Lógica Modal

Breno P. N. Melo, Denis Felipe, Diego J. Medeiros, Igor R. M. Silva, João Paulo do C. Confessor, Lorena C. Pinheiro

DIMAp – Departamento de Informática e Matemática Aplicada
Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN)
Av. Salgado Filho s/n – 59702-970 – Natal – RN – Brasil

{breno_pessoa, xp_hunter, die_jacome}@hotmail.com, {evilsk4ter, igorosbergster, lorenacordula}@gmail.com

Resumo. *Este artigo descreve uma lógica não clássica chamada Lógica Modal, que estuda o comportamento de expressões que tratam diferentes modalidades, como por exemplo, a necessidade e possibilidade. Também são abordadas várias sub-lógicas modais, como a Epistêmica, Temporal, Deôntica e Doxástica, nas quais são apresentadas suas axiomáticas e sintaxes particulares fazendo uma relação com a lógica formal clássica. Por fim é mostrado um exemplo de aplicação da Lógica Modal na área de Sistemas Dinâmicos, onde a lógica ajuda no processo de especificação e verificação.*

Introdução

Lógica modal é o estudo do comportamento dedutivo de expressões que tratam de modos quanto ao tempo, possibilidade, probabilidade, entre outras... , as mais usadas são a de possibilidade e necessidade, como por exemplo, “necessariamente” e “possivelmente”.

Existem também outras lógicas que são extensões da lógica modal para tratar termos relacionados, como probabilidade, eventualidade, padronização, poder e dever. Uma compreensão da lógica modal é particularmente valiosa na análise formal de argumento filosófico onde expressões da família modal são comuns e confusas.

Evolução Histórica da Lógica Modal

O fundador da lógica formal moderna, Gottlob Frege, duvidava que a lógica modal fosse viável, então, em 1933, Rudolf Carnap e Kurt Gödel começaram a busca por uma estrutura matemática de uma lógica que lidasse com as três modalidades clássicas (possibilidade, necessidade e probabilidade).

Em 1937, Robert Feyes, seguidor de Gödel, propôs o sistema T de lógica modal. Em 1951, Georg Henrik Von Wright propôs o sistema M, que é elaborado sobre o sistema T. Também nos anos 50’s, C.I.Lewis construiu, sobre o sistema M, seus conhecidos sistemas modais S1, S2, S3, S4 e S5. Em 1965, Saul Kripke estabeleceu o sistema modal normal mínimo K.

Modalidades Aléticas

O termo "alética" deriva da palavra grega "aleteia" que quer dizer verdade. Assim, falar de modalidades aléticas é falar dos modos como uma frase pode ser verdadeira ou falsa, temos como exemplo de modalidades aléticas a necessidade e possibilidade.

As proposições podem ser classificadas como:

- **Necessárias** – Proposições que necessariamente são verdadeiras ou falsas, ou seja, sua negação é impossível.

“2+2 = 4”

- **Possíveis** – Proposições que podem levar a uma ocorrência, ou seja, ela não é necessariamente falsa.

“Pode estar chovendo em Natal agora”

- **Contingentes** – Proposições que podem ser ou não verdades.

“Sócrates era um filósofo”

- **Impossíveis -** Proposições que marcam a impossibilidade de um acontecimento.

“Uma pedra tem emoções”

Possibilidade Física

Algumas vezes para analisar uma dada proposição é necessário que vejamos se ela é fisicamente possível e se é permitida pelas leis da natureza. Por exemplo, é possível (fisicamente falando) haver um átomo com um número atômico de 150, apesar de talvez de fato não houver um.

Por outro lado, não é possível, no mesmo contexto, haver um elemento cujo núcleo contém um carro dentro. Enquanto é logicamente possível acelerar um objeto além da velocidade da luz, não é, de acordo com Einstein, fisicamente possível ultrapassá-la.

Possibilidade Metafísica

A Metafísica tenta esclarecer as noções de como as pessoas entendem o mundo, incluindo a existência e a natureza do relacionamento entre objetos e suas propriedades, espaço, tempo, causalidade, e possibilidade.

