

Lista de Exercícios de Método Dedutivo
 Professores: Karina G. R. e Kariston P.
 Monitor: Miguel A. Nunes
 Joinville, 30 de outubro de 2019

1. Prove por Demonstração Direta os seguintes argumentos.

- (a) $\{r \rightarrow t, t \rightarrow \sim s, (r \rightarrow \sim s) \rightarrow q, p\} \vdash p \wedge q$
- (b) $\{\sim p \vee \sim s, q \rightarrow \sim r, t \rightarrow (r \wedge s), t\} \vdash \sim (p \vee q)$
- (c) $\{q \rightarrow p, t \vee s, q \vee \sim s, \sim (p \vee r)\} \vdash t$
- (d) $\{p \vee q \rightarrow r, s \rightarrow \sim r \wedge \sim t, s \vee u\} \vdash p \rightarrow u$
- (e) $\{p \rightarrow q, r \rightarrow t, s \rightarrow r, p \vee s\} \vdash \sim q \rightarrow t$
- (f) $\{p \vee \sim q, \sim p, \sim (p \wedge r) \rightarrow q\} \vdash r$
- (g) $\{\sim (p \vee q), \sim p \wedge \sim q \rightarrow r \wedge s, s \rightarrow r\} \vdash r$
- (h) $\{p \vee q, q \rightarrow r, \sim r \vee s, \sim p\} \vdash s$
- (i) $\{p \rightarrow q, p \vee (\sim \sim r \wedge \sim \sim q), s \rightarrow \sim r, \sim (p \wedge q)\} \vdash \sim (s \wedge q)$
- (j) $\{p \rightarrow q, \sim r \rightarrow (s \rightarrow t), r \vee (p \vee s), \sim r\} \vdash q \vee t$
- (k) $\{p \rightarrow q, q \rightarrow r, r \rightarrow s, \sim s, p \vee t\} \vdash t$
- (l) $\{p \rightarrow q, q \rightarrow r, p \vee s, s \rightarrow t, \sim t\} \vdash r$
- (m) $\{p \vee q, q \rightarrow r, p \rightarrow s, \sim s\} \vdash r \wedge (p \vee q)$
- (n) $\{p \wedge q, p \rightarrow r, r \wedge s \rightarrow \sim t, q \rightarrow s\} \vdash \sim t$
- (o) $\{p \wedge \sim q, r \rightarrow q, r \vee s, p \vee s \rightarrow t\} \vdash t$

2. Prove por Demonstração Condicional os seguintes argumentos.

- (a) $\{(p \vee \sim q), q, r \rightarrow \sim s, p \rightarrow (\sim s \rightarrow t)\} \vdash \sim t \rightarrow \sim r$
- (b) $\{r \vee s, \sim t \rightarrow \sim p, r \rightarrow \sim q\} \vdash p \wedge q \rightarrow (s \wedge t)$
- (c) $\{q \rightarrow p, t \vee s, q \vee \sim s\} \vdash \sim (p \vee r) \rightarrow t$
- (d) $\{(p \rightarrow q) \vee r, (s \vee t) \rightarrow \sim r, s \vee (t \wedge u)\} \vdash p \rightarrow q$
- (e) $\{(p \rightarrow q) \wedge \sim (r \wedge \sim s), s \rightarrow (t \vee u), \sim u\} \vdash r \rightarrow t$
- (f) $\{(p \vee \sim q), q, r \rightarrow \sim s, p \rightarrow (\sim s \rightarrow t)\} \vdash \sim t \rightarrow \sim r$
- (g) $\{p \wedge q \rightarrow \sim r, r \vee (s \wedge t), p \leftrightarrow q\} \vdash p \rightarrow s$
- (h) $\{r \rightarrow t, t \rightarrow \sim s, (r \rightarrow \sim s) \rightarrow q\} \vdash p \rightarrow (p \wedge q)$
- (i) $\{p \rightarrow q, q \leftrightarrow s, t \vee (r \wedge \sim s)\} \vdash p \rightarrow t$
- (j) $\{\sim r \vee \sim s, q \rightarrow s\} \vdash r \rightarrow \sim q$
- (k) $\{q \rightarrow p, t \vee s, q \vee \sim s\} \vdash \sim (p \vee r) \rightarrow t$

- (l) $\{p \vee q \rightarrow r, s \rightarrow \sim r \wedge \sim t, s \vee u\} \vdash p \rightarrow u$
- (m) $\{p \rightarrow q, r \rightarrow t, s \rightarrow r, p \vee s\} \vdash \sim q \rightarrow t$
- (n) $\{r \rightarrow s, s \rightarrow q, r \vee (s \wedge p)\} \vdash \sim q \rightarrow p \wedge s$
- (o) $\{\sim p, \sim r \rightarrow q, \sim s \rightarrow p\} \vdash \sim (r \wedge s) \rightarrow q$

