none"> f متناقصة تماما على المجال $[0;1]$. f متزايدة تماما على المجال $[1;+\infty[$.
	0.25	<ul style="list-style-type: none"> جدول التغيرات.
03	3×0.25	<p>4) أ. كتابة معادلة المماس (T) لـ (C_f) الموازي لـ (Δ):</p> <p>$f'(x_0) = 1$ ومنه: $x_0 = \frac{1}{\sqrt{e}}$ و بالتالي: $(T): y = x + \frac{1}{2}e^{-1}$.</p>
	0.5	<p>ب. البرهان أن $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha \in]1;+\infty[$:</p> <p>f مستمرة و متناقصة تماما على المجال $[1;+\infty[$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) \times f(1) < 0$</p> <p>ومنه حسب مبرهنة القيم المتوسطة $f(x) = 0$ تقبل حل وحيد $\alpha \in]1;+\infty[$.</p>
	0.25	<ul style="list-style-type: none"> التحقق أن $\alpha \in]1,76;1,77[$: <p>ومنه: $\alpha \in]1,76;1,77[$ و $f(1,76) \times f(1,77) = (0,008)(-0,018) < 0$</p>
	0.25	<p>ج. كتابة معادلة المستقيم (d) الموازي لـ (Δ) و يشمل النقطة ذات الإحداثيين $(\alpha;0)$:</p> <p>$(d): y = x - \alpha$</p>
	3×0.25 0.5	<ul style="list-style-type: none"> رسم (Δ)، (d)، (T) و (C_f) على المجال $[0;\alpha]$: 

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الأول)
مجموع	مجزأة	
0.50	0.25	<p>(5) المناقشة الوسيطة لعدد حلول المعادلة في المجال $[0; \alpha]$: $x^2 \ln x + m = 0$ تكافئ $f(x) = x + m$ و $x \neq 0$</p> <ul style="list-style-type: none"> • $\left[\frac{1}{2}e^{-1}; +\infty \right[\cup]-\infty; -\alpha]$ ، ليس للمعادلة حل. • $m \in [-\alpha; 0]$ ، حل وحيد. • $m \in \left] 0; \frac{1}{2}e^{-1} \right[$ ، حلان متمايزان. • $m = \frac{1}{2}e^{-1}$ ، حل مضاعف.
	0.25	<p>(6) - حساب $A(\lambda)$ بالتجزئة:</p> $A(\lambda) = \frac{1}{9} - \frac{1}{9}\lambda^3 + \frac{1}{3}\lambda^3 \ln \lambda$
0.50	0.25	<p>- حساب $\lim_{\lambda \rightarrow 0} A(\lambda)$:</p> $\lim_{\lambda \rightarrow 0} A(\lambda) = \lim_{\lambda \rightarrow 0} \left(\frac{1}{9} - \frac{1}{9}\lambda^3 + \frac{1}{3}\lambda^3 \ln \lambda \right) = \frac{1}{9}$ <p>- التفسير الهندسي:</p> <p>$\lim_{\lambda \rightarrow 0} A(\lambda) = \frac{1}{9}(u.a) = 1cm^2$ هي مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ).</p>
	0.25	

