

Lógica Matemática – 1ª Avaliação

Jimmy Timmermans e Claudio Cesar de Sá

21 de setembro de 2015

“Ensinar não é transferir conhecimento, mas criar as possibilidades para a sua própria produção ou a sua construção.”

(Paulo Freire)

1. (1.0 pt) Determinar por tabela-verdade se a fórmula abaixo é uma **tautologia**, **contradição** (ou insatisfatível) ou **contingência** (ou satisfatível):

- (a) $(\sim p \leftrightarrow p \rightarrow q) \vee (p \rightarrow \sim q)$
- (b) $p \leftrightarrow (p \rightarrow q \wedge \sim q)$
- (c) $(q \rightarrow \sim p) \wedge (\sim p \rightarrow q)$
- (d) $(p \wedge \sim q) \vee \sim p$

2. (3.0 pts) Determine as formas normais mais simples (FNC e FND) equivalentes para as fórmulas abaixo:

- (a) $(\sim p \vee q) \rightarrow (q \wedge \sim r \wedge p)$
- (b) $(\sim p \wedge \sim q) \leftrightarrow r$
- (c) $(p \wedge q) \rightarrow \sim (p \vee q)$

3. (1.0 pt) Das 06 fórmulas encontradas no item anterior, escolha duas, uma FNC (\mathcal{P}_1) e sua respectiva FND (\mathcal{Q}_1). Obviamente que: $\mathcal{P}_1 \Leftrightarrow \mathcal{Q}_1$. Encontre as suas respectivas duais, \mathcal{P}_2 e \mathcal{Q}_2 , tal que obviamente $\mathcal{P}_2 \Leftrightarrow \mathcal{Q}_2$.

4. (2.0 pts) Utilizando as propriedades e equivalências fornecidas na página seguinte e verifique se essas fórmulas apresentam uma relação de implicação lógica verdadeira:

- (a) $(p \wedge q) \Rightarrow (p \vee q)$
- (b) $(p \vee q) \Rightarrow (p \wedge q)$
- (c) $(p \rightarrow q) \Rightarrow p \wedge r \rightarrow q$

5. (3.0 pts) Utilizando as propriedades e algumas equivalências fornecidas na página seguinte, demonstre as equivalências:

- (a) $(p \rightarrow q) \vee (p \rightarrow r) \Leftrightarrow p \rightarrow (q \vee r)$
- (b) $(p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r) \Leftrightarrow (p \vee q) \rightarrow r$
- (c) $(p \rightarrow r) \vee (q \rightarrow s) \Leftrightarrow p \wedge q \rightarrow r \vee s$

Equivalências Notáveis:

Idempotência (ID): $P \Leftrightarrow P \wedge P$ ou $P \Leftrightarrow P \vee P$

Comutação (COM): $P \wedge Q \Leftrightarrow Q \wedge P$ ou $P \vee Q \Leftrightarrow Q \vee P$

Associação (ASSOC): $P \wedge (Q \wedge R) \Leftrightarrow (P \wedge Q) \wedge R$ ou $P \vee (Q \vee R) \Leftrightarrow (P \vee Q) \vee R$

Distribuição (DIST): $P \wedge (Q \vee R) \Leftrightarrow (P \wedge Q) \vee (P \wedge R)$ ou $P \vee (Q \wedge R) \Leftrightarrow (P \vee Q) \wedge (P \vee R)$

Dupla Negação (DN): $P \Leftrightarrow \sim \sim P$

De Morgan (DM): $\sim (P \wedge Q) \Leftrightarrow \sim P \vee \sim Q$ ou $\sim (P \vee Q) \Leftrightarrow \sim P \wedge \sim Q$

Equivalência da Condicional (COND): $P \rightarrow Q \Leftrightarrow \sim P \vee Q$

Bicondicional (BICOND): $P \leftrightarrow Q \Leftrightarrow (P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow P)$

Contraposição (CP): $P \rightarrow Q \Leftrightarrow \sim Q \rightarrow \sim P$

Exportação-Importação (EI): $P \wedge Q \rightarrow R \Leftrightarrow P \rightarrow (Q \rightarrow R)$

Contradição: $P \wedge \sim P \Leftrightarrow \square$

Tautologia: $P \vee \sim P \Leftrightarrow \blacksquare$

Negações para LPO: $\sim \forall px \Leftrightarrow \exists \sim px$

Negações para LPO: $\sim \exists px \Leftrightarrow \forall \sim px$

Regras Inferencias Válidas (Teoremas):

Adição (AD): $P \vdash P \vee Q$ ou $P \vdash Q \vee P$

Simplificação (SIMP): $P \wedge Q \vdash P$ ou $P \wedge Q \vdash Q$

Conjunção (CONJ): $P, Q \vdash P \wedge Q$ ou $P, Q \vdash Q \wedge P$

Absorção (ABS): $P \rightarrow Q \vdash P \rightarrow (P \wedge Q)$

Modus Ponens (MP): $P \rightarrow Q, P \vdash Q$

Modus Tollens (MT): $P \rightarrow Q, \sim Q \vdash \sim P$

Silogismo Disjuntivo (SD): $P \vee Q, \sim P \vdash Q$ ou $P \vee Q, \sim Q \vdash P$

Silogismo Hipotético (SH): $P \rightarrow Q, Q \rightarrow R \vdash P \rightarrow R$

Dilema Construtivo (DC): $P \rightarrow Q, R \rightarrow S, P \vee R \vdash Q \vee S$

Dilema Destrutivo (DD): $P \rightarrow Q, R \rightarrow S, \sim Q \vee \sim S \vdash \sim P \vee \sim R$

Observações:

- (a) Nas questões 4 e 5, não é para usar a TV (apenas para verificação se for o caso)
- (b) Qualquer dúvida, desenvolva a questão e deixe tudo explicado, detalhadamente, que avaliaremos o seu conhecimentos sobre o assunto;
- (c) Clareza e legibilidade;