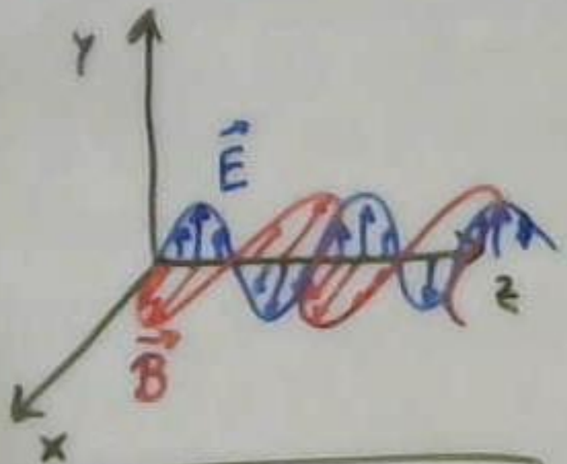
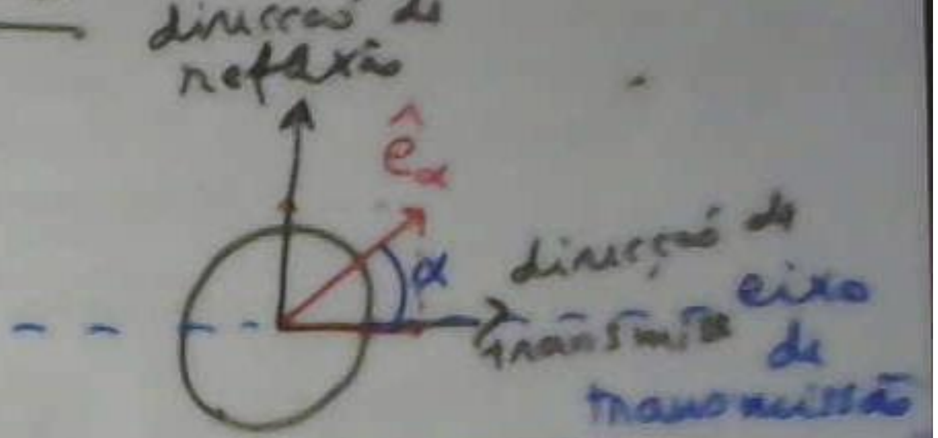
Descrição da polarização de fotões com a física quântica

Scanani, pág. 3-12

Polarização de um feixe de luz



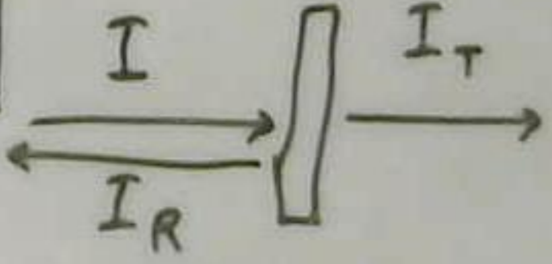
polarizador



$$\boxed{\begin{aligned} I_T &= I\cos^2\alpha \\ I_R &= I\sin^2\alpha \end{aligned}}$$ Lei de Malus

$$\boxed{I = I_R + I_T}$$

conservação da energia



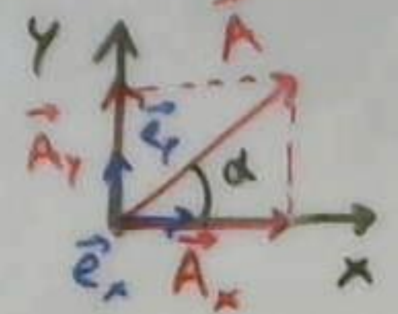
H : direcção de polarização horizontal

V : direcção de pol. vert.

$\left.\begin{array}{l}\hat{e}_V \\ \hat{e}_H\end{array}\right\}$ vectores unitários (versores) segundo as direcções V e H

$$\boxed{\hat{e}_\alpha = \cos\alpha \cdot \hat{e}_H + \sin\alpha \cdot \hat{e}_V}$$

polarizacão da luz incidente



$$\vec{A} = \vec{A}_x + \vec{A}_y$$

$$\sin\alpha = \frac{A_y}{A} \Rightarrow A_y = A\sin\alpha$$

$$\cos\alpha = \frac{A_x}{A} \Rightarrow A_x = A\cos\alpha$$

$$\vec{A} = A\cos\alpha \cdot \hat{e}_x + A\sin\alpha \cdot \vec{e}_y$$

$$\vec{A} = \begin{pmatrix} A\cos\alpha \\ A\sin\alpha \end{pmatrix}$$

$$I \propto E^2$$

Notacão de Dirac

$$|\alpha\rangle = \cos\alpha \cdot |H\rangle + \sin\alpha \cdot |V\rangle$$

$$|H\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}; \quad |V\rangle \equiv \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$|\alpha\rangle = \cos\alpha \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \sin\alpha \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\alpha \\ \sin\alpha \end{pmatrix}$$

