



# Filtrado Espacial

*Filtrado lineal y convolución*

*Alisamiento de imágenes*



ugr

Universidad  
de Granada



Computer  
Vision  
Group



En ocasiones, dado un píxel, es necesario relacionarlo con sus vecinos para obtener ciertos resultados.

Los píxeles de este vecindario son operados con los valores de una subimagen del tamaño de dicho vecindario.

...	...	...	...	...	...
...	...	...	...	...	...
...	...	...	...	...	...
...	...	...	...	...	...
...	...	...	...	...	...
...	...	...	...	...	...

$f(x,y) =$   
*Imagen original*

operada con

...	...	...
...	...	...
...	...	...

$k(x,y) =$   
*Subimagen*

*Máscara*  
*Kernel (núcleo)*  
*Filtro*

se obtiene

...	...	...	...	...	...
...	...	...	...	...	...
...	...	...	...	...	...
...	...	...	...	...	...
...	...	...	...	...	...
...	...	...	...	...	...

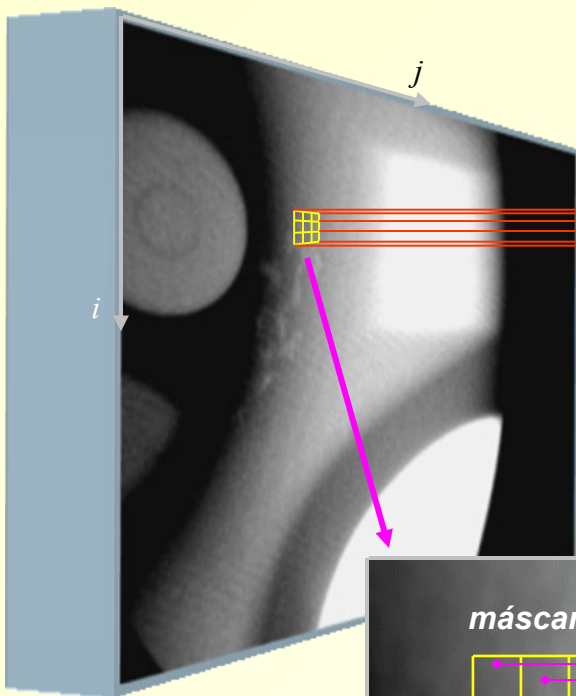
$r(x,y) =$   
*Imagen resultante*

Uno por uno se van operando los píxeles de  $f(x,y)$  con el kernel  $k$  para obtener  $r(x,y)$ .



### ► FILTROS

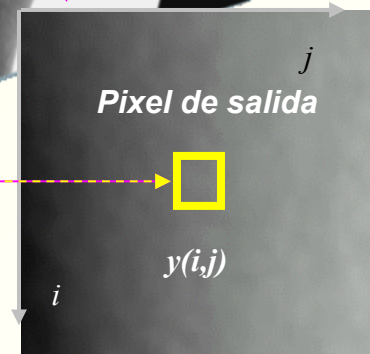
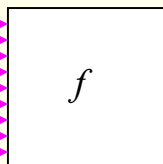
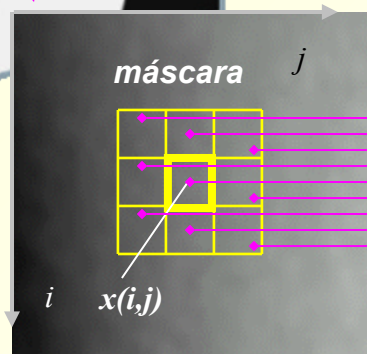
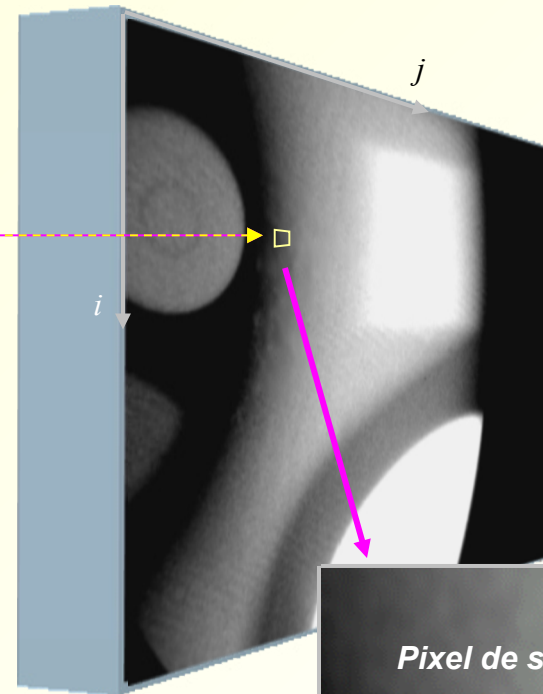
Imagen de entrada