No ponto de vista da filosofia, existe uma ponderação sobre as propriedades que um objeto possui independentemente das leis científicas, como por exemplo, a existência de Deus.

A possibilidade metafísica permite que algo seja possível se for consistente com as leis "metafísicas" — sejam elas quais forem. Por exemplo, se as leis metafísicas incluem as leis da lógica, afirmaremos ser metafisicamente impossível chover e não chover ao mesmo tempo, ou Sócrates não ser Sócrates. Por outro lado, se considerarmos as leis metafísicas de modo a incluir as leis das ciências, diremos que é metafisicamente impossível a água não ser H_2O ou um objeto dar a volta à galáxia num micro segundo. Assim, Deus é um ser metafisicamente possível se, e somente se, for consistente com as leis metafísicas.

Uma Possibilidade metafísica é geralmente tida como mais forte que a simples possibilidade lógica, sua exata relação com possibilidade física é questão de algumas discussões, e filósofos também discordam se verdades metafísicas são necessárias meramente "por definição", ou se elas refletem alguns importantes fatos sobre o mundo, ou alguma outra coisa completamente diferente.

Lógicas Modais

Formalização

O Alfabeto da Lógica Modal Clássica é composto de:

- **Operadores Unários Básicos**
  - □ (L) - Necessário
  - ◊ (M) - Possível
- **Símbolos**
  - Absurdo/Contradição: "⊥"
  - Pontuação: "(" e ")"
  - Conectivos: "¬", "∧", "∨" e "⇒"

A definição do Sistema Base segue a tabela abaixo:

Tabela 1: Definição do sistema base

Modalidade	$\Box A$	$\Diamond A$
Necessidade	Necessário	Possível
Temporal	Sempre no futuro	Em algum lugar no futuro
Doxástico	Acredito que	É consistente com minhas crenças
Provabilidade	É demonstrável que	É consistente que
Deôntica	É obrigatório que	É permitido que

São necessários axiomas e regras de inferência para a construção de tal sistema:

- **Axiomas**
  - A0) Todas as tautológicas clássicas
  - K) $\Box(p \to q) \to (\Box p \to \Box q)$
- **Regras de Inferência**
  - Modus Ponens: $\dfrac{\vdash A \to B,\ \vdash A}{\vdash B}$
  - Necessitação: $\dfrac{\vdash A}{\vdash \Box A}$

Outros axiomas:

- T) $\Box A \to A$ (axioma T)
- B) $A \to \Box\Diamond A$ (axioma da simetria)
- 4) $\Box A \to \Box\Box A$ (axioma da transitividade)
- 5) $\Diamond A \to \Box\Diamond A$ (axioma da euclidianidade)
- D) $\Box A \to \Diamond A$ (axioma da serialidade)
- CD) $\Diamond A \to \Box A$ (axioma da unicidade)

- X) $\Diamond\Box A \rightarrow \Box\Diamond A$ (simula convergência)
- 2) $\Box\Box A \rightarrow \Box A$ (simula densidade)
- GL) $\Box(\Box A \rightarrow A) \rightarrow \Box A$ (axioma de Gödel-Löb)

Lógica Epistêmica

Epistemologia é a parte da filosofia que trata da natureza e limitações do conhecimento. Já a lógica epistêmica é um sub-campo da lógica modal que trata do raciocínio sobre o conhecimento.

Embora a Epistemologia possua uma grande tradição filosófica que remonte a Grécia Antiga, a lógica epistêmica é muito mais recente com aplicações em filosofia, inteligência artificial, economia, etc.

Modelos de Mundos Possíveis

A maioria das tentativas de modelagem de conhecimento baseia-se no modelo de mundos possíveis. Para isso, temos que dividir o conjunto de mundos possíveis entre aqueles que são compatíveis com um agente do conhecimento, e aqueles que não são.

Nós discutiremos a abordagem baseada em lógica que utiliza o modelo matemático das estruturas Kripke, e usa o sistema da lógica modal. Posteriormente será apresentada a definição do modelo de Kripke.

