



Ejercicios Tema 5 y 6



Alumno: Miguel Santiago Cervilla

Profesor: Justo Peralta López

Teoría de Códigos y Criptografía

Grado Ingeniería Informática

Curso 2018/19

Tema 5

1. Cifra el texto “Este es mi primer ejercicio de Criptografía Utilizando el cifrador de Cesar con un desplazamiento de 7 caracteres. Descifra el texto encriptado obtenido para comprobar el resultado.

Este es mi primer ejercicio de Criptografía

LZAL LZ TP WYPTLY LQLYJPJPV KL JYPWAVNYHMíH

El alfabeto de referencia es: ABCDEFGHIJKLMNOPQRSTUVWXYZ.

2. Descifra el siguiente texto sabiendo que ha sido encriptado utilizando un cifrador de tipo Cesar: “Sld cpdfpwez nzccpnelxpyep pdep pupcntntz op nctaezrclqtl jafpopd nzyetyflc nzy wl cpwlnszy op aczmwpxld” Obtén la clave secreta utilizada.

La semilla es : 11

El resultado es: HAS RESUELTO CORRECTAMENTE ESTE EJERCICIO DE CRIPTOGRAFIA Y PUEDES CONTINUAR CON LA RELACION DE PROBLEMAS

Alumno: Miguel Santiago Cervilla

Profesor: Justo Peralta López

Teoría de Códigos y Criptografía

Grado Ingeniería Informática

Curso 2018/19

Tema 6

4. Calcula $\Phi(113)$, $\Phi(143)$ y $\Phi(128)$.

$\Phi(113) = 113 - 1 = 112 \rightarrow$ según el lema 2.2.1.2 (113 es primo)

$\Phi(143) = \Phi(11) \Phi(13) \rightarrow$ según el lema 2.2.1.1 $10 * 12 = 120$

$\Phi(128) = \Phi(2^7) = 2^7 - 2^6 = 64$ para todo p primo y $k > 1 \rightarrow$ según el lema 2.2.1.3

5. Calcula un número primo aleatorio de 10 cifras.

Utilizamos la fórmula $2^p - 1$.

Al pedirnos un número de 10 cifras sería, $2^{31} - 1 = 2147483647$

6. Sean $n = 13 \cdot 17$ y $e = 7$ la clave pública de un criptosistema RSA. Calcula la correspondiente clave privada.

$n=221$; $p=13$; $q=17$; $e=7$

La clave pública es (221,7).

Podemos obtener $\Phi(221) = 12 * 16 = 192$

$7 * d = 1 \text{ mod } (192) \rightarrow d = 55$

La clave privada es (211,55)

7. Encripta el mensaje $m = 8$ utilizando el criptosistema RSA del ejercicio 6.

$m=8$

clave pública (211,55)

Alumno: Miguel Santiago Cervilla

Profesor: Justo Peralta López

Teoría de Códigos y Criptografía

Grado Ingeniería Informática

Curso 2018/19

$$0 < m \leq 220$$

$$e = 8^7 \pmod{211} \rightarrow e = 83$$

8. Descifra el mensaje $c = 8$ utilizando el criptosistema RSA del ejercicio 6.

$$e = 8$$

clave privada (211, 55)

$$m = 8^{55} \pmod{211} \rightarrow m = 83$$

9. Sabiendo que una fuente envía a 3 destinatarios distintos con claves públicas RSA(1003, 3), (1219, 3) y (1363, 3) respectivamente el mismo mensaje m y hemos interceptado los tres cifrados respectivos $c_1 = 191$, $c_2 = 972$ y $c_3 = 834$, encuentra el mensaje m sin factorizar los módulos de cada una de las claves públicas de los usuarios.

