

**2ª Avaliação de Lógica Matemática (LMA)**  
**Professores: Claudio ( $T_B$ ) e Rogério ( $T_A$ )**  
**Joinville, 6 de junho de 2016**

Acadêmico(a) : \_\_\_\_\_ Turma: \_\_\_\_\_

- Atenção: Exame Final dia 04/07 (2a. feira às 17:00 hrs.)
- (1.0 pt.)** Ao contrário do que voce vai fazer na próxima questão, seja o conjunto  $0 \leq N \leq 20$  dos números naturais. Determine o conjunto-verdade ou domínio para o qual a fórmula é **verdadeira**, para cada uma das fórmulas abaixo:

- Exemplo:  $\forall x.((2x = 6) \vee (2x = 8))$ , aqui o valor da resposta é  $D = \{3, 4\}$
- $\exists x.((2x = 6) \vee (2x = 8))$
- $\forall x.((x - 7) > 4)$
- $\exists y \forall x.(x \geq y)$
- $\exists x. \sim (x \text{ é ímpar})$

- (2.5 pts.)** Determine o valor verdade  $\{V, F\}$  (a interpretação  $\Phi$ ) de cada uma das fórmulas abaixo em seu respectivo domínio. Dados:  $A = \{3, 5\}$ ,  $B = \{-15, 1, 15\}$  e  $C = \{6, 7\}$ . As questões serão **apenas** validadas mediante os cálculos em separado. Em seguida preencha a tabela abaixo:

	Domínios			
	$x \in A$	$x \in A \text{ e } y \in C$	$x \in B \text{ e } y \in A$	$x \in B$
$\forall x(7 + x \leq x^2)$		—xxx—	—xxx—	
$\exists y \forall x(2x \neq y^2)$	—xxx—			—xxx—
$\forall x \exists y(xy \leq 40)$	—xxx—			—xxx—

PS: esta questão é longa (10 cálculos a serem feitos), preste atenção, seja organizado.

- (2.0 pts.)** Seja o conjunto das seguintes fórmulas em lógica de primeira-ordem (LPO), as quais descrevem o comportamento de um adversário autônomo (NPC—*nerd por computador*) em um videogame:

- agente(oponente)
- estado(oponente, fome)
- fruta(banana)
- fruta(laranja)
- sanduiचे(bigmac)
- $\forall x \exists y : (fruta(x) \vee sanduiче(y) \rightarrow alimento(x))$
- $\exists z \forall x : (agente(z) \wedge estado(z, fome) \wedge alimento(x) \rightarrow decisao(z, comer, x))$

Demonstre as possíveis decisões que o **agente** pode executar quando está no estado “fome”.

- (2.0 pts.)** Seja o conjunto das seguintes fórmulas em lógica de primeira-ordem (LPO), as quais descrevem uma estória:

- $\forall y \exists x(pessoa(y) \wedge pet(x) \wedge vacinado(x) \rightarrow ama(y, x))$
- $\forall x(pet(x) \wedge saudavel(x) \rightarrow vacinado(x))$
- $pessoa(mickey)$
- $pet(pluto)$
- $pet(garfield)$
- $saudavel(pluto)$
- $saudavel(garfield)$

Na sequência abaixo, resolva as seguintes questões:

- (a) **(0.5 pt)** Interprete textualmente o significado de cada fórmula acima  
 (b) **(1.5 pts)** Utilizando as propriedades da LPO, PU's, PE's e regras de inferências, demonstre quem *Mickey* ama.

6. **(2.5 pts.)** Dado os enunciados abaixo, escolha um e implemente-o em Prolog ou Picat.