Sintaxe

O operador modal básico $\Box$ na lógica epistêmica geralmente é escrito ***K*** e é lido como “sabe-se que” ou "É possível (dada a informação disponível) ser verdade que...”. Se houver mais de um agente cujo conhecimento é para ser representado, podemos associar-los com os operadores (***K***1, ***K***2, etc.). ***K***aφ pode ser lido como: “o agente ***a*** conhece φ” ou “o agente ***a*** sabe que φ”. O dual de ***K***, representado por ¬(***K***a)¬(φ), é lido como “***a*** não conhece não φ” ou “***a*** não sabe que não φ” e possui a mesma relação que $\Diamond$ e $\Box$.

A fim de acomodar noções de conhecimento comum e conhecimento distribuído, três outros operadores modais podem ser adicionados à linguagem.

Eles são:

- *E*g que se lê: "todos os agentes no grupo G conhecem...".
- *C*g, que se lê: "é do conhecimento comum de todos os agentes em ***g***..."
- *D*g, que se lê "o conhecimento é distribuído a todos os agentes em ***g***..."

Semântica

Como mencionado acima, a abordagem baseada em lógica tem por base o modelo de mundos possíveis, conhecido como Semântica de Kripke. É necessário introduzir o conceito de modelo de Kripke.

Dado um conjunto de proposições primitivas Φ, Um modelo de Kripke ***M*** para ***n*** agentes sobre Φ é (S , Π , K1 , K2 , ... , Kn) onde:

- S : É um conjunto não vazio de estados ou mundos possíveis.

- Π : É uma interpretação que associa cada estado de S com um valor verdade de uma proposição de Φ.
- K1, ... , Kn: São relações binárias em S para n números de agentes.

O valor verdade nos diz se uma proposição ***p*** é verdadeira ou falsa para certo estado. Então Π(s , p) nos diz se ***p*** é verdadeiro no estado ***s*** do modelo ***M.*** O valor verdade depende não só da estrutura, mas depende também do estado atual. Só porque uma coisa é verdade em um estado que não significa que seja verdade em outro. Para mostrar que uma fórmula φ é verdade para certo estado, escrevemos ***(M , s)*** $\models \varphi$, normalmente lido como "φ é verdade em ***(M , s).***

Assumindo que ***Ki*** é uma relação de equivalência, algumas propriedades do conhecimento podem ser derivadas.

- **Axioma da Distribuição (conhecido como K)**

  Se um agente conhece φ e se ele sabe que $\varphi \rightarrow \psi$, então ele também conhece ψ.

$$(\boldsymbol{K}\text{i}\ \varphi \land \boldsymbol{K}\text{i}\ (\varphi \rightarrow \psi)) \rightarrow \boldsymbol{K}\text{i}\ \psi$$

- **Axioma da Verdade (conhecido como T)**

  Se o agente conhece fatos, então os fatos devem ser verdadeiros.

$$\boldsymbol{K}\text{i}\ \varphi \rightarrow \varphi$$

- **Axioma da Introspecção Positiva (conhecido como quatro)**

  O agente sabe o que ele sabe.

$$\boldsymbol{K}\text{i}\ \varphi \rightarrow \boldsymbol{K}\text{i}\ \boldsymbol{K}\text{i}\ \varphi$$

- **Axioma da Introspecção Negativa (conhecido como 5)**

  O agente sabe o que ele não sabe.

$$\neg \boldsymbol{K}\text{i}\ \varphi \rightarrow \boldsymbol{K}\text{i} \neg\ \boldsymbol{K}\text{i}\ \varphi$$

- **Regra da Generalização do Conhecimento (conhecido como N)**

  Se φ é verdade em todo mundo que o agente considera como mundos possíveis, então o agente deve conhecer φ em todos os mundos possíveis.

$$\text{Se } \boldsymbol{M} \models \varphi \text{ então } \boldsymbol{M} \models \boldsymbol{K}\text{i}\ \varphi$$

Lógica Epistêmica também lida com a "crença", e não só apenas com o "conhecimento". Para isso o operador modal ***K*** pode ser substituído por ***B*** e lido como "acredita-se que". Devido a isso o Axioma da Verdade perde o sentido e é substituído pelo Axioma da Constituição.

