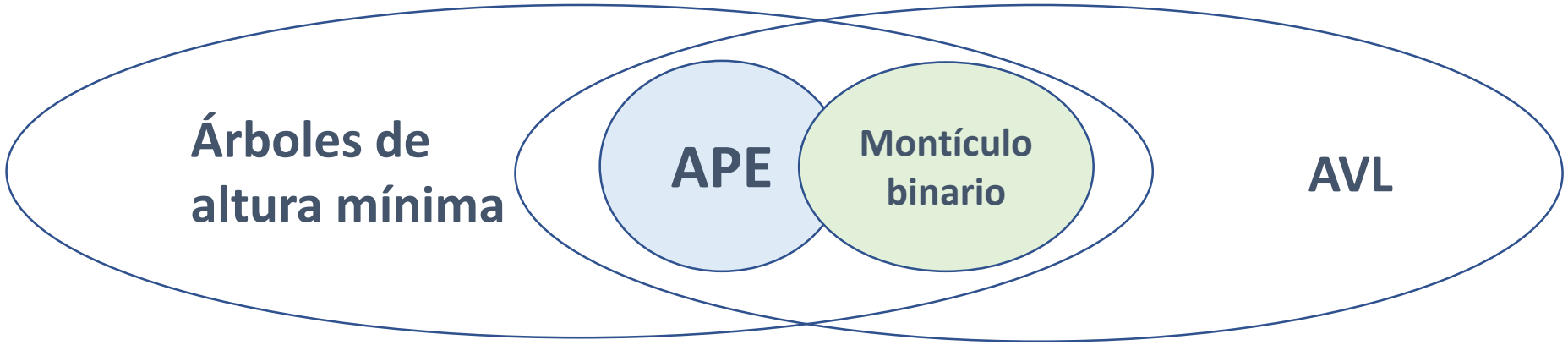
Colas de prioridad

- Objetivo
  - Modelar estructuras lineales en las que los elementos se atienden en el orden indicado por una prioridad asociada
  - Ejemplos de aplicación
    - Colas de impresión de documentos
    - Gestión de tráfico aéreo
    - Planificación de procesos en CPU
    - Supervisión planes estratégicos y de emergencia
    - Colas de Espera para Servicios Médicos

- Problema a resolver
  - Optimizar las operaciones de insertar y sacar el elemento de máxima prioridad
- Solución
  - Utilizar Montículos binarios para su implementación
  - Proporcionan complejidad logarítmica

