

2ª Lista de Exercícios de Lógica Matemática - LMA

Gabarito

Professores: Jeferson L. r. s. e Kariston p.

Monitor: Miguel A. Nunes

Joinville, 27 de maio de 2019

1. Na prova por demonstração direta, basta operar os argumentos para chegar na conclusão.

(a) $\vdash p \wedge q$

(1)	$r \rightarrow t$	
(2)	$t \rightarrow \sim s$	
(3)	$(r \rightarrow \sim s) \rightarrow q$	
(4)	p	
<hr/>		
(5)	$r \rightarrow \sim s$	SH 1,2
(6)	q	MP 5,3
(7)	$p \wedge q$	CONJ 4,6

(b) $\vdash \sim (p \vee q)$

(1)	$\sim p \vee \sim s$	
(2)	$q \rightarrow \sim r$	
(3)	$t \rightarrow (r \wedge s)$	
(4)	t	
<hr/>		
(5)	$r \wedge s$	MP 1,4
(6)	r	SIMP 5
(7)	$\sim q$	MT 6,2
(8)	s	SIMP 5
(9)	$\sim p$	SD 8,1
(10)	$\sim p \wedge \sim q$	CONJ 7,9
(11)	$\sim (p \vee q)$	DM 10

(c) $\vdash t$

(1)	$q \rightarrow p$	
(2)	$t \vee s$	
(3)	$q \vee \sim s$	
(4)	$\sim (p \vee r)$	
<hr/>		
(5)	$\sim p \wedge \sim r$	DM 4
(6)	$\sim p$	SIMP 5
(7)	$\sim q$	MT 6,1
(8)	$\sim s$	SD 7,3
(9)	t	SD 8,2

(d) $\vdash p \rightarrow u$

(1)	$p \vee q \rightarrow r$	
(2)	$s \rightarrow \sim r \wedge \sim t$	
(3)	$s \vee u$	
<hr/>		
(4)	$s \rightarrow \sim (r \vee t)$	DM 2
(5)	$\sim s \rightarrow u$	COND 3
(6)	$\sim (p \vee q) \vee r$	COND 1
(7)	$\sim (p \vee q) \vee (r \vee t)$	AD 6
(8)	$(\sim p \wedge \sim q) \vee (r \vee t)$	DM 7
(9)	$(\sim p \vee (r \vee t)) \wedge (\sim q \vee (r \vee t))$	DIST 8
(10)	$\sim p \vee (r \vee t)$	SIMP 9
(11)	$p \rightarrow r \vee t$	COND 10
(12)	$\sim (\sim (r \vee t)) \rightarrow \sim s$	CP 4
(13)	$(r \vee t) \rightarrow \sim s$	DN 12
(14)	$p \rightarrow \sim s$	SH 11,13
(15)	$p \rightarrow u$	SH 14,5

(e) $\vdash \sim q \rightarrow t$

(1)	$p \rightarrow q$	
(2)	$r \rightarrow t$	
(3)	$s \rightarrow r$	
(4)	$p \vee s$	
<hr/>		
(5)	$\sim p \rightarrow s$	COND 4
(6)	$\sim p \rightarrow r$	SH 5,3
(7)	$\sim p \rightarrow t$	SH 6,2
(8)	$\sim q \rightarrow \sim p$	CP 1
(9)	$\sim q \rightarrow t$	SH 8,7

(f) $\vdash r$

(1)	$p \vee \sim q$	
(2)	$\sim p$	
(3)	$\sim (p \wedge r) \rightarrow q$	
<hr/>		
(4)	$\sim q$	SD 2,1
(5)	$\sim \sim (p \wedge r)$	MT 4,3
(6)	$p \wedge r$	DN 5
(7)	r	SIMP 6

(g) $\vdash r$

(1)	$\sim (p \vee q)$	
(2)	$\sim p \wedge \sim q \rightarrow r \wedge s$	
(3)	$s \rightarrow r$	
<hr/>		
(4)	$\sim p \wedge \sim q$	DM 1
(5)	$r \wedge s$	MP 5,2
(6)	r	SIMP 5