- **Axioma da Constituição (conhecido como D)**

  O agente não acredita na contradição

$$\neg \boldsymbol{B}\text{i} \bot$$

Lógica Temporal

A lógica temporal é outro subconjunto da lógica modal que possui como objetivo permitir a variação da veracidade das asserções ao longo do tempo. Ou seja, uma asserção pode ser verdadeira num certo dia, mas já não o ser no dia seguinte.

Na lógica temporal o operador □ é escrito como ***G*** e nos dá a noção de “sempre no futuro”. ***G***f pode ser lido como: “Quando f é sempre válida”. Já o operador ◊ é escrito como ***F*** e nos dá a noção de “alguma vez no futuro”. ***F***f pode ser lido como: “Quando f é eventualmente válida”. É usual introduzir mais operadores como o operador O que representa a noção de “no próximo instante”.

Lógica Deôntica

A lógica deôntica estuda a validade de argumentos nos quais frases regidas por expressões como “É obrigatório que...”, “É permitido que...” desempenham papel relevante. A expressão "É obrigatório que..." pode ser representada pela letra maiúscula O (operador de obrigação), e a segunda pela letra maiúscula P (operador de Permissão). Por exemplo, seja p a frase "e-mails são respondidos", Op e Pp devem ser lidas como "É obrigado que e-mails sejam respondidos" e "É permitido que e-mails sejam respondidos", respectivamente.

A lógica deôntica recebe seu nome da palavra grega déon (necessidade, o que é preciso). Essa lógica pode ser entendida como a lógica das normas, no sentido do que seja obrigatório ou permitido.

Enquanto os operadores modais L e M são chamados aléticos, O e P são os operadores deônticos. As relações entre L e M são paralelas às conexões existentes entre O e P. Com efeito, se O for tomado como primitivo, P é introduzido da seguinte maneira: Pp, por definição, é o mesmo que $\neg O \neg p$. Se P for primitivo, O é definido correspondentemente: Op, por definição, é o mesmo que $\neg P \neg p$. Se a letra F representa a expressão “É proibido que...”, então a frase Fp (é proibido que p) pode ser introduzida, por definição, como sendo equivalente a $\neg Pp$ ou a $O \neg p$.

Uma característica das lógicas deônticas é que elas não possuem o axioma *T* (semanticamente correspondente à reflexividade), pois ele corresponderia a dizer que toda obrigação é verdadeira. Como é sabido, nem sempre as obrigações são cumpridas.

Logo, na lógica deôntica, não pode valer a frase $Op \rightarrow p$, pois esta afirma que o que é obrigatório é verdadeiro, ou seja, que a norma é sempre cumprida. Nesse tipo de lógica, também não pode valer a frase $p \rightarrow Pp$, porquanto, segundo esta, o que é verdadeiro é permitido. Porém, se p é a frase João matou José, então p é verdadeira, mas daí não se infere que matar José tenha sido permitido a João.

O Sistema Base

Seja o operador de obrigação (O) tomado como primitivo. Com o seu auxílio, os três axiomas do sistema-padrão podem ser formulados, da seguinte maneira:

- A1. $Op \rightarrow \neg O \neg p$
- A2. $O(p \wedge q) \equiv (Op \wedge Oq)$

- A3. $O(p \vee \neg p)$

Como P, por definição equivale a $\neg O \neg p$, o axioma A1 diz o mesmo que a fórmula $Op \rightarrow Pp$. Este seria o Princípio da Permissão ou Princípio da Consistência Deôntica, segundo o qual tudo o que é obrigatório é também permitido. Consoante o axioma A2, se a conjunção das frases p e q expressa obrigações, então tanto p quanto q, tomadas singularmente, também expressam obrigações. Por sua vez, o axioma A3 estabelece a obrigatoriedade do Princípio de Terceiro Excluído.