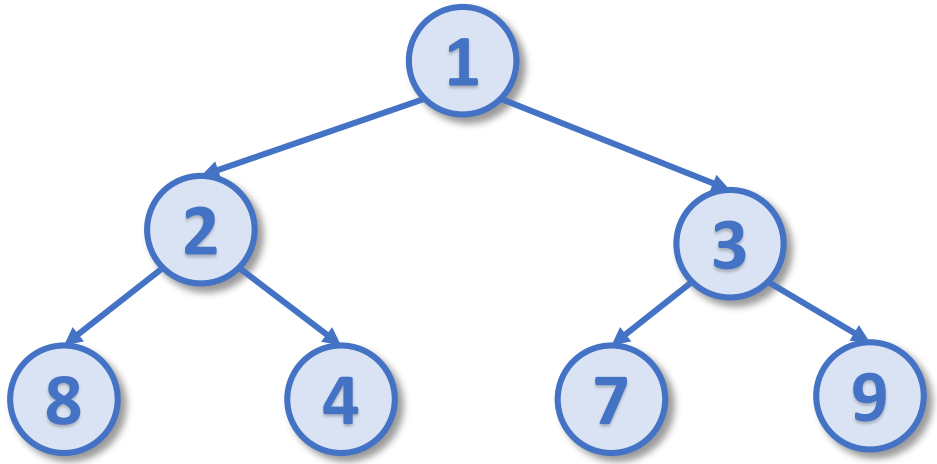
Montículo binario

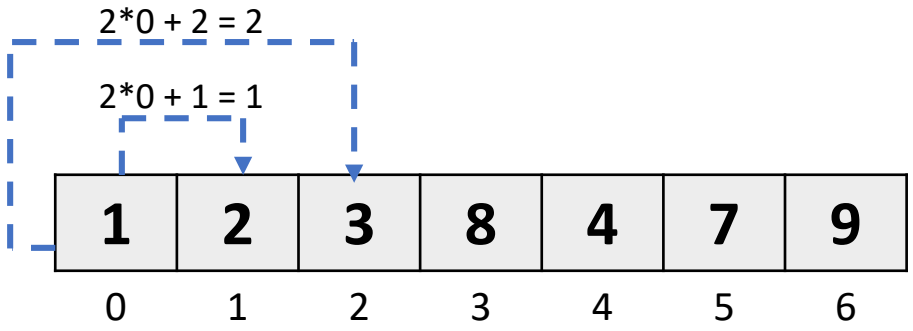
- Árbol binario completo con excepción del nivel inferior que se rellena de izquierda a derecha
- Altura de un montículo binario
  - $h = E[\log_2 n]+1$
- Propiedades



Montículo binario - Propiedades

- Dada la estructura fija del árbol binario, éste puede representarse en un vector sin necesidad de referencias
  - La raíz del árbol se almacenará en la primera posición del vector
  - Para cualquier nodo situado en un posición ***i***, se cumple que:
    - Su hijo izquierdo se almacenará en la posición 2*i + 1
    - Su hijo derecho se almacenará en la posición 2*i + 2





Montículo binario – Relación de orden

- Suponemos claves repetidas
- Montículo de mínimos
  - Todo nodo tiene una clave **menor** o igual a la de sus hijos
  - El **menor elemento** se encuentra en la raíz (posición 0 del vector)
  - Optimiza las operaciones de añadir y obtener el mínimo
- Montículo de máximos
  - Todo nodo tiene una clave **mayor** o igual a la de sus hijos
  - El **mayor elemento** se encuentra en la raíz (posición 0 del vector)
  - Optimiza las operaciones de añadir y de obtener el máximo

Montículo binario – Relación de orden

- Suponemos claves repetidas
- **Montículo de mínimos**
  - Todo nodo tiene una clave **menor** o igual a la de sus hijos
  - El **menor elemento** se encuentra en la raíz (posición 0 del vector)
  - Optimiza las operaciones de añadir y obtener el mínimo
- Montículo de máximos
  - Todo nodo tiene una clave **mayor** o igual a la de sus hijos
  - El **mayor elemento** se encuentra en la raíz (posición 0 del vector)
  - Optimiza las operaciones de añadir y de obtener el máximo