(h) $\vdash s$

(1)	$p \vee q$	
(2)	$q \rightarrow r$	
(3)	$\sim r \vee s$	
(4)	$\sim p$	
<hr/>		
(5)	q	SD 4,1
(6)	r	MP 5,2
(7)	s	SD 6,3

(i) $\vdash \sim (s \wedge q)$

(1)	$p \rightarrow q$	
(2)	$p \vee (\sim \sim r \wedge \sim \sim q)$	
(3)	$s \rightarrow \sim r$	
(4)	$\sim (p \wedge q)$	
<hr/>		
(5)	$p \rightarrow (p \wedge q)$	ABS 1
(6)	$\sim p$	MT 4,3
(7)	$\sim \sim r \wedge \sim \sim q$	SD 6,2
(8)	$\sim \sim r$	SIMP 7
(9)	$\sim s$	MT 8,3
(10)	$\sim s \vee \sim q$	AD 9
(11)	$\sim (s \wedge q)$	DM 10

(j) $\vdash q \vee t$

(1)	$p \rightarrow q$	
(2)	$\sim r \rightarrow (s \rightarrow t)$	
(3)	$r \vee (p \vee s)$	
(4)	$\sim r$	
<hr/>		
(5)	$s \rightarrow t$	MP 4,2
(6)	$p \vee s$	SD 4,3
(7)	$\sim p \rightarrow s$	COND 6
(8)	$\sim p \rightarrow t$	SH 7,5
(9)	$\sim q \rightarrow \sim p$	CP 1
(10)	$\sim q \rightarrow t$	SH 9,8
(11)	$\sim \sim q \vee t$	COND 10
(12)	$q \vee t$	DN 11

(k) $\vdash t$

- (1) $p \rightarrow q$
- (2) $q \rightarrow r$
- (3) $r \rightarrow s$
- (4) $\sim s$
- (5) $p \vee t$

- (6) $\sim r$ **MT 4,3**
- (7) $\sim q$ **MT 6,2**
- (8) $\sim p$ **MT 7,1**
- (9) t **SD 8,5**

(l) $\vdash r$

- (1) $p \rightarrow q$
- (2) $q \rightarrow r$
- (3) $p \vee s$
- (4) $s \rightarrow t$
- (5) $\sim t$

- (6) $\sim p \rightarrow s$ **COND 3**
- (7) $\sim s$ **MT 5,4**
- (8) $\sim\sim p$ **MT 7,6**
- (9) p **DN 8**
- (10) q **MP 9,1**
- (11) r **MP 10,2**

(m) $\vdash r \wedge (p \vee q)$

- (1) $p \vee q$
- (2) $q \rightarrow r$
- (3) $p \rightarrow s$
- (4) $\sim s$

- (5) $\sim p$ **MT 4,3**
- (6) q **SD 5,1**
- (7) r **MP 6,2**
- (8) $r \wedge (p \vee q)$ **CONJ 7,1**

(n) $\vdash \sim t$

- (1) $p \wedge q$
- (2) $p \rightarrow r$
- (3) $r \wedge (s \rightarrow \sim t)$
- (4) $q \rightarrow s$

- (5) $s \rightarrow \sim t$ **SIMP 3**
- (6) q **SIMP 1**
- (7) s **MP 6,4**
- (8) $\sim t$ **MP 7,3**

(o) $\vdash t$

- | | | |
|-------|--------------------------|----------------|
| (1) | $p \wedge \sim q$ | |
| (2) | $r \rightarrow q$ | |
| (3) | $r \vee s$ | |
| (4) | $p \vee s \rightarrow t$ | |
| <hr/> | | |
| (5) | $\sim q$ | SIMP 1 |
| (6) | $\sim r$ | MT 2,5 |
| (7) | s | SD 6,3 |
| (8) | $s \vee p$ | AD 7 |
| (9) | $p \vee s$ | ASSOC 8 |
| (10) | t | MP 9,4 |

2. Na prova por demonstração condicional, o antecedente da conclusão (relembrando que para fazer uma prova por demonstração condicional a conclusão deve, obrigatoriamente, ser uma condicional) é tomado como argumento, e tenta-se provar o conseqüente por demonstração direta.