- (a) Dado um predicado `retangulo(X,Y)`, onde `X` é o número de linhas e `Y` é o número de colunas (tamanho da linha), imprima um retângulo com base nos exemplos abaixo:

```
retangulo(2,2)
**
**
retangulo(3,7)
*****
*****
*****
```

Onde `X` e `Y`  $\geq 1$

- (b) Um predicado (ou função) que calcule a soma da seguinte sequência, `seq(N, Soma)`, definida por:

$$1 \times n + 2 \times n + 3 \times n + \dots + n \times n$$

Exemplo:

```
seq(2,X)
X = 5
seq(4,X)
X = 40
```

### Equivalências Notáveis:

**Idempotência (ID):**  $P \Leftrightarrow P \wedge P$  ou  $P \Leftrightarrow P \vee P$   
**Comutação (COM):**  $P \wedge Q \Leftrightarrow Q \wedge P$  ou  $P \vee Q \Leftrightarrow Q \vee P$   
**Associação (ASSOC):**  $P \wedge (Q \wedge R) \Leftrightarrow (P \wedge Q) \wedge R$  ou  $P \vee (Q \vee R) \Leftrightarrow (P \vee Q) \vee R$   
**Distribuição (DIST):**  $P \wedge (Q \vee R) \Leftrightarrow (P \wedge Q) \vee (P \wedge R)$  ou  $P \vee (Q \wedge R) \Leftrightarrow (P \vee Q) \wedge (P \vee R)$   
**Dupla Negação (DN):**  $P \Leftrightarrow \sim \sim P$   
**De Morgan (DM):**  $\sim (P \wedge Q) \Leftrightarrow \sim P \vee \sim Q$  ou  $\sim (P \vee Q) \Leftrightarrow \sim P \wedge \sim Q$   
**Equivalência da Condicional (COND):**  $P \rightarrow Q \Leftrightarrow \sim P \vee Q$   
**Bicondicional (BICOND):**  $P \leftrightarrow Q \Leftrightarrow (P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow P)$   
**Contraposição (CP):**  $P \rightarrow Q \Leftrightarrow \sim Q \rightarrow \sim P$   
**Exportação-Importação (EI):**  $P \wedge Q \rightarrow R \Leftrightarrow P \rightarrow (Q \rightarrow R)$   
**Contradição:**  $P \wedge \sim P \Leftrightarrow \square$   
**Tautologia:**  $P \vee \sim P \Leftrightarrow \blacksquare$   
**Negações para LPO:**  $\sim \forall x : px \Leftrightarrow \exists x : \sim px$   
**Negações para LPO:**  $\sim \exists x : px \Leftrightarrow \forall x : \sim px$

### Regras Inferencias Válidas (Teoremas):

**Adição (AD):**  $P \vdash P \vee Q$  ou  $P \vdash Q \vee P$   
**Simplificação (SIMP):**  $P \wedge Q \vdash P$  ou  $P \wedge Q \vdash Q$   
**Conjunção (CONJ):**  $P, Q \vdash P \wedge Q$  ou  $P, Q \vdash Q \wedge P$   
**Absorção (ABS):**  $P \rightarrow Q \vdash P \rightarrow (P \wedge Q)$   
**Modus Ponens (MP):**  $P \rightarrow Q, P \vdash Q$   
**Modus Tollens (MT):**  $P \rightarrow Q, \sim Q \vdash \sim P$   
**Silogismo Disjuntivo (SD):**  $P \vee Q, \sim P \vdash Q$  ou  $P \vee Q, \sim Q \vdash P$   
**Silogismo Hipotético (SH):**  $P \rightarrow Q, Q \rightarrow R \vdash P \rightarrow R$   
**Dilema Construtivo (DC):**  $P \rightarrow Q, R \rightarrow S, P \vee R \vdash Q \vee S$   
**Dilema Destrutivo (DD):**  $P \rightarrow Q, R \rightarrow S, \sim Q \vee \sim S \vdash \sim P \vee \sim R$

### Observações:

- Qualquer dúvida, desenvolva a questão e deixe tudo explicado, detalhadamente, que avaliaremos o seu conhecimentos sobre o assunto;
- Clareza e legibilidade;