As regras de inferência do sistema padrão são as seguintes:

- Regra da substituição de variáveis proposicionais: O resultado da substituição uniforme de uma variável proposicional por uma fórmula, num teorema, também é um teorema.
- Regra do modus ponens: Se p e $p \rightarrow q$ forem teoremas, então q também o será.
- Regra da extensionalidade deôntica: Se p e q forem frases equivalentes, então Pp e Pq também o serão.

A partir dos axiomas e regras do sistema base, os seguintes teoremas podem ser derivados, dentre outros:

- $\neg(Op \wedge O\neg p)$

Segundo essa frase, não é o caso que tanto p quanto $\neg p$ sejam obrigatórios, ou seja, não há obrigações mutuamente contraditórias.

- $[(Op \rightarrow Oq) \wedge Op] \rightarrow Oq$

Se a eventual obrigatoriedade de uma frase implica a obrigatoriedade de uma outra e se a primeira é obrigatória, então a segunda também o é. Este é o modus ponens deôntico.

- $[(Op \rightarrow Oq) \wedge Pp] \rightarrow Pq$

Se a eventual obrigatoriedade de uma frase implica a obrigatoriedade de uma outra e se a primeira for permissível, então a segunda também o será.

- $\neg[O(p \vee q) \wedge (Fp \wedge Fq)]$

Conforme esse teorema, não pode ocorrer que uma disjunção seja obrigatória e os seus membros serem ambos proibidos.

- $\{O[p \rightarrow (q \vee r)] \wedge (Fq \wedge Fr)\} \rightarrow Fp$

Esse teorema pode ser entendido da seguinte maneira: se for obrigatória uma implicação, cujo conseqüente seja constituído por frases proibidas, então, o respectivo antecedente também será proibido.

Por outras palavras: se alguém chegar a uma situação na qual tenha de fazer algo errado, então ele terá cometido um erro, ao início de tudo. (O motorista que entrar numa rua proibida pode ser obrigado a retornar em marcha à ré, o que não é permitido. Porém, antes de cometer esse segundo erro, ele cometeu um primeiro, ao entrar numa rua que lhe estava vedada).

- $Op \rightarrow O(p \vee q)$

Se p é obrigatório, então é obrigatório que p ou que q. Em outras palavras, quem receber a ordem p, poderá escolher entre executar p ou q. O que é um paradoxo, uma vez que a obrigação de realizar p ou q vem antecedida pela obrigação de realizar p, de modo que não existe a possibilidade de escolha entre p e q.

- $Fp \rightarrow O(p \rightarrow q)$

Esse é o teorema da obrigação derivada, segundo o qual se um agente faz algo proibido p, então, obrigatoriamente, o que ele fez gera uma obrigação q (se alguém gera um acidente, está sujeito às consequências).

- $\neg p \rightarrow (p \rightarrow Oq)$

Esse é o teorema do compromisso. Essa frase não é intuitiva, pois afirma que se p não for verdadeira, então p implica qualquer obrigação q. (Se é falso que João tenha causado um acidente, então se João causou o acidente, ele está sujeito a qualquer implicação q).

- $Fp \rightarrow F(p \wedge q)$

Esse é o teorema do bom samaritano. Se o estado de coisas descrito na frase p é proibido, então é também proibido o estado de coisas descritos em $p \wedge q$.

A Semântica dos Mundos Deonticamente Perfeitos

A linguagem do sistema base carece de um tipo especial de semântica dos mundos possíveis, conhecida como semântica dos mundos deonticamente perfeitos.

A tarefa fundamental da semântica dos mundos possíveis é estabelecer as condições sob as quais frases do tipo Op e Pp são verdadeiras ou falsas, assim como definir as noções de consistência e de consequência, no contexto de uma linguagem deôntica.

Suponhamos que m0 seja o mundo real, no qual estão consistentemente estabelecidas as obrigações Op1, Op2,..., Opn e a permissão Pq. O mundo possível m1 será uma alternativa deôntica a m0 se, e somente se, em m1, as obrigações descritas nas frases p1, p2,..., pn e a permissão expressa pela frase q são realizadas, também consistentemente. Por outras palavras, no mundo m1, as obrigações vigentes em m0 são cumpridas e ao menos uma permissão de m0 é realizada. Nesse caso, m1 será um mundo deonticamente perfeito, em relação a m0.

