EXAMEN DE CÁLCULO. PRIMER CONTROL
GRADO EN INGEN. INFORM. DEL SOFTWARE. 19-11-2018 (9-10:30)

Una única pregunta tipo test mal contestada no penaliza. Si son dos, penalizaría medio punto y si son las tres, penalizaría un punto. En el resto de preguntas se ha de contestar razonadamente. Cualquier resultado, no trivial, no visto en clase o en el material presentado en el Campus Virtual se ha de justificar; en caso contrario, no se valorará. No está permitido usar calculadora.

1) Sea $f(x) = 1/\left(x^2+1\right)$ definida en R. Si $x \in R$,

a) $\min f(x) = 0$ b) $f(x)$ no es acotada c) $\inf f(x) = 0$ d) $f(x)$ es inyectiva

(1p.)

2) La función $f(x) = \dfrac{x.sen(x)}{|x|}$ si $x \neq 0$ y $f(0) = 1$, presenta en $x = 0$ una discontinuidad

a) evitable b) esencial de salto finito c) esencial de salto infinito d) ninguna de las anteriores

(1p.)

3) Sean $f(x) = \log(x)$ y $g(x) = 2\sqrt{x}$

a) $(g\ o\ f)'(e) = e$ b) $(g\ o\ f)'(e) = e^{-1}$ c) $(g\ o\ f)'(e) = 2e$ d) $(g\ o\ f)'(e) = 2e^{-1}$

(1p.)

4)
a) Enunciar el teorema de Rolle.

b) Como corolario del teorema de Rolle, demostrar el siguiente resultado: si f es derivable en $(a\,,b)$ y $f\,'(x) \neq 0$ $\forall x \in (a\,,b)$, se verifica que en dicho intervalo la ecuación $f(x) = 0$ tiene, a lo sumo, una raíz.

c) Sea $f(x) = x^5 - 80x + 2$. Usar el resultado anterior para determinar el número máximo de raíces reales de la ecuación $f(x) = 0$.

(0.5p.+0.6p.+0.6p.)

5) Sea $f(x) = (x-1)\exp\left(\dfrac{1}{x-1}\right)$ si $x \neq 1$ y $f(1) = 0$

a) Obtener, si existen y sin aplicar la regla de L'Hôpital, las ecuaciones de las asíntotas verticales de f (por la izquierda y/o por la derecha) y las horizontales (en el $-\infty$ y/o en el $+\infty$).

b) ¿Es f derivable por la izquierda en $x = 1$? Determinar, con justificación, los puntos críticos de f.

c) ¿Alcanza f un extremo local en $x = 1$?

(1p.+1.3p.+0.7p.)

6)
a) Razonar si la sucesión $\{a_n\} = n\ \ sen((2n-1)\ \ \pi/2)$ es convergente, divergente (con límite o sin límite) u oscilante.

b) Dada la sucesión $\{a_n\} = \dfrac{n}{n+1} + \dfrac{n+1}{n+2} + \ldots + \dfrac{n+n-1}{n+n}$,

b1) Demostrar que es estrictamente creciente.

b2) Demostrar que es divergente a $+\infty$, encontrando una sucesión minorante que diverja a $+\infty$.

(0.6p.+0.7p.+1p.)

EXAMEN DE CÁLCULO. PRIMER CONTROL

GRADO EN INGEN. INFORM. DEL SOFTWARE. 19-11-2018 (10.30-12)

Una única pregunta tipo test mal contestada no penaliza. Si son dos, penalizaría medio punto y si son las tres, penalizaría un punto. En el resto de preguntas se ha de contestar razonadamente. Cualquier resultado, no trivial, no visto en clase o en el material presentado en el Campus Virtual se ha de justificar; en caso contrario, no se valorará. No está permitido usar calculadora

1) Sea $f(x) = 1/\left(x^2+1\right)$ definida en R. Si $x \in R$,

a) $\inf f(x) = 0$ b) $f(x)$ no es acotada c) $\min f(x) = 0$ d) $f(x)$ es inyectiva

(1p.)