(a) $\vdash \sim t \rightarrow \sim r$

- | | | |
|-------|--|--|
| (1) | $p \vee \sim q$ | |
| (2) | q | |
| (3) | $r \rightarrow \sim s$ | |
| (4) | $p \rightarrow (\sim s \rightarrow t)$ | |
| (5) | $\sim t$ | por Dem. C $\vdash \sim r$ |
| <hr/> | | |
| (6) | p | SD 2,1 |
| (7) | $\sim s \rightarrow t$ | MP 6,4 |
| (8) | $\sim \sim s$ | MT 5,7 |
| (9) | s | DN 8 |
| (10) | $\sim r$ | MT 9,3 |

(b) $\vdash (p \wedge q) \rightarrow (s \wedge t)$

- | | | |
|-------|-----------------------------|--|
| (1) | $r \vee s$ | |
| (2) | $\sim t \rightarrow \sim p$ | |
| (3) | $r \rightarrow \sim q$ | |
| (4) | $(p \wedge q)$ | por Dem. C $\vdash (s \wedge t)$ |
| <hr/> | | |
| (5) | q | SIMP 4 |
| (6) | $\sim r$ | MT 5,3 |
| (7) | s | SD 6,1 |
| (8) | p | SIMP 1 |
| (9) | $\sim \sim t$ | MT 2,8 |
| (10) | t | DN 9 |
| (11) | $s \wedge t$ | CONJ 7,10 |

(c) $\vdash \sim (p \vee r) \rightarrow t$

(1)	$q \rightarrow p$	
(2)	$t \vee s$	
(3)	$q \vee \sim s$	
(4)	$\sim (p \vee r)$	por Dem. C t
<hr/>		
(5)	$\sim p \wedge \sim r$	DM 4
(6)	$\sim p$	SIMP 5
(7)	$\sim q$	MT 1,6
(8)	$\sim s$	SD 7,3
(9)	t	SD 8,2

(d) $\vdash p \rightarrow q$

(1)	$(p \rightarrow q) \vee r$	
(2)	$(s \vee t) \rightarrow \sim r$	
(3)	$s \vee (t \wedge u)$	
(4)	p	por Dem. C $\vdash q$
<hr/>		
(5)	$(s \vee t) \wedge (s \vee u)$	DIST 3
(6)	$s \vee t$	SIMP 5
(7)	$\sim r$	MP 6,2
(8)	$p \rightarrow q$	SD 7,1
(9)	q	MP 4,8

(e) $\vdash r \rightarrow t$

(1)	$(p \rightarrow q) \wedge \sim (r \wedge \sim s)$	
(2)	$s \rightarrow (t \vee u)$	
(3)	$\sim u$	
(4)	r	por Dem. C $\vdash t$
<hr/>		
(5)	$\sim (r \wedge \sim s)$	SIMP 1
(6)	$\sim r \vee \sim \sim s$	DM 5
(7)	$\sim r \vee s$	DN 6
(8)	s	SD 4,7
(9)	$t \vee u$	MP 8,2
(10)	t	SD 9,3

(f) $\vdash \sim t \rightarrow \sim r$

(1)	$p \vee \sim q$	
(2)	q	
(3)	$r \rightarrow \sim s$	
(4)	$p \rightarrow (\sim s \rightarrow t)$	
(5)	$\sim t$	por Dem. C $\vdash \sim r$
<hr/>		
(6)	p	SD 2,1
(7)	$\sim s \rightarrow t$	MP 6,4
(8)	$r \rightarrow t$	SH 3,7
(9)	$\sim r$	MT 8,5

