

Отчет по лабораторной работе
по курсу *Модели оценки качества*
Вариант 17-12

студент: Миникс И.В.
группа: ИУ7-101

Формулировка задачи

В ВС, содержащей N процессоров и M каналов обмена данными, постоянно находятся K задач. Разработать модель (исходную и с применением укрупнения моделей) оценивающую производительность системы с учетом отказов и восстановлений процессоров и каналов. Имеется не более L ремонтных бригад, которые ремонтируют отказывающие устройства с бесприоритетной дисциплиной.

Сравнить полученные результаты с результатами имитационного моделирования. Интенсивность отказов, восстановлений, средние времена обработки сообщения и среднее время обдумывания известны и задаются пользователем. Известно также количество процессоров, каналов и задач.

Построить графики зависимостей выходных результатов от исходных данных. С помощью имитационной модели исследовать влияние функций распределения интервалов времени прихода требований и времени обслуживания на выходные результаты.

Исходная модель

На рисунке 1 представлена схема исходной модели системы.

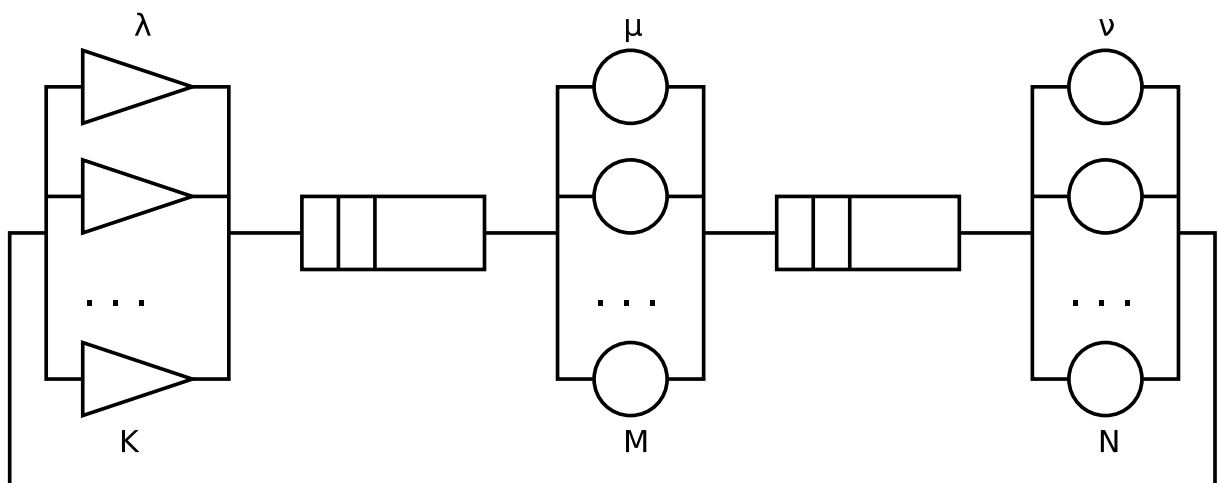


Рисунок 1 — Исходная модель

Параметры системы

K — число задач.

M — число процессоров.

N — число каналов.

L — число ремонтных бригад.

λ — интенсивность обдумывания.

μ — интенсивность обработки задачи на процессорной фазе.

ν — интенсивность обработки задачи на канальной фазе.

α — интенсивность отказа процессоров.

β — интенсивность восстановления процессоров.

γ — интенсивность отказа каналов.

δ — интенсивность восстановления каналов.

Моделирование отказов и восстановлений

Состояние системы будем описывать вектором $\xi(t) = (\xi_1(t), \xi_2(t))$, где $\xi_1(t)$ — число неисправных процессоров в момент времени t , $\xi_2(t)$ — число неисправных каналов в момент времени t .

На рисунке 2 показана структура фрагмента графа состояний системы, где $\beta_{ij} = \beta \frac{i}{i+j} \min\{i+j, L\}$, $\delta_{ij} = \delta \frac{j}{i+j} \min\{i+j, L\}$.

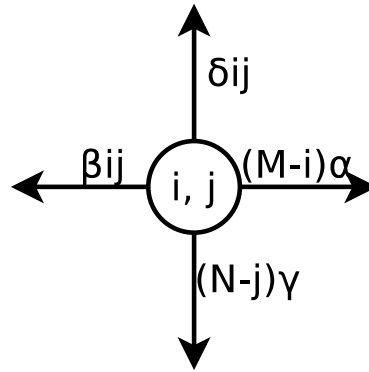


Рисунок 2 — Структура фрагмента графа состояний системы

Проведем укрупнение состояний системы. Объединим в одно макросостояние все вершины графа, у которых одинаковым является первый компонент $\xi_1(t)$ — число неисправных процессоров. Полученный граф представлен на рисунке 3, где $\beta_i = \beta \sum_{j=0}^N \pi_j \frac{i}{i+j} \min\{i+j, L\}$, π_j — вероятность того, что отказали ровно j каналов.

