

Problemas 6

1. Usando a tabela da página 144 do livro (Griffiths) vemos que a densidade de energia associada aos átomos é de $4 \times 10^{-11} \text{ J/m}^3$.

A energia de um átomo de hidrogênio é

$$\begin{aligned} mc^2 &= (1,67 \times 10^{-27}) (3 \times 10^8)^2 \\ &= 1,50 \times 10^{-10} \text{ J} \end{aligned}$$

O n.º de átomos por unidade de volume será

$$\begin{aligned} N &= \frac{4 \times 10^{-11}}{1,50 \times 10^{-10}} \\ &= 0,267 \text{ átomos/m}^3 \\ &= 2,67 \times 10^{-7} \text{ átomos/cm}^3 \end{aligned}$$

Problemas 6

2.

a) 1 ano-luz : distância percorrida pela luz num ano

$$\begin{aligned} 1 \text{ ano-luz} &= c \times (1 \text{ ano}) \\ &= (3 \times 10^8) (365 \times 24 \times 60 \times 60) \text{ m} \\ &= 9,46 \times 10^{15} \text{ m} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } 1 \text{ pc} &= 3,262 \text{ anos-luz} \\ &= 3,262 \times 9,46 \times 10^{15} \text{ m} \\ &= 3,09 \times 10^{16} \text{ m} \end{aligned}$$

Problemas 6

3. A velocidade a que a galáxia se afasta pode ser estimada usando a lei de Hubble:

$$v = Hd$$

$$H = 0,02 \text{ m/s por ano-luz} \quad (\text{constante de Hubble})$$

$$d = 50 \times 10^6 \text{ anos-luz}$$

substituindo:

$$\begin{aligned} v &= (0,02)(50 \times 10^6) \\ &= 1 \times 10^6 \text{ m/s} \end{aligned}$$

Problemas 6

4. Usando a lei de Hubble:

$$d = \frac{v}{H}$$

onde:

$$H = 0,02 \text{ m/s por ano-luz}$$

$$v = c/2 = \frac{1}{2} 3 \times 10^8 \text{ m/s}$$

$$= 1,5 \times 10^8 \text{ m/s}$$

vem:

$$d = \frac{1,5 \times 10^8 \text{ (m/s)}}{0,02 \text{ (m/s por ano-luz)}}$$
$$= 7,5 \times 10^9 \text{ anos-luz}$$

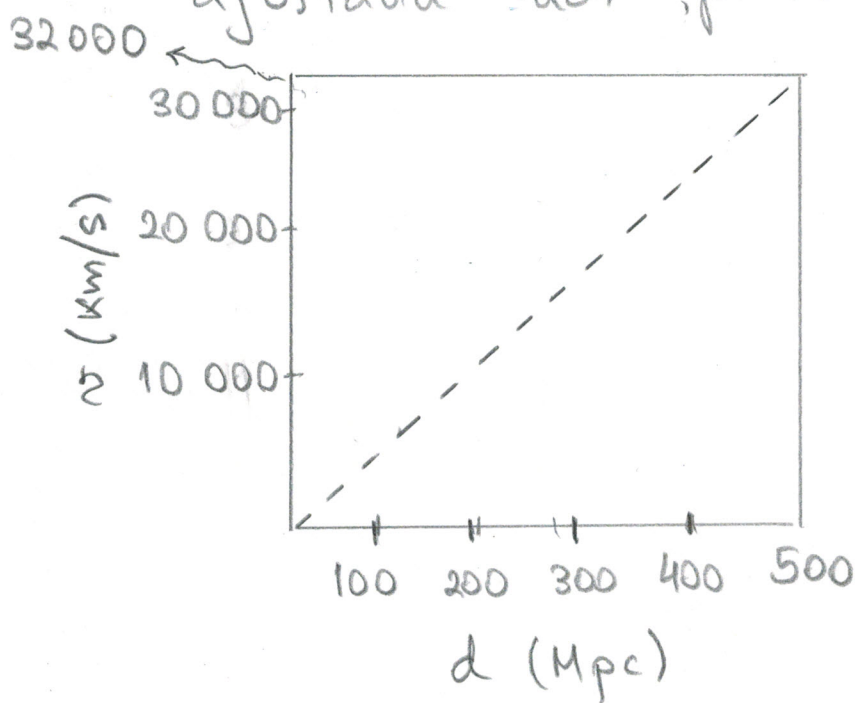
Problemas 6

5.

