

1ª Avaliação de Lógica Matemática (LMA)  
Professores: Claudio ( $T_A$ ) e Rogério ( $T_B$ )  
Joinville, 12 de setembro de 2017

Acadêmico(a) : \_\_\_\_\_ Turma: \_\_\_\_\_

*“Quando jovens, aprendemos. Quando velhos, entendemos.”*  
(Albert Einstein)

1. (1.0 pt) Determinar por tabela-verdade se a fórmula abaixo é uma **tautologia**, **contradição** (ou insatisfatível) ou **contingência** (ou satisfatível, ou consistente):

- (a)  $(p \wedge \sim q) \leftrightarrow (p \vee q)$
- (b)  $p \wedge q \rightarrow (q \oplus p)$
- (c)  $(\sim q \vee \sim p) \wedge \sim (p \wedge q \rightarrow p)$
- (d)  $(\sim p \wedge q) \leftrightarrow (p \vee \sim q)$

2. (0.5 pts) Desenhe a estrutura hierárquica de cada um das fórmulas acima. **Achei isto interessante nos slide e passei para as duas turmas como fazer isto !**

3. (3.0 pts) Determine as formas normais mais simples (FNC e FND) equivalentes para as fórmulas abaixo: **inclui o r em duas formulas pequenas abaixo**

- (a)  $(p \rightarrow q) \wedge (\sim p \wedge r)$
- (b)  $(\sim p \wedge \sim q) \rightarrow (\sim p \rightarrow q) \vee (p \rightarrow \sim q)$
- (c)  $(\sim r \vee \sim q) \leftrightarrow p$

4. (0.5 pt) Das 06 fórmulas encontradas no item anterior, escolha duas, uma FNC ( $\mathcal{P}_1$ ) e sua respectiva FND ( $\mathcal{Q}_1$ ). Obviamente que:  $\mathcal{P}_1 \Leftrightarrow \mathcal{Q}_1$ . Encontre as suas respectivas duais,  $\mathcal{P}_2$  e  $\mathcal{Q}_2$ , tal que obviamente  $\mathcal{P}_2 \Leftrightarrow \mathcal{Q}_2$ . Qual o significado de fórmulas duais?

5. (3.0 pts) Utilizando as propriedades e equivalências fornecidas na página seguinte e verifique se essas fórmulas apresentam uma relação de implicação lógica verdadeira:

**tem 4 ... deixaria as 4**

- (a)  $(p \vee q) \wedge \sim q \Rightarrow p$
- (b)  $(p \rightarrow q) \Rightarrow p \wedge r \rightarrow q$
- (c)  $(p \rightarrow q) \Rightarrow ((q \rightarrow r) \rightarrow (p \rightarrow r))$  **fiz em sala e é válida**
- (d)  $((p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow \sim q)) \rightarrow \sim p \Rightarrow \blacksquare$

6. (2.5 pts) Utilizando as propriedades e algumas equivalências fornecidas na página seguinte, demonstre as equivalências:

**tem 4 ...**

- (a)  $(p \rightarrow q) \vee (p \rightarrow r) \Leftrightarrow p \rightarrow (q \vee r)$
- (b)  $(p \rightarrow r) \vee (q \rightarrow s) \Leftrightarrow p \wedge q \rightarrow r \vee s$
- (c)  $((p \rightarrow (q \rightarrow r)) \wedge (p \rightarrow q) \wedge p) \rightarrow r \Leftrightarrow \blacksquare$
- (d)  $((p \rightarrow q) \wedge (p \wedge r)) \rightarrow q \Leftrightarrow \blacksquare$

## Equivalências Notáveis:

**Idempotência (ID):**  $P \Leftrightarrow P \wedge P$  ou  $P \Leftrightarrow P \vee P$

**Comutação (COM):**  $P \wedge Q \Leftrightarrow Q \wedge P$  ou  $P \vee Q \Leftrightarrow Q \vee P$

**Associação (ASSOC):**  $P \wedge (Q \wedge R) \Leftrightarrow (P \wedge Q) \wedge R$  ou  $P \vee (Q \vee R) \Leftrightarrow (P \vee Q) \vee R$

**Distribuição (DIST):**  $P \wedge (Q \vee R) \Leftrightarrow (P \wedge Q) \vee (P \wedge R)$  ou  $P \vee (Q \wedge R) \Leftrightarrow (P \vee Q) \wedge (P \vee R)$

**Dupla Negação (DN):**  $P \Leftrightarrow \sim \sim P$

**De Morgan (DM):**  $\sim (P \wedge Q) \Leftrightarrow \sim P \vee \sim Q$  ou  $\sim (P \vee Q) \Leftrightarrow \sim P \wedge \sim Q$

**Equivalência da Condicional (COND):**  $P \rightarrow Q \Leftrightarrow \sim P \vee Q$

**Bicondicional (BICOND):**  $P \leftrightarrow Q \Leftrightarrow (P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow P)$

**Contraposição (CP):**  $P \rightarrow Q \Leftrightarrow \sim Q \rightarrow \sim P$

**Exportação-Importação (EI):**  $P \wedge Q \rightarrow R \Leftrightarrow P \rightarrow (Q \rightarrow R)$

**Contradição:**  $P \wedge \sim P \Leftrightarrow \square$

**Tautologia:**  $P \vee \sim P \Leftrightarrow \blacksquare$

**Ou-exclusivo:**  $P \oplus Q \Leftrightarrow \sim (P \leftrightarrow Q)$

**Conectivo de Sheffer (Not-And):**  $P \uparrow Q \Leftrightarrow \sim (P \wedge Q)$

**Conectivo de Sheffer (Not-Or):**  $P \downarrow Q \Leftrightarrow \sim (P \vee Q)$

## Regras de Inferências Válidas (Teoremas):

**Adição (AD):**  $P \vdash P \vee Q$  ou  $P \vdash Q \vee P$

**Simplificação (SIMP):**  $P \wedge Q \vdash P$  ou  $P \wedge Q \vdash Q$

**Conjunção (CONJ):**  $P, Q \vdash P \wedge Q$  ou  $P, Q \vdash Q \wedge P$

**Absorção (ABS):**  $P \rightarrow Q \vdash P \rightarrow (P \wedge Q)$

**Modus Ponens (MP):**  $P \rightarrow Q, P \vdash Q$

**Modus Tollens (MT):**  $P \rightarrow Q, \sim Q \vdash \sim P$

**Silogismo Disjuntivo (SD):**  $P \vee Q, \sim P \vdash Q$  ou  $P \vee Q, \sim Q \vdash P$

**Silogismo Hipotético (SH):**  $P \rightarrow Q, Q \rightarrow R \vdash P \rightarrow R$

**Dilema Construtivo (DC):**  $P \rightarrow Q, R \rightarrow S, P \vee R \vdash Q \vee S$

**Dilema Destrutivo (DD):**  $P \rightarrow Q, R \rightarrow S, \sim Q \vee \sim S \vdash \sim P \vee \sim R$

## Observações:

- (a) Nas questões 4 e 5, não é para usar a TV (apenas para verificação se for o caso)
- (b) Qualquer dúvida, desenvolva a questão e deixe tudo explicado, detalhadamente, que avaliaremos o seu conhecimentos sobre o assunto;
- (c) Clareza e legibilidade;