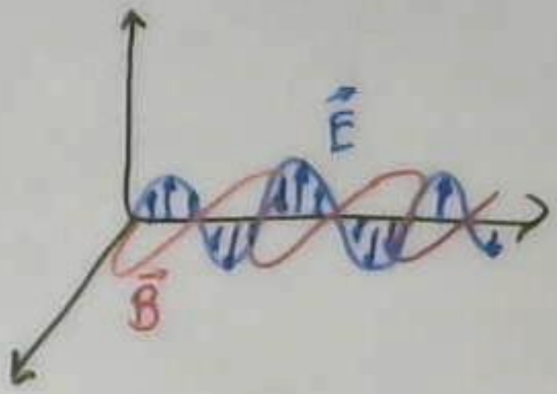
# Descrição da polarização de fotões com a física quântica

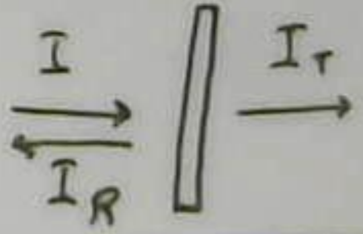
## Polarização de um feixe de luz




polarizador

$$I = I_T + I_R$$

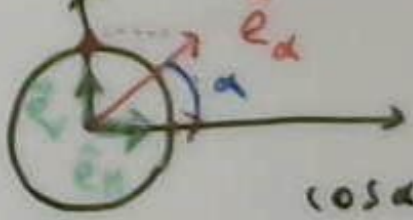
conservação da energia




$$I_T = I\cos^2\alpha$$

$$I_R = I\sin^2\alpha$$

$$I_T + I_R = I(\cos^2\alpha + \sin^2\alpha)$$




## Polarização em notação vectorial

H ≡ direcção de polarização horiz.

V ≡ " " vertical

$\hat{e}_V$, $\hat{e}_H$ } vectores unitários segundo as direcções V e H, respectivamente

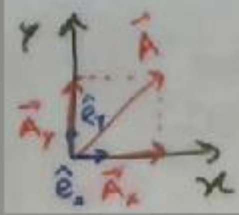
$$\boxed{\hat{e}_\alpha = \cos\alpha \cdot \hat{e}_H + \sin\alpha \cdot \hat{e}_V}$$


$$\sin\alpha = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{hipotenusa}}$$

$$\cos\alpha = \frac{\text{cateto adjacente}}{\text{hipotenusa}}$$

$$\cos\alpha = \frac{(e_\alpha)_H}{e_\alpha} \qquad (e_\alpha)_H = \cos\alpha \cdot e_\alpha$$

# Polarização de um fotão




$$\vec{A} = \vec{A}_x + \vec{A}_y$$
$$= A_x \hat{e}_x + A_y \hat{e}_y$$

versores

$$\hat{e}_\alpha = \cos\alpha\, \hat{e}_H + \sin\alpha\, \hat{e}_V \quad \Big| \quad \hat{e}_\alpha \equiv \text{vector unitário}$$

Agora escrevemos

$$|\alpha\rangle = \cos\alpha\, |H\rangle + \sin\alpha\, |V\rangle$$

$$|H\rangle \equiv \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad |V\rangle \equiv \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$|\alpha\rangle = \cos\alpha \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \sin\alpha \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\alpha \\ \sin\alpha \end{pmatrix}$$

$|\cdots\rangle \equiv$ ket

$\langle\cdots|$ $\equiv$ bra

$\underbrace{\langle\cdots}\underbrace{|\cdots\rangle}$ $\underbrace{\text{bra}}\underbrace{\text{ket}}$

$$\langle H| \equiv (1 \quad 0)$$
$$|H\rangle \equiv \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

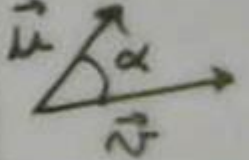
bra : vector linha

ket : " coluna

$$\langle\alpha|H\rangle = (\cos\alpha \quad \sin\alpha) \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$
$$= \cos\alpha$$

$$\langle\alpha|V\rangle = \sin\alpha$$

**Explicação auxiliar**




$$\vec{u} \cdot \vec{v} = \|\vec{u}\| \, \|\vec{v}\| \cos\alpha$$

$$\langle H|H\rangle = 1$$
$$\langle V|V\rangle = 1$$
$$\langle H|V\rangle = 0$$

$\{|H\rangle, |V\rangle\}$ constitui uma base ortonormada

$I_T = I \cdot \cos^2\alpha$ } Lei de
$I_R = I \cdot \sin^2\alpha$ } Malus

$\cos^2\alpha$ representa a fracção da intensidade da luz que é transmitida pelo polarizador

Qual é o significado de $\cos^2\alpha$ no de um fotão único?

