

# Lógica Matemática – 1ª Avaliação

Rogério Eduardo da Silva e Claudio Cesar de Sá

13 de abril de 2015

“Se  $A$  é o sucesso, então  $A$  é igual a  $X$  mais  $Y$  mais  $Z$ . O trabalho é  $X$ ;  $Y$  é o lazer; e  $Z$  é manter a boca fechada.”  
(Albert Einstein)

Nome: \_\_\_\_\_ Turma: \_\_\_\_\_

1. (1.0 pt) Determinar por tabela-verdade se a fórmula abaixo é uma **tautologia**, **contradição** (ou insatisfatível) ou **contingência** (ou satisfatível):

- (a)  $p \leftrightarrow (p \rightarrow q \wedge \sim q)$
- (b)  $\sim (p \wedge \sim q) \rightarrow (p \vee \sim q)$
- (c)  $(q \rightarrow \sim p) \wedge (\sim p \rightarrow q)$
- (d)  $(q \rightarrow \sim q) \vee (\sim q \rightarrow q)$

2. (3.0 pts) Determine as formas normais mais simples (FNC e FND) equivalentes para as fórmulas abaixo:

- (a)  $(\sim p \vee q) \rightarrow (q \wedge \sim r \wedge p)$
- (b)  $(\sim p \wedge \sim q) \leftrightarrow r$
- (c)  $(p \wedge q) \rightarrow \sim (p \vee q)$

Finalmente, reescreva-as em sua forma dual de cada uma das FNCs e FNDs resultantes.

3. (3.0 pts) Utilizando as propriedades e equivalências fornecidas na página seguinte verifique **SE** essas fórmulas apresentam uma relação de implicação lógica verdadeira:

- (a)  $(p \rightarrow q) \wedge \sim q \Rightarrow \sim p$
- (b)  $p \vee q \leftrightarrow q \Rightarrow \sim q \rightarrow \sim p$
- (c)  $(p \rightarrow \sim q) \wedge (r \rightarrow q) \wedge r \Rightarrow \sim p$

4. (3.0 pts) Utilizando as propriedades e algumas equivalências fornecidas na página seguinte, demonstre **SE** as equivalências abaixo se aplicam:

- (a)  $(p \rightarrow q) \rightarrow q \Leftrightarrow p \vee q$
- (b)  $(p \downarrow q) \downarrow (p \downarrow q) \Leftrightarrow p \vee q$
- (c)  $(p \rightarrow q) \rightarrow r \Leftrightarrow (p \wedge \sim r) \rightarrow \sim q$

Equivalências Notáveis:

**Idempotência (ID):**  $p \Leftrightarrow p \wedge p$  ou  $p \Leftrightarrow p \vee p$

**Comutação (COM):**  $p \wedge q \Leftrightarrow q \wedge p$  ou  $p \vee q \Leftrightarrow q \vee p$

**Associação (ASSOC):**  $p \wedge (q \wedge r) \Leftrightarrow (p \wedge q) \wedge r$  ou  $p \vee (q \vee r) \Leftrightarrow (p \vee q) \vee r$

**Distribuição (DIST):**  $p \wedge (q \vee r) \Leftrightarrow (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$  ou  $p \vee (q \wedge r) \Leftrightarrow (p \vee q) \wedge (p \vee r)$

**Dupla Negação (DN):**  $p \Leftrightarrow \sim \sim p$

**De Morgan (DM):**  $\sim (p \wedge q) \Leftrightarrow \sim p \vee \sim q$  ou  $\sim (p \vee q) \Leftrightarrow \sim p \wedge \sim q$

**Condicional (COND):**  $p \rightarrow q \Leftrightarrow \sim p \vee q$

**Bicondicional (BICOND):**  $p \leftrightarrow q \Leftrightarrow (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$

**Contraposição (CP):**  $p \rightarrow q \Leftrightarrow \sim q \rightarrow \sim p$

**Exportação-Importação (EI):**  $p \wedge q \rightarrow r \Leftrightarrow p \rightarrow (q \rightarrow r)$

**Tautologia:**  $p \vee \sim p \Leftrightarrow \blacksquare$

**Contradição:**  $p \wedge \sim p \Leftrightarrow \square$

**Conectivos de Scheffer:**  $p \uparrow q \Leftrightarrow \sim p \vee \sim q$  e  $p \downarrow q \Leftrightarrow \sim p \wedge \sim q$

**Ou-exclusivo-1 (X-or):**  $p \underline{\vee} q \Leftrightarrow (p \vee q) \wedge \sim (p \wedge q)$  Obs.:  $\underline{\vee} = \oplus$

**Ou-exclusivo-2 (X-or):**  $p \underline{\vee} q \Leftrightarrow (\sim p \wedge q) \vee (p \wedge \sim q)$  Obs.:  $\underline{\vee} = \oplus$