

PICAMI SEGUNDA ENTREGA

Juan Felipe Restrepo

Pontificia Universidad Javeriana

Email: juanfrestrepo@javeriana.edu.co

Miguel Casallas

Pontificia Universidad Javeriana

Email: casallas.miguel@javeriana.edu.co

Valeria Catalina Peña

Pontificia Universidad Javeriana

Email: AAAAAAA@javeriana.edu.co

I. DESCRIPCIÓN

En esta entrega se presenta una recopilación de los parámetros geométricos y de funcionamiento del motor radial Szekely SR-3, a partir de información proveniente de catálogos y fuentes históricas especializadas. El objetivo es describir las magnitudes principales de desplazamiento, velocidad y aceleración asociadas al conjunto biela–manivela que caracteriza este tipo de motor, sin desarrollar aún el análisis dinámico ni los cálculos de comportamiento.



Figura 1. Motor radial Szekely SR-3, modelo de tres cilindros refrigerado por aire.

II. PARÁMETROS DE FUNCIONAMIENTO

II-A. Desplazamientos

Según las referencias consultadas, se obtienen los siguientes datos generales del sistema mecánico:

- La carrera del pistón es de 76,2 mm, correspondiente al recorrido total entre el punto muerto superior (PMS) y el punto muerto inferior (PMI).
- El desplazamiento lineal de cada pistón por ciclo es de 76,2 mm.
- El radio del cigüeñal es de 38,1 mm.
- La longitud de la biela es de 152,4 mm.
- El desplazamiento angular del cigüeñal equivale a una revolución completa de 2π radianes.

II-B. Velocidades

- La velocidad nominal del motor es de 1750 rpm, valor característico del modelo Szekely SR-3 según los registros técnicos de la época.

- La velocidad angular del cigüeñal correspondiente es:

$$\omega = 2\pi \left(\frac{1750}{60} \right) = 183,26 \text{ rad/s.}$$

II-C. Aceleraciones

- La aceleración angular del cigüeñal se considera a partir de un incremento de velocidad de 0 a 1750 rpm en 1,5 s, valor referencial de la investigación:

$$\omega_{1750} = 2\pi \left(\frac{1750}{60} \right) = 183,26 \text{ rad/s,}$$

$$\alpha = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{183,26 - 0}{1,5} = 122,17 \text{ rad/s}^2.$$

II-D. Tabla resumen de parámetros

Cuadro I
RESUMEN DE PARÁMETROS DEL MOTOR SZEKELY SR-3

Parámetro	Símbolo / Unidad	Valor
Diámetro del cilindro	D [mm]	105
Carrera del pistón	S [mm]	76,2
Radio del cigüeñal	r [mm]	38,1
Longitud de la biela	l [mm]	152,4
Velocidad nominal	N [rpm]	1750
Velocidad angular	ω [rad/s]	183,26
Aceleración angular	α [rad/s ²]	122,17

III. DESCRIPCIÓN DEL MOVIMIENTO ABSOLUTO

El análisis del movimiento absoluto del mecanismo se centra en encontrar la relación entre el movimiento rotacional del cigüeñal y la posición, velocidad y aceleración del pistón; usando los parámetros anteriormente definidos.

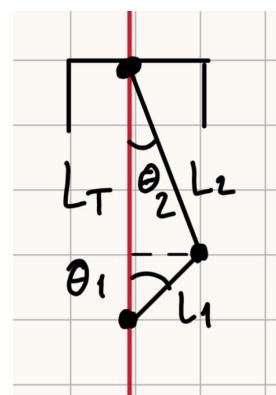


Figura 2. Diagrama cinemático del mecanismo biela-manivela.

La relación entre los ángulos y la distancia total L_T está dada por la ecuación:

$$L_T = L_1 \cos \theta_1 + L_2 \cos \theta_2 \quad (1)$$

Con la restricción geométrica de que:

$$L_1 \sin \theta_1 = L_2 \sin \theta_2 \quad (2)$$

Al despejar θ_2 en términos de θ_1 para representar el movimiento del pistón en milímetros como función del desplazamiento angular del cigüeñal, se tiene que:

$$L_T = 38,1 \cos \theta_1 + 152,4 \sqrt{1 - 0,0625 \sin^2 \theta_1} \quad (3)$$

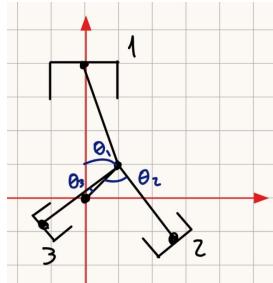


Figura 3. Diagrama cinemático del mecanismo biela-manivela para los tres pistones.