Com o auxílio desses conceitos, podemos estabelecer as condições de verdade de frases como Op e Pp. Op é uma frase verdadeira, em m0, se, e somente se, p for verdadeira em todos os mundos deonticamente perfeitos, relativamente a m0. Pp é uma frase verdadeira, em m0, se, e somente se, p for verdadeira em ao menos um mundo deonticamente perfeito, relativamente a m0.

Lógica Doxástica

O termo “doxástica” tem origens no grego antigo onde doxa significa crença, logo Lógica Doxástica é uma Lógica Modal voltada para o raciocínio sobre as crenças.

Normalmente, uma lógica doxástica utiliza “Bx” com o significado “acredita-se que x é verdadeiro” e o conjunto $\mathbb{B}$ como o conjunto das crenças.

$$\mathbb{B}: \{ b_1, b_2, ..., b_n \}, \qquad \text{onde } b_1 = B(x),\ b_2 = B(p) \ ...$$

Tipos de Raciocínio

Para demonstrar as propriedades do conjunto de crenças, Raymond Smullyan definiu os seguintes tipos de raciocínios:

- *Raciocínio Preciso*: um raciocínio é preciso quando ele nunca crê em qualquer proposição falsa

$$\forall p(Bp \rightarrow p)$$

- *Raciocínio Impreciso*: um raciocínio é impreciso se existe uma proposição na qual se crê e esta é falsa

$$\exists p(Bp \wedge \neg p)$$

- *Raciocínio Presumido*: um raciocínio é presumido se este crer nunca ser impreciso. Um raciocínio presumido necessariamente implicará em uma imprecisão

$$B(\neg \exists p(Bp \wedge \neg p))$$

- *Raciocínio Consistente*: um raciocínio consistente nunca crê simultaneamente em uma proposição e em sua negação

$$\neg \exists p(Bp \wedge B\neg p)$$

- *Raciocínio Normal*: Um raciocínio é normal quando sempre que se crê em p, se crê também que se crê em p

$$\forall p(Bp \rightarrow BBp)$$

- *Raciocínio Peculiar*: um raciocínio é peculiar se existe alguma proposição p tal que se acredita em p e acredita-se também que não se crê em p

$$\exists p(Bp \wedge B\neg Bp)$$

- *Raciocínio Regular*: um raciocínio é dito regular se sua crença é distributiva sobre as operações lógicas

$$\forall p \forall q((p \rightarrow q) \rightarrow (q \rightarrow p))$$

- *Raciocínio Reflexivo*: um raciocínio é chamado reflexivo se para toda proposição p existe uma proposição q tal que o raciocínio acredita que $q \equiv (Bq \rightarrow p)$. Em conseqüência disso, se um raciocínio reflexivo crê $Bp \rightarrow p$, concluí-se que ele acreditará em p

$$\forall p\ (B(Bp \rightarrow p) \rightarrow Bp)$$

- *Raciocínio Instável*: um raciocínio é instável se existe alguma proposição p tal que ela crê que ela crê em p, mas na realidade ela não crê em p.

$$\exists p(BBp \rightarrow \neg Bp)$$

Nota: Este é um fenômeno tão estranho quanto à peculiaridade, entretanto, não necessariamente um raciocínio instável é incoerente

- Raciocínio Estável: Um raciocínio é dito estável se ele não é instável. Isto é, se para todo p, se ele crê Bp então ele crê em p

$$\forall p(BBp \rightarrow Bp)$$

Nota: O raciocínio estável é o oposto da normalidade

- Raciocínio Modesto: Um raciocínio é modesto se para toda proposição p, ele crê $Bp \rightarrow p$ se ele também crê em p

$$\forall p(B(Bp \rightarrow p) \rightarrow Bp)$$

Nota: Todo raciocínio reflexivo é modesto

Semântica de Kripke

Saul Aaron Kripke, nascido em 1940 em Omaha, Nebraska, é amplamente reconhecido como um dos filósofos vivos mais importantes. Sua obra é muito influente em diversas áreas da filosofia, desde a lógica até a filosofia da mente, passando pela filosofia da linguagem.

