

# Spin

grandeza

Tem as dimensões duma  
clássica designada por  
momento angular

constante de Planck

$\hbar$  tem dimensões de  
um momento angular  
unidades S.I. de  $\hbar$ : Js

o electrão tem spin

$$\left(\frac{1}{2} \hbar\right)$$

↓ ↑  
spin down spin up

spin do electrão:  $\frac{1}{2}$

Manifestado na experiência  
de Stern - Gerlach

$$|\psi\rangle = a_{\uparrow} |\uparrow\rangle + a_{\downarrow} |\downarrow\rangle$$

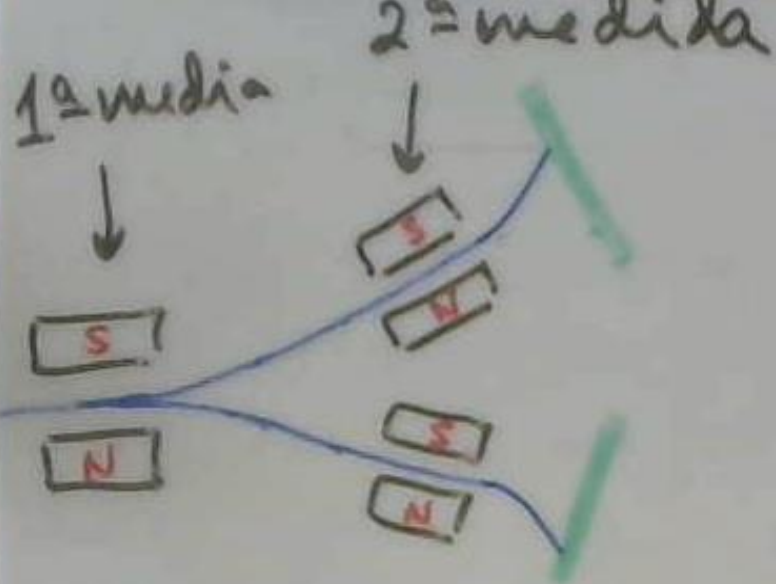
superposição  
de  
estados

$$|\psi\rangle = a_1 |\phi_1\rangle + a_2 |\phi_2\rangle$$

$$|\uparrow\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad |\downarrow\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$|\psi\rangle = \begin{pmatrix} a_{\uparrow} \\ a_{\downarrow} \end{pmatrix}$$

Probabilidade de, ao fazer uma  
medida obter spin  $\uparrow$ :  $|a_{\uparrow}|^2$



- se na 1ª medida se detectar spin  $\uparrow$ , na segunda medida detecta-se sempre spin  $\uparrow$
- analogamente em relação ao spin  $\downarrow$

colapso da função de onda

$$|\psi\rangle = a_{\uparrow} |\uparrow\rangle + a_{\downarrow} |\downarrow\rangle$$

sobreposição de estados

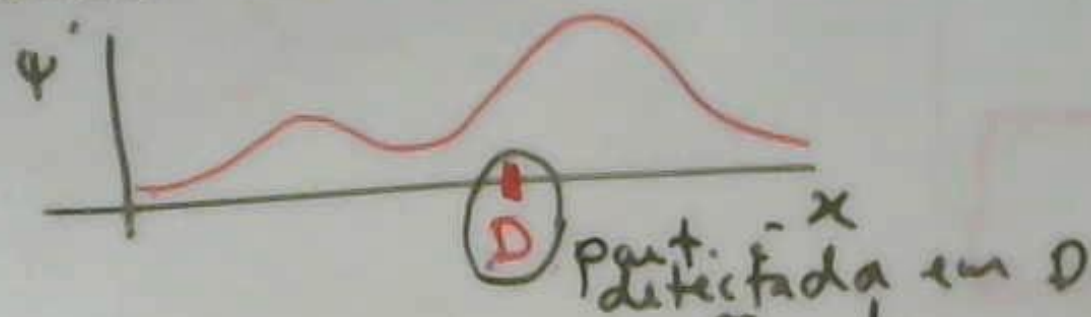
- Depois da 1ª medida encontramos que detectamos  $\uparrow$

$$|\psi\rangle = |\uparrow\rangle$$

# As interpretações da mecânica quântica

(Griffiths, pág. 89-92)

Função de onda



Qual era a posição da partícula imediatamente antes da medida?

