

2ª Lista de Exercícios de Lógica Matemática - LMA

Professores: Jeferson L. R. S. e Kariston P.

Monitor: Miguel A. Nunes

Joinville, 27 de maio de 2019

1. Prove por Demonstração Direta os seguintes argumentos.

- (a) $\{r \rightarrow t, t \rightarrow \sim s, (r \rightarrow \sim s) \rightarrow q, p\} \vdash p \wedge q$
- (b) $\{\sim p \vee \sim s, q \rightarrow \sim r, t \rightarrow (r \wedge s), t\} \vdash \sim (p \vee q)$
- (c) $\{q \rightarrow p, t \vee s, q \vee \sim s, \sim (p \vee r)\} \vdash t$
- (d) $\{p \vee q \rightarrow r, s \rightarrow \sim r \wedge \sim t, s \vee u\} \vdash p \rightarrow u$
- (e) $\{p \rightarrow q, r \rightarrow t, s \rightarrow r, p \vee s\} \vdash \sim q \rightarrow t$
- (f) $\{p \vee \sim q, \sim p, \sim (p \wedge r) \rightarrow q\} \vdash r$
- (g) $\{\sim (p \vee q), \sim p \wedge \sim q \rightarrow r \wedge s, s \rightarrow r\} \vdash r$
- (h) $\{p \vee q, q \rightarrow r, \sim r \vee s, \sim p\} \vdash s$
- (i) $\{p \rightarrow q, p \vee (\sim \sim r \wedge \sim \sim q), s \rightarrow \sim r, \sim (p \wedge q)\} \vdash \sim (s \wedge q)$
- (j) $\{p \rightarrow q, \sim r \rightarrow (s \rightarrow t), r \vee (p \vee s), \sim r\} \vdash q \vee t$
- (k) $\{p \rightarrow q, q \rightarrow r, r \rightarrow s, \sim s, p \vee t\} \vdash t$
- (l) $\{p \rightarrow q, q \rightarrow r, p \vee s, s \rightarrow t, \sim t\} \vdash r$
- (m) $\{p \vee q, q \rightarrow r, p \rightarrow s, \sim s\} \vdash r \wedge (p \vee q)$
- (n) $\{p \wedge q, p \rightarrow r, r \wedge s \rightarrow \sim t, q \rightarrow s\} \vdash \sim t$
- (o) $\{p \wedge \sim q, r \rightarrow q, r \vee s, p \vee s \rightarrow t\} \vdash t$

2. Prove por Demonstração Condicional os seguintes argumentos.

- (a) $\{(p \vee \sim q), q, r \rightarrow \sim s, p \rightarrow (\sim s \rightarrow t)\} \vdash \sim t \rightarrow \sim r$
- (b) $\{r \vee s, \sim t \rightarrow \sim p, r \rightarrow \sim q\} \vdash p \wedge q \rightarrow (s \wedge t)$
- (c) $\{q \rightarrow p, t \vee s, q \vee \sim s\} \vdash \sim (p \vee r) \rightarrow t$
- (d) $\{(p \rightarrow q) \vee r, (s \vee t) \rightarrow \sim r, s \vee (t \wedge u)\} \vdash p \rightarrow q$
- (e) $\{(p \rightarrow q) \wedge \sim (r \wedge \sim s), s \rightarrow (t \vee u), \sim u\} \vdash r \rightarrow t$
- (f) $\{(p \vee \sim q), q, r \rightarrow \sim s, p \rightarrow (\sim s \rightarrow t)\} \vdash \sim t \rightarrow \sim r$
- (g) $\{p \wedge q \rightarrow \sim r, r \vee (s \wedge t), p \leftrightarrow q\} \vdash p \rightarrow s$
- (h) $\{r \rightarrow t, t \rightarrow \sim s, (r \rightarrow \sim s) \rightarrow q\} \vdash p \rightarrow (p \wedge q)$
- (i) $\{p \rightarrow q, q \leftrightarrow s, t \vee (r \wedge \sim s)\} \vdash p \rightarrow t$
- (j) $\{\sim r \vee \sim s, q \rightarrow s\} \vdash r \rightarrow \sim q$
- (k) $\{q \rightarrow p, t \vee s, q \vee \sim s\} \vdash \sim (p \vee r) \rightarrow t$

- (l) $\{p \vee q \rightarrow r, s \rightarrow \sim r \wedge \sim t, s \vee u\} \vdash p \rightarrow u$
- (m) $\{p \rightarrow q, r \rightarrow t, s \rightarrow r, p \vee s\} \vdash \sim q \rightarrow t$
- (n) $\{r \rightarrow s, s \rightarrow q, r \vee (s \wedge p)\} \vdash \sim q \rightarrow p \wedge s$
- (o) $\{\sim p, \sim r \rightarrow q, \sim s \rightarrow p\} \vdash \sim (r \wedge s) \rightarrow q$