3. Prove por Demonstração Indireta os seguintes argumentos.

- (a) $\{\sim (p \rightarrow q) \vee (s \rightarrow \sim r), q \vee s, p \rightarrow \sim s\} \vdash \sim r \vee \sim s$
- (b) $\{\sim (p \rightarrow \sim q) \rightarrow ((r \leftrightarrow s) \vee t), p, q, \sim t, r\} \vdash s$
- (c) $\{(p \wedge q) \leftrightarrow \sim r, \sim r \rightarrow \sim p, \sim q \rightarrow \sim r\} \vdash q$
- (d) $\{(p \rightarrow q) \wedge r, q \vee s \rightarrow t \wedge u, v \rightarrow s, v \vee p\} \vdash t \vee x$
- (e) $\{(p \rightarrow q) \vee (r \wedge s), \sim q\} \vdash p \rightarrow s$
- (f) $\{\sim p \rightarrow \sim q \vee r, s \vee (r \rightarrow t), p \rightarrow s, \sim s\} \vdash q \rightarrow t$
- (g) $\{\sim p \vee \sim q, r \vee s \rightarrow p, q \vee \sim s, \sim r\} \vdash \sim (r \vee s)$
- (h) $\{p \vee q \rightarrow r, s \rightarrow \sim r \wedge \sim t, s \vee u, p\} \vdash p \rightarrow u$
- (i) $\{p \rightarrow q, r \rightarrow t, s \rightarrow r, p \vee s, \sim q\} \vdash t$
- (j) $\{(p \rightarrow q), q \leftrightarrow s, t \vee (r \wedge \sim s)\} \vdash p \rightarrow t$
- (k) $\{(p \rightarrow q) \vee r, s \vee t \rightarrow \sim r, s \vee (t \wedge u)\} \vdash p \rightarrow q$
- (l) $\{\sim p \rightarrow \sim q, \sim p \vee r, r \rightarrow \sim s\} \vdash \sim q \vee \sim s$
- (m) $\{p \rightarrow q \vee r, q \rightarrow \sim p, s \rightarrow \sim r\} \vdash \sim (p \wedge s)$
- (n) $\{\sim (p \rightarrow \sim q) \rightarrow ((r \leftrightarrow s) \vee t), p, q, \sim t\} \vdash r \rightarrow s$
- (o) $\{(\sim p \rightarrow q) \wedge (r \rightarrow s), p \leftrightarrow t \vee \sim s, r, \sim t\} \vdash q$

Equivalências Notáveis:

	$P \vee \blacksquare \Leftrightarrow \blacksquare$
	$P \vee \square \Leftrightarrow P$
Identidade (IDENT):	$P \wedge \blacksquare \Leftrightarrow P$
	$P \wedge \square \Leftrightarrow \square$
Idempotência (ID):	$P \Leftrightarrow P \wedge P$
	$P \Leftrightarrow P \vee P$
Comutação (COM):	$P \wedge Q \Leftrightarrow Q \wedge P$
	$P \vee Q \Leftrightarrow Q \vee P$
Associação (ASSOC):	$P \wedge (Q \wedge R) \Leftrightarrow (P \wedge Q) \wedge R$
	$P \vee (Q \vee R) \Leftrightarrow (P \vee Q) \vee R$
Distribuição (DIST):	$P \wedge (Q \vee R) \Leftrightarrow (P \wedge Q) \vee (P \wedge R)$
	$P \vee (Q \wedge R) \Leftrightarrow (P \vee Q) \wedge (P \vee R)$
De Morgan (DM):	$\sim (P \wedge Q) \Leftrightarrow \sim P \vee \sim Q$
	$\sim (P \vee Q) \Leftrightarrow \sim P \wedge \sim Q$
Contradição:	$P \wedge \sim P \Leftrightarrow \square$
	$P \leftrightarrow \sim P \Leftrightarrow \square$
	$P \vee \sim P \Leftrightarrow \blacksquare$
Tautologia:	$P \rightarrow P \Leftrightarrow \blacksquare$
	$P \leftrightarrow P \Leftrightarrow \blacksquare$
Absorção:	$P \wedge (P \vee Q) \Leftrightarrow P$
	$P \vee (P \wedge Q) \Leftrightarrow P$
Conectivos de Scheffer	$P \uparrow Q \Leftrightarrow \sim P \vee \sim Q$
	$P \downarrow Q \Leftrightarrow \sim P \wedge \sim Q$
Dupla Negação (DN):	$P \Leftrightarrow P$
Condiciona (COND):	$P \rightarrow Q \Leftrightarrow \sim P \vee Q$
Bicondiciona (BICOND):	$P \leftrightarrow Q \Leftrightarrow (P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow P)$
Contraposição (CP):	$P \rightarrow Q \Leftrightarrow \sim Q \rightarrow \sim P$
Exportação-Importação (EI):	$P \wedge Q \rightarrow R \Leftrightarrow P \rightarrow (Q \rightarrow R)$
Ou-Exclusivo (X-or)	$P \veebar Q \Leftrightarrow (P \vee Q) \wedge \sim (P \wedge Q)$

Regras de Inferência Válidas :

Adição (AD): $\frac{P \vdash P \vee Q}{P \vdash Q \vee P}$

Simplificação (SIMP): $\frac{P \wedge Q \vdash P}{P \wedge Q \vdash Q}$

Conjunção (CONJ) $\frac{P, Q \vdash P \wedge Q}{P, Q \vdash Q \wedge P}$

Absorção (ABS): $P \rightarrow Q \vdash P \rightarrow (P \wedge Q)$

Modus Ponens (MP): $P \rightarrow Q, P \vdash Q$

Modus Tollens (MT): $P \rightarrow Q, \sim Q \vdash \sim P$

Silogismo Disjuntivo (SD): $\frac{P \vee Q, \sim P \vdash Q}{P \vee Q, \sim Q \vdash P}$

Silogismo Hipotético (SH): $P \rightarrow Q, Q \rightarrow R \vdash P \rightarrow R$

Dilema Construtivo (DC): $P \rightarrow Q, R \rightarrow S, P \vee R \vdash Q \vee S$

Dilema Destrutivo (DD): $P \rightarrow Q, R \rightarrow S, \sim Q \vee \sim S \vdash \sim P \vee \sim R$