



**Задачи Отборочного этапа Олимпиады  
«Университет цифровой полиции»  
в 2023-2024 учебном году**

1. Вероятность того, что нужная следователю улика находится в 1, 2, 3 или 4-м ящике стола соответственно равны 0,1; 0,2; 0,3 и 0,4. Найдите вероятность  $P(2)$  того, что улики будут обнаружены ровно в двух ящиках. В ответ запишите число  $10000 \cdot P(2)$ .

**РЕШЕНИЕ:**

Обозначим  $p_i$  вероятность того, что улика будет обнаружена следователем в  $i$ -ящике, тогда  $q_i = 1 - p_i$  есть вероятность того, что улика не будет обнаружена в  $i$ -ящике. Вероятность того, что улики будут обнаружены в двух ящиках (и не обнаружены в остальных ящиках) представим формулой:

$$P(2) = p_1 p_2 q_3 q_4 + p_1 q_2 p_3 q_4 + p_1 q_2 q_3 p_4 + q_1 p_2 p_3 q_4 + q_1 p_2 q_3 p_4 + q_1 q_2 p_3 p_4 = 0,2144.$$

$$10000 \cdot P(2) = 2144.$$

**ОТВЕТ:** 2144

2. Участковому нужно посетить квартиру №345 в 10-м подъезде 9-этажного дома. Количество квартир одинаково на всех этажах во всех подъездах дома. Номера квартир начинаются с 1. На какой этаж нужно подняться участковому?

**РЕШЕНИЕ.**

Обозначим за  $x$  количество квартир на этаже, тогда в каждом подъезде  $9x$  квартир. Таким образом, в первых девяти подъездах будет  $81x$  квартир, а в десяти —  $90x$ .

$81x < 345 \leq 90x$ ,  $x$  — целое число, следовательно:

$$\begin{cases} 81x < 345, \\ 90x \geq 345. \end{cases} \quad \begin{cases} x < \frac{345}{81}, \\ x \geq \frac{345}{90}. \end{cases} \quad \begin{cases} x < 4\frac{7}{27}, \\ x \geq 3\frac{5}{6}. \end{cases}$$

Так как  $x$  — целое число, то  $x = 4$ , т.е. на этаже по 4 квартиры. Тогда в первых девяти подъездах 324 квартиры, а оставшаяся часть квартир  $345 - 324 = 21$  находятся в 10 подъезде. Первые 20 квартир занимают

этажи 1-5, следовательно, последняя квартира №345 находится на 6 этаже. Участковому нужно подняться на 6 этаж.

**ОТВЕТ:** 6

3. На повышении квалификации проявили себя активно 6 полицейских-кинологов, 12 экспертов-криминалистов и 7 следователей. В последний день повышения квалификации было принято решение о создании группы, в которую войдет 8 специалистов, среди которых не менее одного следователя и одного эксперта-криминалиста и не менее двух полицейских-кинологов. Сколькими способами можно создать такую группу?

**РЕШЕНИЕ:** Способы в созданной группе из 8 человек удобно изобразить таблицей:

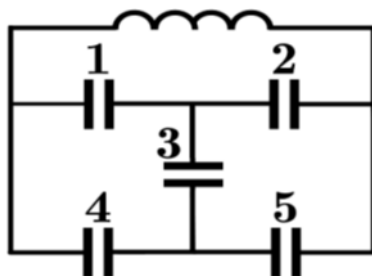
Номер способа	Полицейский - кинолог (6 человек)	Эксперт - криминалист (12 человек)	Следователь (7 человек)
Минимум	2	1	1
Осталось $8-4=4$ человека, из них	$6-2=4$ чел	$12-1=11$ чел	$7-1=6$ чел
Распределим оставшихся 4 человека:			
1)	0	0	4
2)	0	1	3
3)	0	2	2
4)	0	3	1
5)	0	4	0
6)	1	0	3
7)	1	1	2
8)	1	2	1
9)	1	3	0
10)	2	0	2
11)	2	1	1
12)	2	2	0
13)	3	0	1
14)	3	1	0
15)	4	0	0

Других способов набора в группу не существует.

**ОТВЕТ:** 15.

4. Для записи одного бита информации необходимо сообщить конденсатору Q5 заряд не менее 0,4 нКл в ячейке памяти, изображенной на рисунке.