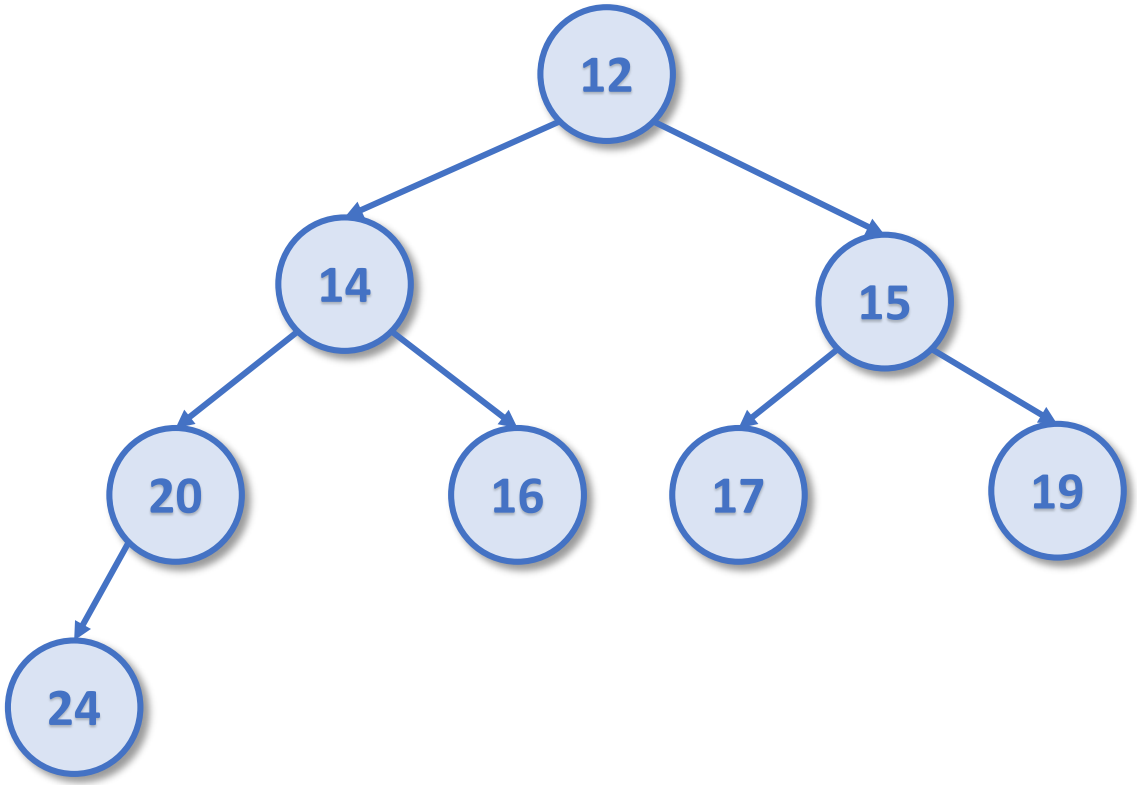
Montículo binario – Operaciones

- Añadir un elemento al montículo
- Sacar el elemento situado en la raíz
- Cambiar la prioridad de un elemento
- Eliminar un elemento del montículo

Montículo binario – Insertar

- Colocar el elemento a insertar en la última posición del vector
- Realizar un ***filtrado ascendente***
  - Si el elemento insertado es menor que su padre entonces intercambiarlos
  - Realizar la operación mientras el padre sea mayor que el hijo o elemento insertado y no hayamos alcanzado la raíz
  - El padre estará en la posición E[(i – 1)/2]
- Complejidad
  - Caso mejor: O(1)
  - Caso peor: $O(\log_2 n)$

Insertar – Ejercicio1



Insertar 18

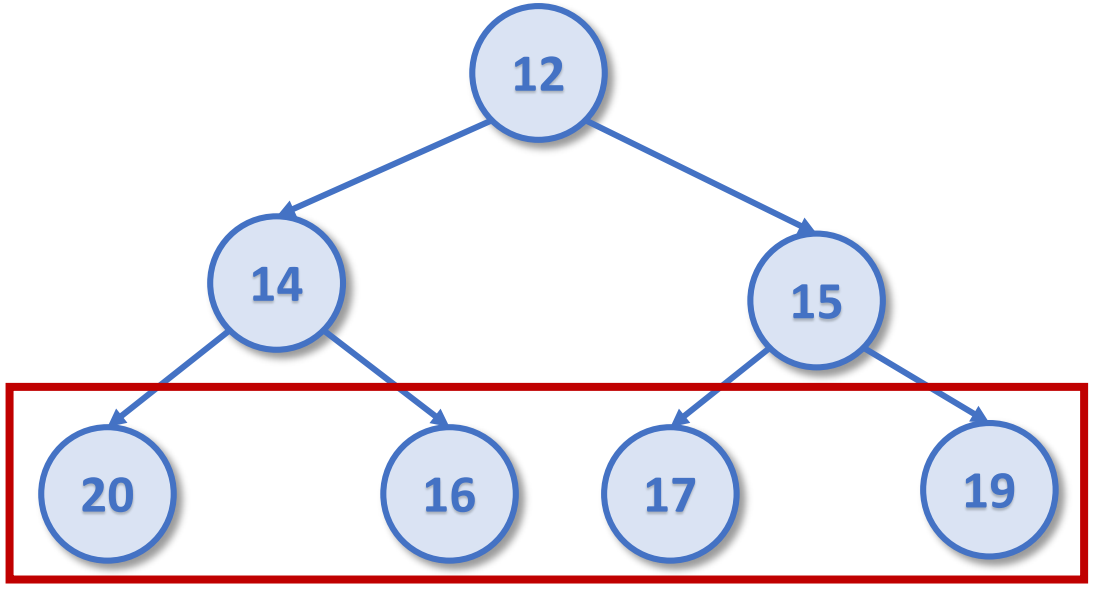
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
12	14	15	20	16	17	19	24		