Dado que la separación entre pistones es constante, para hallar las ecuaciones de los demás pistones se debe agregar un desfase de 120° al ángulo θ_1 , quedando así:

Pistón 1:

$$L_{T1}(\theta_1) = 38,1 \cos(\theta_1) + 152,4 \sqrt{1 - 0,0625 \sin^2(\theta_1)}$$

Pistón 2:

$$L_{T2}(\theta_1) = 38,1 \cos(\theta_1 + 120^\circ) + 152,4 \sqrt{1 - 0,0625 \sin^2(\theta_1 + 120^\circ)}$$

Pistón 3:

$$L_{T3}(\theta_1) = 38,1 \cos(\theta_1 - 120^\circ) + 152,4 \sqrt{1 - 0,0625 \sin^2(\theta_1 - 120^\circ)}$$

Al derivar la ecuación 3 de la posición, se obtiene la ecuación de velocidad en milímetros/s encontrando así que:

$$V_p = -6982,206 \sin \theta_1 - \frac{872,7757 \sin(2\theta_1)}{\sqrt{1 - 0,0625 \sin^2 \theta_1}} \quad (4)$$

Aplicando el mismo desfase que en la posición se tienen las siguientes ecuaciones para la velocidad de los 3 pistones:

Pistón 1:

$$V_{P1}(\theta_1) = -6982,206 \sin \theta_1 - \frac{872,7757 \sin(2\theta_1)}{\sqrt{1 - 0,0625 \sin^2 \theta_1}}$$

Pistón 2:

$$V_{P2}(\theta_1) = -6982,206 \sin(\theta_1 + 120^\circ) - \frac{872,7757 \sin(2(\theta_1 + 120^\circ))}{\sqrt{1 - 0,0625 \sin^2(\theta_1 + 120^\circ)}}$$

Pistón 3:

$$V_{P3}(\theta_1) = -6982,206 \sin(\theta_1 - 120^\circ) - \frac{872,7757 \sin(2(\theta_1 - 120^\circ))}{\sqrt{1 - 0,0625 \sin^2(\theta_1 - 120^\circ)}}$$

Al volver a derivar se halla la siguiente ecuación para la aceleración en milímetro/s² de los pistones con relación al movimiento del cigüeñal:

$$\begin{aligned} a_p = & \left[-38,1 \cos \theta_1 - \frac{9,525 \cos(2\theta_1)}{\sqrt{1 - 0,0625 \sin^2 \theta_1}} - \frac{0,2977 \sin(2\theta_1) \sin \theta_1 \cos \theta_1}{(1 - 0,0625 \sin^2 \theta_1)^{3/2}} \right] 183,26^2 \\ & + \left[-38,1 \sin \theta_1 - \frac{4,7625 \sin(2\theta_1)}{\sqrt{1 - 0,0625 \sin^2 \theta_1}} \right] 122,17 \end{aligned} \quad (5)$$

Al añadir el desfase igual que en las demás ecuaciones se tiene que para cada uno de los pistones:

$$\begin{aligned} a_{11}(\theta_1) = & \left[-38,1 \cos \theta_1 - \frac{9,525 \cos(2\theta_1)}{\sqrt{1 - 0,0625 \sin^2 \theta_1}} - \frac{0,2977 \sin(2\theta_1) \sin \theta_1 \cos \theta_1}{(1 - 0,0625 \sin^2 \theta_1)^{3/2}} \right] (33584,8) \\ & + \left[-38,1 \sin \theta_1 - \frac{4,7625 \sin(2\theta_1)}{\sqrt{1 - 0,0625 \sin^2 \theta_1}} \right] (122,17) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a_{22}(\theta_1) = & \left[-38,1 \cos(\theta_1 + 120^\circ) - \frac{9,525 \cos(2(\theta_1 + 120^\circ))}{\sqrt{1 - 0,0625 \sin^2(\theta_1 + 120^\circ)}} \right. \\ & \left. - \frac{0,2977 \sin(2(\theta_1 + 120^\circ)) \sin(\theta_1 + 120^\circ) \cos(\theta_1 + 120^\circ)}{(1 - 0,0625 \sin^2(\theta_1 + 120^\circ))^{3/2}} \right] (33584,8) \\ & + \left[-38,1 \sin(\theta_1 + 120^\circ) - \frac{4,7625 \sin(2(\theta_1 + 120^\circ))}{\sqrt{1 - 0,0625 \sin^2(\theta_1 + 120^\circ)}} \right] (122,17) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a_{33}(\theta_1) = & \left[-38,1 \cos(\theta_1 - 120^\circ) - \frac{9,525 \cos(2(\theta_1 - 120^\circ))}{\sqrt{1 - 0,0625 \sin^2(\theta_1 - 120^\circ)}} \right. \\ & \left. - \frac{0,2977 \sin(2(\theta_1 - 120^\circ)) \sin(\theta_1 - 120^\circ) \cos(\theta_1 - 120^\circ)}{(1 - 0,0625 \sin^2(\theta_1 - 120^\circ))^{3/2}} \right] (33584,8) \\ & + \left[-38,1 \sin(\theta_1 - 120^\circ) - \frac{4,7625 \sin(2(\theta_1 - 120^\circ))}{\sqrt{1 - 0,0625 \sin^2(\theta_1 - 120^\circ)}} \right] (122,17) \end{aligned}$$

Con base en estas ecuaciones de aceleración, velocidad y posición, se obtuvieron las siguientes gráficas donde se observa el comportamiento de estas variables en los pistones.

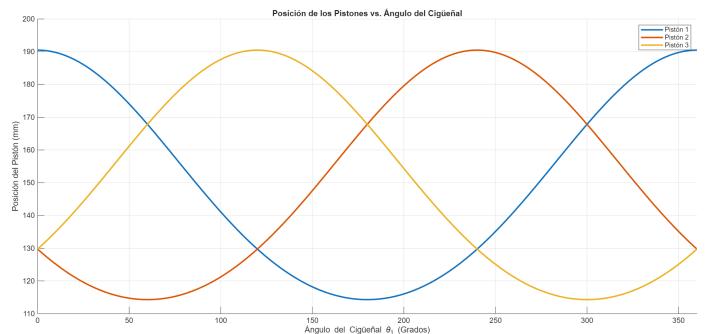


Figura 4. Posición de los Pistones vs. Ángulo del Cigüeñal.

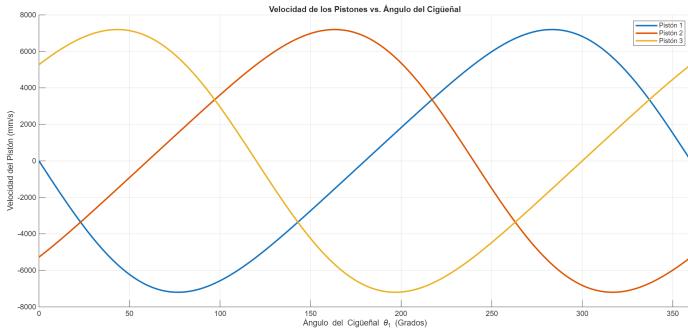


Figura 5. Velocidad de los Pistones vs. Ángulo del Cigüeñal.

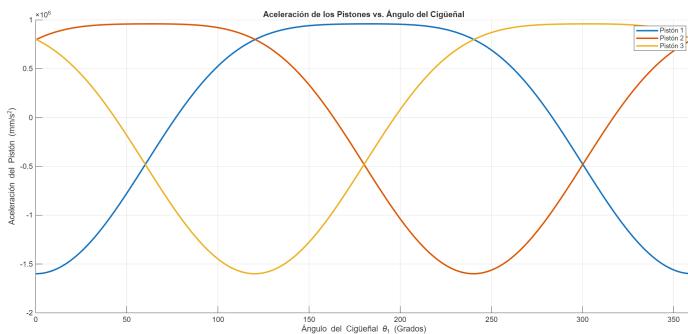


Figura 6. Aceleración de los Pistones vs. Ángulo del Cigüeñal.

