

Acadêmico(a) : _____ Turma: _____

1. Atenção: Exame Final dia 14/12 (2a. feira às 17:00 hrs.)
2. **(1.0 pt.)** Ao contrário do que voce vai fazer na próxima questão, seja o conjunto N^* dos números naturais. Determine o conjunto-verdade ou domínio para o qual a fórmula é **verdadeira**, para cada uma das fórmulas abaixo:

- (a) $\forall x.((2x = 6) \vee (2x = 8))$, por exemplo (este é o mais difícil), aqui o valor da resposta é $D = \{3, 4\}$
- (b) $\forall x.(x^2 - 5x + 6 = 0)$
- (c) $\exists x.(x^2 - 5x + 6 = 0)$
- (d) $\exists x.(x^2 - 3x = 0)$
- (e) $\forall x.(x - 1 < 4)$
- (f) $\exists x. \sim (x \text{ é ímpar})$

3. **(2.5 pts.)** Determine o valor verdade $\{V, F\}$ (a interpretação Φ) de cada uma das fórmulas abaixo em seu respectivo domínio. Dados: $A = \{3, 5\}$, $B = \{-15, 1, 15\}$ e $C = \{6, 7\}$. As questões serão **apenas** validadas mediante os cálculos em separado. Em seguida preencha a tabela abaixo:

	Domínios			
	$x \in A$	$x \in A \text{ e } y \in C$	$x \in B \text{ e } y \in A$	$x \in B$
$\forall x(2x \leq x^2)$		-xxx-	-xxx-	
$\exists x \exists y((2 + x)^2 \geq 24 - y)$	-xxx-			-xxx-
$\forall x(x^2 \geq 5)$		-xxx-	-xxx-	
$\exists y \forall x(3x \neq y^2)$	-xxx-			-xxx-
$\forall x \exists y(xy \leq 50)$	-xxx-			-xxx-

PS: esta questão é longa (10 cálculos a serem feitos), preste atenção, seja organizado.

4. **(1.5 pts)** Aplicando De Morgan aos quantificadores das fórmulas de LPO, dar a negação das seguintes sentenças lógicas:
- (a) $\forall x \exists y (p(x) \wedge \sim q(y))$
- (b) $\forall x \forall y \sim (\sim p(x) \vee \sim q(y))$
- (c) $\exists x \forall y (p(x) \rightarrow q(y))$
- (d) $\forall x \exists y (\sim p(x) \vee \sim q(y))$
- (e) $\forall y (p(y) \rightarrow \exists x q(x))$
- (f) $\forall x (p(x) \leftrightarrow \sim \exists y r(y))$

PS: Lembre que De Morgan não se aplica com os conectivos \leftrightarrow e \rightarrow .

5. **(2.5 pts.)** Seja o conjunto das seguintes fórmulas em lógica de primeira-ordem (LPO), as quais descrevem o comportamento de um adversário autônomo (NPC-*nerd por computador*) em um videogame :

-
-
1. agente(oponente)
 2. estado(oponente, fome)
 3. fruta(banana)
 4. fruta(laranja)
 5. sanduiche(bigmac)
 6. $\forall X \exists Y : (fruta(X) \vee sanduiche(Y) \rightarrow alimento(X))$
 7. $\exists A \forall X : (agente(A) \wedge estado(A, fome) \wedge alimento(X) \rightarrow decisao(A, comer, X))$
-
-

Demonstre as possíveis decisões que o **agente** pode executar quando está no estado “fome”.

6. (2.5 pts.) Seja o conjunto das seguintes fórmulas em lógica de primeira-ordem (LPO), as quais descrevem uma história:

-
1. $\forall y \exists x (pessoa(y) \wedge pet(x) \wedge vacinado(x) \rightarrow ama(y, x))$
 2. $\forall x (pet(x) \wedge saudavel(x) \rightarrow vacinado(x))$
 3. $pessoa(mickey)$
 4. $pet(pluto)$
 5. $pet(garfield)$
 6. $saudavel(pluto)$
 7. $saudavel(garfield)$
-

Na sequência abaixo, resolva as seguintes questões:

- (a) (1.0 pt) Interprete textualmente o significado de cada fórmula acima
- (b) (1.5 pts) Utilizando as propriedades da LPO, PU's, PE's e regras de inferências, demonstre quem *Mickey* ama.

Equivalências Notáveis:

Idempotência (ID): $P \Leftrightarrow P \wedge P$ ou $P \Leftrightarrow P \vee P$

Comutação (COM): $P \wedge Q \Leftrightarrow Q \wedge P$ ou $P \vee Q \Leftrightarrow Q \vee P$

Associação (ASSOC): $P \wedge (Q \wedge R) \Leftrightarrow (P \wedge Q) \wedge R$ ou $P \vee (Q \vee R) \Leftrightarrow (P \vee Q) \vee R$

Distribuição (DIST): $P \wedge (Q \vee R) \Leftrightarrow (P \wedge Q) \vee (P \wedge R)$ ou $P \vee (Q \wedge R) \Leftrightarrow (P \vee Q) \wedge (P \vee R)$

Dupla Negação (DN): $P \Leftrightarrow \sim \sim P$

De Morgan (DM): $\sim (P \wedge Q) \Leftrightarrow \sim P \vee \sim Q$ ou $\sim (P \vee Q) \Leftrightarrow \sim P \wedge \sim Q$

Equivalência da Condicional (COND): $P \rightarrow Q \Leftrightarrow \sim P \vee Q$

Bicondicional (BICOND): $P \leftrightarrow Q \Leftrightarrow (P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow P)$

Contraposição (CP): $P \rightarrow Q \Leftrightarrow \sim Q \rightarrow \sim P$

Exportação-Importação (EI): $P \wedge Q \rightarrow R \Leftrightarrow P \rightarrow (Q \rightarrow R)$

Contradição: $P \wedge \sim P \Leftrightarrow \square$

Tautologia: $P \vee \sim P \Leftrightarrow \blacksquare$

Negações para LPO: $\sim \forall x : px \Leftrightarrow \exists x : \sim px$

Negações para LPO: $\sim \exists x : px \Leftrightarrow \forall x : \sim px$

Regras Inferencias Válidas (Teoremas):

Adição (AD): $P \vdash P \vee Q$ ou $P \vdash Q \vee P$

Simplificação (SIMP): $P \wedge Q \vdash P$ ou $P \wedge Q \vdash Q$

Conjunção (CONJ): $P, Q \vdash P \wedge Q$ ou $P, Q \vdash Q \wedge P$

Absorção (ABS): $P \rightarrow Q \vdash P \rightarrow (P \wedge Q)$

Modus Ponens (MP): $P \rightarrow Q, P \vdash Q$

Modus Tollens (MT): $P \rightarrow Q, \sim Q \vdash \sim P$

Silogismo Disjuntivo (SD): $P \vee Q, \sim P \vdash Q$ ou $P \vee Q, \sim Q \vdash P$

Silogismo Hipotético (SH): $P \rightarrow Q, Q \rightarrow R \vdash P \rightarrow R$

Dilema Construtivo (DC): $P \rightarrow Q, R \rightarrow S, P \vee R \vdash Q \vee S$

Dilema Destrutivo (DD): $P \rightarrow Q, R \rightarrow S, \sim Q \vee \sim S \vdash \sim P \vee \sim R$

Observações:

1. Qualquer dúvida, desenvolva a questão e deixe tudo explicado, detalhadamente, que avaliaremos o seu conhecimentos sobre o assunto;
2. Clareza e legibilidade;