EXAMEN DE CÁLCULO. SEGUNDO CONTROL
GRADO EN INGEN. INFORM. DEL SOFTWARE. 16-01-2019

Una única pregunta tipo test mal contestada no penaliza. Si son dos, penalizaría medio punto y si son las tres, penalizaría un punto. En el resto de preguntas se ha de contestar razonadamente. Cualquier resultado, no trivial, no visto en clase o en el material presentado en el Campus Virtual se ha de justificar; en caso contrario, no se valorará. No está permitido usar calculadora.

1) Sea $r \in R$. La serie numérica $\sum_{n=1}^{\infty} r^n$ es divergente a $+\infty$, si y sólo si,

a) $r > 1$ b) $r = 1$ c) $r \geq 1$ d) $r < -1$

(1p.)

2) Sea f definida en $I = [-1,1]$ tal que $f(x) = x^2$ si $x \in [0,1]$, $f(x) = 1 + x$ si $x \in [-1,0)$. Denotamos por J el intervalo abierto $(-1,1)$.

a) f es integrable en I y tiene primitiva en J

b) f es integrable en I pero no tiene primitiva en J

c) f no es integrable en I pero tiene primitiva en J

d) f no es integrable en I ni tiene primitiva en J

(1p.)

3) Sabiendo que $\tan(\pi/4) = 1$, $\int_0^3 \frac{1}{9+x^2}\,dx =$

a) $\pi/12$ b) $\pi/8$ c) $\pi/4$ d) $\pi/2$

(1p.)

4)

a) De la serie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ se conoce que la sucesión de sumas parciales $\{S_n\}$ viene dada por $S_n = \frac{3n+1}{n+2}$ $\forall n \in N$. Obtener a_1 y el término general a_n $\forall n \geq 2$ ¿es convergente esta serie?

b) Enunciar el segundo teorema fundamental del cálculo integral (regla de Barrow).

c) Obtener $F(x)$ definida en $[0,2]$ que sea una primitiva de la función $f(x) = |x^2 - 1|$ en $(0,2)$. Utilizar $F(x)$ para calcular la integral de $f(x)$ en $[0,2]$ sin evaluar $F(x)$ en $x = 1$.

(0.75p.+0.5p.+1p.)

5)

a) Resolver la integral impropia $\int_0^1 \log^6(x)\,dx$ que está relacionada con la función Gamma. Se sugiere hacer el cambio de variable $\log(x) = -t$

b) Calcular el área determinada por la curva $y = -\frac{x^3}{\sqrt{8-x^2}}$, las rectas $x = 0$, $x = 2$ y el eje de abscisas (usando la fórmula del cambio de variable en la integral definida).

(0.75p.+1.75p.)

$sen(\pi/6) = 1/2$ $sen(\pi/3) = \sqrt{3}/2$ $sen(\pi/4) = 1/\sqrt{2}$

6)

a) Estudiar el carácter de la serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^2 .5^2 .8^2 ...(3n-1)^2}{1^2 .4^2 .7^2 ...(3n-2)^2}$

b) Obtener la suma de la serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4n+1}{3^n}$

(1p.+1.25p.)