Operador

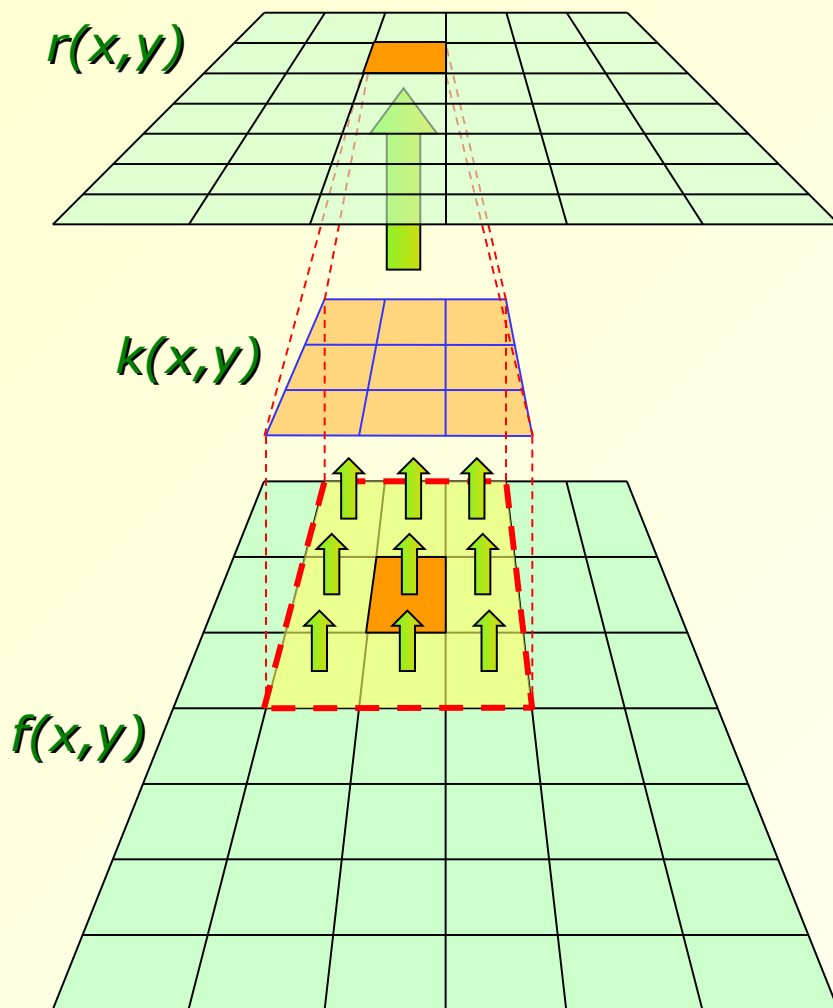


Imagen de salida



## El filtrado espacial lineal: la convolución

El filtrado espacial **lineal** se define de esta forma (para cada píxel):



$f(x,y)$  de tamaño  $M \times N$

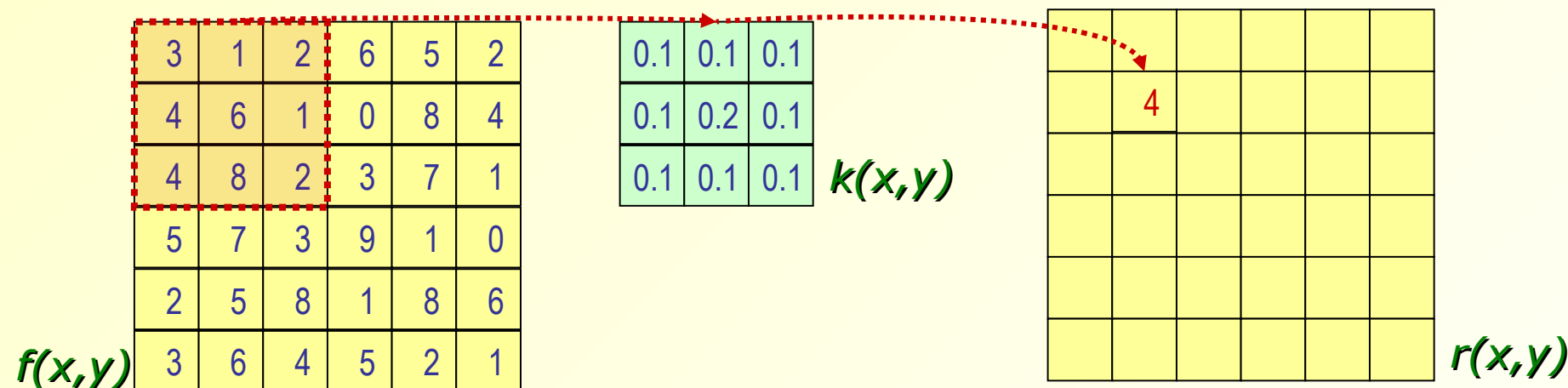
$k(x,y)$  de tamaño  $m \times n$

$$m = 2a + 1 \quad n = 2b + 1$$

$$r(x,y) = \sum_{i=-a}^a \sum_{j=-b}^b k(i,j) * f(x-i, y-j)$$

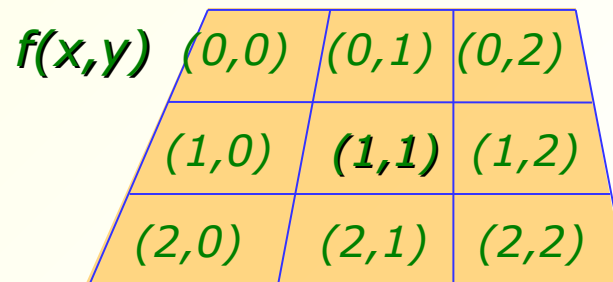
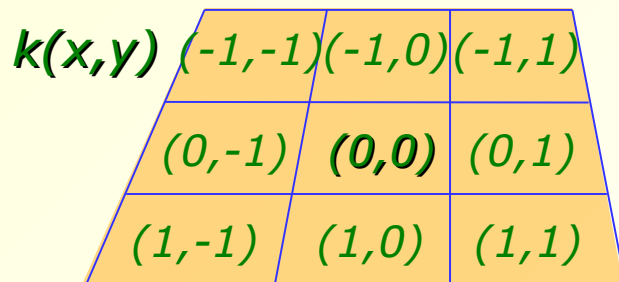
**Convolución** = filtrado lineal espacial mediante la ecuación anterior.