IV. ANÁLISIS CINÉTICO RELATIVO

IV-A. Posición Crítica

Las posiciones críticas del sistema son los instantes en que cada uno de los pistones alcanzan el punto muerto superior (PMS), es decir su compresión máxima. Las tres posiciones críticas para el análisis cinético son:

Posición Crítica 1: Pistón 1 en PMS $\Rightarrow \theta_1 = 0^\circ$

Posición Crítica 2: Pistón 3 en PMS $\Rightarrow \theta_1 = 120^\circ$

Posición Crítica 3: Pistón 2 en PMS $\Rightarrow \theta_1 = 240^\circ$

Al evaluar las ecuaciones que describen el comportamiento de los pistones en estos puntos críticos se obtiene la siguiente tabla:

Cuadro II

EVALUACIÓN CINEMÁTICA DE LOS PISTONES EN POSICIONES CRÍTICAS

Pistón	Posición (mm)	Velocidad (mm/s)	Aceleración (mm/s ²)
Posición crítica: $\theta_1 = 0^\circ$			
Pistón 1	190.5	0.0	$-1,60 \times 10^6$
Pistón 2	129.7	-5272.6	$0,80 \times 10^6$
Pistón 3	129.7	5272.6	$0,80 \times 10^6$
Posición crítica: $\theta_1 = 120^\circ$			
Pistón 1	129.7	-5272.6	$0,80 \times 10^6$
Pistón 2	129.7	5272.6	$0,80 \times 10^6$
Pistón 3	190.5	0.0	$-1,60 \times 10^6$
Posición crítica: $\theta_1 = 240^\circ$			
Pistón 1	129.7	5272.6	$0,80 \times 10^6$
Pistón 2	190.5	0.0	$-1,60 \times 10^6$
Pistón 3	129.7	-5272.6	$0,80 \times 10^6$

IV-B. Análisis Cinético

Para el análisis cinético de las fuerzas se usa la masa de un pistón $m = 1,5$ kg y la fuerza de gas $F_{\text{gas}} = 26900$ N. Primero se calcula la fuerza de la gravedad:

$$F_{\text{gravedad}} = 1,5 \text{ kg} \times 9,81 \text{ m/s}^2 \approx 14,7 \text{ N}$$

Para un pistón, en la posición crítica, se aplica la fuerza máxima de compresión; la fuerza neta sobre el pistón es:

$$F_{\text{neta}} = F_{\text{gas}} + F_{\text{inercia1}} + F_{\text{gravedad}} \quad (6)$$

El cálculo de la fuerza neta que actúa sobre el pistón en la posición crítica es:

$$F_{\text{neta}} = 26,900 \text{ N} + 1,5 \text{ kg} \cdot (-1600 \text{ m/s}^2) + 14,7 \text{ N}$$

$$F_{\text{neta}} \approx 24,5 \text{ kN}$$

Esto quiere decir que el pistón le transmite 24,5 kN a la biela.

Para las tres posiciones críticas conocemos que la aceleración de un pistón es -1600 m/s^2 mientras que para los otros dos es de 800 m/s^2 . Esto nos da que la sumatoria de las fuerzas de inercia para cualquier posición crítica en los tres pistones es:

$$\Sigma F_{\text{inercia}} = (-2,400 \text{ N}) + (+1,200 \text{ N}) + (+1,200 \text{ N}) = \mathbf{0 \text{ N}}$$

Dado que el efecto de la inercia total es nulo en el sistema, la única variable que diferencia a un cilindro del siguiente es la combustión; así que la fuerza neta para todos los pistones en cualquier posición crítica es la misma.

REFERENCIAS

- [1] Szekely Aircraft and Engine Co., "Szekely SR-3 Engine Specifications," 1931.
- [2] J. Taylor, *Jane's All the World's Aircraft 1933*. Sampson Low, London, 1933.
- [3] A. H. Slocum, *Precision Machine Design*, McGraw-Hill, 1992.