Assim,

$$g'(t) = \nabla f(h(t)) \cdot \nabla h(t)$$
$$= (2a^2t^3 - t^3, \ a^2t^4, \ -at^2) \begin{pmatrix} 2at \\ a \\ 3t^2 \end{pmatrix}$$
$$= 4a^3t^4 - 2at^4 + a^3t^4 - 3at^4$$
$$= (4a^3 - 5a + a^3)\, t^4$$

Para que $g'(t) = 0$ para todo o t deve-se ter

$$5a^3 - 5a = 0$$
$$\Leftrightarrow a\,[a^2 - 1] = 0$$
$$\Leftrightarrow a\,(a-1)(a+1) = 0$$
$$\Leftrightarrow a = 0 \ \vee \ a = 1 \ \vee \ a = -1$$

Isto é, se $a = 0$ ou $a = 1$ ou $a = -1$ tem-se $g'(t) = 0$.

NOTA:

Observe-se que g é uma função real de variável real logo g' será derivada é a "derivada usual" de Cálculo (cf pag 46 e 47 dos apontamentos).

(4) $\dfrac{\partial w}{\partial p}$ $\dfrac{\partial w}{\partial q}$ $\quad w = r^2 + s^2 \quad r = pq^2 \quad s = p^2 \operatorname{sen} q$.

Note-se que este exercício está posto numa forma diferente dos exemplos da pág 51. Vamos resolver este exercício por 2 processos diferentes.

1º Processo

Como $w = r^2 + s^2$ e $r = pq^2$ $s = p^2 \operatorname{sen} q$ pode-se escrever

$$w = w(p,q) = (pq^2)^2 + (p^2 \operatorname{sen} q)^2$$
$$= p^2 q^4 + p^4 \operatorname{sen}^2 q$$

Logo

$$\frac{\partial w}{\partial p}(p,q) = \frac{\partial}{\partial p}\left[p^2q^4 + p^4 \operatorname{sen}^2 q\right] = 2pq^4 + 4p^3 \operatorname{sen}^2 q \quad \text{e}$$

$$\frac{\partial w}{\partial q}(p,q) = \frac{\partial}{\partial q}\left[p^2q^4 + p^4 \operatorname{sen}^2 q\right] = 4p^2q^3 + 2p^4 \cos q \operatorname{sen} q.$$