Manuel José Fernández, mjfg@uniovi.es

EXAMEN DE CÁLCULO. SEGUNDO CONTROL
GRADO EN INGEN. INFORM. DEL SOFTWARE. 20-01-2020

Para obtener la máxima puntuación en las preguntas tipo test hay que justificar adecuadamente la respuesta elegida. No está permitido usar calculadora.

1) La serie $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{n+3}-\frac{1}{n+2}\right)$

a) converge a 0 b) converge a $-1/3$ c) converge a $1/3$ d) converge a $-1/2$

(1p.)

2) Sea

$$l=\lim_{x\to 0}\frac{\int_0^{x^2} sen\sqrt{t}\,dt}{x^3}$$

a) no existe l b) $l=0$ c) $l=2/3$ d) $l=-2/3$

(1p.)

3)

a) Sea $\sum_{n=1}^{\infty}a_n$ una serie tal que $a_n\geq 0 \quad \forall n$. Justificar que tal serie es convergente o bien divergente a $+\infty$, pero nunca es oscilante.

b) Sean $\sum_{n=1}^{\infty}a_n$ y $\sum_{n=1}^{\infty}b_n$ dos series con términos positivos. Enunciar el teorema (criterio) de comparación en el límite (sus tres apartados).

c) Estudiar, aplicando el teorema anterior, el carácter de $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(n+3).2^{\alpha.n}}{n^2+2}$ según sea $\alpha=0$, $\alpha>0$ ó $\alpha<0$.

(0.5p.+0.75+1.25p.)

4)

a) Obtener, por el método de exhaución, el área de la región del plano delimitada por la curva $y=x^2$, el eje de abscisas y las rectas $x=0$ y $x=a$, siendo $a>0$. Se sabe que $1^2+2^2+...+n^2=n(n+1)(2n+1)/6$

b) Siendo f una función continua en $(a,b]$ tal que $\lim_{x\to a^+}f(x)=+\infty$ ó $-\infty$, definir $\int_a^b f(x)dx$ ¿es convergente la integral anterior si $f(x)=\log(x)/x$, $a=0$, $b=1$?

(1.5p.+1p.)

5)

Usar la fórmula del cambio de variable en la integral definida para obtener el área de la región del plano delimitada por la curva $y=\frac{x^3}{\sqrt{4-x^2}}$, el eje de abscisas y las rectas $x=-1$ y $x=1$.

$sen(\pi/6)=1/2$ $\quad sen(\pi/3)=\sqrt{3}/2$ $\quad sen(\pi/4)=1/\sqrt{2}$

(1.5p.)

6) Justificar si cada una de las series siguientes converge absolutamente o condicionalmente, o no converge.

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n(n^2+1)}{e^n} \qquad \sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\left(1+\frac{1}{n}\right)^{-n}$$

(1.5p.)

Nota.
En ningún caso se puede aplicar la regla de L' Hopital en límites de sucesiones.