(g) $\vdash p \rightarrow s$

(1)	$p \wedge q \rightarrow \sim r$	
(2)	$r \vee (s \wedge t)$	
(3)	$p \leftrightarrow q$	
(4)	p	por Dem. C $\vdash s$
<hr/>		
(5)	$(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$	BICOND 3
(6)	$p \rightarrow q$	SIMP 5
(7)	q	MP 6,4
(8)	$p \wedge q$	CONJ 4,7
(9)	$\sim r$	MP 8,1
(10)	$s \wedge t$	SD 9,2
(11)	s	SIMP 10

(h) $\vdash p \rightarrow (p \wedge q)$

(1)	$r \rightarrow t$	
(2)	$t \rightarrow \sim s$	
(3)	$(r \rightarrow \sim s) \rightarrow q$	
(4)	p	por Dem. C $\vdash p \wedge q$
<hr/>		
(5)	$r \rightarrow \sim t$	SH 1,2
(6)	q	MP 5,3
(7)	$p \wedge q$	CONJ 4,6

(i) $\vdash p \rightarrow t$

(1)	$p \rightarrow q$	
(2)	$q \leftrightarrow s$	
(3)	$t \vee (r \wedge \sim s)$	
(4)	p	por Dem. C $\vdash t$
<hr/>		
(5)	$(q \rightarrow s) \wedge (s \rightarrow q)$	BICOND 2
(6)	q	MP 1,4
(7)	$q \rightarrow s$	SIMP 5
(8)	s	MP 6,7
(9)	$s \vee \sim r$	AD 8
(10)	$\sim (\sim s \wedge \sim \sim r)$	DM 9
(11)	$\sim (\sim s \wedge r)$	DN 10
(12)	$\sim (r \wedge \sim s)$	ASSOC 11
(13)	t	SD 12,3

(j) $\vdash r \rightarrow \sim q$

(1)	$\sim r \vee \sim s$	
(2)	$q \rightarrow s$	
(3)	r	por Dem. C $\vdash \sim q$
<hr/>		
(4)	$\sim s$	SD 3, 1
(5)	$\sim q$	MT 4, 2

(k) $\vdash \sim (p \vee r) \rightarrow t$

(1)	$q \rightarrow p$	
(2)	$t \vee s$	
(3)	$q \vee \sim s$	
(4)	$\sim (p \vee r)$	por Dem. C $\vdash t$
<hr/>		
(5)	$\sim p \wedge \sim r$	DM 4
(6)	p	SIMP 5
(7)	$\sim q$	MT 6,1
(8)	$\sim s$	SD 7,3
(9)	t	SD 8,2

(l) $\vdash p \rightarrow u$

(1)	$p \vee u \rightarrow r$	
(2)	$s \rightarrow \sim r \wedge \sim t$	
(3)	$s \vee u$	
(4)	p	por Dem. C $\vdash u$
<hr/>		
(5)	$p \vee q$	AD 4
(6)	r	MP 1,5
(7)	$r \vee t$	AD 6
(8)	$\sim (\sim r \wedge \sim t)$	DM 7
(9)	$\sim s$	MT 8,2
(10)	u	SD 3,9

(m) $\vdash \sim q \rightarrow t$

(1)	$p \rightarrow q$	
(2)	$r \rightarrow t$	
(3)	$s \rightarrow r$	
(4)	$p \vee s$	
(5)	$\sim q$	por Dem. C $\vdash t$
<hr/>		
(6)	$q \vee r$	DC 1,3,4
(7)	r	SD 5,6
(8)	t	MP 7,2

(n) $\vdash \sim q \rightarrow p \wedge s$

(1)	$r \rightarrow s$	
(2)	$s \rightarrow q$	
(3)	$r \vee (s \wedge p)$	
(4)	$\sim q$	por Dem. C $\vdash p \wedge s$
<hr/>		
(5)	$r \rightarrow q$	SH 1,2
(6)	$\sim r$	MT 4,5
(7)	$s \wedge p$	SD 6,3
(8)	$p \wedge s$	ASSOC 7

(o) $\vdash \sim (r \wedge s) \rightarrow q$

(1)	$\sim p$	
(2)	$\sim r \rightarrow q$	
(3)	$\sim s \rightarrow p$	
(4)	$\sim (r \wedge s)$	por Dem. C $\vdash q$
<hr/>		
(5)	$\sim r \vee \sim s$	DM 4
(6)	$\sim \sim s$	MT 1,3
(7)	s	DN 6
(8)	$\sim r$	SD 5,7
(9)	q	MP 2,8

3. Na prova por demonstração indireta, assume-se a negação da conclusão como um argumento, e tenta-se provar uma contradição.