Montículo binario – Sacar

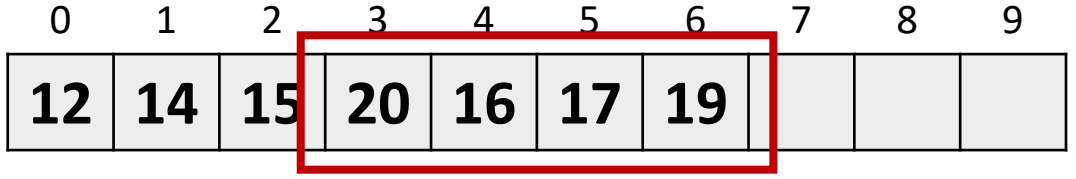
- Devolver el mínimo, esto es, el elemento situado en la raíz (posición cero del vector)
- Colocar el último elemento del vector en la raíz o posición cero
- Realizar un ***filtrado descendente*** desde la raíz
  - Si el padre es mayor que uno de sus hijos entonces intercambiarlo
  - Si el padre tiene dos hijos y es mayor que los dos entonces intercambiarlo por el menor de los hijos
  - Realizar la operación anterior mientras el padre sea mayor que alguno de sus hijos o los dos y además no sea hoja
  - El hijo izquierdo, si existe, estará en la posición 2*i + 1
  - El hijo derecho, si existe, estará en la posición 2*i + 2
- Complejidad
  - Caso mejor: O(1)
  - Caso peor: $O(\log_2 n)$

Montículo binario – Devolver el máximo

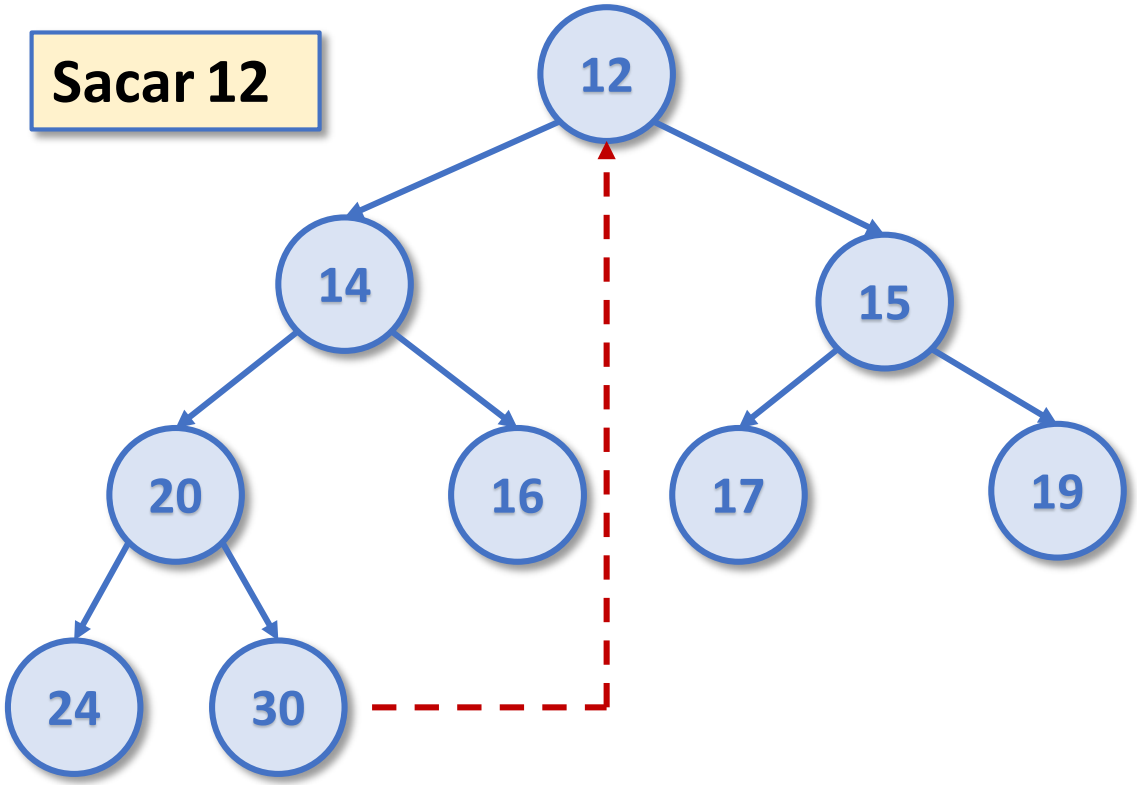
- Los elementos de mayor peso se encuentran en las hojas por lo tanto sólo es necesario explorar la mitad del vector
- El máximo se encuentra en la zona del vector comprendida entre [numElemetos/2, numElementos]
- Complejidad: O(n)



