Optimizavimo metodų Laboratoriniai darbai

- Išspręskite duotus uždavinius savo pasirinktomis programavimo priemonėmis (siūlomi Matlab, Octave).
- Pademonstruokite programas dėstytojui.
- Aprašykite darbo eigą ir rezultatus ataskaitoje, prieduose pateikite programų kodus.

1 Vienmatis optimizavimas

1. Aprašykite tikslo funkciją $f(x) = (x^2 - a)^2/b - 1$, čia a, b – studento knygelės numerio "$1x1abcd$" skaitmenys.
2. Minimizuokite šią funkciją intervalo dalijimo pusiau ir auksinio pjūvio metodais intervale $[0, 10]$ iki tikslumo 10^{-4}.
3. Palyginkite rezultatus: gauti sprendiniai, rastas funkcijos minimumo įvertis, atliktų žingsnių ir funkcijų skaičiavimų skaičius.
4. Vizualizuokite tikslo funkciją ir bandymo taškus.

2 Optimizavimas be apribojimų

Kokia turėtų būti stačiakampio gretasienio formos dėžė, kad vienetiniam paviršiaus plotui jos tūris būtų maksimalus?

1. Iš vienetinio paviršiaus ploto reikalavimo išveskite vieno dėžės matmens kintamojo išraišką per kitus.
2. Aprašykite tikslo funkciją $f(X)$ taip, kad optimizavimo uždavinys būtų formuluojamas be apribojimų:
$$\min f(X).$$
3. Apskaičiuokite funkcijų reikšmes taškuose $X_0 = (0, 0)$, $X_1 = (1, 1)$ ir $X_m = (a/10, b/10)$, čia a, b – studento knygelės numerio "$1x1abcd$" skaitmenys.
4. Minimizuokite suformuluotą uždavinį naudojant optimizavimo be apribojimų algoritmus (funkcijas) pradedant iš taškų X_0, X_1 ir X_m.
5. Palyginkite rezultatus: gauti sprendiniai, rastas funkcijos minimumo įvertis, atliktų žingsnių ir funkcijų skaičiavimų skaičius priklausomai nuo pradinio taško.
6. Vizualizuokite tikslo funkciją.

3 Tiesinis programavimas

Tiesinio programavimo uždavinys:

$$\begin{array}{rcl} \min 2x_1 - 3x_2 - 5x_4 & & \\ -x_1 + x_2 - x_3 - x_4 & = & 8 \\ 2x_1 + 4x_2 & = & 10 \\ -x_3 + x_4 & \leq & 3 \\ x_1 & \geq & 0 \\ x_3 & \geq & 0 \end{array}$$

1. Užrašykite uždavinį matriciniu pavidalu.
2. Išspręskite uždavinį tiesinio programavimo algoritmu. Jeigu reikia naudojamam algoritmui, užrašykite uždavinį standartine ar kanonine forma.
3. Pakeiskite apribojimų dešinės pusės konstantas į a, b ir c – studento knygelės numerio “$1x1abcd$” skaitmenis. Išspręskite uždavinį tiesinio programavimo algoritmu.
4. Suformuluokite ir išspręskite dualų uždavinį.
5. Palyginkite uždavinių sprendimo rezultatus.

4 Optimizavimas su apribojimais

Kokia turėtų būti stačiakampio gretasienio formos dėžė, kad vienetiniam paviršiaus plotui jos tūris būtų maksimalus?

1. Aprašykite tikslo funkciją $f(X)$, lygybinio ir nelygybinių apribojimų funkcijas $g_i(X)$ ir $h_i(X)$ taip, kad optimizavimo uždavinys būtų formuluojamas

$$\min f(X),\ g_i(X) = 0,\ h_i(X) \leq 0.$$

2. Apskaičiuokite funkcijų reikšmes taškuose $X_0 = (0, 0, 0)$, $X_1 = (1, 1, 1)$ ir $X_s = (a/10, b/10, c/10)$, čia a, b, c – studento knygelės numerio “$1x1abcd$” skaitmenys.
3. Minimizuokite suformuluotą uždavinį naudojant optimizavimo su apribojimais algoritmą (funkciją) pradedant iš taškų X_0, X_1 ir X_s.
4. Palyginkite rezultatus: gauti sprendiniai, rastas funkcijos minimumo įvertis, atliktų žingsnių ir funkcijų skaičiavimų skaičius.

5 Optimizavimas su apribojimais baudos metodu

Kokia turėtų būti stačiakampio gretasienio formos dėžė, kad vienetiniam paviršiaus plotui jos tūris būtų maksimalus?

1. Aprašykite kvadratinę baudos funkciją, apimančią tikslo funkciją $f(X)$ ir lygybinio apribojimo funkciją $g(X)$.

2. Patyrinėkite baudos daugiklio įtaką baudos funkcijos reikšmėms.

3. Minimizuokite suformuluotą uždavinį naudojant optimizavimo be apribojimų algoritmus (funkcijas) pradedant iš taškų $X_0 = (0,0,0)$, $X_1 = (1,1,1)$ ir $X_m = (a/10, b/10, c/10)$, čia a, b, c – studento knygelės numerio "$1x1abcd$" skaitmenys.

4. Palyginkite rezultatus: gauti sprendiniai, rastas funkcijos minimumo įvertis, atliktų žingsnių ir funkcijų skaičiavimų skaičius priklausomai nuo pradinio taško.