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)								
مجموع	مجزأة									
4	4×0.25	<div>التمرين الأول: (04 نقاط)</div> <div>(1) إكمال الشجرة</div> <div>(2) حساب $p(A)$، $p(B)$ و $p(C)$</div> <div>(3) أ) قيم X هي 0، 1 و 2 . ب)توزيع قانون الاحتمال</div> <table><tr><td>$X = x_i$</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td></tr><tr><td>$P(X = x_i)$</td><td>$\frac{12}{105}$</td><td>$\frac{62}{105}$</td><td>$\frac{31}{105}$</td></tr></table> <div>الأمّل الرياضياتي : $E(X) = \frac{124}{105}$</div>	$X = x_i$	0	1	2	$P(X = x_i)$	$\frac{12}{105}$	$\frac{62}{105}$	$\frac{31}{105}$
	$X = x_i$		0	1	2					
	$P(X = x_i)$		$\frac{12}{105}$	$\frac{62}{105}$	$\frac{31}{105}$					
	3×0.5									
	0.5									
3×0.25										
0.25										
02	01	<div>التمرين الثاني: (04 نقاط)</div> <div>(1) أ) التحقق</div> <div>ب) استنتاج كتابة $u_n = (n-1)^2$</div>								
	01									
01	01	(2) التحقق من أن: $u_n = n(n-2) + 1$								
0.5	0.5	(3) $n-2$ يقسم 3 و $n-2 \in \{-3; -1; 1; 3\}$ وقيم n المطلوبة هي: 1، 3، 5.								
0.5	0.25	<div>(4) أ) لدينا: $u_n - n(n-2) = 1$ تطبيق مبرهنة بيزو وتقبل أي طريقة أخرى سليمة.</div> <div>ب) بتطبيق مبرهنة غوص: $n-2$ يقسم $n-5$ قيم n المطلوبة هي: 1، 5.</div>								
	0.25									
01	0.5	<div>التمرين الثالث: (05 نقاط)</div> <div>(1) أ) $\overline{P(z)} = P(\overline{z})$</div> <div>تبرير الاستنتاج: إذا كان z حلا فإن \overline{z} هو حل كذلك</div>								
	0.5									
1.75	0.75	<div>ب) $P(z) = (z^2 + \alpha)(az^2 + bz + c)$ أي $P(\alpha i) = 0$ + التحليل</div> <div>حلول المعادلة هي: $2i$، $3-4i$، $-2i$، $3+4i$</div>								
	1									
2	0.5 x2	<div>(2) أ) حساب $z_I = 1$ و $z_J = -3+8i$</div> <div>ب) برهان التكافؤ</div> <div>تعيين (E) و إنشاؤها</div> <div>ج) التحقق أن $D \in (\Gamma)$ و تعيين (Γ) و إنشاؤها</div>								
	0.25									
	0.25									
	2x0.25									
0.25	0.25	(3) الشكل الجبري للاحقة النقطة G								

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)												
مجموع	مجزأة													
01	2x0.5	التمرين الرابع: (07 نقاط) (I 1) المنحنيات (C _k) تمر من النقطتين (0;1) و (-1;0) (تقبل كل الطرائق السليمة)												
01.50	0.5	(2) k < 0 $\lim_{x \rightarrow -\infty} f_k(x) = 0$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f_k(x) = +\infty$												
	0.5	k = 0 $\lim_{x \rightarrow -\infty} f_k(x) = +\infty$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f_k(x) = +\infty$												
	0.5	k > 0 $\lim_{x \rightarrow -\infty} f_k(x) = +\infty$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f_k(x) = 0$												
1.50	0.25	(3) أ) حساب f' _k (x)												
	0.25	$f'_k(x) = (x+1)(-kx+2-k)e^{-kx}$												
	0.25	الحالة 1: k = 0 إشارة f' _k (x) + اتجاه التغير												
	0.25	مقارنة العددين -1 و $\frac{2-k}{k}$ في حالة k ≠ 0												
	0.25	الحالة 2: k > 0 إشارة f' _k (x) + اتجاه التغير												
	0.25	الحالة 3: k < 0 إشارة f' _k (x) + اتجاه التغير												
0.25	0.25	ب) جدول التغيرات لما k > 0												
0.25	0.25	(4) حساب f _{k+1} (x) - f _k (x) (وضعية المنحنيين) إشارة f _{k+1} (x) - f _k (x): <table><tr><td>x</td><td>-∞</td><td>-1</td><td>0</td><td>+∞</td></tr><tr><td>f_{k+1}(x) - f_k(x)</td><td></td><td>+</td><td>0</td><td>+</td><td>0</td><td>-</td></tr></table>	x	-∞	-1	0	+∞	f _{k+1} (x) - f _k (x)		+	0	+	0	-
		x	-∞	-1	0	+∞								
f _{k+1} (x) - f _k (x)		+	0	+	0	-								
تحديد الوضعية														
1.50	01	(II 1) جدول تغيرات الدالة f ملاحظة : تعطى العلامة الكاملة اذا استعمل التلميذ النتائج السابقة و تجزء العلامة في حالة دراسة تغيرات الدالة من جديد كما يلي (0.25+0.25+0.5)												
	0.5	رسم المنحنى (C _f)												
0.50	0.25	(2) أ) تحديد الحل x = 0 من جدول التغيرات												
	0.25	تطبيق مبرهنة القيم المتوسطة لحصر α ب) $f(x) = f(m)$ تقبل حلا وحيدا من أجل $m \in \left[-\frac{3}{2}; \alpha\right]$												

0.5	0.25	(3) أ) التحقق $g'(x) + 2g(x) - e^{-2x} = 0$
	0.25	<p>استنتاج الدالة الأصلية: $x \mapsto -\frac{1}{4}(2x+3)e^{-2x}$</p> <p>ب) $A = \int_{-1}^0 f(x)dx$ المكاملة بالتجزئة (الأولى) $A = \left(\frac{e^2-5}{4}\right)u.a$</p>