Какое количество витков  $N$  должно быть в катушке индуктивности диаметром  $d = 1$  см расположенной в однородном магнитном поле с индукцией равномерно возрастающей со скоростью 0,01 Тл/с. Магнитное поле вдоль катушки индуктивности. Все емкости одинаковые. Общая емкость батареи 1 мкФ. Считать  $\pi=3.14$ .



#### РЕШЕНИЕ:

Из закона электро-магнитной индукции:

$$|\varepsilon_i| = \frac{\Delta B}{\Delta t} \cdot S N = B_0 \cdot \frac{\pi d^2}{4} \cdot N$$

где  $S$  — площадь поперечного сечения катушки.

Из симметрии системы конденсаторов понятно, что третий конденсатор не заряжен, тогда общая ёмкость

$$C = \frac{C_0}{2} + \frac{C_0}{2} = C_0,$$

где  $C_0$  — ёмкость одного конденсатора.

Напряжения в каждой из параллельных ветвей с двумя конденсаторами одинаковые и равны величине ЭДС. При последовательном соединении двух одинаковых конденсаторов напряжение разделяется между ними поровну. Поэтому заряд на пятом конденсаторе:

$$Q_5 = C_0 U_5 = C \cdot \frac{\varepsilon}{2} = \frac{C B_0 \pi d^2 N}{8}$$

Отсюда количество витков  $N$  равно

$$N = \frac{8 Q_5}{C B_0 \pi d^2}$$

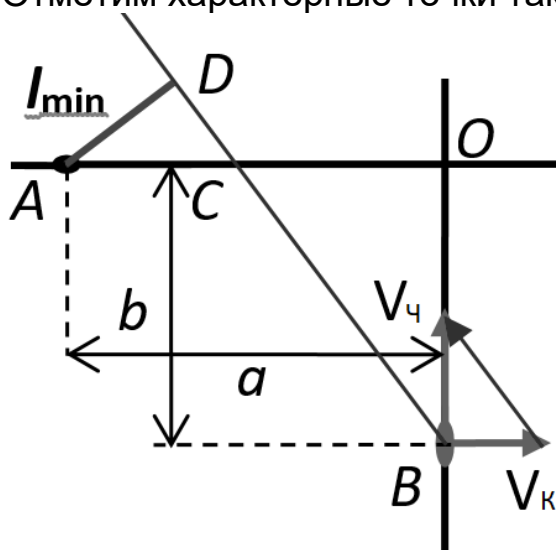
**ОТВЕТ:** 1020

5. В полицию обратился водитель красной машины, с тем, что его зацепил водитель черной машины. В свою очередь водитель черной машины утверждает, что и близко не приближался к красной. Оба автомобиля подъезжали по разным дорогам к перекрестку образованного пересечением этих дорог под прямым углом. Скорость красной машины 54 км/ч, скорость черной машины 72 км/ч. Камера наблюдения зафиксировала расстояние до перекрестка красной машины 400 м и черной 300 м. При дальнейшем движении скорости машин не менялись. Какое минимальное расстояние было между машинами?

### РЕШЕНИЕ:

Так как нас спрашивают только про величину расстояния, характеризующую относительное положение автомобилей, то удобная система отсчета – связанная с одним из автомобилей. Рассмотрим движение в СО «автомобиль красный».

Отметим характерные точки так, как показано на рисунке.



В этой СО автомобиль 1- «красный» покоится, а автомобиль 2 – «черный»

движется с постоянной скоростью  $\vec{V}'_2 = \vec{V}_2 - \vec{V}_1$ . Пусть первому автомобилю осталось проехать до перекрестка расстояние  $a=400$  м, второму осталось до перекрестка  $b=300$  м.

Построив векторный треугольник скоростей (см. рисунок), мы находим положение линии BD, вдоль которой движется автомобиль 2 в этой системе отсчета. Минимальное расстояние равно длине перпендикуляра AD, опущенного на эту линию. Далее используем

подобие треугольников. Треугольник ОВС подобен треугольнику

$$|OC| = \frac{V_1}{V_2} b \quad |AC| = a - \frac{V_1}{V_2} b$$

скоростей, поэтому . Значит,

Треугольник ACD тоже подобен треугольнику скоростей, поэтому

$$l_{\min} = |AD| = \frac{V_2}{\sqrt{V_1^2 + V_2^2}} |AC| = \frac{V_2 a - V_1 b}{\sqrt{V_1^2 + V_2^2}}$$