(a) $\vdash \sim r \vee \sim s$

(1)	$\sim (p \rightarrow q) \vee (s \rightarrow \sim r)$	
(2)	$q \vee s$	
(3)	$p \rightarrow \sim s$	
(4)	$\sim (\sim r \vee \sim s)$	por Dem. Ind $\vdash \square$
<hr/>		
(5)	$\sim \sim r \wedge \sim \sim s$	DM 4
(6)	$r \wedge s$	DN 5
(7)	$s \vee q$	ASSOC 2
(8)	$\sim s \rightarrow q$	COND 7
(9)	$p \rightarrow q$	SH 3,8
(10)	$s \rightarrow \sim r$	SD 1,9
(11)	s	SIMP 6
(12)	$\sim r$	MP 10,11
(13)	r	SIMP 6
(14)	$r \wedge \sim r$	CONJ 12, 13
(15)	\square	Contradição 14

(b) $\vdash s$

(1) $\sim (p \rightarrow \sim q) \rightarrow ((r \leftrightarrow s) \vee t)$	
(2) p	
(3) q	
(4) $\sim t$	
(5) r	
(6) $\sim s$	por Dem. Ind $\vdash \square$
<hr/>	
(7) $p \wedge q$	CONJ 2,3
(8) $\sim (\sim p \vee \sim q)$	DM 7
(9) $\sim (p \rightarrow \sim q)$	COND 8
(10) $(r \leftrightarrow s) \vee t$	MP 9,1
(11) $r \leftrightarrow s$	SD 4,10
(12) $(r \rightarrow s) \wedge (s \rightarrow r)$	BICOND 11
(13) $r \rightarrow s$	SIMP 12
(14) $\sim r$	MT 6,13
(15) $r \wedge \sim r$	CONJ 5,14
(16) \square	Contradição 16

(c) $\vdash q$

(1) $(p \wedge q) \leftrightarrow \sim r$	
(2) $\sim r \rightarrow \sim p$	
(3) $\sim q \rightarrow \sim r$	
(4) $\sim q$	por Dem. Ind $\vdash \square$
<hr/>	
(5) $\sim r$	MP 4,3
(6) $\sim p$	MP 5,2
(7) $((p \wedge q) \rightarrow \sim r) \wedge (\sim r \rightarrow (p \wedge q))$	BICOND 1
(8) $\sim r \rightarrow (p \wedge q)$	SIMP 7
(9) $p \wedge q$	MP 5,8
(10) p	SIMP 9
(11) $p \wedge \sim p$	CONJ 10,6
(12) \square	Contradição 11

(d) $\vdash t \vee x$

(1)	$(p \rightarrow q) \wedge r$	
(2)	$q \vee s \rightarrow t \wedge u$	
(3)	$v \rightarrow s$	
(4)	$v \vee p$	
(5)	$\sim (t \vee x)$	por Dem. Ind $\vdash \square$
<hr/>		
(6)	$p \rightarrow q$	SIMP 1
(7)	$q \vee s$	DC 6,3,4
(8)	$t \wedge u$	MP 7,2
(9)	t	SIMP 8
(10)	$\sim t \wedge \sim x$	DM 5
(11)	$\sim t$	SIMP 10
(12)	$t \wedge \sim t$	CONJ 11,9
(13)	\square	Contradição 12

