

Lista de Exercícios de Álgebra Proposicional
Professores: Karina G. R. e Kariston P.
Monitor: Miguel A. Nunes
Joinville, 30 de outubro de 2019

1. Verifique se as equivalências abaixo são válidas:

- (a) $p \vee q \Leftrightarrow \sim (q \leftrightarrow p)$
- (b) $p \uparrow q \Leftrightarrow q \uparrow p$
- (c) $(p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r) \Leftrightarrow (p \vee q) \rightarrow r$
- (d) $(p \rightarrow r) \vee (q \rightarrow s) \Leftrightarrow (p \wedge q) \rightarrow r \vee s$
- (e) $p \wedge q \rightarrow r \Leftrightarrow p \rightarrow (q \rightarrow r)$
- (f) $(p \rightarrow q) \rightarrow r \Leftrightarrow (p \wedge \sim r) \rightarrow \sim q$
- (g) $(p \rightarrow q) \vee (p \rightarrow r) \Leftrightarrow p \rightarrow (q \vee r)$
- (h) $(p \rightarrow q) \rightarrow q \Leftrightarrow p \vee q$
- (i) $(p \downarrow q) \downarrow (p \downarrow q) \Leftrightarrow p \vee q$
- (j) $p \leftrightarrow q \Leftrightarrow (\sim p \wedge \sim q) \vee (p \wedge q)$
- (k) $(p \rightarrow (p \rightarrow (p \rightarrow q))) \Leftrightarrow p \rightarrow q$
- (l) $\sim (p \wedge q \wedge r) \Leftrightarrow \sim p \vee \sim q \vee \sim r$
- (m) $\sim (p \wedge q \wedge r) \Leftrightarrow (p \rightarrow (q \rightarrow \sim r))$
- (n) $(p \uparrow q) \downarrow (q \uparrow p) \Leftrightarrow p \wedge q$

2. Verifique se as implicações abaixo são válidas:

- (a) $q \Rightarrow p \wedge q \leftrightarrow q$
- (b) $(p \vee q) \wedge \sim q \Rightarrow p$
- (c) $(p \wedge q) \Rightarrow (p \vee q)$
- (d) $(p \vee q) \Rightarrow (p \wedge q)$
- (e) $(p \rightarrow q) \Rightarrow p \wedge r \rightarrow q$
- (f) $(p \rightarrow q) \Rightarrow ((q \rightarrow r) \rightarrow (p \rightarrow r))$
- (g) $((p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow \sim q)) \rightarrow \sim p \Rightarrow \square$
- (h) $(p \rightarrow q) \wedge \sim q \Rightarrow \sim p$
- (i) $(p \vee q) \leftrightarrow q \Rightarrow \sim q \rightarrow \sim p$
- (j) $(p \rightarrow \sim q) \wedge (r \rightarrow q) \wedge r \Rightarrow \sim p$
- (k) $(p \leftrightarrow \sim q) \Rightarrow (p \rightarrow q)$
- (l) $q \Rightarrow p \vee q \leftrightarrow p$
- (m) $(p \rightarrow r) \wedge (q \leftrightarrow r) \Rightarrow (p \vee q) \rightarrow r$
- (n) $(p \uparrow q) \wedge (p \downarrow q) \Rightarrow p \leftrightarrow q$

3. Determine a FNC e FND das seguintes fórmulas:

- (a) $\sim (p \rightarrow q) \leftrightarrow p$
- (b) $\sim (p \leftrightarrow q) \vee (p \vee q)$
- (c) $(p \rightarrow q) \wedge (\sim p \wedge r)$
- (d) $(\sim p \wedge \sim q) \rightarrow (\sim p \rightarrow q) \vee (p \rightarrow \sim q)$

(e) $(\sim r \vee \sim q) \leftrightarrow p$

(f) $(\sim p \vee \sim q) \rightarrow (p \wedge q)$

(g) $(\sim p \vee q) \rightarrow (q \wedge \sim r \wedge p)$

(h) $(\sim p \wedge \sim q) \leftrightarrow r$

(i) $(p \wedge q) \rightarrow \sim (p \vee q)$

(j) $(\sim p \rightarrow q) \leftrightarrow (r \vee p)$

(k) $\sim (p \leftrightarrow q) \rightarrow (p \wedge q) \vee r$

(l) $(\sim p \wedge q) \leftrightarrow (q \vee \sim p)$

(m) $(\sim p \vee \sim q) \leftrightarrow p$

(n) $(p \vee q) \leftrightarrow (p \wedge q)$

Equivalências Notáveis:

Idempotência (ID): $P \wedge P \Leftrightarrow P$
 $P \vee P \Leftrightarrow P$

Comutação (COM): $P \wedge Q \Leftrightarrow Q \wedge P$
 $P \vee Q \Leftrightarrow Q \vee P$

Associação (ASSOC): $P \wedge (Q \wedge R) \Leftrightarrow (P \wedge Q) \wedge R$
 $P \vee (Q \vee R) \Leftrightarrow (P \vee Q) \vee R$

Distribuição (DIST): $P \wedge (Q \vee R) \Leftrightarrow (P \wedge Q) \vee (P \wedge R)$
 $P \vee (Q \wedge R) \Leftrightarrow (P \vee Q) \wedge (P \vee R)$

De Morgan (DM): $\sim (P \wedge Q) \Leftrightarrow \sim P \vee \sim Q$
 $\sim (P \vee Q) \Leftrightarrow \sim P \wedge \sim Q$

Dupla Negação (DN): $\sim \sim P \Leftrightarrow P$

Condicional (COND): $P \rightarrow Q \Leftrightarrow \sim P \vee Q$

Bicondicional (BICOND): $P \leftrightarrow Q \Leftrightarrow (P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow P)$

Contraposição (CP): $P \rightarrow Q \Leftrightarrow \sim Q \rightarrow \sim P$

Exportação-Importação (EI): $P \wedge Q \rightarrow R \Leftrightarrow P \rightarrow (Q \rightarrow R)$

Contradição: $P \wedge \sim P \Leftrightarrow \square$

Tautologia: $P \vee \sim P \Leftrightarrow \blacksquare$

Ou-Exclusivo (X-or) $P \veebar Q \Leftrightarrow (P \vee Q) \wedge \sim (P \wedge Q)$

Conectivos de Scheffer $P \uparrow Q \Leftrightarrow \sim P \vee \sim Q$
 $P \downarrow Q \Leftrightarrow \sim P \wedge \sim Q$

Absorção: $P \wedge (P \vee Q) \Leftrightarrow P$
 $P \vee (P \wedge Q) \Leftrightarrow P$