2) La función $f(x) = \dfrac{x.sen(x)}{|x|}$ si $x \neq 0$ y $f(0) = 1$, presenta en $x = 0$ una discontinuidad

a) esencial de salto finito b) esencial de salto infinito c) evitable d) ninguna de las anteriores

(1p.)

3) Sean $f(x) = \log(x)$ y $g(x) = 2\sqrt{x}$

a) $(g\ o\ f)'(e) = e$ b) $(g\ o\ f)'(e) = 2e$ c) $(g\ o\ f)'(e) = e^{-1}$ d) $(g\ o\ f)'(e) = 2e^{-1}$

(1p.)

4)

a) Enunciar el teorema de Rolle.

b) Como corolario del teorema de Rolle, demostrar el siguiente resultado: si f es derivable en (a, b) y $f'(x) \neq 0$ $\forall x \in (a, b)$, se verifica que en dicho intervalo la ecuación $f(x) = 0$ tiene, a lo sumo, una raíz.

c) Sea $f(x) = x^5 - 80x + 2$. Usar el resultado anterior para determinar el número máximo de raíces reales de la ecuación $f(x) = 0$.

(0.5p.+0.6p.+0.6p.)

5) Sea $f(x) = (x-1)\exp\left(\dfrac{1}{x-1}\right)$ si $x \neq 1$ y $f(1) = 0$

a) Obtener, si existen y sin aplicar la regla de L'Hôpital, las ecuaciones de las asíntotas verticales de f (por la izquierda y/o por la derecha) y las horizontales (en el $-\infty$ y/o en el $+\infty$).

b) ¿Es f derivable por la izquierda en $x = 1$? Determinar, con justificación, los puntos críticos de f.

c) ¿Alcanza f un extremo local en $x = 1$?

(1p.+1.3p.+0.7p.)

6)

a) Razonar si la sucesión $\{a_n\} = n\ sen((2n-1)\,\pi/2)$ es convergente, divergente (con límite o sin límite) u oscilante.

b) Dada la sucesión $\{a_n\} = \dfrac{n}{n+1} + \dfrac{n+1}{n+2} + \dots + \dfrac{n+n-1}{n+n}$,

b1) Demostrar que es estrictamente creciente.

b2) Demostrar que es divergente a $+\infty$, encontrando una sucesión minorante que diverja a $+\infty$.

(0.6p.+0.7p.+1p.)

EXAMEN DE CÁLCULO. PRIMER CONTROL

GRADO EN INGEN. INFORM. DEL SOFTWARE. 19-11-2018 (11-12:30)

Una única pregunta tipo test mal contestada no penaliza. Si son dos, penalizaría medio punto y si son las tres, penalizaría un punto. En el resto de preguntas se ha de contestar razonadamente. Cualquier resultado, no trivial, no visto en clase o en el material presentado en el Campus Virtual se ha de justificar; en caso contrario, no se valorará. No está permitido usar calculadora.

1) Sea $f(x)=1+1/\left(x^2+1\right)$ definida en R. Si $x\in R$,

a) $f(x)$ es inyectiva b) $\inf f(x)=1$ c) $f(x)$ no es acotada d) min $f(x)=1$

(1p.)

2) La función $f(x)=sen(1/x)$ si $x\neq 0$, presenta en $x=0$ una discontinuidad

a) evitable b) esencial de salto finito c) esencial de salto infinito d) ninguna de las anteriores

(1p.)

3) Sean $f(x)=4\sqrt{x}$ y $g(x)=\log(x)$

a) $(f\ o\ g)'(e)=2e^{-1}$ b) $(f\ o\ g)'(e)=e^{-1}$ c) $(f\ o\ g)'(e)=2e$ d) $(f\ o\ g)'(e)=e$

(1p.)

4)

a) Enunciar el teorema del valor medio de Lagrange.

b) Como corolario del teorema del valor medio, demostrar el siguiente resultado: si f es derivable en (a,b) y $f'(x)>0\ \forall x\in(a,b)$, se verifica que en dicho intervalo la función f es estrictamente creciente.

c) Sea $f(x)=x^3+x^2+x-5$ ¿es f estrictamente creciente en R?

(0.5p.+0.6p.+0.6p.)