3. Prove por Demonstração Indireta os seguintes argumentos.

- (a) $\{\sim (p \rightarrow q) \vee (s \rightarrow \sim r), q \vee s, p \rightarrow \sim s\} \vdash \sim r \vee \sim s$
- (b) $\{\sim (p \rightarrow \sim q) \rightarrow ((r \leftrightarrow s) \vee t), p, q, \sim t, r\} \vdash s$
- (c) $\{(p \wedge q) \leftrightarrow \sim r, \sim r \rightarrow \sim p, \sim q \rightarrow \sim r\} \vdash q$
- (d) $\{(p \rightarrow q) \wedge r, q \vee s \rightarrow t \wedge u, v \rightarrow s, v \vee p\} \vdash t \vee x$
- (e) $\{(p \rightarrow q) \vee (r \wedge s), \sim q\} \vdash p \rightarrow s$
- (f) $\{\sim p \rightarrow \sim q \vee r, s \vee (r \rightarrow t), p \rightarrow s, \sim s\} \vdash q \rightarrow t$
- (g) $\{\sim p \vee \sim q, r \vee s \rightarrow p, q \vee \sim s, \sim r\} \vdash \sim (r \vee s)$
- (h) $\{p \vee q \rightarrow r, s \rightarrow \sim r \wedge \sim t, s \vee u, p\} \vdash p \rightarrow u$
- (i) $\{p \rightarrow q, r \rightarrow t, s \rightarrow r, p \vee s, \sim q\} \vdash t$
- (j) $\{(p \rightarrow q), q \leftrightarrow s, t \vee (r \wedge \sim s)\} \vdash p \rightarrow t$
- (k) $\{(p \rightarrow q) \vee r, s \vee t \rightarrow \sim r, s \vee (t \wedge u)\} \vdash p \rightarrow q$
- (l) $\{\sim p \rightarrow \sim q, \sim p \vee r, r \rightarrow \sim s\} \vdash \sim q \vee \sim s$
- (m) $\{p \rightarrow q \vee r, q \rightarrow \sim p, s \rightarrow \sim r\} \vdash \sim (p \wedge s)$
- (n) $\{\sim (p \rightarrow \sim q) \rightarrow ((r \leftrightarrow s) \vee t), p, q, \sim t\} \vdash r \rightarrow s$
- (o) $\{(\sim p \rightarrow q) \wedge (r \rightarrow s), p \leftrightarrow t \vee \sim s, r, \sim t\} \vdash q$

Equivalências Notáveis:

$$\begin{aligned} & P \vee \blacksquare \Leftrightarrow \blacksquare \\ \text{Identidade (IDENT): } & P \vee \square \Leftrightarrow P \\ & P \wedge \blacksquare \Leftrightarrow P \\ & P \wedge \square \Leftrightarrow \square \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Idempotência (ID): } & P \Leftrightarrow P \wedge P \\ & P \Leftrightarrow P \vee P \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Comutação (COM): } & P \wedge Q \Leftrightarrow Q \wedge P \\ & P \vee Q \Leftrightarrow Q \vee P \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Associação (ASSOC): } & P \wedge (Q \wedge R) \Leftrightarrow (P \wedge Q) \wedge R \\ & P \vee (Q \vee R) \Leftrightarrow (P \vee Q) \vee R \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Distribuição (DIST): } & P \wedge (Q \vee R) \Leftrightarrow (P \wedge Q) \vee (P \wedge R) \\ & P \vee (Q \wedge R) \Leftrightarrow (P \vee Q) \wedge (P \vee R) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{De Morgan (DM): } & \sim (P \wedge Q) \Leftrightarrow \sim P \vee \sim Q \\ & \sim (P \vee Q) \Leftrightarrow \sim P \wedge \sim Q \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Contradição: } & P \wedge \sim P \Leftrightarrow \square \\ & P \leftrightarrow \sim P \Leftrightarrow \square \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & P \vee \sim P \Leftrightarrow \blacksquare \\ \text{Tautologia: } & P \rightarrow P \Leftrightarrow \blacksquare \\ & P \leftrightarrow P \Leftrightarrow \blacksquare \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Absorção: } & P \wedge (P \vee Q) \Leftrightarrow P \\ & P \vee (P \wedge Q) \Leftrightarrow P \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Conectivos de Scheffer } & P \uparrow Q \Leftrightarrow \sim P \vee \sim Q \\ & P \downarrow Q \Leftrightarrow \sim P \wedge \sim Q \end{aligned}$$

$$\text{Dupla Negação (DN): } P \Leftrightarrow P$$

$$\text{Condicional (COND): } P \rightarrow Q \Leftrightarrow \sim P \vee Q$$

$$\text{Bicondicional (BICOND): } P \leftrightarrow Q \Leftrightarrow (P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow P)$$

$$\text{Contraposição (CP): } P \rightarrow Q \Leftrightarrow \sim Q \rightarrow \sim P$$

$$\text{Exportação-Importação (EI): } P \wedge Q \rightarrow R \Leftrightarrow P \rightarrow (Q \rightarrow R)$$

$$\text{Ou-Exclusivo (X-or) } P \veebar Q \Leftrightarrow (P \vee Q) \wedge \sim (P \wedge Q)$$

Regras de Inferência Válidas (Teoremas):

Adição (AD):
$$\begin{array}{l} P \vdash P \vee Q \\ P \vdash Q \vee P \end{array}$$

Simplificação (SIMP):
$$\begin{array}{l} P \wedge Q \vdash P \\ P \wedge Q \vdash Q \end{array}$$

Conjunção (CONJ)
$$\begin{array}{l} P, Q \vdash P \wedge Q \\ P, Q \vdash Q \wedge P \end{array}$$

Absorção (ABS): $P \rightarrow Q \vdash P \rightarrow (P \wedge Q)$

Modus Ponens (MP): $P \rightarrow Q, P \vdash Q$

Modus Tollens (MT): $P \rightarrow Q, \sim Q \vdash \sim P$

Silogismo Disjuntivo (SD):
$$\begin{array}{l} P \vee Q, \sim P \vdash Q \\ P \vee Q, \sim Q \vdash P \end{array}$$

Silogismo Hipotético (SH): $P \rightarrow Q, Q \rightarrow R \vdash P \rightarrow R$

Dilema Construtivo (DC): $P \rightarrow Q, R \rightarrow S, P \vee R \vdash Q \vee S$

Dilema Destrutivo (DD): $P \rightarrow Q, R \rightarrow S, \sim Q \vee \sim S \vdash \sim P \vee \sim R$