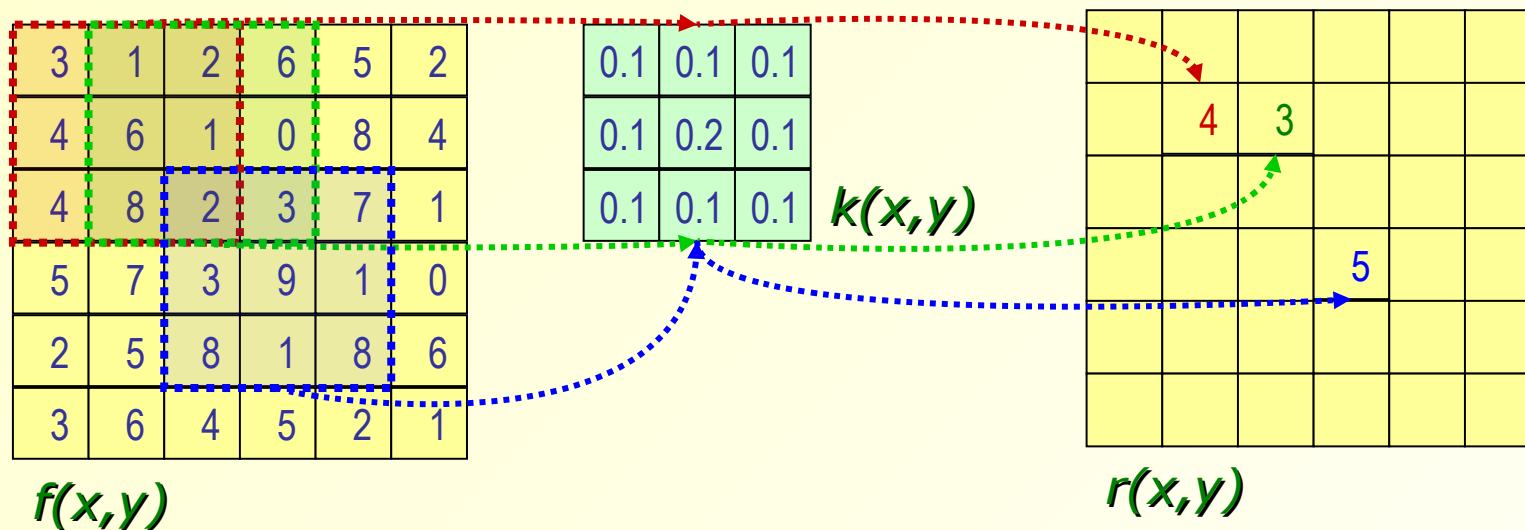
$$k(x,y) \begin{array}{ccc} (-1,-1) & (-1,0) & (-1,1) \\ (0,-1) & (0,0) & (0,1) \\ (1,-1) & (1,0) & (1,1) \end{array}$$



$$r(1,1) = \sum_{i=-1}^1 \sum_{j=-1}^1 k(i,j) * f(1+i, 1+j)$$

$$\begin{aligned} r(1,1) = & k(-1,-1)*f(0,0) + k(0,-1)*f(1,0) + k(1,-1)*f(2,0) + \\ & + k(-1,0)*f(0,1) + k(0,0)*f(1,1) + k(1,0)*f(2,1) + \\ & + k(-1,1)*f(0,2) + k(0,1)*f(1,2) + k(1,1)*f(2,2) = 3.7 \approx 4 \end{aligned}$$





$$\begin{aligned} r(1,1) = & f(2,2)*k(0,0) + f(2,1)*k(0,1) + f(2,0)*k(0,2) + \\ & + f(1,2)*k(1,0) + f(1,1)*k(1,1) + f(1,0)*k(1,2) + \\ & + f(0,2)*k(2,0) + f(0,1)*k(2,1) + f(0,0)*k(2,2) = 3.7 \approx 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} r(1,2) = & f(2,3)*k(0,0) + f(2,2)*k(0,1) + f(2,1)*k(0,2) + \\ & + f(1,3)*k(1,0) + f(1,2)*k(1,1) + f(1,1)*k(1,2) + \\ & + f(0,3)*k(2,0) + f(0,2)*k(2,1) + f(0,1)*k(2,2) = 3 \end{aligned}$$

Con este kernel cada nuevo píxel es la media (ponderada) de los píxeles vecinos.





0.1	0.1	0.1
0.1	0.2	0.1
0.1	0.1	0.1

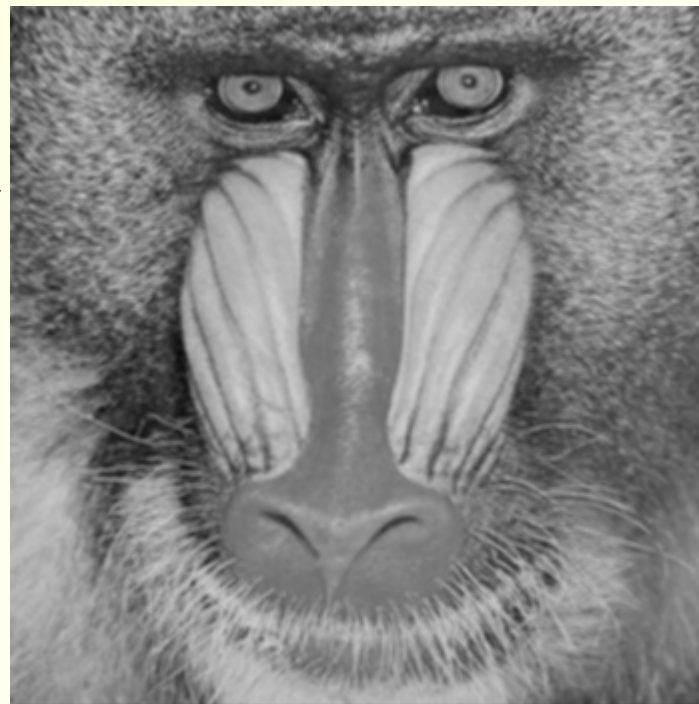
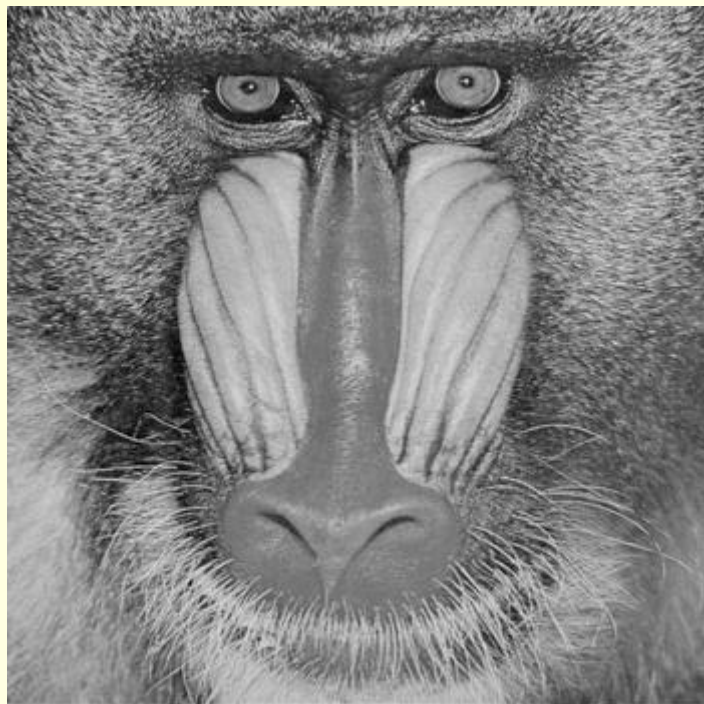
 $\frac{1}{10}$ 