5) Sea $f(x)=(x-2)\exp\left(\dfrac{1}{x-2}\right)$ si $x\neq 2$ y $f(2)=0$

a) Obtener, si existen y sin aplicar la regla de L'Hopital, las ecuaciones de las asíntotas verticales de f (por la izquierda y/o por la derecha) y las horizontales (en el $-\infty$ y/o en el $+\infty$).

b) ¿Es f derivable por la izquierda en $x=2$? Determinar, con justificación, los puntos críticos de f.

c) ¿Alcanza f un extremo local en $x=2$?

(1p.+1.3p.+0.7p.)

6)

a) Razonar si la sucesión $\{a_n\}=n\ sen\left((2n+1)\,\pi/2\right)$ es convergente, divergente (con límite o sin límite) u oscilante.

b) Dada la sucesión $\{a_n\}=\dfrac{n-1}{n+1}+\dfrac{n}{n+2}+...+\dfrac{n+n-2}{n+n}$,

b1) Demostrar que es estrictamente creciente.

b2) Demostrar que es divergente a $+\infty$, encontrando una sucesión minorante que diverja a $+\infty$.

(0.6p.+0.7p.+1p.)

EXAMEN DE CÁLCULO. PRIMER CONTROL

GRADO EN INGEN. INFORM. DEL SOFTWARE. 19-11-2018 (13-14:30)

Una única pregunta tipo test mal contestada no penaliza. Si son dos, penalizaría medio punto y si son las tres, penalizaría un punto. En el resto de preguntas se ha de contestar razonadamente. Cualquier resultado, no trivial, no visto en clase o en el material presentado en el Campus Virtual se ha de justificar; en caso contrario, no se valorará. No está permitido usar calculadora

1) Sea $f(x) = 1 + 1/(x^2+1)$ definida en R. Si $x \in R$,

a) $f(x)$ es inyectiva b) $\min f(x) = 1$ c) $\inf f(x) = 1$ d) $f(x)$ no es acotada

(1p.)

2) La función $f(x) = \cos(1/x)$ si $x \neq 0$, presenta en $x = 0$ una discontinuidad

a) evitable b) esencial de salto finito c) esencial de salto infinito d) ninguna de las anteriores

(1p.)

3) Sean $f(x) = 4\sqrt{x}$ y $g(x) = \log(x)$

a) $(f \, o \, g)'(e) = e^{-1}$ b) $(f \, o \, g)'(e) = 2e^{-1}$ c) $(f \, o \, g)'(e) = e$ d) $(f \, o \, g)'(e) = 2e$

(1p.)

4)

a) Enunciar el teorema del valor medio de Lagrange.

b) Como corolario del teorema del valor medio, demostrar lo siguiente: si f es derivable en (a, b) y $f'(x) < 0 \ \forall x \in (a, b)$, se verifica que en dicho intervalo la función f es estrictamente decreciente.

c) Sea $f(x) = -x^3 + x^2 - x + 4$ ¿es f estrictamente decreciente en R?

(0.5p.+0.6p.+0.6p.)

5) Sea $f(x) = (x+1)\exp\left(\dfrac{1}{x+1}\right)$ si $x \neq -1$ y $f(-1) = 0$

a) Obtener, si existen y sin aplicar la regla de L'Hopital, las ecuaciones de las asíntotas verticales de f (por la izquierda y/o por la derecha) y las horizontales (en el $-\infty$ y/o en el $+\infty$).

b) ¿Es f derivable por la izquierda en $x = -1$? Determinar, con justificación, los puntos críticos de f.

c) ¿Alcanza f un extremo local en $x = -1$?

(1p.+1.3p.+0.7p.)

6)

a) Razonar si la sucesión $\{a_n\} = n^2 \, sen((2n+1)\,\pi/2)$ es convergente, divergente (con límite o sin límite) u oscilante.

b) Dada la sucesión $\{a_n\} = \dfrac{n-1}{n+1} + \dfrac{n}{n+2} + \dots + \dfrac{n+n-2}{n+n}$,

b1) Demostrar que es estrictamente creciente.

b2) Demostrar que es divergente a $+\infty$, encontrando una sucesión minorante que diverja a $+\infty$.

(0.6p.+0.7p.+1p.)