(e) $\vdash p \rightarrow s$

(1)	$(p \rightarrow q) \vee (r \wedge s)$	
(2)	$\sim q$	
(3)	$\sim (p \rightarrow s)$	por Dem. Ind $\vdash \square$
<hr/>		
(4)	$\sim (\sim p \vee s)$	COND 3
(5)	$\sim \sim p \wedge \sim s$	DM 4
(6)	$p \wedge \sim s$	DN 5
(7)	$\sim s$	SIMP 6
(8)	p	SIMP 6
(9)	$p \wedge \sim q$	CONJ 8,2
(10)	$\sim (\sim p \vee q)$	DM 9
(11)	$\sim (p \rightarrow q)$	COND 10
(12)	$r \wedge s$	SD 11,1
(13)	s	SIMP 12
(14)	$s \wedge \sim s$	CONJ 13,7
(15)	\square	Contradição 14

(f) $\vdash q \rightarrow t$

(1)	$\sim p \rightarrow \sim q \vee r$	
(2)	$s \vee (r \rightarrow t)$	
(3)	$p \rightarrow s$	
(4)	$\sim s$	
(5)	$\sim (q \rightarrow t)$	por Dem. Ind $\vdash \square$
<hr/>		
(6)	$\sim p$	MT 4,3
(7)	$\sim q \vee r$	MP 6,1
(8)	$q \rightarrow r$	COND 7
(9)	$r \rightarrow t$	SD 4,2
(10)	$q \rightarrow t$	SH 8,9
(11)	$(q \rightarrow t) \wedge \sim (q \rightarrow t)$	CONJ 10,5
(12)	\square	Contradição 12

(g) $\vdash \sim (r \vee s)$

(1)	$\sim p \vee \sim q$	
(2)	$r \vee s \rightarrow p$	
(3)	$q \vee \sim s$	
(4)	$\sim r$	
(5)	$\sim (\sim (r \vee s))$	por Dem. Ind $\vdash \square$
<hr/>		
(6)	$r \vee s$	DN 5
(7)	p	MP 6,2
(8)	$\sim q$	SD 7,1
(9)	$\sim s$	SD 8,3
(10)	r	SD 9,6
(11)	$r \wedge \sim r$	CONJ 10,4
(12)	\square	Contradição 11

(h) $\vdash p \rightarrow u$

(1)	$p \vee q \rightarrow r$	
(2)	$s \rightarrow \sim r \wedge \sim t$	
(3)	$s \vee u$	
(4)	p	
(5)	$\sim (p \rightarrow u)$	por Dem. Ind $\vdash \square$
<hr/>		
(6)	$p \vee q$	AD 4
(7)	r	MP 6,1
(8)	$\sim (\sim p \vee u)$	COND 5
(9)	$\sim \sim p \wedge \sim u$	DM 8
(10)	$\sim u$	SIMP 9
(11)	s	SD 10,3
(12)	$\sim r \wedge \sim t$	MP 11,2
(13)	$\sim r$	SIMP 12
(14)	$\sim r \wedge r$	CONJ 13,7
(15)	\square	Contradição 14

(i) $\vdash t$

(1)	$p \rightarrow q$	
(2)	$r \rightarrow t$	
(3)	$s \rightarrow r$	
(4)	$p \vee s$	
(5)	$\sim q$	
(6)	$\sim t$	por Dem. Ind $\vdash \square$
<hr/>		
(7)	$\sim r$	MT 2,6
(8)	$\sim s$	MT 7,3
(9)	p	SD 8,4
(10)	q	MP 9,1
(11)	$q \wedge \sim q$	CONJ 10,5
(12)	\square	Contradição 11

(j) $p \rightarrow t$

(1) $p \rightarrow q$	
(2) $q \leftrightarrow s$	
(3) $t \vee (r \wedge \sim s)$	
(4) $\sim (p \rightarrow t)$	por Dem. Ind $\vdash \square$
<hr/>	
(5) $\sim (\sim p \vee t)$	COND 4
(6) $\sim \sim p \wedge \sim t$	DM 5
(7) $\sim t$	SIMP 6
(8) $r \wedge \sim s$	SD 7,3
(9) $\sim s$	SIMP 8
(10) $(q \rightarrow s) \wedge (s \rightarrow q)$	BICOND 2
(11) $q \rightarrow s$	SIMP 10
(12) $\sim q$	MT 9,11
(13) $\sim p$	MT 12,1
(14) $\sim \sim p$	SIMP 6
(15) p	DN 14
(16) $p \wedge \sim p$	CONJ 15,13
(17) \square	Contradição 16

