Física
FACULTAD DE CIENCIAS
FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
UNIVERSIDAD DE CHILE

Tarea 2 FI4005-1 - Primavera 2022 (Parte EDPs)
Profesor: Mario Riquelme
Entrega: 14 de octubre

Problema 1:
Se busca calcular (usando unidades gaussianas) la capacitancia de un condensador con una geometría no trivial usando el método de sobre-relajación sucesiva. Se considera un condensador compuesto por dos conductores: A y B, con cargas opuestas Q y $-Q$, respectivamente. La capacitancia se puede calcular como:

$$C = \frac{Q}{V_A - V_B}, \tag{1}$$

donde $V_A - V_B$ es la diferencia de potencial entre los conductores. Considere una geometría donde se tiene una caja cuadrada de lado L sobre el plano $x - y$, donde todo el borde está fijo a potencial V. Al centro de la caja hay un círculo de radio $R = L/4$ que esta fijo a potencial $-V$. Esta geometría bidimensional se produce porque el condensador tiene en la dimensión z una profundidad $D \gg L$, por lo que estamos ignorando los efectos del borde en esa dimensión.

Utilizando una malla de $N \times N$ puntos, entregue el valor de C para $N = 100$ y 200. ¿Qué diferencia porcentual hay en los valores de C para esos dos casos? Para simplificar, calcule la carga solo en el borde externo (pues el interno debería tener la misma carga), la que se calcula como :

$$\frac{Q}{4} = \frac{D}{4\pi} \int_0^L E_y(x, y = 0) dx, \tag{2}$$

correspondiente a la contribución de la cara de abajo a la carga Q total, y donde E_y es la componente y del campo eléctrico.

Problema 2:
Repita el ejemplo visto en clases para la evolución de una onda de Langmuir estacionaria usando una malla desplazada en 1/2 separación de puntos de malla para la velocidad de los electrones v_e con respecto a la densidad de carga ρ (método "staggered leapfrog"). Utilizando una malla en 1D con 128 puntos, muestre que este método conserva energía al mismo nivel que el método centrado en el espacio presentado en clases. Entregue un gráfico mostrando la evolución de la energía adimensionalizada para una oscilación completa usando ambos métodos.

Problema 3:
Use el método de elemento finito visto en clases para resolver la ecuación de Poisson adimensionalizada en 1D:

$$\frac{d^2u}{dx^2} = \rho, \tag{3}$$

para $x \in [0, 1]$, con $u(0) = u(1) = 0$ y $\rho(x) = \text{sen}(2\pi x)$. Como su resultado para $u(x)$ es equivalente a haber impuesto condiciones de borde periódicas, verifíquelo usando transformada rápida de Fourier. Entregue un gráfico con ambas soluciones.

Para todos los problemas entregue sus gráficos en un único documento pdf. Para facilitar la corrección, entregue los notebooks de Jupyter utilizados para realizar sus gráficos.