

Acadêmico(a) : \_\_\_\_\_ Turma: \_\_\_\_\_

1. Verificar a validade por dedução natural os argumentos que se seguem (escolha duas para fazer das 3 abaixo):

$$(a) \{p \rightarrow q, q \rightarrow (p \rightarrow (r \vee s)), r \leftrightarrow s, \sim (r \wedge s)\} \vdash \sim p$$

$$(b) \{\sim p \vee q, \sim q, \sim (q \wedge r) \rightarrow p\} \vdash r$$

$$(c) \{\sim (p \wedge q), \sim q \rightarrow r, \sim p \rightarrow r, s \rightarrow \sim r\} \vdash \sim s$$

2. Utilizando o método de *demonstração condicional*, demonstre a validade das conclusões abaixo:

$$(a) \begin{array}{l} 1 \quad p \vee q \rightarrow r \\ 2 \quad \sim r \\ 3 \quad q \vee (\sim s \vee t) \\ \hline \vdash \text{Esta sequência deduz (} \vdash, \text{ consiste de um teorema) } s \rightarrow t \end{array}$$

$$(b) \begin{array}{l} 1 \quad \sim p \rightarrow \sim q \\ 2 \quad r \rightarrow s \\ 3 \quad (\sim p \wedge t) \vee (r \wedge u) \\ \hline \vdash \text{Esta sequência deduz (} \vdash, \text{ consiste de um teorema) } q \rightarrow s \end{array}$$

3. Demonstrar que o conjunto das proposições abaixo geram uma contradição, ou *demonstração por absurdo*, (isto é, derivam uma inconsistência do tipo:  $(\Box \Leftrightarrow (\sim x \wedge x))$ ) Escolha duas provas para fazer das 3 que seguem abaixo:

$$(a) \begin{array}{l} 1 \quad \sim (p \wedge q) \\ 2 \quad p \rightarrow r \\ 3 \quad q \vee \sim r \\ \hline \vdash \sim p \end{array}$$

$$(b) \begin{array}{l} 1. \quad \sim p \vee \sim q \\ 2. \quad r \vee s \rightarrow p \\ 3. \quad q \vee \sim s \\ 4. \quad \sim r \\ \hline \vdash \sim (r \vee s) \end{array}$$

$$(c) \begin{array}{l} 1. \quad p \vee q \rightarrow r \\ 2. \quad \sim r \\ 3. \quad s \rightarrow p \\ \hline \vdash \sim s \end{array}$$

## Equivalências Notáveis:

**Idempotência (ID):**  $P \Leftrightarrow P \wedge P$  ou  $P \Leftrightarrow P \vee P$

**Comutação (COM):**  $P \wedge Q \Leftrightarrow Q \wedge P$  ou  $P \vee Q \Leftrightarrow Q \vee P$

**Associação (ASSOC):**  $P \wedge (Q \wedge R) \Leftrightarrow (P \wedge Q) \wedge R$  ou  $P \vee (Q \vee R) \Leftrightarrow (P \vee Q) \vee R$

**Distribuição (DIST):**  $P \wedge (Q \vee R) \Leftrightarrow (P \wedge Q) \vee (P \wedge R)$  ou  $P \vee (Q \wedge R) \Leftrightarrow (P \vee Q) \wedge (P \vee R)$

**Dupla Negação (DN):**  $P \Leftrightarrow \sim \sim P$

**De Morgan (DM):**  $\sim (P \wedge Q) \Leftrightarrow \sim P \vee \sim Q$  ou  $\sim (P \vee Q) \Leftrightarrow \sim P \wedge \sim Q$

**Equivalência da Condicional (COND):**  $P \rightarrow Q \Leftrightarrow \sim P \vee Q$

**Bicondicional (BICOND):**  $P \leftrightarrow Q \Leftrightarrow (P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow P)$

**Contraposição (CP):**  $P \rightarrow Q \Leftrightarrow \sim Q \rightarrow \sim P$

**Exportação-Importação (EI):**  $P \wedge Q \rightarrow R \Leftrightarrow P \rightarrow (Q \rightarrow R)$

**Contradição:**  $P \wedge \sim P \Leftrightarrow \square$

**Tautologia:**  $P \vee \sim P \Leftrightarrow \blacksquare$

## Regras Inferências Válidas (Teoremas):

**Adição (AD):**  $P \vdash P \vee Q$  ou  $P \vdash Q \vee P$

**Simplificação (SIMP):**  $P \wedge Q \vdash P$  ou  $P \wedge Q \vdash Q$

**Conjunção (CONJ):**  $P, Q \vdash P \wedge Q$  ou  $P, Q \vdash Q \wedge P$

**Absorção (ABS):**  $P \rightarrow Q \vdash P \rightarrow (P \wedge Q)$

**Modus Ponens (MP):**  $P \rightarrow Q, P \vdash Q$

**Modus Tollens (MT):**  $P \rightarrow Q, \sim Q \vdash \sim P$

**Silogismo Disjuntivo (SD):**  $P \vee Q, \sim P \vdash Q$  ou  $P \vee Q, \sim Q \vdash P$

**Silogismo Hipotético (SH):**  $P \rightarrow Q, Q \rightarrow R \vdash P \rightarrow R$

**Dilema Construtivo (DC):**  $P \rightarrow Q, R \rightarrow S, P \vee R \vdash Q \vee S$

**Dilema Destrutivo (DD):**  $P \rightarrow Q, R \rightarrow S, \sim Q \vee \sim S \vdash \sim P \vee \sim R$

## Observações:

1. Qualquer dúvida, desenvolva a questão e deixe tudo explicado, detalhadamente, que avaliaremos o seu conhecimentos sobre o assunto;
2. Clareza e legibilidade;