A semântica proposta por Kripke, conhecida como semântica dos mundos possíveis, permite formalizar qualquer lógica modal.

Por exemplo: dada uma lógica de primeira ordem, com $\sum_C$ sendo um conjunto de constantes, $\sum_F^n$ um conjunto de funções com n parâmetros, e $\sum_R^n$ um conjunto de relações com n parâmetros, a semântica de Kripke associada a essa lógica, é uma tupla

$$M = < \sum_I, \sum_M, A, [[\cdot]] >$$

em que

- $\sum_I$ é um conjunto não vazio de indivíduos
- $\sum_M$ é um conjunto não vazio de mundos possíveis
- $A \subseteq (\sum_M \times \sum_M)$ é uma relação de acessibilidade caracterizada por ser uma relação de equivalência (reflexiva, simétrica e transitiva)
- $[[\cdot]]$ é uma função de interpretação tal que:

$[[c]] \in \sum_I$ se $c \in \sum_C$

$[[f]] : \sum_i^n \rightarrow \sum_i$ se $f \in \sum_F^n$

$[[R]] : (\sum_M \times \sum_i^n) \rightarrow$ Bool se $R \in \sum_R^n$

Aplicação

Sistemas Dinâmicos

Um sistema pode ser descrito como um aglomerado de coisas; ele é dinâmico se houver uma evolução delas com o passar do tempo. Os sistemas dinâmicos podem ser divididos em duas classes: contínuos e discretos.

Entre os sistemas dinâmicos discretos estão aqueles cuja dinâmica é dirigida pela ocorrência de eventos discretos, chamados sistemas dinâmicos a eventos discretos.A verificação de especificações em sistemas dinâmicos significa analisar se determinada condição (restrição ao sistema) é satisfeita ou não no sistema. O processo de verificação de especificações consiste na análise da satisfação ou não de certa especificação do sistema, tendo um modelo como base.

No entanto, algumas especificações podem não estar tão explícitas e só no decorrer do processo de manufatura (ou automação) se percebe que alguma condição tem de ser satisfeita.

Aplicações em sistemas dinâmicos a eventos discretos

Se uma especificação (apropriadamente descrita como uma fórmula da lógica) for conseqüência lógica do conjunto de fórmulas que define (modela) o sistema dinâmico, então a especificação será satisfeita.

Referências

Stanford Encyclopedia of Philosofy. *Modal Logic* Disponível em: <http://plato.stanford.edu/entries/logic-modal/>. Acesso em 30 jul 2009.

Wikipedia. *Lógica Modal* Disponível em:<http://pt.wikipedia.org/wiki/Lógica_Modal>. Acesso em 30 jul 2009.

Wikipedia. *Modal Logic* Disponível em: <http://en.wikipedia.org/wiki/Modal_logic>. Acesso em 31 jun 2009.

Richard, Tailor. *O que é Metafísica*. Disponível em: <http://www.cfh.ufsc.br/~wfil/taylor.htm>. Acesso em 31 jul 2009.

Lowe, E. J.. *Crítica: A possibilidade da Metafísica*. Disponível em: < http://criticanarede.com/posmetafisica.html>. Acesso em 1 jul 2009.

Marcos, J. (2008) *Lógica Modal*. Universidade Federal do Rio Grande do Norte.

Gomes, Nelson Gonçalves. *Um panorama da lógica deôntica*. Kriterion: Revista da Filosofia, Belo Horizonte, v. 49, n. 117, mar/2008. Disponível em: < http://www.scielo.br/scielo.php?pid=S0100512X2008000100002&script=sci_arttex> Acesso em 31 jul 2009.

Magossi, J.C. (2000) *Lógica Modal Aplicada a Eventos* (Revista da Ciência & Tecnologia • V. 8, Nº 16 – pp. 65-76) - Universidade Metodista de Piracicaba e Faculdade de Tecnologia de Americana