

# Lógica Matemática – 1ª Avaliação

Rogério Eduardo da Silva e Claudio Cesar de Sá

8 de abril de 2013

*“Ensinar não é transferir conhecimento, mas criar as possibilidades para a sua própria produção ou a sua construção.”*  
(Paulo Freire)

1. (1.0 pt) Determinar por tabela-verdade se a fórmula abaixo é uma tautologia, contradição ou contingência:

- (a)  $(P \leftrightarrow P \rightarrow Q) \vee (P \rightarrow R)$
- (b)  $(P \wedge Q) \wedge (R \wedge S) \rightarrow P \vee S$
- (c)  $X = 0 \rightarrow (X \neq Y \vee Y \neq T)$
- (d)  $(P \wedge \sim Q) \vee R$

2. (3.0 pts) Determine as formas normais mais simples (FNC e FND) equivalentes para as fórmulas abaixo:

- (a)  $(\sim P \wedge Q) \vee Q$
- (b)  $(P \uparrow Q) \leftrightarrow P$

3. (1.0 pt) Das 04 fórmulas encontradas no item anterior, escolha duas, uma FNC ( $\mathcal{P}_1$ ) e sua respectiva FND ( $\mathcal{Q}_1$ ). Obviamente que:  $\mathcal{P}_1 \Leftrightarrow \mathcal{Q}_1$ . Encontre as suas respectivas duais,  $\mathcal{P}_2$  e  $\mathcal{Q}_2$ , tal que obviamente  $\mathcal{P}_2 \Leftrightarrow \mathcal{Q}_2$ .

4. (2.0 pts) Utilizando as propriedades e equivalências fornecidas na página seguinte e verifique se essas fórmulas apresentam uma relação de implicação lógica verdadeira:

- (a)  $(p \wedge q) \Rightarrow (p \vee q)$
- (b)  $(p \vee q) \Rightarrow (p \wedge q)$
- (c)  $(p \rightarrow q) \Rightarrow p \wedge r \rightarrow q$

5. (3.0 pts) Utilizando as propriedades e algumas equivalências fornecidas na página seguinte, demonstre as equivalências:

- (a)  $P \uparrow Q \Leftrightarrow ((P \downarrow P) \downarrow (Q \downarrow Q)) \downarrow ((P \downarrow P) \downarrow (Q \downarrow Q))$
- (b)  $(p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r) \Leftrightarrow (p \vee q) \rightarrow r$
- (c)  $(p \rightarrow r) \vee (q \rightarrow s) \Leftrightarrow p \wedge q \rightarrow r \vee s$

Equivalências Notáveis:

**Idempotência (ID):**  $P \Leftrightarrow P \wedge P$  ou  $P \Leftrightarrow P \vee P$

**Comutação (COM):**  $P \wedge Q \Leftrightarrow Q \wedge P$  ou  $P \vee Q \Leftrightarrow Q \vee P$

**Associação (ASSOC):**  $P \wedge (Q \wedge R) \Leftrightarrow (P \wedge Q) \wedge R$  ou  $P \vee (Q \vee R) \Leftrightarrow (P \vee Q) \vee R$

**Distribuição (DIST):**  $P \wedge (Q \vee R) \Leftrightarrow (P \wedge Q) \vee (P \wedge R)$  ou  $P \vee (Q \wedge R) \Leftrightarrow (P \vee Q) \wedge (P \vee R)$

**Dupla Negação (DN):**  $P \Leftrightarrow \sim \sim P$

**De Morgan (DM):**  $\sim (P \wedge Q) \Leftrightarrow \sim P \vee \sim Q$  ou  $\sim (P \vee Q) \Leftrightarrow \sim P \wedge \sim Q$

**Condicional (COND):**  $P \rightarrow Q \Leftrightarrow \sim P \vee Q$

**Bicondicional (BICOND):**  $P \leftrightarrow Q \Leftrightarrow (P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow P)$

**Contraposição (CP):**  $P \rightarrow Q \Leftrightarrow \sim Q \rightarrow \sim P$

**Exportação-Importação (EI):**  $P \wedge Q \rightarrow R \Leftrightarrow P \rightarrow (Q \rightarrow R)$

**Tautologia:**  $P \vee \sim P \Leftrightarrow \blacksquare$

**Contradição:**  $P \wedge \sim P \Leftrightarrow \square$

**Conectivos de Scheffer:**  $P \uparrow Q \Leftrightarrow \sim P \vee \sim Q$  e  $P \downarrow Q \Leftrightarrow \sim P \wedge \sim Q$

**Ou-exclusivo (X-or):**  $P \underline{\vee} Q \Leftrightarrow (P \vee Q) \wedge \sim (P \wedge Q)$