Resposta da física quântica: $\cos^2\alpha$ representa a probabilidade do fotão ser transmitido.

Scarani, pág. 3-12

$$P_H = P(H|\alpha) = \cos^2\alpha = |\langle H|\alpha\rangle|^2$$
} Prob. de em uma medição encontrar polarização H

$$P_V = P(V|\alpha) = \sin^2\alpha = |\langle V|\alpha\rangle|^2$$
} Prob. de em uma medição encontrar polarização V

Nota:
$$|\langle H|\alpha\rangle|^2 + |\langle V|\alpha\rangle|^2 = \cos^2\alpha + \sin^2\alpha = 1$$

Regra de Born: Dado $\Psi_2$, a probabilidade de numa medida encontrar $\Psi_1$ é $\boxed{P(\Psi_1|\Psi_2) = |\langle\Psi_1|\Psi_2\rangle|^2}$

# Estado quântico e vector estado

O estado de um sistema quântico permite determinar o seu comportamento físico

O vector estado, representado por $|\Psi\rangle$, é um vector num espaço vectorial abstracto que representa o estado do sistema

$$|\Psi\rangle = a_1|\phi_1\rangle + a_2|\phi_2\rangle + \dots$$
$$= \sum_i a_i|\phi_i\rangle$$

$|\phi_i\rangle \equiv$ versores do vector $|\Psi\rangle$

$a_i \equiv$ componentes na direcção do versor $|\phi_i\rangle$

$|a_i|^2 \equiv$ representa a probabilidade de encontrar a partícula no estado $|\phi_i\rangle$

Porque:

regra de Born:

$$P_{\phi_i} \equiv P(\phi_i|\Psi) = |\langle\phi_i|\Psi\rangle|^2$$
$$= |a_i|^2$$

Ex.:

$$P_{\phi_1} = |\langle\phi_1|\Psi\rangle|^2 =$$
$$= |a_1\underbrace{\langle\phi_1|\phi_1\rangle}_{=1} +$$
$$+ a_2\underbrace{\langle\phi_1|\phi_2\rangle}_{=0} + \dots|^2$$
$$= |a_1|^2$$

## Sobreposição de estados

$$\boxed{|\Psi\rangle = \sum_i a_i |\phi_i\rangle}$$

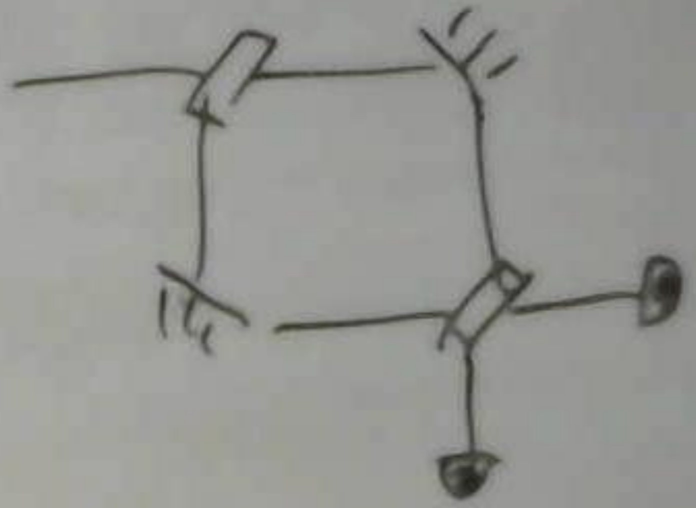
$|\Psi\rangle$ está numa sobreposicao de estados

Polarização:

$$|\alpha\rangle = \cos\alpha\,|H\rangle + \sin\alpha\,|V\rangle$$

### Exemplo de sobreposição de estados

Mach-Zehnder



percurso seguido pelo fotão é uma sobreposição de estados