Тогда выражения для определения вероятностей стационарных состояний примут вид:

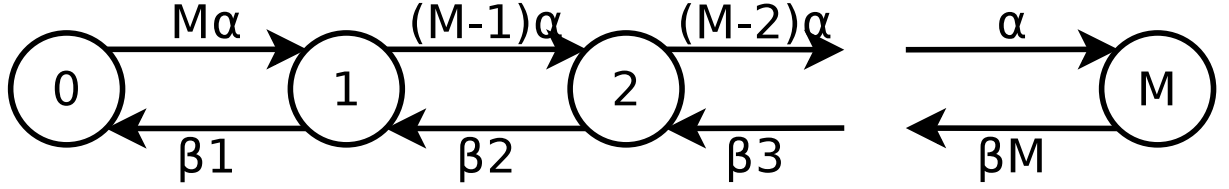


Рисунок 3 — Граф состояний системы

$$\left\{ \begin{array}{l} p_0 = \left(1 + \frac{M\alpha}{\beta_1} + \dots + \frac{M!\alpha^M}{\prod_{i=1}^M \beta_i} \right)^{-1} \\ p_i = p_0 \frac{\alpha^i \prod_{j=1}^i (M-j+1)}{\prod_{j=1}^i \beta_j}, \quad i = \overline{1, M} \\ \beta_i = \beta \sum_{j=0}^N \pi_j \frac{i}{i+j} \min\{i+j, L\} \end{array} \right. \quad (1)$$

Аналогичным образом объединим в одно макросостояние все вершины графа, у которых одинаковым является второй компонент $\xi_2(t)$ — число неисправных каналов. Полученный граф представлен на рисунке 4, а выражения для определения вероятностей стационарных состояний примут вид:

$$\left\{ \begin{array}{l} \pi_0 = \left(1 + \frac{N\gamma}{\delta_1} + \dots + \frac{N!\gamma^N}{\prod_{i=1}^N \delta_i} \right)^{-1} \\ \pi_i = \pi_0 \frac{\gamma^i \prod_{j=1}^i (N-j+1)}{\prod_{j=1}^i \delta_j}, \quad i = \overline{1, N} \\ \delta_j = \delta \sum_{i=0}^M p_i \frac{j}{i+j} \min\{i+j, L\} \end{array} \right. \quad (2)$$

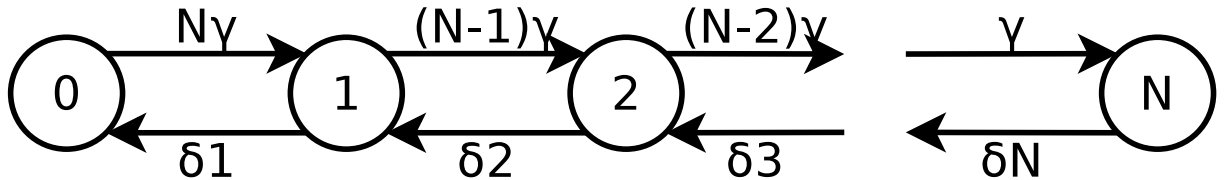


Рисунок 4 — Граф состояний системы

Применяя формулы 1 и 2 итеративно получим вероятности отказов процессоров и каналов в системе. В качестве начального приближения можно взять $\pi_i = \frac{1}{M}$

Укрупнение модели

Заменяем исходную модель агрегированной однофазной моделью АМ1 (см. рисунок 5). В агрегированный узел объединена подсистема включающая в себя процессоры и каналы. Интенсивность обслуживания в этом узле зависит от числа находящихся в нем заявок.

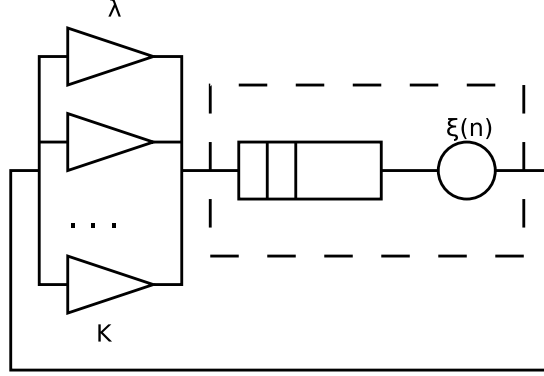


Рисунок 5 — Укрупненная модель АМ1

Граф состояний полученной системы представлен на рисунке 6. Производительность системы может быть вычислена по формулам:

$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{\pi}_0 = \left(1 + \frac{K\lambda}{\xi_1} + \dots + \frac{K!\lambda^K}{\prod_{i=1}^K \xi_i} \right)^{-1} \\ \hat{\pi}_i = \hat{\pi}_0 \frac{\lambda^i \prod_{j=1}^i (K-j+1)}{\prod_{j=1}^i \xi_j}, \quad i = \overline{1, M} \\ \xi^* = \sum_{i=1}^K \xi_i \hat{\pi}_i \end{array} \right. \quad (3)$$

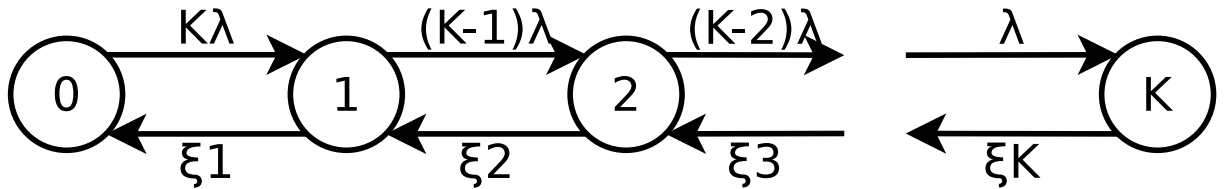


Рисунок 6 — Граф состояний модели АМ1

Однако, чтобы воспользоваться приведенными формулами, необходимо знать параметры связи μ_i . Чтобы их найти рассмотрим укрупненную модель АМ2 структура и граф состояний которой показаны на рисунках 7 и 8. За состояние системы примем количество заявок на процессорной фазе, а интенсивности переходов могут быть выражены по формулам:

$$\mu_i = \mu \sum_{j=0}^M p_j \min \{i, M - j\} \quad (4)$$

$$\nu_i = \nu \sum_{j=0}^N \pi_j \min \{n - i, N - j\} \quad (5)$$

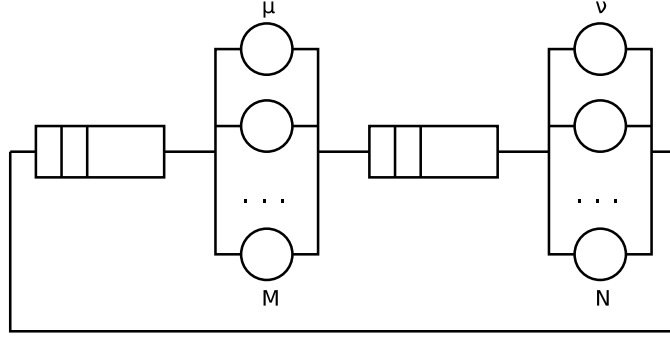


Рисунок 7 — Укрупненная модель AM2

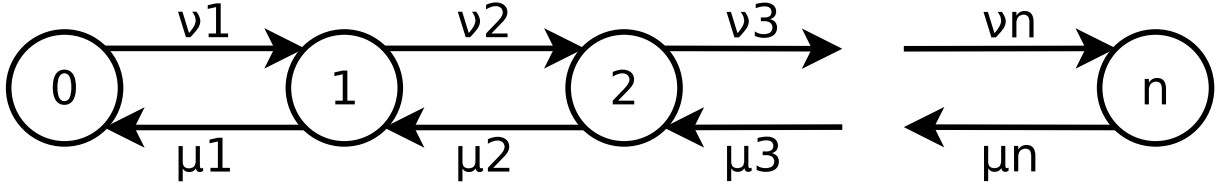


Рисунок 8 — Граф состояний модели AM2

Параметр связи может вычислен по следующим формулам:

$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{p}_0 = \left(1 + \frac{\nu_1}{\mu_1} + \dots + \frac{\prod_{i=1}^n \nu_i}{\prod_{i=1}^n \mu_i} \right)^{-1} \\ \hat{p}_i = \hat{p}_0 \frac{\prod_{j=1}^i (\nu_j)}{\prod_{j=1}^i \mu_j}, \quad i = \overline{1, n} \\ \xi_n = \sum_{i=1}^n \hat{p}_i \mu_i \end{array} \right. \quad (6)$$

Окончательная расчетная схема

Последовательность расчета производительности системы должна быть следующей:

- По формулам 1 и 2 вычислить $\pi_i, i = \overline{0, N}$ и $p_i, i = \overline{0, M}$.
- По формулам 4, 5 и 6 вычислить $\xi_n, n = \overline{1, K}$.
- Вычислить ξ^* по формулам 3.