Universidade do Minho
Departamento de Matemática

MiEInf
2018/2019

Lógica EI

1º Teste — 18 de março de 2019 — duração: 2 horas

nome: ______________________ número: __________

Grupo I

Este grupo é constituído por 6 questões. Em cada questão, deve dizer se a afirmação indicada é verdadeira (V) ou falsa (F), assinalando o respetivo quadrado. Em cada questão, a cotação atribuída será *1 valor*, *-0,25 valores* ou *0 valores*, consoante a resposta esteja certa, errada, ou não seja assinalada resposta, respetivamente. A cotação total neste grupo é no mínimo *0 valores*.

		V	F
1.	Para todas as fórmulas φ e ψ, se ψ é uma tautologia, então $\varphi \to \psi$ é uma tautologia.	☐	☐
2.	Quaisquer que sejam as fórmulas φ e ψ, se φ e ψ são FNDs então $\varphi \wedge \psi$ é uma FNC.	☐	☐
3.	Para toda a fórmula φ, a sequência de duas letras "$)\wedge$" não ocorre em φ.	☐	☐
4.	Para toda a fórmula φ, se $var(\varphi) = \{p_{2019}\}$, então $\{p_2, p_0 \vee \neg p_2\} \not\models \varphi$.	☐	☐
5.	Quaisquer que sejam Γ e Δ conjuntos de fórmulas, se Γ e Δ são inconsistentes, então $\Gamma \cap \Delta$ é inconsistente.	☐	☐
6.	Existe uma infinidade de valorações que satisfazem a fórmula $p_0 \wedge \neg p_1$.	☐	☐

Grupo II

Responda a cada uma das questões deste grupo no espaço disponibilizado a seguir à questão, sem apresentar justificações.

1. Dê exemplo de fórmulas φ e ψ tais que o número de subfórmulas de φ é inferior ao número de subfórmulas de $\varphi[\psi/p_1]$.

   Resposta:

2. Considere a fórmula $\varphi = (p_1 \to p_2) \wedge \neg p_2$. Dê exemplo de valorações distintas v_1 e v_2 tais que $v_1(\varphi) = v_2(\varphi) = 1$.

   Resposta:

3. Indique uma forma normal disjuntiva logicamente equivalente à fórmula $(p_1 \to (\bot \vee p_3)) \wedge \neg(p_2 \wedge \neg p_3)$.

   Resposta:

4. Seja $\Gamma = \{\neg p_4 \to p_3, p_1 \vee \neg p_4, \bot \leftrightarrow (\neg p_1 \vee p_3)\}$. Apresente um $i \in \mathbb{N}_0$ tal que o conjunto $\Gamma \cup \{p_i\}$ é inconsistente.

   Resposta:

Grupo III

1. Prove por indução estrutural que, para todo $\varphi \in \mathcal{F}^{CP}$, $p_0 \notin \varphi[\neg p_1/p_0]$.
2. Sem justificar, defina por recursão estrutural uma função $f : \mathcal{F}^{CP} \longrightarrow \mathcal{F}^{CP}_{\{\bot,\to,\wedge\}}$ tal que $f(\varphi) \Leftrightarrow \varphi$, para todo $\varphi \in \mathcal{F}^{CP}$. ($\mathcal{F}^{CP}_{\{\bot,\to,\wedge\}}$ representa o conjunto das fórmulas com conetivos em $\{\bot, \to, \wedge\}$.)
3. Considere a função $f : \mathcal{F}^{CP} \to \{0, 1\}$ definida recursivamente por:

   (i) $f(p_i) = 1 \quad (i \in \mathbb{N}_0)$. (ii) $f(\bot) = 0$.

   (iii) $f(\neg\varphi) = f(\varphi)^2$. (iv) $f(\varphi \Box \psi) = f(\varphi) \times f(\psi) \quad (\Box \in \{\wedge, \vee, \to, \leftrightarrow\})$.

   (a) Determine $f(\neg p_1 \to (p_5 \vee \bot))$. Justifique.

   (b) Diga, justificando, se f é uma valoração.
4. Seja $\Gamma = \{(p_1 \wedge \neg p_2) \to \neg p_3\}$. Em cada uma das seguintes alíneas, diga, justificando, se $\Gamma \models \varphi$:

   (a) $\varphi = \neg p_1 \to p_3$.

   (b) $\varphi = p_3 \to (\neg p_1 \vee p_2)$.
5. Mostre que $\{\neg\}$ não é um conjunto completo de conectivos.

Cotações	I	II	III
	6	1+1+1+1	2+2+2+2+2