$|\dots\rangle \equiv$ Ket

$\underbrace{\langle\dots|}_{\text{bra}}\underbrace{\dots\rangle}_{\text{ket}}$ braket

$\langle\dots| \equiv$ bra

bra → linha

ket → coluna

$$\langle H| = (1 \quad 0)$$

$$\langle\alpha|H\rangle = (\cos\alpha \quad \sin\alpha)\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \cos\alpha$$

$$\langle\alpha|V\rangle = (\cos\alpha \quad \sin\alpha)\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \sin\alpha$$

$$\underbrace{\vec{u}\cdot\vec{v}}_{\text{produto escalar}} = \|\vec{u}\|\,\|\vec{v}\|\cos\alpha$$

$$\left.\begin{aligned} \langle H|H\rangle &= 1 \\ \langle V|V\rangle &= 1 \\ \langle H|V\rangle &= 0 \\ \text{ou} \quad \langle V|H\rangle &= 0 \end{aligned}\right\}$$

$\{|H\rangle, |V\rangle\}$ constitui uma base ortonormada

Polarizacão de um fotão

$$I_T = I\cos^2\alpha$$

Qual é o significado de $\cos^2\alpha$ no caso de um fotão único?

Resposta da física quântica: $\cos^2\alpha$ representa a prob. do fotão ser transmitido

$$P_H \equiv P(H|\alpha) = \cos^2\alpha = |\langle H|\alpha\rangle|^2$$

prob. de numa medição encontrar polarização H

$$P_V \equiv P(V|\alpha) = \sin^2\alpha = |\langle V|\alpha\rangle|^2$$

prob. de numa medição encontrar polarização V

$$|\langle H|\alpha\rangle|^2 + |\langle V|\alpha\rangle|^2 = \cos^2\alpha + \sin^2\alpha = 1$$

Regra de Born

Dado ψ_2, a probabilidade de numa medida encontrar ψ_1 é

$$\boxed{P(\psi_1|\psi_2) = |\langle\psi_1|\psi_2\rangle|^2}$$

Estado quântico e vector estado

Estado: permite determinar o comportamento físico do sistema

$$|\psi\rangle = a_1|\phi_1\rangle + a_2|\phi_2\rangle + \dots$$
$$= \sum_i a_i|\phi_i\rangle$$

$|\phi_i\rangle \equiv$ versores (constituem uma base ortonormada)

$a_i \equiv$ componente do vector $|\psi\rangle$ na direcção do versor $|\phi_i\rangle$

Ex.: $|\alpha\rangle = \cos\alpha\,|H\rangle + \sin\alpha\,|V\rangle$

vector estado: é um vector num espaço vectorial abstracto

$$P(\phi_i|\psi) = |a_i|^2 = a_i^* \cdot a_i$$

usando a regra de Born:

$$P(\phi_i|\psi) = |\langle\phi_i|\psi\rangle|^2$$
$$P(\phi_1|\psi) = |\langle\phi_1|\psi\rangle|^2 =$$
$$= |\langle\phi_1|a_1\phi_1\rangle + \langle\phi_1|a_2\phi_2\rangle + \dots|^2$$
$$= |a_1\underbrace{\langle\phi_1|\phi_1\rangle}_{=1} + a_2\underbrace{\langle\phi_1|\phi_2\rangle}_{=0} + \dots|^2 = |a_1|^2$$

sobreposição de estados

$|\Psi\rangle = a_1|\phi_1\rangle + a_2|\phi_2\rangle + \dots$

$\boxed{|\Psi\rangle = \sum_i a_i|\phi_i\rangle}$ sobreposição de estados

Ex.: polarização do fotão

$|\alpha\rangle = \cos\alpha\,|H\rangle + \sin\alpha\,|V\rangle$

$|\Psi\rangle = a\,|\text{coroa}\rangle + b\,|\text{cara}\rangle$