Rango: [7/2, 7] = [3, 7]



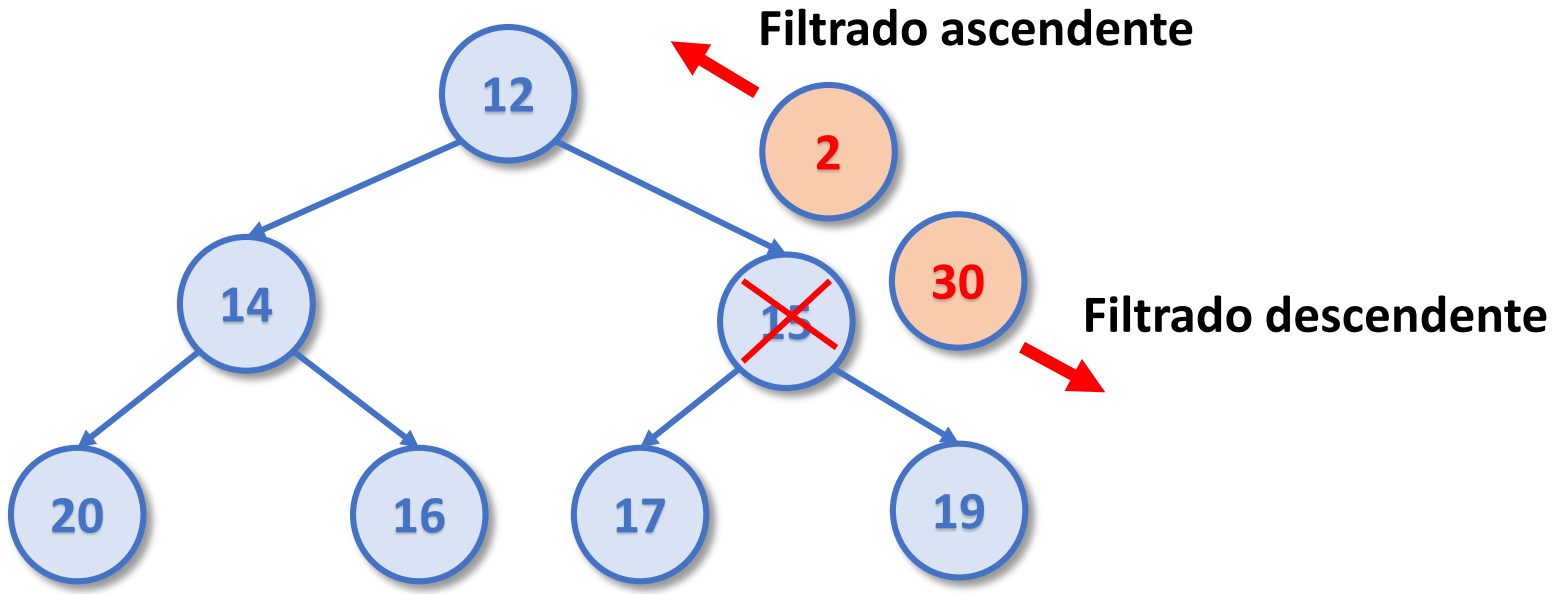
Sacar – Ejercicio2



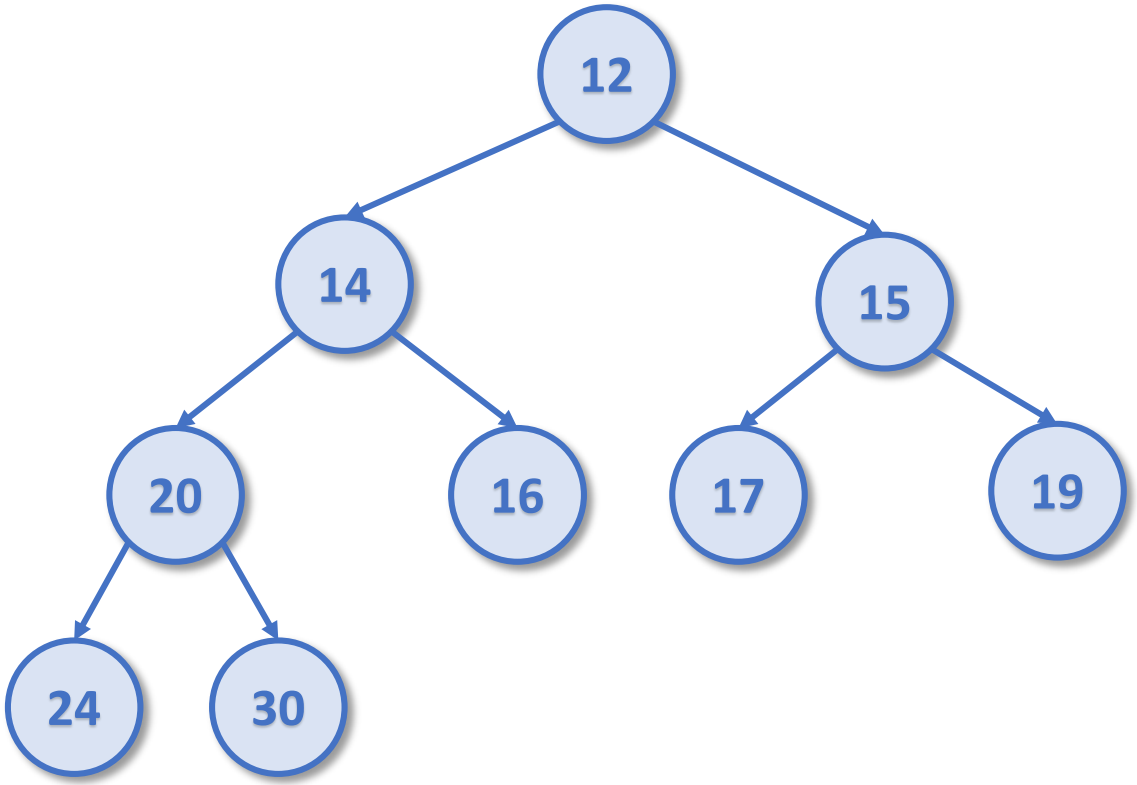
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
12	14	15	20	16	17	19	24	30	

Montículo binario – Cambiar prioridad

- Si el nuevo valor es menor que el original → filtrado ascendente
- Si el nuevo valor es mayor que el original → filtrado descendente
- Complejidad: $O(\log_2 n)$



Cambiar prioridad – Ejercicio3



Cambiar prioridad de 20 a 5

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
12	14	15	20	16	17	19	24	30	

Montículo binario – Eliminar un elemento

- Dos métodos para eliminar un elemento de una determinada posición del montículo
  - Método1
    - Colocar el último elemento del vector en la posición del elemento a borrar
    - Realizar un ***filtrado descendente*** o ***filtrado ascendente*** desde la posición del elemento a borrar, dependiendo de lo siguiente:
      - Si el valor del último elemento es menor que el original → filtrado ascendente
      - Si el valor del último elemento es mayor que el original → filtrado descendente
  - Método2
    - Cambiar su prioridad a -∞ (menor prioridad) para subirlo a la raíz
    - Invocar al método ***sacar()***

- Complejidad: $O(\log_2 n)$