

EXAMEN DE CÁLCULO. TERCER CONTROL

GRADO EN INGEN. INFORM. DEL SOFTWARE. 16-01-2018

Una única pregunta tipo test mal contestada no penaliza. Si son dos, penalizaría medio punto y si son las tres, penalizaría un punto.

1) El límite de la sucesión $a_n = \sqrt[n]{\frac{2^n}{n^2}}$ es

- a) 0 ; b) 1 ; c) 2 ; d) $+\infty$

(1p.)

2) La sucesión $a_n = n \left| \sin(n\pi/2) \right|$

- a) es convergente ; b) es divergente con límite ; c) es divergente sin límite ; d) es oscilante

(1p.)

3) Sea $\alpha \in \mathbb{R} - \{0\}$. La serie alternada $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n n^\alpha$ es absolutamente convergente si, y sólo si,

- a) $\alpha < -1$; b) $-1 \leq \alpha < 0$; c) $0 < \alpha \leq 1$; d) $\alpha > 1$

(1p.)

4)

a) Definir sucesión acotada superiormente y acotada inferiormente. Enunciar, usando el valor absoluto, una condición necesaria y suficiente para que una sucesión sea acotada.

b) Sea $\{a_n\} = \frac{1}{\sqrt{n^6+1}} + \frac{2^2}{\sqrt{n^6+2}} + \frac{3^2}{\sqrt{n^6+3}} + \dots + \frac{n^2}{\sqrt{n^6+n}}$

Obtener, paso a paso, una sucesión mayorante y otra minorante que nos permita obtener el límite de $\{a_n\}$.

(0.75p.+1.5p.)

$$1^2 + 2^2 + \dots + n^2 = n(n+1)(2n+1)/6$$

5)

a) Sea una serie numérica de término general a_n . Enunciar y demostrar la condición necesaria (no suficiente) para que dicha serie sea convergente.

b) Estudiar el carácter de la serie de términos positivos $\sum_{n=1}^{\infty} \left[\left(1 + \frac{1}{n+1}\right)^{n+1} - \frac{2n}{n^2+1} \right]^{-n}$

c) Obtener la suma de la serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n-2}{n(n+1)(n+2)}$

(0.75p.+0.75p.+1.25p.)

6) Sea $a \in \mathbb{R} - \{2\}$. Se considera la serie numérica

$$\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{a}{2-a} \right)^n$$

a) Estudiar su carácter (convergente, divergente u oscilante) en función del parámetro a .

b) Calcular la suma de la serie para aquellos casos en los que sea convergente.

(1.25p.+0.75p.)