1	1	1
1	2	1
1	1	1

$k(x,y)$

El núcleo suele estar compuesto por números enteros.

Su tamaño suele ser impar y cuadrado.





# Filtrado lineal y convolución

## El tratamiento de los bordes



3	1	2	6	5	2
4	6	1	0	8	4
4	8	2	3	7	1
5	7	3	9	1	0
2	5	8	1	8	6
3	6	4	5	2	1

$f(x,y)$

0.1	0.1	0.1
0.1	0.2	0.1
0.1	0.1	0.1

$k(x,y)$

	4	3			
			5		
					?

$r(x,y)$

**¿Qué ocurre con los píxeles de los bordes?**

- 1.- No considerarlos. Ponerlos a cero.
  - 2.- Suponer que valen 0 en  $f(x,y)$ .
  - 3.- Suponer que valen el último valor de la fila o columna.
  - 4.- Considerar la imagen toroidal.
- Etc.





## El tratamiento de los bordes: ignorarlos

3	1	2	6	5	2
4	6	1	0	8	4
4	8	2	3	7	1
5	7	3	9	1	0
2	5	8	1	8	6
3	6	4	5	2	1

$f(x,y)$

0.1	0.1	0.1
0.1	0.2	0.1
0.1	0.1	0.1

$k(x,y)$

	4	3			
			5		

$r(x,y)$

3	1	2	6	5	2
4	6	1	0	8	4
4	8	2	3	7	1
5	7	3	9	1	0
2	5	8	1	8	6
3	6	4	5	2	1

$f(x,y)$

0	0	0	0	0	0
0	4	3			0
0					0
0			5		0
0					0
0	0	0	0	0	0

$r(x,y)$



## El tratamiento de los bordes: $f(x,y)=0$

3	1	2	6	5	2
4	6	1	0	8	4
4	8	2	3	7	1
5	7	3	9	1	0
2	5	8	1	8	6
3	6	4	5	2	1

$f(x,y)$

0.1	0.1	0.1
0.1	0.2	0.1
0.1	0.1	0.1

$k(x,y)$

	4	3			
			5		

$r(x,y)$

2	3	7	1
3	9	1	0
8	1	8	6
4	5	2	1
			0
			0

3	1	2	6	5	2
4	6	1	0	8	4
4	8	2	3	7	1
5	7	3	9	1	0
2	5	8	1	8	6
3	6	4	5	2	1

$f(x,y)$

	4	3			
			5		

$r(x,y)$



## El tratamiento de los bordes: continuación

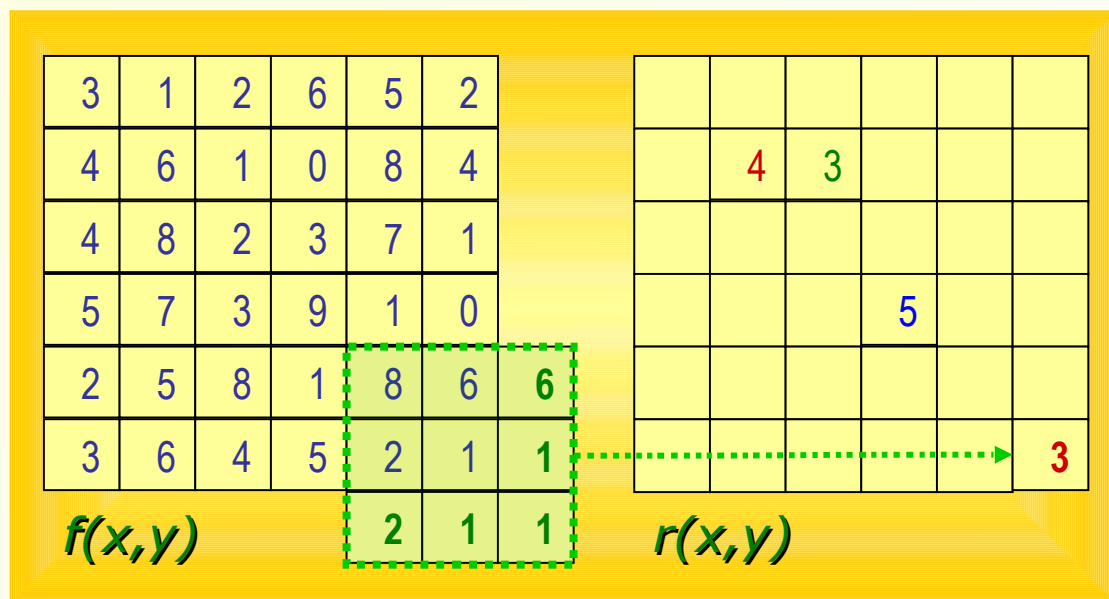
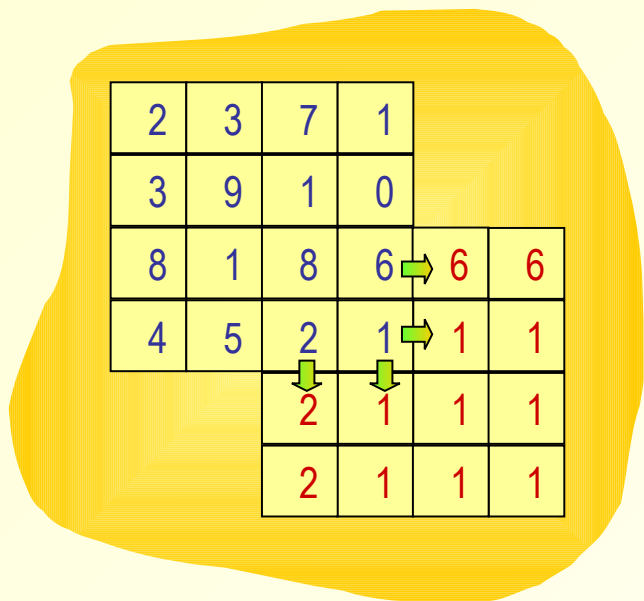
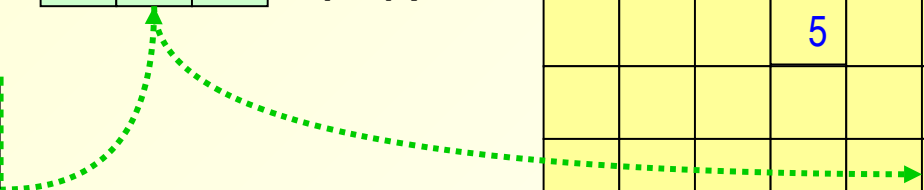
3	1	2	6	5	2
4	6	1	0	8	4
4	8	2	3	7	1
5	7	3	9	1	0
2	5	8	1	8	6
3	6	4	5	2	1

