Universidade do Minho
Dep. Matemática e Aplicações

MiEInf
2017/2018

Lógica EI

1.º teste — 3 de abril de 2018 — duração: 2 horas

Nome: ______________________ Número ____________

Grupo I

Este grupo é constituído por 2 questões. Responda, sem justificar, no espaço disponibilizado para o efeito no enunciado.

1. Defina uma valoração v tal que $v((p_0 \wedge \neg p_1) \leftrightarrow (p_2 \vee p_1)) = 1$.

2. Sejam $\Gamma = \{p_0 \vee p_1, \neg(p_1 \wedge p_2)\}$ e $\Delta = \{p_1 \vee \neg p_0, p_2, \neg(p_1 \rightarrow \neg p_2)\}$. Indique uma fórmula $\varphi \in \Delta$ tal que $\Gamma \cup \{\varphi\}$ é um conjunto semanticamente inconsistente.

Grupo II

Este grupo é constituído por 3 questões. Em cada questão, deve dizer se a afirmação indicada é verdadeira (V) ou falsa (F), assinalando o respetivo quadrado. Em cada questão, a cotação atribuída será *1 valor*, *-0,5 valores* ou *0 valores*, consoante a resposta esteja certa, errada, ou não seja assinalada resposta, respetivamente. A cotação total neste grupo é no mínimo *0 valores*.

		V	F
1.	Para quaisquer $\varphi, \psi \in \mathcal{F}^{CP}$, se $\varphi \wedge \psi$ é tautologia, então $\varphi \rightarrow \psi$ é tautologia.	□	□
2.	Para qualquer fórmula φ e qualquer conjunto de fórmulas Γ, se $\Gamma \cup \{\varphi\}$ é inconsistente, então $\Gamma \not\models \varphi$.	□	□
3.	Para qualquer fórmula φ, existe uma fórmula ψ cujos conetivos pertencem a $\{\wedge, \perp\}$ e tal que $\varphi \Leftrightarrow \psi$.	□	□

Grupo III

Este grupo é constituído por 3 questões. Responda na folha de exame, justificando todas as suas respostas.

1. Seja $X \subseteq \mathcal{F}^{CP}$ definido indutivamente por:

   (i) $p_n \in X$, para todo $n \in \mathbb{N}_0$;

   (ii) Se $\varphi \in X$ então $(\varphi \to p_0) \in X$;

   (iii) Se $\varphi, \psi \in X$ então $((\neg\varphi) \wedge \psi) \in X$.

   Seja $f : X \to \mathbb{N}_0$ a função tal que $f(\varphi)$ é o menor índice i de entre todas as variáveis p_i que ocorrem em φ.

   a) Seja $\psi = ((\neg(p_1 \to p_0)) \wedge p_0)$. Mostre que $\psi \in X$ e indique $f(\psi)$.

   b) Dê exemplo de uma fórmula σ em X com mais de duas ocorrências de conetivos e tal que $f(\sigma) = 4$.

   c) Defina a função f por recursão estrutural em X.

   d) Enuncie o Princípio de Indução Estrutural para X.

   e) Prove por indução estrutural que: para todo $\varphi \in X$, se $\to$ ocorre em φ, então $f(\varphi) = 0$.

2. Indique, justificando, uma forma normal conjuntiva logicamente equivalente à fórmula $(p_0 \wedge \neg p_1) \to ((\neg p_1 \to p_2) \to \perp)$.

3. Mostre que, para quaisquer $\varphi, \psi, \sigma \in \mathcal{F}^{CP}$, se $\{\varphi, \psi, \sigma\}$ é consistente então $\varphi \wedge \psi \wedge \sigma$ não é uma contradição.

Cotações

I.	II.	III.
2,5	3	14,5