Os pontos caem numa recta que passa na origem, o que está de acordo com a lei de Hubble

$$v = Hd$$

A constante de Hubble (H) é fornecida pelo declive da recta ajustada aos pontos experimentais



$$\begin{aligned} H &= \frac{v}{d} = \frac{32000}{500} = 64 \frac{\text{km/s}}{\text{Mpc}} \\ &= 64 \frac{10^3 \text{ m/s}}{10^6 (3,262 \text{ anos-luz})} \\ &= 0,0196 \text{ m/s por ano-luz} \end{aligned}$$

Problemas 6

6. A unidade S.I. de temperatura termodinâmica é o Kelvin (K)

A temperatura expressa em graus Celsius (t) está relacionada com a temperatura termodinâmica (ou absoluta), T , por

$$t = T - 273,15$$

Neste caso : $T = 2,725 \text{ K}$

$$\begin{aligned} t &= 2,725 - 273,15 \\ &= -270,425 \text{ } ^\circ\text{C} \end{aligned}$$

Problemas 6

7. O comprimento de onda para o qual ocorre o máximo da curva da temperatura (T) é dado pela Lei de Wien

$$\lambda_{\max} = \frac{2,90 \times 10^{-3}}{T} \quad (\text{m})$$

onde λ_{\max} vem expresso em metro.

No gráfico vemos que $\lambda_{\max} \approx 0,105 \text{ cm}$
 $\approx 1,05 \times 10^{-3} \text{ m}$

Então :

$$T \approx \frac{2,90 \times 10^{-3}}{1,05 \times 10^{-3}}$$

$$\approx 2,76 \text{ K}$$

Problemas 6

8. Densidade crítica

$$\rho_c = \frac{3}{8\pi} \frac{H^2}{G}$$

$$H = 0,02 \text{ m/s por ano-luz}$$

$$= \frac{0,02}{9,46 \times 10^{15}} \text{ s}^{-1} \quad (1 \text{ ano-luz} = 9,46 \times 10^{15} \text{ m})$$

$$= 2,11 \times 10^{-18} \text{ s}^{-1}$$

$$G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ m}^3/\text{kg s}^2$$

Então:

$$\rho_c = \frac{3}{8\pi} \frac{(2,11 \times 10^{-18})^2}{6,67 \times 10^{-11}} = 8,00 \times 10^{-27} \text{ kg/m}^3$$

Esta densidade corresponde ao seguinte número de átomos de hidrogênio por metro cúbico:

$$\frac{\rho_c}{m_p} = \frac{8,00 \times 10^{-27}}{1,67 \times 10^{-27}} = 4,79 \text{ átomos/m}^3$$

Problemas 6

9. No problema anterior obteve-se

$$\rho_c = 8,00 \times 10^{-27} \text{ kg/m}^3$$

Usando $E = mc^2$, obtem-se para a densidade de energia crítica

$$\begin{aligned} \frac{E}{V} &= \rho_c c^2 \\ &= 8,00 \times 10^{-27} \times (3 \times 10^8)^2 \text{ J/m}^3 \\ &= 7,20 \times 10^{-10} \text{ J/m}^3 \end{aligned}$$

- Na tabela da pág. 144 do livro vemos que a densidade de energia p/a matéria ordinária (átomos) é de $4 \times 10^{-11} \text{ J/m}^3$.

Comparando este valor com a densidade de energia crítica:

$$\frac{4 \times 10^{-11}}{7,2 \times 10^{-10}} = 5,56 \times 10^{-2} \approx 6\%$$

(a densidade da matéria observável é apenas uma pequena fração da densidade crítica)

- Na mesma tabela vemos que a densidade de energia total é de $9 \times 10^{-10} \text{ J/m}^3$,

que é um valor próximo da densidade de energia crítica ($7,2 \times 10^{-10} \text{ J/m}^3$).

Problemas 6

10.

$$R = \frac{c}{H}$$

$$; \quad c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$$

$$H = 0,02 \text{ m/s por ano-luz}$$

$$R = \frac{3 \times 10^8}{0,02} = 1,5 \times 10^{10} \text{ anos-luz}$$

$$= (1,5 \times 10^{10}) (9,46 \times 10^{15}) \text{ m}$$

$$= 1,4 \times 10^{26} \text{ m}$$