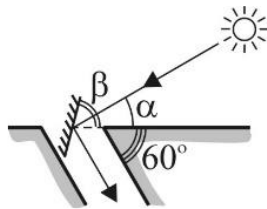
Подставляя скорости, находим:

$$l_{\min} = \frac{V_2 a - V_1 b}{\sqrt{V_1^2 + V_2^2}} = \frac{4a - 3b}{5} = 140 \text{ м}$$

**ОТВЕТ:** 140 м

6. При осмотре места происшествия полицейский Сидоров обнаружил длинный наклонный шурф в земле. Наклон шурфа составлял 60 градусов. Под каким углом к горизонту полицейский Сидоров должен разместить зеркало, чтобы луч попал на дно шурфа? Солнца находилось по отношению к шурфу на ЧАС по циферблату часов полицейского Сидорова?

**РЕШЕНИЕ:**



Ход луча, падающего на зеркало и отраженного от него, изображен на рисунке. Видно, что угол  $\gamma$  между падающим лучом и

нормалью к зеркалу равен  $\gamma = \frac{1}{2}(60^\circ + \alpha) = 30^\circ + \frac{\alpha}{2}$ .

$$\beta = 60^\circ + \frac{\alpha}{2}$$

Искомый угол

ЧАС = 60 градусов = угол  $\alpha$

$$60 + (60/2) = 90 \text{ градусов}$$

**ОТВЕТ:** 90 градусов

7. В ходе оперативных мероприятий сотрудники полиции перехватили зашифрованный текст, который впоследствии был передан специалисту для криптоанализа. Как будет записано слово «ЗАДАНИЕ», если использовать метод шифрования представленного текста?

Следует заметить, что каждый символ текста закодирован тремя цифрами, точка имеет код «200», после точки пробел не ставится, в тексте есть предложения, которые начинаются с фразы «НАДЕЖНАЯ ЗАЩИТА» (без учета регистра и буквы Ё).

```
2210101002112221101020002221200202022000122100011111001100
2100110020202120022201111212101120021110020011122110000011
1210201220221211020111220121102110220122010000112111222221
0200221120210202021202000200120211021010200120020001120121
212012120120001212210111120120002001202110210100202111200
0202021202121020202212200101100121201120202221200020012021
1021010020211120001110022112121020120022102121200101001002
1122212011102100202201201200210000120002001202110210100202
1112000202021202121020212010202212210100121100120022012200
0200120211021010200120020001120121212012120122000200121211
0210100202111200011100221121210201200221020121002002022110
2211011121202101121201222010200020012021102101002021112000
2020212021210202001220011221011122002220020002002011001210
2221122101000112221112100120111220102001101221210011120111
1212122200
```

#### РЕШЕНИЕ:

Первым шагом необходимо разбить фрагмент на предложения (код точки – «200»). Необходимо учитывать, что длина предложения кратна трем. Для удобства разобьем весь фрагмент на группы по 3 цифры (символа).

```
221 010 100 211 222 110 102 000 222 120 020 202 200
012 210 001 111 100 110 021 001 100 202 021 200
222 011 112 121 011 200
211 100 200
111 221 100 000 111 210 201 220 221 211 020 111 220 121 102 110 220 122
010 000 112 111 222 221 020 022 112 021 020 202 120 200
020 012 021 102 101 020 012 002 000 112 012 121 201 212 012 000 121
221 011 111 201 200
020 012 021 102 101 002 021 112 000 202 021 202 121 020 202 212 200
101 100 121 201 120 202 221 200
020 012 021 102 101 002 021 112 000 111 002 211 212 102 012 002 210 212
120 010 100 100 211 222 120 111 021 002 022 012 012 002 100 001 200
020 012 021 102 101 002 021 112 000 202 021 202 121 020 212 010 202 212
210 100 121 100 120 022 012 200
020 012 021 102 101 020 012 002 000 112 012 121 201 212 012 200
020 012 121 102 101 002 021 112 000 111 002 211 212 102 012 002 210 201
210 020 020 221 102 211 011 121 202 101 121 201 222 010 200
020 012 021 102 101 002 021 112 000 202 021 202 121 020 200
122 001 122 101 112 200
```

222 002 000 **200**

201 100 121 022 211 221 010 001 122 211 121 001 201 112 201 020 011 012  
212 100 111 201 111 212 122 **200**

В условии сказано, что фраза «НАДЕЖНАЯ ЗАЩИТА» встречается более одного раза. Эта фраза состоит из 15-ти символов (включая пробел) и должна быть закодирована 45-ю цифрами (по 3 на символ). Необходимо найти повторяющиеся фрагменты в началах предложений, длиной 15 символов (45 цифр). Такие повторяющиеся фрагменты есть.