$$X = 191 \pmod{1003}$$

$$X = 972 \pmod{1219}$$

$$X = 834 \pmod{1363}$$

mismo mensaje m

$$X = 834 + 1363K \rightarrow 834 + 1363K = 972 \pmod{1219}$$

$$1363K = 138 \pmod{1219}$$

$$144K = 138 \pmod{1219} \rightarrow K = 966 \pmod{1219}$$

$$K = 966 + 1219M$$

$$X = (966 + 1219M)1363 + 834 = 1317492 + 1661497M$$

$$1317492 + 1661497M = 191 \pmod{1003}$$

Alumno: Miguel Santiago Cervilla

Profesor: Justo Peralta López

Teoría de Códigos y Criptografía

Grado Ingeniería Informática

Curso 2018/19

$$553 + 529M = 191 \pmod{1003}$$

$$529M = 641 \pmod{1003}$$

$$M = 771 + 1003T$$

$X = 1281014187 + 1666481491T \rightarrow m$ debe ser un entero positivo menor que $1666481491 = n_1 n_2 n_3$ nos quedamos con $T=0$

$$X = M^3$$

$$M = \text{raíz_cubo}(1281014187) = 1086$$

10. Sean $(1363, 3)$ y $(1363, 5)$ las claves públicas de dos usuarios u_1 y u_2 del criptosistema RSA. Supongamos que el mismo mensaje m ha sido enviado a ambos usuarios, resultado $c_1 = 1185$ y $c_2 = 1039$ respectivamente. Calcula m sin factorizar el número 1363.

Ataque con módulo común no 1, obtenemos lo siguiente:

$$3S + 5T = 1$$

$$S = 2$$

$$T = -1$$

$$m = m^{(e_1 S + e_2 T)} \pmod{n} \rightarrow m^{(e_1 S)} * m^{(e_2 T)} \pmod{n} \rightarrow C_1^S * C_2^T \pmod{n}$$

$$m = 1185^2 * 1039^{-1} \pmod{1363}$$

$$m = 1351,5158 \pmod{1363}$$

$$m = 11,48$$

$$m \approx 11$$

12. Comprueba que 3 es un generador de $\mathbb{Z}_* 43$. Sea $(p = 43, g = 3, g^a = 37)$ la clave pública de un criptosistema ElGamal.

Alumno: Miguel Santiago Cervilla

Profesor: Justo Peralta López

Teoría de Códigos y Criptografía

Grado Ingeniería Informática

Curso 2018/19

$$q = 2p + 1 = 87$$

Si $g^2 \neq 1 \pmod{p}$ y $(g^a)^q \neq 1$ Es generador.

$$37^2 \equiv 43 \pmod{43} \text{ falso.}$$

$37^{87} \equiv 43 \pmod{43}$ es falso, por lo que el número es generador.

a) Encripta el mensaje $m = 8$

$K = 2$ número generado al azar $0 \leq K \leq p - 2$

$$h = g^K = 3^2 = 9 \pmod{43}$$

$$d = m \cdot (g^a)^K = 8 \cdot (37)^2 \pmod{43}$$

$$c = (9, 30)$$

b) Sabiendo que $a = 7$ es la clave secreta, descifra el resultado del apartado anterior.

$$a = 7$$

$$m = h^{(p-1-a)} \cdot d$$

$$m = (9^{35}) \cdot 30 \pmod{43}$$

$$m = 8$$

13. Sean n los parámetros público de un criptosistema ElGamal cuya clave pública es($p = 43$, $g = 3$, $g^a = 32$). Encripta, usando como parámetro privado aleatorio $k = 5$ el mensaje $m = 6$. Sabiendo que el mensaje cifrado $c = (28, 39)$ se ha obtenido

Alumno: Miguel Santiago Cervilla

Profesor: Justo Peralta López

Teoría de Códigos y Criptografía

Grado Ingeniería Informática

Curso 2018/19

usando el mismo criptosistema y el mismo parámetro privado $k = 5$, descifra el mensaje original cuyo encriptado es c^* .

ENCRIPTADO

$$h = g^k = 3^5 = 243 \pmod{43} = 28$$

$$d = m^* (g^a)^k = 6 * 32^5 = 201326592 \pmod{43} = 33$$

$$c = (28, 33)$$

DECODIFICADO

$$k = 5$$

$$c^* = (28, 39)$$

$$\frac{d}{d} = \frac{m}{m^*} \rightarrow \frac{33}{39} = \frac{6}{m^*}$$

$$33m^* = 234 \pmod{43}$$

$$m^* = 11$$

Alumno: Miguel Santiago Cervilla

Profesor: Justo Peralta López

Teoría de Códigos y Criptografía

Grado Ingeniería Informática

Curso 2018/19

Alumno: Miguel Santiago Cervilla

Profesor: Justo Peralta López

Teoría de Códigos y Criptografía

Grado Ingeniería Informática

Curso 2018/19