Lógica e Programação em Lógica (LPL)- Joinville, 10 de Novembro de 2009

Aluno(a): ______________________________

Corretor(a): ______________________________

1. Utilizando o método de *demonstração por absurdo* ou *indireta*, demonstre a validade do argumento $\sim p \wedge \sim r$, a partir das premissas:
   1. $p \rightarrow q$
   2. $q \rightarrow r$
   3. $r \rightarrow p$
   4. $p \rightarrow \sim r$

   Isto é, esta sequência deduz ( $\vdash$, consiste de um teorema) $\sim p \wedge \sim r$?

2. Demonstrar as proposições abaixo geram uma contradição (isto é, derivam uma inconsistência do tipo: $\Box \Leftrightarrow (\sim x \wedge x)$).

| | |
|---|---|
| 1. | $\sim p \rightarrow \sim q$ |
| 2. | $r \rightarrow s$ |
| 3. | $(\sim p \wedge t) \vee (r \vee u)$ |
| 4. | $q$ |
| $\vdash$ | $s$ |

   Obs: esta questão é curiosa. Se fossêmos resolver via tabela verdade, teriamos $2^6$ linhas, pois são 6 variáveis.

3. Aplique o método da Resolução nas duas questões anteriores. Indique passo-a-passo, indicando o resolvente $\lambda$ e as novas cláusulas obtidas. Como segunda parte desta questão, construa a árvore de prova.

4. Seja o conjunto das seguintes fórmulas em lógica de primeira-ordem (LPO):

| | |
|---|---|
| 1. | $\forall x \forall y (bebe(y) \wedge genitores(x, y) \rightarrow orgulhoso(x))$ |
| 2. | $\forall x \forall y (pai(x, y) \rightarrow genitores(x, y))$ |
| 3. | $\forall x \forall y (mae(x, y) \rightarrow genitores(x, y))$ |
| 4. | $pai(adam, maria)$ |
| 5. | $bebe(maria)$ |
| 6. | $mae(beatriz, maria)$ |

   Na sequência abaixo, resolva as seguintes questões:

   (a) Interprete textualmente o significado de cada fórmula;
   (b) Utilizando as propriedades da LPO, deduza que `beatriz` e `adam` são pais orgulhosos;
   (c) Transforme o conjunto de fórmulas de LPO para um conjunto equivalente de cláusulas;
   (d) Utilizando a Resolução, deduza que `beatriz` e `adam` são pais orgulhosos. Ou seja, a pergunta é se `beatriz` e `adam` estão orgulhosos?
   (e) Construa a árvore de provas equivalente a prova correspondente.

5. Aplicando De Morgan aos quantificadores das fórmulas de LPO, dar a negação das seguintes sentenças lógicas:

   (a) $\forall x \exists y (\sim p(x) \wedge \sim q(y))$
   (b) $\exists x \forall y (p(x) \vee \sim q(y))$
   (c) $\exists x \forall y (p(x) \rightarrow q(y))$
   (d) $\forall x \exists y (\sim p(x) \vee \sim q(y))$

6. Faça a interpretação lógica da seguinte fórmula em LPO:
   $\exists x \exists y\ maior(f(x), y)$, onde o $D = \{0, 1, ....13\}$, e a definição do functor $f(x)$ é dado pela expressão matemática: $f(x) = (x + 2)\ mod\ x$. A definição do predicado "*maior*" é análogo ao da matemática. Faça as considerações necessárias e demonstre, respondendo se esta fórmula é válida ou não, e porquê?

PS: questões que valem mais: 3 e 4 (são as mais trabalhosas)