221 010 100 211 222 110 102 000 222 120 020 202 **200**

012 210 001 111 100 110 021 001 100 202 021 **200**

222 011 112 121 011 **200**

211 100 **200**

111 221 100 000 111 210 201 220 221 211 020 111 220 121 102 110 220 122

010 000 112 111 222 221 020 022 112 021 020 202 120 **200**

020 012 021 102 101 020 012 002 000 112 012 121 201 212 012 000 121

221 011 111 201 **200**

020 012 021 102 101 002 021 112 000 202 021 202 121 020 202 212 **200**

101 100 121 201 120 202 221 **200**

020 012 021 102 101 002 021 112 000 111 002 211 212 102 012 002 210 212

120 010 100 100 211 222 120 111 021 002 022 012 012 002 100 001 **200**

020 012 021 102 101 002 021 112 000 202 021 202 121 020 212 010 202 212

210 100 121 100 120 022 012 **200**

020 012 021 102 101 020 012 002 000 112 012 121 201 212 012 **200**

020 012 121 102 101 002 021 112 000 111 002 211 212 102 012 002 210 201

210 020 020 221 102 211 011 121 202 101 121 201 222 010 **200**

020 012 021 102 101 002 021 112 000 202 021 202 121 020 **200**

122 001 122 101 112 **200**

222 002 000 **200**

201 100 121 022 211 221 010 001 122 211 121 001 201 112 201 020 011 012

212 100 111 201 111 212 122 **200**

Из этих фрагментов можно извлечь цифровые коды для букв, входящих в фразу «НАДЕЖНАЯ ЗАЩИТА»:

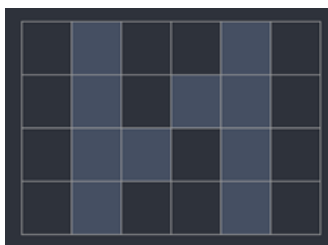
Символ	Код
Н	020
А	012
Д	021
Е	102
Ж	101
Я	002
З	112
Щ	121
И	201
Т	212
Пробел	000

Слово «ЗАДАНИЕ» состоит из букв, для которых известен код: 112 012 021 012 020 201 102

**ОТВЕТ:** 112 012 021 012 020 201 102

8. Преступники используют графический ключ в виде черно-белого растрового изображения для передачи числового пароля, кодируемого построчно. Правоохранительными органами был перехвачен архив с данными и пароль к этому архиву в виде графического ключа.

Однако им не известно основание системы счисления, в которой необходимо подбирать пароль. Зато им стало также известно, что к архиву подходит один из перечисленных паролей



**РЕШЕНИЕ:**

Представляем графическое изображение в форме числа в двоичной системе счисления (белые клетки - 1, черные клетки - 0). Получается число 1011011010011001011011012 (в 1ом варианте перемещаемся построчно всегда слева направо). Далее переводим получившиеся число в известные системы счисления и методом перебора определяем, какой из предложенных вариантов ответа идентичен, получаемым результатам. В данном случае совпадение будет только с числом 24458356, которое соответствует исходному числу, если перевести его в девятеричную систему счисления.

**ОТВЕТ:** 24458356

9. В уголовном деле  $X$  страниц, пронумерованных от 1 до  $X$ . Если сложить количество цифр, которые содержатся в номере каждой страницы, получится число 624. Сколько страниц в уголовном деле?

**РЕШЕНИЕ:**

У каждого числа, обозначающего страницу, имеется цифра на месте единиц. Если страниц  $X$ , то имеется  $X$  цифр, стоящих на месте единиц. Кроме того, у всех, за исключением первых 9 страниц, числа являются



как минимум двузначными, поэтому добавим еще  $X - 9$  цифр; у всех, кроме первых 99 страниц, числа являются трехзначными, поэтому добавим еще  $X - 99$  цифр.

Учитывая вышесказанное, получаем:  $X + (X - 9) + (X - 99) = 624$ . Раскрывая скобки, получаем:  $3X = 624 + 9 + 99$ . Из данного равенства получаем:  $X = 732 : 3 = 244$

**ОТВЕТ:** 244