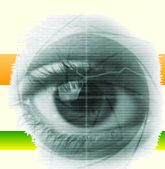
$f(x,y)$

0.1	0.1	0.1
0.1	0.2	0.1
0.1	0.1	0.1

$k(x,y)$


$r(x,y)$





## El tratamiento de los bordes: imagen toroidal

3	1	2	6	5	2
4	6	1	0	8	4
4	8	2	3	7	1
5	7	3	9	1	0
2	5	8	1	8	6
3	6	4	5	2	1

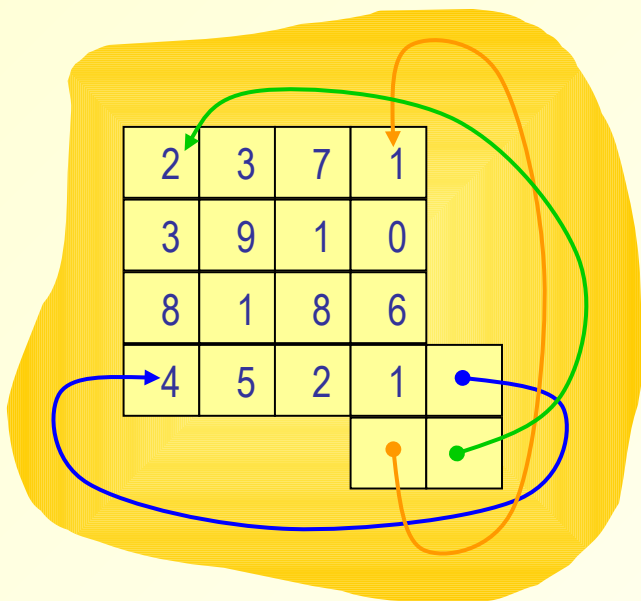
$f(x,y)$

0.1	0.1	0.1
0.1	0.2	0.1
0.1	0.1	0.1

$k(x,y)$

	4	3			
			5		

$r(x,y)$



3	1	2	6	5	2
4	6	1	0	8	4
4	8	2	3	7	1
5	7	3	9	1	0
2	5	8	1	8	6
3	6	4	5	2	1

$f(x,y)$

	4	3			
			5		

$r(x,y)$



# Filtrado Espacial

*Filtrado lineal y convolución*

*Alisamiento de imágenes*



ugr

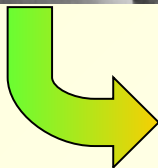
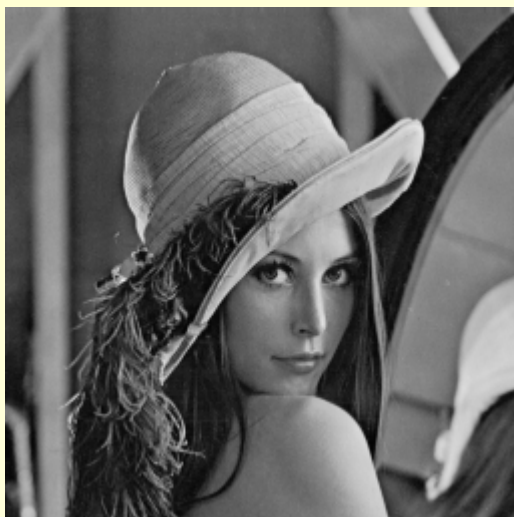
Universidad  
de Granada



Computer  
Vision  
Group



El objetivo de los filtros de suavizado es eliminar parte del ruido presente en las imágenes.