(k) $p \rightarrow q$

(1) $(p \rightarrow q) \vee r$	
(2) $s \vee t \rightarrow \sim r$	
(3) $s \vee (t \wedge u)$	
(4) $\sim (p \rightarrow q)$	por Dem. Ind $\vdash \square$
<hr/>	
(5) r	SD 4,1
(6) $s \vee t$	SD 2,5
(7) $\sim r$	MP 6,2
(8) $r \wedge \sim r$	CONJ 5,7
(9) \square	Contradição 8

(l) $\sim q \vee \sim s$

(1) $\sim p \rightarrow \sim q$	
(2) $\sim p \vee r$	
(3) $r \rightarrow \sim s$	
(4) $\sim (\sim q \vee \sim s)$	por Dem. Ind $\vdash \square$
<hr/>	
(5) $\sim \sim q \wedge \sim \sim s$	DM 4
(6) $q \wedge s$	DN 5
(7) q	SIMP 6
(8) $\sim \sim p$	MT 7,1
(9) p	DN 8
(10) r	SD 9,2
(11) $\sim s$	MP 10,3
(12) s	SIMP 6
(13) $s \wedge \sim s$	CONJ 12,11
(14) \square	Contradição 13

(m) $\vdash \sim (p \wedge s)$

(1)	$p \rightarrow q \vee r$	
(2)	$q \rightarrow \sim p$	
(3)	$s \rightarrow \sim r$	
(4)	$\sim (\sim (p \wedge s))$	por Dem. Ind $\vdash \square$
<hr/>		
(5)	$p \wedge s$	DN 4
(6)	p	SIMP 5
(7)	$q \vee r$	MP 6,1
(8)	$\sim q$	MT 6,2
(9)	s	SIMP 5
(10)	$\sim r$	MP 9,3
(11)	q	SD 7,10
(12)	$q \wedge \sim q$	CONJ 11,8
(13)	\square	Contradição 12

(n) $r \rightarrow s$

(1)	$\sim (p \rightarrow \sim q) \rightarrow ((r \leftrightarrow s) \vee t)$	
(2)	p	
(3)	q	
(4)	$\sim t$	
(5)	$\sim (r \rightarrow s)$	por Dem. Ind $\vdash \square$
<hr/>		
(6)	$p \wedge q$	CONJ 2,3
(7)	$\sim (\sim p \vee q)$	DM 6
(8)	$\sim (p \rightarrow \sim q)$	COND 7
(9)	$(r \leftrightarrow s) \vee t$	MP 8,1
(10)	$r \leftrightarrow s$	SD 9,4
(11)	$(r \rightarrow s) \wedge (s \rightarrow r)$	BICOND 10
(12)	$r \rightarrow s$	SIMP 11
(13)	$\sim (r \rightarrow s) \wedge (r \rightarrow s)$	CONJ 12,5
(14)	\square	Contradição 13

(o) $\vdash q$

(1) $(\sim p \rightarrow q) \wedge (r \rightarrow s)$

(2) $p \leftrightarrow t \vee \sim s$

(3) r

(4) $\sim t$

(5) $\sim q$

por Dem. Ind $\vdash \square$

(6) $r \rightarrow s$

SIMP 1

(7) s

MP 3,6

(8) $p \leftrightarrow t$

SD 7,2

(9) $(p \rightarrow t) \wedge (t \rightarrow p)$

BICOND 8

(10) $p \rightarrow t$

SIMP 9

(11) $\sim p$

MT 10,4

(12) $\sim p \rightarrow q$

SIMP 1

(13) q

MP 11,12

(14) $q \wedge \sim q$

CONJ 13,5

(15) \square

Contradição 14

Equivalências Notáveis:

	$P \vee \blacksquare \Leftrightarrow \blacksquare$
	$P \vee \square \Leftrightarrow P$
Identidade (IDENT):	$P \wedge \blacksquare \Leftrightarrow P$
	$P \wedge \square \Leftrightarrow \square$
Idempotência (ID):	$P \Leftrightarrow P \wedge P$
	$P \Leftrightarrow P \vee P$
Comutação (COM):	$P \wedge Q \Leftrightarrow Q \wedge P$
	$P \vee Q \Leftrightarrow Q \vee P$
Associação (ASSOC):	$P \wedge (Q \wedge R) \Leftrightarrow (P \wedge Q) \wedge R$
	$P \vee (Q \vee R) \Leftrightarrow (P \vee Q) \vee R$
Distribuição (DIST):	$P \wedge (Q \vee R) \Leftrightarrow (P \wedge Q) \vee (P \wedge R)$
	$P \vee (Q \wedge R) \Leftrightarrow (P \vee Q) \wedge (P \vee R)$
De Morgan (DM):	$\sim (P \wedge Q) \Leftrightarrow \sim P \vee \sim Q$
	$\sim (P \vee Q) \Leftrightarrow \sim P \wedge \sim Q$
Contradição:	$P \wedge \sim P \Leftrightarrow \square$
	$P \leftrightarrow \sim P \Leftrightarrow \square$
	$P \vee \sim P \Leftrightarrow \blacksquare$
Tautologia:	$P \rightarrow P \Leftrightarrow \blacksquare$
	$P \leftrightarrow P \Leftrightarrow \blacksquare$
Absorção:	$P \wedge (P \vee Q) \Leftrightarrow P$
	$P \vee (P \wedge Q) \Leftrightarrow P$
Conectivos de Scheffer	$P \uparrow Q \Leftrightarrow \sim P \vee \sim Q$
	$P \downarrow Q \Leftrightarrow \sim P \wedge \sim Q$
Dupla Negação (DN):	$P \Leftrightarrow P$
Condiciona (COND):	$P \rightarrow Q \Leftrightarrow \sim P \vee Q$
Bicondiciona (BICOND):	$P \leftrightarrow Q \Leftrightarrow (P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow P)$
Contraposição (CP):	$P \rightarrow Q \Leftrightarrow \sim Q \rightarrow \sim P$
Exportação-Importação (EI):	$P \wedge Q \rightarrow R \Leftrightarrow P \rightarrow (Q \rightarrow R)$
Ou-Exclusivo (X-or)	$P \veebar Q \Leftrightarrow (P \vee Q) \wedge \sim (P \wedge Q)$

Regras de Inferência Válidas (Teoremas):

Adição (AD):
$$\begin{array}{l} P \vdash P \vee Q \\ P \vdash Q \vee P \end{array}$$

Simplificação (SIMP):
$$\begin{array}{l} P \wedge Q \vdash P \\ P \wedge Q \vdash Q \end{array}$$

Conjunção (CONJ)
$$\begin{array}{l} P, Q \vdash P \wedge Q \\ P, Q \vdash Q \wedge P \end{array}$$

Absorção (ABS): $P \rightarrow Q \vdash P \rightarrow (P \wedge Q)$

Modus Ponens (MP): $P \rightarrow Q, P \vdash Q$

Modus Tollens (MT): $P \rightarrow Q, \sim Q \vdash \sim P$

Silogismo Disjuntivo (SD):
$$\begin{array}{l} P \vee Q, \sim P \vdash Q \\ P \vee Q, \sim Q \vdash P \end{array}$$

Silogismo Hipotético (SH): $P \rightarrow Q, Q \rightarrow R \vdash P \rightarrow R$

Dilema Construtivo (DC): $P \rightarrow Q, R \rightarrow S, P \vee R \vdash Q \vee S$

Dilema Destrutivo (DD): $P \rightarrow Q, R \rightarrow S, \sim Q \vee \sim S \vdash \sim P \vee \sim R$