## Interpretação realista

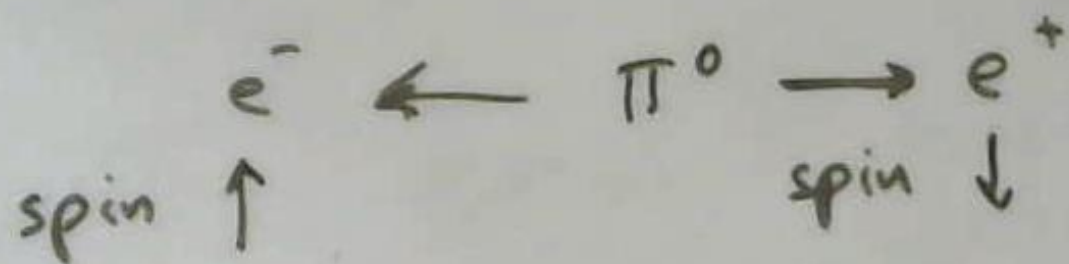
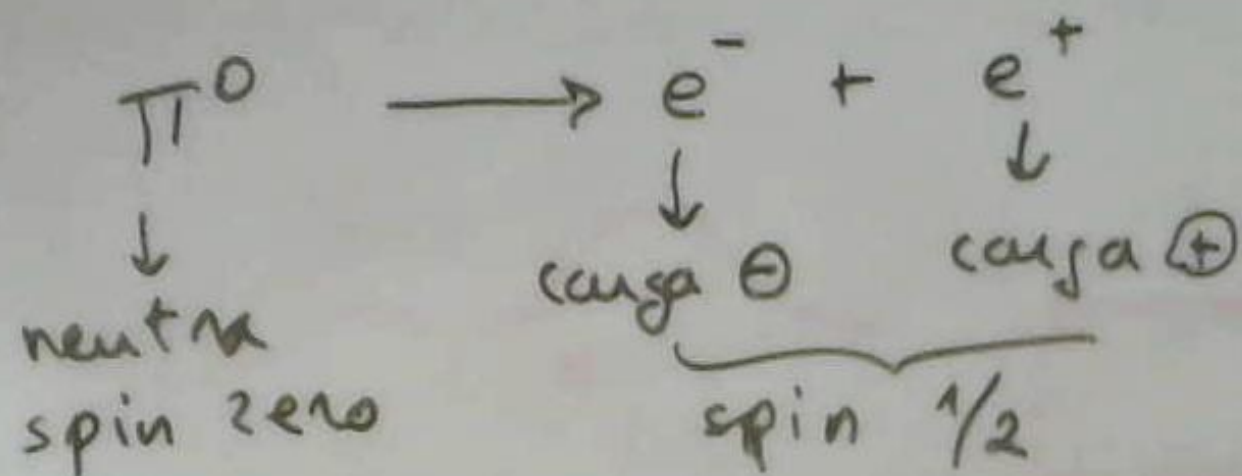
A partícula estava em D.

## Interpretação ortodoxa

Não podemos responder.  
Foi o acto de medir que a forçou a tomar uma posição.



# O paradoxo EPR e entrelaçamento



"spooky action at distance"

Duas partículas estão entrelaçadas

Não localidade

# Estados entrelaçados e não entrelaçados de dois fótons

(scarani, pág. 13-16)

Considerar todas as possibilidades do estado de polarização de 2 fótons

$|H\rangle \otimes |H\rangle$  ambas têm pol. H

$|V\rangle \otimes |V\rangle$  " " " V

$|H\rangle \otimes |V\rangle$  1º fóton: pol. H  
2º " : " V

$|V\rangle \otimes |H\rangle$  1º fóton: pol. V  
2º " : " H

$\otimes$  representa o produto tensorial

$$|H\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad |V\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$|H\rangle \otimes |H\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \\ 0 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$|H\rangle \otimes |V\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \\ 0 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$|V\rangle \otimes |H\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \\ 1 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

# Estados entrelaçados e não entrelaçados de dois fótons

$$|H\rangle \otimes |V\rangle \neq |V\rangle \otimes |H\rangle$$

$$|H\rangle \otimes |V\rangle \equiv |H, V\rangle \equiv |HV\rangle$$

Em geral

$$|\psi\rangle = a|HH\rangle + b|HV\rangle + c|VH\rangle + d|VV\rangle$$

Exemplo 1:

$$|\psi_1\rangle = c|HH\rangle + s|HV\rangle$$

$$|\psi\rangle = |H\rangle (c|H\rangle + s|V\rangle)$$

$$\underbrace{|H\rangle \otimes (c|H\rangle + s|V\rangle)}_{\text{Não entrelaçado}}$$

Cada fóton tem uma polarização

Exemplo 2

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|HH\rangle + |VV\rangle)$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} (|HH\rangle + |VV\rangle) = \text{?} \rightarrow \text{não é possível}$$

$$= (a|H\rangle + b|V\rangle) \otimes (c|H\rangle + d|V\rangle)$$

$$= ac|HH\rangle + ad|HV\rangle + bc|VH\rangle + bd|VV\rangle$$

$ac = \frac{1}{\sqrt{2}}$	$ad = 0$
$bd = \frac{1}{\sqrt{2}}$	$bc = 0$

impossível

Estados entrelaçados