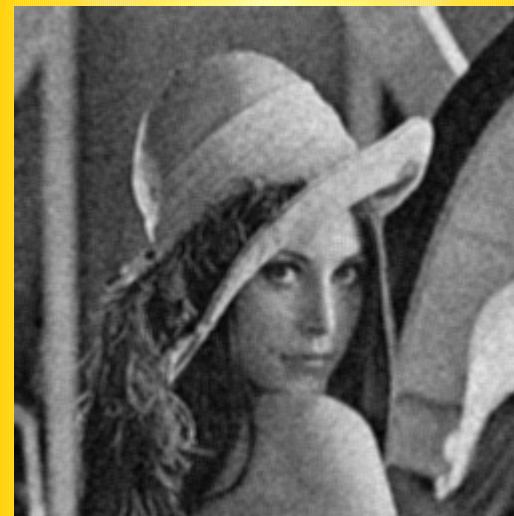


Añadido ruido gaussiano con  $\sigma^2=21$



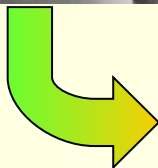
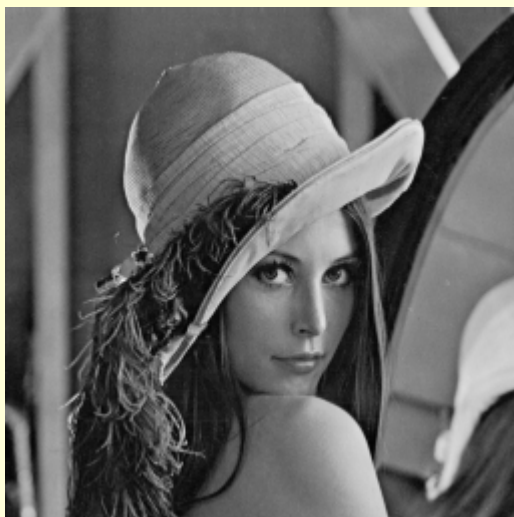
$$\frac{1}{9}$$

1	1	1
1	1	1
1	1	1





El objetivo de los filtros de suavizado es eliminar parte del ruido presente en las imágenes.

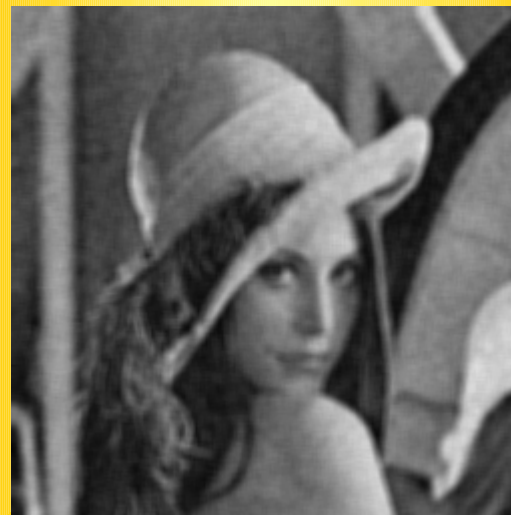


Añadido ruido gaussiano con  $\sigma^2=21$



$$\frac{1}{25}$$

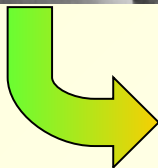
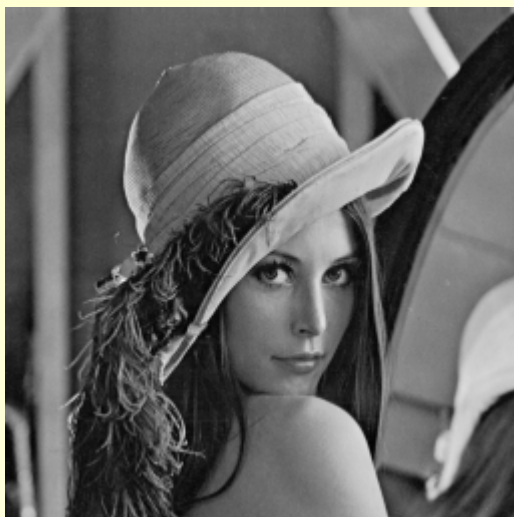
1	1	1	1	1
1	1	1	1	1
1	1	1	1	1
1	1	1	1	1
1	1	1	1	1







El objetivo de los filtros de suavizado es eliminar parte del ruido presente en las imágenes.

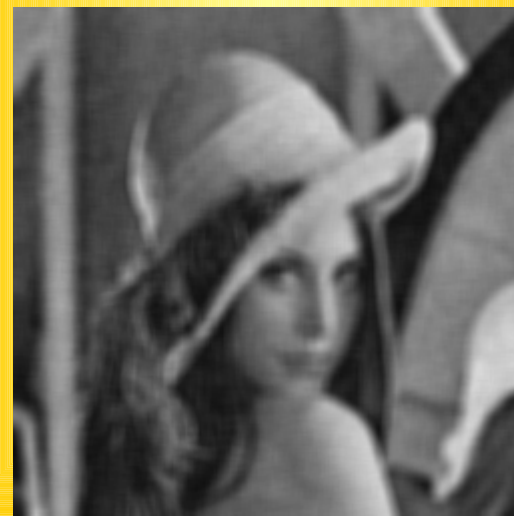


Añadido ruido gaussiano con  $\sigma^2=21$



$$\frac{1}{49}$$

1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1



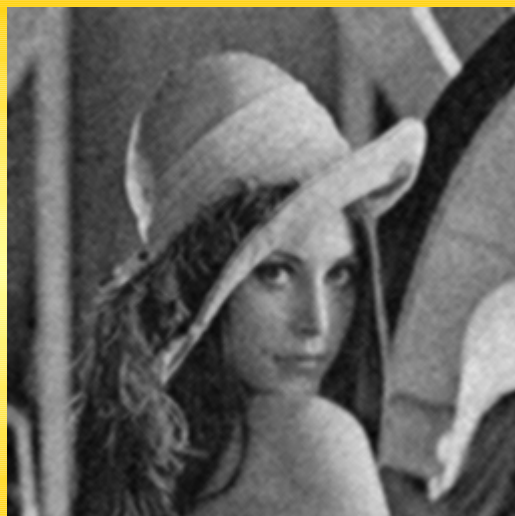


## Filtros lineales de suavizado (media ponderada)

Podemos poner los coeficientes de manera que unos tengan más peso que otros: media ponderada.

