

Aluno(a): _____

1. Verificar a validade por dedução natural os argumentos que se seguem (escolha duas para fazer das 3 abaixo):

- (a) $\{p \rightarrow \sim q, \sim p \rightarrow (r \rightarrow \sim q), (\sim s \vee \sim r) \rightarrow \sim \sim q, \sim s\} \vdash \sim r$
 (b) $\{(\sim p \vee q) \rightarrow r, (r \vee s) \rightarrow \sim t, t\} \vdash \sim q$
 (c) $\{p \rightarrow \sim q, \sim q \rightarrow \sim s, (p \rightarrow \sim s) \rightarrow \sim t, r \rightarrow t\} \vdash \sim r$

2. Utilizando o método de *transformação indireta*, demonstre a validade das consequências abaixo:

- (a)
$$\begin{array}{l} 1 \quad \sim p \rightarrow \sim q \\ 2 \quad \sim p \vee r \\ 3 \quad \rightarrow \sim s \\ \hline \vdash \text{ Esta sequência deduz (} \vdash, \text{ consiste de um teorema) } q \rightarrow \sim s \end{array}$$
- (b)
$$\begin{array}{l} 1 \quad q \vee p \\ 2 \quad p \rightarrow \sim r \\ 3 \quad q \rightarrow \sim s \\ \hline \vdash \text{ Esta sequência deduz (} \vdash, \text{ consiste de um teorema) } r \rightarrow s \end{array}$$

3. Demonstrar que o conjunto das proposições abaixo geram uma contradição, ou *demonstração por absurdo*, (isto é, derivam uma inconsistência do tipo: $\Box \Leftrightarrow (\sim x \wedge x)$) Escolha duas provas para fazer das 3 abaixo:

- (a)
$$\begin{array}{l} 1 \quad \sim (p \wedge q) \\ 2 \quad \sim r \vee q \\ 3 \quad p \rightarrow r \\ \hline \vdash \sim p \end{array}$$
- (b)
$$\begin{array}{l} 1. \quad p \rightarrow q \\ 2. \quad q \rightarrow r \\ 3. \quad r \rightarrow p \\ 4. \quad p \rightarrow \sim r \\ \hline \vdash \sim p \wedge \sim r \end{array}$$
- (c)
$$\begin{array}{l} 1. \quad \sim p \rightarrow \sim q \\ 2. \quad r \rightarrow s \\ 3. \quad (\sim p \wedge t) \vee (r \vee u) \\ 4. \quad q \\ \hline \vdash s \end{array}$$

Equivalências Notáveis:

Idempotência (ID): $P \Leftrightarrow P \wedge P$ ou $P \Leftrightarrow P \vee P$

Comutação (COM): $P \wedge Q \Leftrightarrow Q \wedge P$ ou $P \vee Q \Leftrightarrow Q \vee P$

Associação (ASSOC): $P \wedge (Q \wedge R) \Leftrightarrow (P \wedge Q) \wedge R$ ou $P \vee (Q \vee R) \Leftrightarrow (P \vee Q) \vee R$

Distribuição (DIST): $P \wedge (Q \vee R) \Leftrightarrow (P \wedge Q) \vee (P \wedge R)$ ou $P \vee (Q \wedge R) \Leftrightarrow (P \vee Q) \wedge (P \vee R)$

Dupla Negação (DN): $P \Leftrightarrow \sim \sim P$

De Morgan (DM): $\sim (P \wedge Q) \Leftrightarrow \sim P \vee \sim Q$ ou $\sim (P \vee Q) \Leftrightarrow \sim P \wedge \sim Q$

Equivalência da Condicional (COND): $P \rightarrow Q \Leftrightarrow \sim P \vee Q$

Bicondicional (BICOND): $P \leftrightarrow Q \Leftrightarrow (P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow P)$

Contraposição (CP): $P \rightarrow Q \Leftrightarrow \sim Q \rightarrow \sim P$

Exportação-Importação (EI): $P \wedge Q \rightarrow R \Leftrightarrow P \rightarrow (Q \rightarrow R)$

Tautologia: $P \wedge \sim P \Leftrightarrow \square$

Contradição: $P \vee \sim P \Leftrightarrow \blacksquare$

Regras Inferencias Válidas (Teoremas):

Adição (AD): $P \vdash P \vee Q$ ou $P \vdash Q \vee P$

Simplificação (SIMP): $P \wedge Q \vdash P$ ou $P \wedge Q \vdash Q$

Conjunção (CONJ): $P, Q \vdash P \wedge Q$ ou $P, Q \vdash Q \wedge P$

Absorção (ABS): $P \rightarrow Q \vdash P \rightarrow (P \wedge Q)$

Modus Ponens (MP): $P \rightarrow Q, P \vdash Q$

Modus Tollens (MT): $P \rightarrow Q, \sim Q \vdash \sim P$

Silogismo Disjuntivo (SD): $P \vee Q, \sim P \vdash Q$ ou $P \vee Q, \sim Q \vdash P$

Silogismo Hipotético (SH): $P \rightarrow Q, Q \rightarrow R \vdash P \rightarrow R$

Dilema Construtivo (DC): $P \rightarrow Q, R \rightarrow S, P \vee R \vdash Q \vee S$

Dilema Destrutivo (DD): $P \rightarrow Q, R \rightarrow S, \sim Q \vee \sim S \vdash \sim P \vee \sim R$

Observações:

1. Qualquer dúvida, desenvolva a questão e deixe tudo explicado, detalhadamente, que avaliaremos o seu conhecimentos sobre o assunto;
2. Clareza e legibilidade;