

# Lógica Matemática – 1ª Avaliação

Rogério Eduardo da Silva e Claudio Cesar de Sá

4 de abril de 2016

1. (1.0 pt) Determinar por tabela-verdade se a fórmula abaixo é uma **tautologia**, **contradição** (ou insatisfatível) ou **contingência** (ou satisfatível):

(a)  $(p \leftrightarrow p \rightarrow q) \wedge \sim (p \rightarrow \sim q)$

(b)  $p \leftrightarrow (p \rightarrow q \vee p)$

(c)  $(q \rightarrow \sim p) \wedge (\sim p \rightarrow q)$

2. (3.0 pts) Determine as formas normais mais simples (FNC e FND) equivalentes para as fórmulas abaixo:

(a)  $(p \rightarrow q) \wedge \sim p$

(b)  $(\sim p \vee \sim q) \leftrightarrow p$

3. (1.0 pt) Das 06 fórmulas encontradas no item anterior, escolha duas, uma FNC ( $\mathcal{P}_1$ ) e sua respectiva FND ( $\mathcal{Q}_1$ ). Obviamente que:  $\mathcal{P}_1 \Leftrightarrow \mathcal{Q}_1$ . Encontre as suas respectivas duais,  $\mathcal{P}_2$  e  $\mathcal{Q}_2$ , tal que obviamente  $\mathcal{P}_2 \Leftrightarrow \mathcal{Q}_2$ .

4. (2.0 pts) Utilizando as propriedades e equivalências fornecidas na página seguinte e verifique se essas fórmulas apresentam uma relação de implicação lógica verdadeira:

(a)  $q \Rightarrow p \wedge q \leftrightarrow p$

(b)  $(p \vee q) \Rightarrow (p \wedge q)$

(c)  $(p \vee q) \wedge \sim q \Rightarrow p$

5. (3.0 pts) Utilizando as propriedades e algumas equivalências fornecidas na página seguinte, demonstre as equivalências:

(a)  $(p \rightarrow q) \vee (p \rightarrow r) \Leftrightarrow p \rightarrow (q \vee r)$

(b)  $p \wedge q \rightarrow r \Leftrightarrow p \rightarrow (q \rightarrow r)$  (Regra da Exportação e Importação)

(c)  $(p \rightarrow q) \rightarrow r \Leftrightarrow p \wedge \sim r \rightarrow \sim q$

## Equivalências Notáveis:

**Idempotência (ID):**  $P \Leftrightarrow P \wedge P$  ou  $P \Leftrightarrow P \vee P$

**Comutação (COM):**  $P \wedge Q \Leftrightarrow Q \wedge P$  ou  $P \vee Q \Leftrightarrow Q \vee P$

**Associação (ASSOC):**  $P \wedge (Q \wedge R) \Leftrightarrow (P \wedge Q) \wedge R$  ou  $P \vee (Q \vee R) \Leftrightarrow (P \vee Q) \vee R$

**Distribuição (DIST):**  $P \wedge (Q \vee R) \Leftrightarrow (P \wedge Q) \vee (P \wedge R)$  ou  $P \vee (Q \wedge R) \Leftrightarrow (P \vee Q) \wedge (P \vee R)$

**Dupla Negação (DN):**  $P \Leftrightarrow \sim \sim P$

**De Morgan (DM):**  $\sim (P \wedge Q) \Leftrightarrow \sim P \vee \sim Q$  ou  $\sim (P \vee Q) \Leftrightarrow \sim P \wedge \sim Q$

**Equivalência da Condicional (COND):**  $P \rightarrow Q \Leftrightarrow \sim P \vee Q$

**Bicondicional (BICOND):**  $P \leftrightarrow Q \Leftrightarrow (P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow P)$

**Contraposição (CP):**  $P \rightarrow Q \Leftrightarrow \sim Q \rightarrow \sim P$

**Exportação-Importação (EI):**  $P \wedge Q \rightarrow R \Leftrightarrow P \rightarrow (Q \rightarrow R)$

**Contradição:**  $P \wedge \sim P \Leftrightarrow \square$

**Tautologia:**  $P \vee \sim P \Leftrightarrow \blacksquare$

**Negações para LPO:**  $\sim \forall px \Leftrightarrow \exists \sim px$

**Negações para LPO:**  $\sim \exists px \Leftrightarrow \forall \sim px$

## Regras Inferencias Válidas (Teoremas):

**Adição (AD):**  $P \vdash P \vee Q$  ou  $P \vdash Q \vee P$

**Simplificação (SIMP):**  $P \wedge Q \vdash P$  ou  $P \wedge Q \vdash Q$

**Conjunção (CONJ):**  $P, Q \vdash P \wedge Q$  ou  $P, Q \vdash Q \wedge P$

**Absorção (ABS):**  $P \rightarrow Q \vdash P \rightarrow (P \wedge Q)$

**Modus Ponens (MP):**  $P \rightarrow Q, P \vdash Q$

**Modus Tollens (MT):**  $P \rightarrow Q, \sim Q \vdash \sim P$

**Silogismo Disjuntivo (SD):**  $P \vee Q, \sim P \vdash Q$  ou  $P \vee Q, \sim Q \vdash P$

**Silogismo Hipotético (SH):**  $P \rightarrow Q, Q \rightarrow R \vdash P \rightarrow R$

**Dilema Construtivo (DC):**  $P \rightarrow Q, R \rightarrow S, P \vee R \vdash Q \vee S$

**Dilema Destrutivo (DD):**  $P \rightarrow Q, R \rightarrow S, \sim Q \vee \sim S \vdash \sim P \vee \sim R$

## Observações:

- (a) Nas questões 4 e 5, não é para usar a TV (apenas para verificação se for o caso)
- (b) Qualquer dúvida, desenvolva a questão e deixe tudo explicado, detalhadamente, que avaliaremos o seu conhecimentos sobre o assunto;
- (c) Clareza e legibilidade;