$$\frac{1}{66}$$

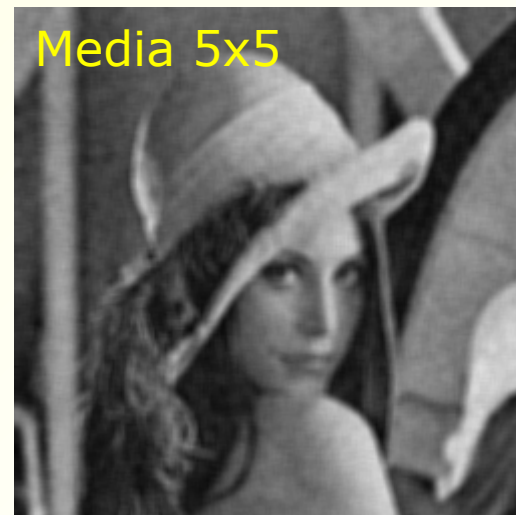
1	1	1	1	1
1	5	5	5	1
1	5	10	5	1
1	5	5	5	1
1	1	1	1	1



Media 3x3



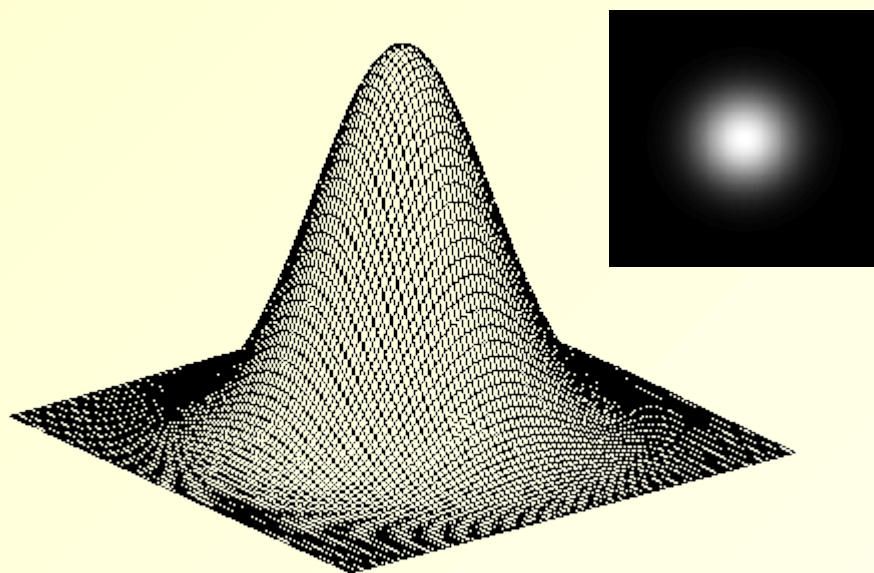
Media 5x5



Al dar más importancia al centro el entorno tiene menos influencia y se conserva mejor la imagen.



Es una media ponderada.



$$k(x, y) = A \exp\left(\frac{-(x^2 + y^2)}{2\sigma^2}\right)$$

A se calcula para que la suma de todos los coeficientes sea 1.

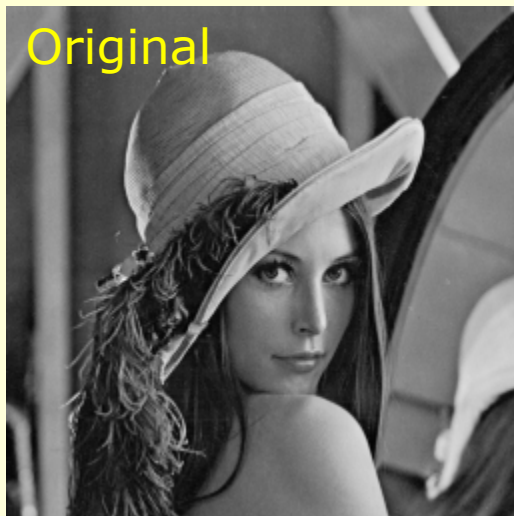
Es el filtro de suavizado más utilizado. Tiene buenas propiedades matemáticas.

**Caso 3x3,  $\sigma=0.5$ :**

0.011343736	0.083819506	0.011343736
0.083819506	0.619347030	0.083819506
0.011343736	0.083819506	0.011343736



Original



Ruidosa



Gaussiana 3x3



Gaussiana 5x5



Gaussiana 7x7







## Filtros no lineales de suavizado (mediana)

La mediana es un filtro **no lineal**. Cada píxel se calcula como la mediana de los píxeles de su entorno.

1, 1, 2, 2, **3**, 4, 4, 6, 8

3	1	2	6	5	2
4	6	1	0	8	4
4	8	2	3	7	1
5	7	3	9	1	0
2	5	8	1	8	6
3	6	4	5	2	1

$f(x,y)$

0, 0, 1, 1, **3**, 4, 7, 8, 9

1, 2, 3, 3, **5**, 7, 8, 8, 9

	3				
				3	
		5			

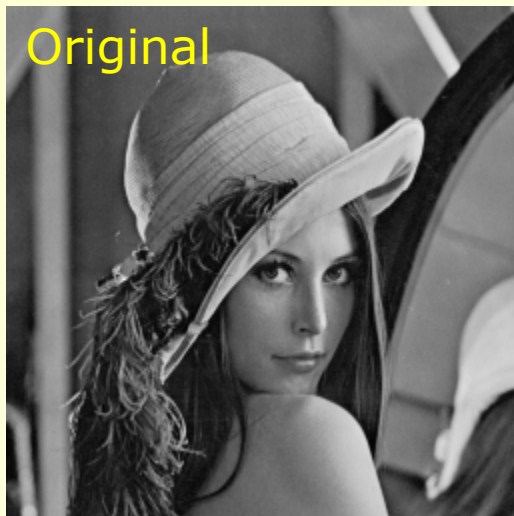
$r(x,y)$

Es especialmente bueno eliminando ruido de tipo sal y pimienta.

