



Exercício 1.1 Preencha os espaços identificados com \square de modo a obter proposições verdadeiras:

- a) $\frac{3}{8} \square 0,37$; c) $\sqrt{2} \square 1,414$; e) $\frac{3}{7} \square 0,428571$;
b) $0,33 \square \frac{1}{3}$; d) $5 \square \sqrt{25}$; f) $\frac{22}{7} \square \pi$.

Exercício 1.2 Escreva sob a forma de dízima as seguintes frações:

- a) $\frac{3}{7}$; b) $\frac{29}{4}$; c) $\frac{7}{101}$; d) $\frac{274301}{3300}$.

Exercício 1.3 Represente os seguintes números racionais sob a forma de quociente de números inteiros:

- a) 1,25; b) 2,374; c) $5,(3)$; d) $54,134(728)$.

Exercício 1.4 Encontre um número racional e um número irracional no intervalo:

- a) $] \frac{1}{1000}, \frac{2}{1000} [$; b) $] \frac{1}{101}, \frac{1}{100} [$; c) $] \frac{\pi}{101}, \frac{\pi}{100} [$.

Exercício 1.5 Sejam x e y dois números reais tais que $x < y$. Diga, justificando, se cada uma das seguintes relações é verdadeira ou falsa:

- a) $x^2 < y^2$; c) $\frac{1}{x} < \frac{1}{y}$ ($x, y \neq 0$);
b) $x^3 < y^3$; d) $x < \frac{x+y}{2} < y$.

Exercício 1.6 No que se segue x e y representam números reais e n representa um número natural. Indique quais das seguintes relações são verdadeiras. Dê um contraexemplo para as relações que forem falsas.

- a) $\sqrt{x+y} = \sqrt{x} + \sqrt{y}$.
b) $\sqrt{xy} = \sqrt{x}\sqrt{y}$.
c) $(x+y)^n = x^n + y^n$.
d) $(xy)^n = x^n y^n$.
e) $\frac{1}{x+y} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$, $x \neq 0$, $y \neq 0$, $x \neq -y$.
f) $|x+y| = |x| + |y|$.

Exercício 1.7 Em cada uma das alíneas seguintes encontre números reais a e ε de modo a que a solução da inequação $|x-a| < \varepsilon$ seja o intervalo dado:

- a) $] -2, 2 [$; c) $] 0, 4 [$;
b) $] -4, 0 [$; d) $] -3, 7 [$.

Exercício 1.8 Represente em extensão os seguintes conjuntos:

- a) $\{x \in \mathbb{R} : |x + 4| = 3\};$
- b) $\{x \in \mathbb{R} : \sqrt{(x + 1)^2} = 3\};$
- c) $\{x \in \mathbb{R} : |x| = |x + 2|\};$
- d) $\{x \in \mathbb{R} : (x^2 - 7)^2 = 0\};$
- e) $\{x \in \mathbb{R} : \sqrt{3x + 1} = 2x\};$
- f) $\{x \in \mathbb{R} : |x| |x + 3| = 4\}.$

Exercício 1.9 Exprima cada uma dos conjuntos seguintes na forma de intervalo ou reunião de intervalos:

- a) $\{x \in \mathbb{R} : 1 - x \leq 2\};$
- b) $\{x \in \mathbb{R} : 0 \leq 1 - 2x \leq 1\};$
- c) $\{x \in \mathbb{R} : x^2 > 5\};$
- d) $\{x \in \mathbb{R} : x^2(x^2 - 1) \geq 0\};$
- e) $\{x \in \mathbb{R} : |5 - \frac{1}{x}| < 1\};$
- f) $\{x \in \mathbb{R} : |3 - x| \geq 2\};$
- g) $\{x \in \mathbb{R} : |5x + 2| \leq 1\};$
- h) $\{x \in \mathbb{R} : x^3 \geq 4x\};$
- i) $\{x \in \mathbb{R} : 6x^2 - 5x \leq -1\};$
- j) $\{x \in \mathbb{R} : |3x - 2| \leq 1\};$
- k) $\{x \in \mathbb{R} : 2 < |x| < 3\};$
- l) $\{x \in \mathbb{R} : |x - 1| < |x - 2|\};$
- m) $\{x \in \mathbb{R} : \frac{1-x}{2x+3} > 0\};$
- n) $\{x \in \mathbb{R} : |x + 2| + |x - 2| < 10\};$
- o) $\{x \in \mathbb{R} : |x^2 - 1| \leq 1\};$
- p) $\{x \in \mathbb{R} : 2x^2 \leq 4\};$
- q) $\{x \in \mathbb{R} : 4 < x^2 < 9\};$
- r) $\{x \in \mathbb{R} : \frac{x}{x-2} \leq 0\};$
- s) $\{x \in \mathbb{R} : |x - 3| < 2|x|\};$
- t) $\{x \in \mathbb{R} : |x + 1| > |x - 3|\}.$

Exercício 1.10 Determine o conjunto dos majorantes, o conjunto dos minorantes e, se existirem, o supremo, o ínfimo, o máximo e o mínimo de cada um dos seguintes conjuntos:

- a) $[-\sqrt{5}, 3] \cap \mathbb{Q};$
- b) $[0, \sqrt{3}] \cap \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q};$
- c) $\{x \in \mathbb{Q} : x^2 < 11\};$
- d) $\{x \in \mathbb{R} : |x - 5| < 3\};$
- e) $\{x \in \mathbb{Z} : x^2 < 25/16\};$
- f) $\{x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q} : x \leq 0 \wedge |x^2 - 1| < x + 5\};$
- g) $\{x \in \mathbb{R} : 5 - x^2 < 1\};$
- h) $\{2 + 1/n : n \in \mathbb{N}\} \cup \{x \in \mathbb{R} : x^2 < 1\}.$

Exercício 1.11 Indique, justificando, o valor lógico de cada uma das seguintes proposições:

- a) $\forall x \in \mathbb{R} : x > 7 \Rightarrow |x| > 7;$
- b) $\forall x \in \mathbb{R} : |1 + 4x| < 1 \Rightarrow x \geq -\frac{1}{2};$
- c) $\forall x \in \mathbb{R} : |x| \geq 1 \Rightarrow x \geq 1;$
- d) $\forall x \in \mathbb{R} : |x - 5| \leq 2 \Rightarrow 3 < x < 7.$