



Exercício 3.1 Determine o domínio das seguintes funções:

- a) $f(x) = \frac{1}{x^2 - 1}$;
- b) $f(x) = \sqrt{2 - 3x} + \sqrt{x}$;
- c) $f(x) = \sqrt{1 - \cos(3x^3 + x)}$;
- d) $f(x) = \frac{\sqrt{4x - 3}}{x^2 - 4}$.

Exercício 3.2 Determine o domínio das funções f , g , $f + g$, $f - g$, fg , f/g quando:

- a) $f(x) = \sqrt{x + 5}$, $g(x) = \sqrt{x + 5}$;
- b) $f(x) = \frac{x}{x - 2}$, $g(x) = \frac{3x}{x + 4}$.

Exercício 3.3 Determine $f \circ g$ e $g \circ f$ e, em cada caso, o respetivo domínio, quando:

- a) $f(x) = x^2 - 3x$, $g(x) = \sqrt{x + 2}$;
- b) $f(x) = \sqrt{x + 15}$, $g(x) = x^2 + 2x$;
- c) $f(x) = \sqrt{x - 2}$, $g(x) = \sqrt{x + 5}$;
- d) $f(x) = \sqrt{25 - x^2}$, $g(x) = \sqrt{x - 3}$.

Exercício 3.4 Para cada uma das funções h dadas indique duas funções f e g (diferentes da identidade) tais que $h = g \circ f$:

- a) $h(x) = \sin\left(\frac{x}{x^2 - 3}\right)$;
- b) $h(x) = \sqrt{x^2 + 1} + \frac{2}{x^2 + 1}$;
- c) $h(x) = \sqrt{2x - 2} - 4x + 4$.

Exercício 3.5 Verifique se as seguintes funções são limitadas ou monótonas e indique, quando possível, o supremo, o ínfimo, o máximo e o mínimo dos seus contradomínios:

- a) $f: \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$
 $x \mapsto \frac{|x|}{x}$
- b) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
 $x \mapsto \sqrt{x^2} - 1$
- c) $f:]-1, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$
 $x \mapsto \frac{x-1}{x+1}$

Exercício 3.6 Estude a paridade da função $f: D \rightarrow \mathbb{R}$ quando:

- a) $f(x) = x$, $D = \mathbb{R}$;
- b) $f(x) = x^2$, $D = \mathbb{R}$;
- c) $f(x) = x^2$, $D = [-2, 5]$;
- d) $f(x) = x + 1$, $D = \mathbb{R}$;
- e) $f(x) = x^3$, $D = \mathbb{R}$;

- f) $f(x) = \sqrt{x^2}$, $D = \mathbb{R}$;
g) $f(x) = (\sqrt{x})^2$, $D = \mathbb{R}_0^+$;
h) $f(x) = \sin x$, $D = [-\pi, 2\pi]$;
i) $f(x) = \cos x$, $D = [-\pi, 2\pi]$;
j) $f(x) = x \sin x$, $D = \mathbb{R}$;
k) $f(x) = x^2 \cos x$, $D = \mathbb{R}$.

Exercício 3.7 Se f e g são funções pares, o que se pode dizer de $f \circ g$? E se forem ímpares? E se uma função for par e a outra ímpar?

Exercício 3.8 Considere as seguintes funções:

$$f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R} \\ x \longmapsto x^2$$

$$h : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R} \\ x \longmapsto 0$$

$$g : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R} \\ x \longmapsto -x$$

$$i(x) = \begin{cases} x & \text{se } x \in]-1, 2] \\ 2 & \text{se } x \in \mathbb{R} \setminus]-1, 2] \end{cases}$$

- a) Classifique cada uma delas quanto à injetividade e sobrejetividade.
b) Determine $f([-1, 1])$, $i([-1, 0])$, $i(]-1, 3])$, $f^{-1}(\{1\})$, $h^{-1}(\{0\})$ e $g^{-1}(]-1, 3])$.

Exercício 3.9 Seja $f : \mathbb{R} \rightarrow [-1, +\infty[$ dada por $f(x) = x^2 + 4x + 3$.

- a) Defina uma restrição de f que admita inversa.
b) Defina a função inversa da função da alínea (a).
c) Esboce graficamente a função da alínea (a) e a sua função inversa.

Exercício 3.10 Para cada uma das funções $f : D \rightarrow E$ que se segue, assuma que D é o maior conjunto em que a lei faz sentido e que o conjunto de chegada é igual ao contradomínio. Identifique as funções invertíveis e calcule a sua inversa:

- a) $f(x) = x$;
b) $f(x) = x^2$;
c) $f(x) = x - 3$;
d) $f(x) = x^3$;
e) $f(x) = \sqrt{x+2}$;
f) $f(x) = e^{x-1}$;
g) $f(x) = \frac{1}{x^2+5}$;
h) $f(x) = \frac{1}{x^3+2}$.

Exercício 3.11 Seja $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dada por $f(x) = |x|$. Esboce o gráfico de g quando:

- a) $g(x) = f(x) - 1$;
b) $g(x) = f(x+2)$;
c) $g(x) = \max\{f(x), 1\}$;
d) $g(x) = \min\{f(x), 2\}$;