

spin

spin do electrão

$$\frac{1}{2} \hbar$$

simplicadamente: $\frac{1}{2}$

Unidades S.I.: \hbar

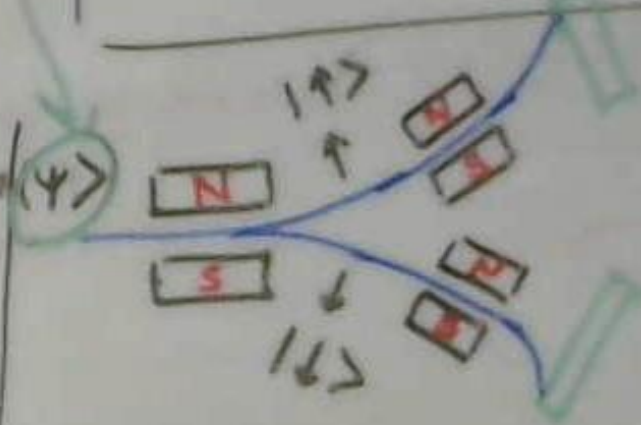
são também as unidades
do momento angular

$$|\psi\rangle = a_{\uparrow} |\uparrow\rangle + a_{\downarrow} |\downarrow\rangle$$

$$|\uparrow\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} ; |\downarrow\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

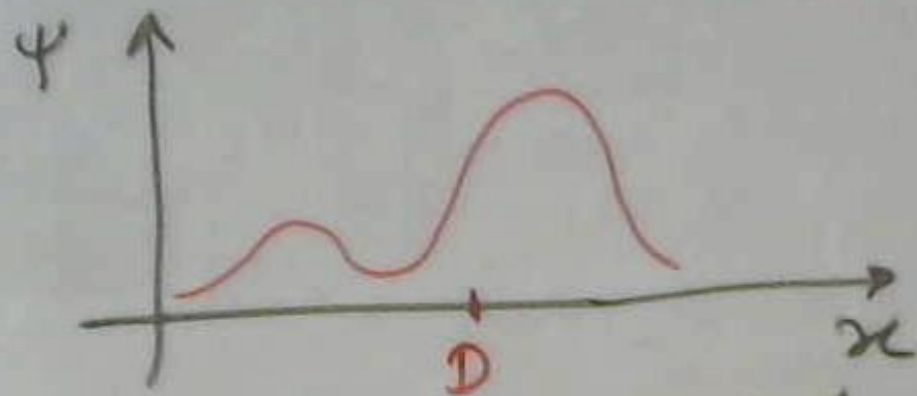
"spin up"

"spin down"



Duas medidas seguidas em
aparelho de Stern-Gerlach

As interpretações da mecânica quântica



Ao realizar a medida encontramos a partícula na posição D .

Qual era a posição da partícula imediatamente antes da medida?

1. Interpretação realista
A partícula estava em D .

2. Interpretação ortodoxa

Não podemos responder.
Foi o acto de medir que forçou a partícula a tomar uma posição.

(Bohr)

O paradoxo EPR e entrelaçamento

Estados entrelaçados e não entrelaçados de dois fótons

Estados de polarização: $|H\rangle, |V\rangle$

$|H\rangle \otimes |H\rangle$ ambos os fótons
e polarização H

$|V\rangle \otimes |V\rangle$ ambos e polariza
ção V

$|H\rangle \otimes |V\rangle$ 1: fóton e polariz. H
2: " e " V

$|V\rangle \otimes |H\rangle$ 1: fóton e polariz. V
2: " " " H

\otimes representa o produto
tensorial

seja: $|H\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, |V\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

$$|H\rangle \otimes |H\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \\ 0 & \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$|H\rangle \otimes |V\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$|V\rangle \otimes |H\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$|V\rangle \otimes |V\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$|H\rangle \otimes |V\rangle \neq |V\rangle \otimes |H\rangle$$

Estados entrelaçados e não entrelaçados de dois fótons

$$|H\rangle \otimes |H\rangle \equiv |H, H\rangle \equiv |HH\rangle$$

$$|V\rangle \otimes |V\rangle \equiv |VV\rangle$$

$$|H\rangle \otimes |V\rangle \equiv |HV\rangle$$

$$|V\rangle \otimes |H\rangle \equiv |VH\rangle$$

simplicificação da notação

$$|\Psi\rangle = a|HH\rangle + b|HV\rangle + c|VH\rangle + d|VV\rangle$$

estado de polarização de 2 fótons

Estados entrelaçados e não entrelaçados de dois fótons

Exemplo 1

$$\begin{aligned} |\Psi_1\rangle &= c|HH\rangle + s|HV\rangle \\ &= |H\rangle [c|H\rangle + s|V\rangle] \\ &= |H\rangle \otimes [c|H\rangle + s|V\rangle] \end{aligned}$$

estado do
1º fóton

estado do
2º fóton

conseguimos descrever de forma independente os estados dos 2 fótons

Estado não entrelaçado

Exemplo 2

$$\begin{aligned} |\Psi_2\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|HH\rangle + |VV\rangle) \\ \frac{1}{\sqrt{2}}(|HH\rangle + |VV\rangle) &\stackrel{?}{=} \left(\frac{?}{?} \right) \left(\frac{?}{?} \right) \quad \left(\stackrel{?}{=} \text{a igualdade será possível} \right) \\ &= (a|H\rangle + b|V\rangle) \otimes (c|H\rangle + d|V\rangle) \\ &= (ac|HH\rangle + ad|HV\rangle + bc|VH\rangle + bd|VV\rangle) \end{aligned}$$

$$ac = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad \text{impossível}$$

$$bd = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$ad = 0$$

$$bc = 0$$

Não é possível descrever $|\Psi_2\rangle$ como dois estados independentes

A igualdade não se verifica

é possível descrever $|\Psi_2\rangle$ como dois estados independentes

Estado entrelaçado