Lógica Matemática – LMA (16 de Junho de 2011)

Aluno(a): ______________________________

1. Utilizando o método de *demonstração por absurdo* ou *indireta*, demonstre a validade do argumento $\sim q \vee \sim s$, a partir das premissas:
   1. $\sim p \rightarrow \sim q$
   2. $\sim p \vee r$
   3. $r \rightarrow \sim s$

   Isto é, esta sequência deduz ($\vdash$, consiste de um teorema) $\sim q \vee \sim s$?
2. Demonstrar que o conjunto das proposições abaixo geram uma contradição (isto é, derivam uma inconsistência do tipo: $\Box \Leftrightarrow (\sim x \wedge x)$).

   (a)
   $$\begin{array}{ll} 1 & \sim (p \wedge q) \\ 2 & \sim r \vee q \\ 3 & p \rightarrow r \\ \hline & \sim p \end{array}$$

   (b)
   $$\begin{array}{ll} 1 & q \vee p \\ 2 & p \rightarrow \sim r \\ 3 & q \rightarrow \sim s \\ \hline & \sim r \vee s \end{array}$$

3. Aplique o método da Resolução nos itens a) e b) da questão anterior. Indique passo-a-passo, indicando o resolvente λ e as novas cláusulas obtidas. A árvore de prova é dispensável.
4. Faça as interpretações (Φ) e justifique (explique) o valor lógico das fórmulas abaixo segundo os domínios:

   (a) $\forall x(2^x > x^2)$ para $x \in N$
   (b) $\forall x(x^2 + 3x + 2 = 0)$ para $x \in R$
   (c) $\exists x(x + 2 = x)$ para $x \in R$
   (d) $\exists x(3x^2 - 2x - 1 = 0)$ para $x \in R$

5. Aplicando De Morgan aos quantificadores das fórmulas de LPO, dar a <u>negação</u> das seguintes sentenças lógicas:

   (a) $\forall x \sim \exists y(p(x) \wedge \sim q(y))$
   (b) $\exists x \sim \forall y(\sim p(x) \vee \sim q(y))$
   (c) $\sim (\exists x \forall y(p(x) \rightarrow q(y)))$
   (d) $\forall x \exists y \sim (\sim p(x) \vee \sim q(y))$

6. Dado um domínio $D = \{a, b\}$, verifique via prova da resolução o seguinte teorema: $\exists x \forall y(q(x, y)) \vdash \forall y \exists x(q(x, y))$
7. Determinar se $\Box$ é derivável do seguinte conjunto de cláusulas:

   $\{\{r(x_1, x_1)\}, \{\sim r(x_2, f(x_2))\}, \{r(x_3, f(x_3)), \sim r(f(x_3), y_1)\}, \{r(x_4, y_2), \sim r(x_4, z_1), \sim r(y_2, z_1)\}\}$

   Se não for derivável que mudanças voce faria para gerar $\Box$?
8. Transforme a sentença abaixo em um conjunto de cláusulas equivalentes:

$$\exists x \forall y(p(x, y) \leftrightarrow \sim p(y, x))$$