Los puntos de ruido suelen tener valores muy alejados de los de su entorno por lo que al ordenarlos se quedan en los extremos de la secuencia ordenada.



Original



Ruidosa



Mediana 3x3



Mediana 5x5

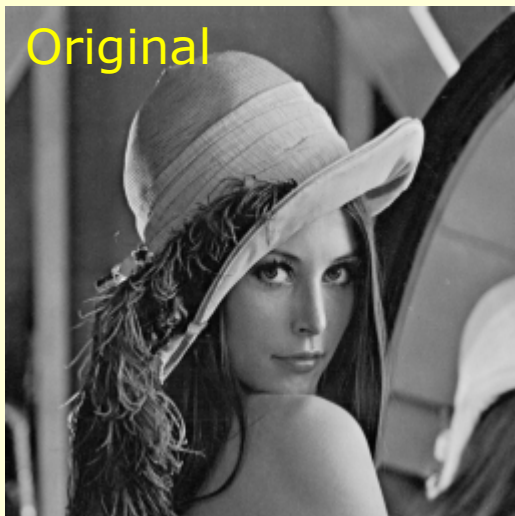


Mediana 7x7





Original



Ruidosa

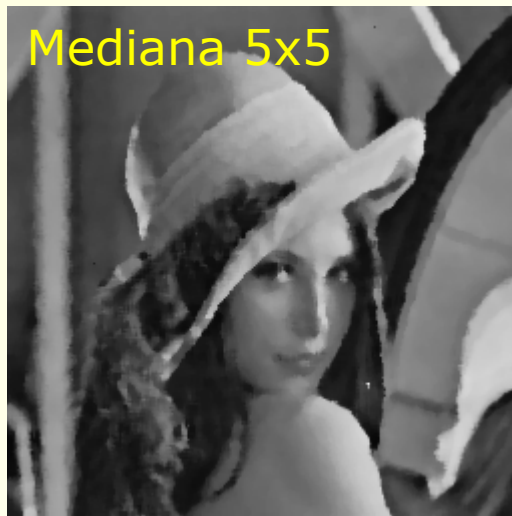


Añadido ruido "sal y pimienta" al 25% de la imagen

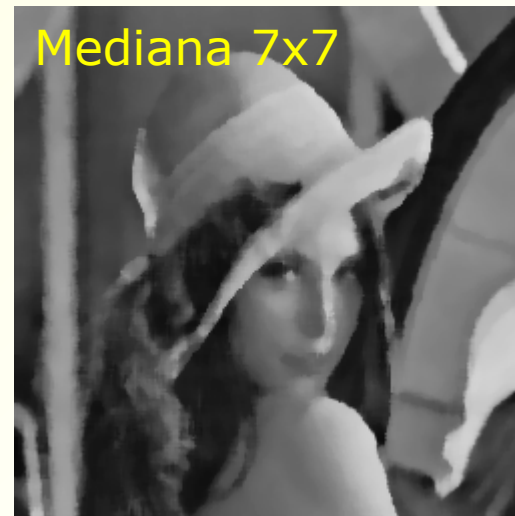
Mediana 3x3



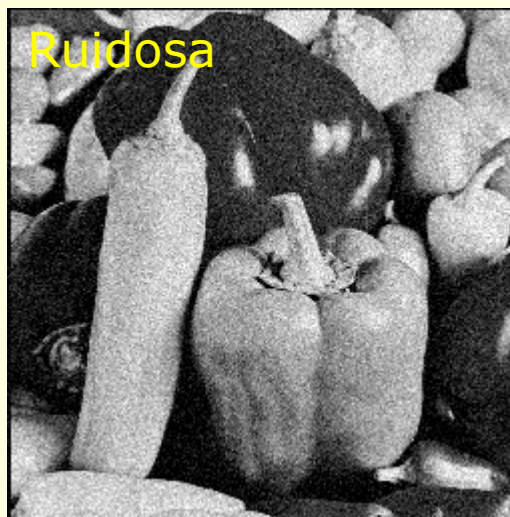
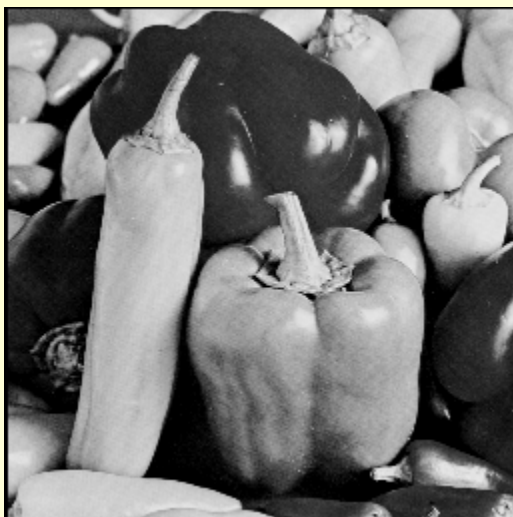
Mediana 5x5



Mediana 7x7

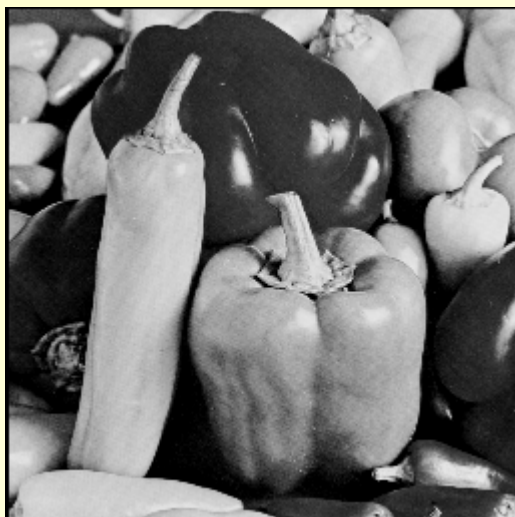






Ruido gaussiano  
( $\sigma^2=21$ )





Ruido "sal y pimienta"  
(25%)

