



## TEMA: TEORIA DE ERRORES

- 1) Suponga que dispone Ud. de una computadora que permite una representación en punto flotante normalizada sin signo con las siguientes características:  $b = 2$  (base),  $t = 3$  (mantisa) y  $e = 2$  (exponente) .
- Represente en la recta real todos los números positivos que esta representación permite.
  - Identifique el número más chico y el más grande que el sistema permite representar.
  - Represente los siguientes números  $a = 1.65$  y  $b = 0.8$ . Explicar en cada caso cómo se realiza la representación y cómo afecta la mantisa elegida para la representación de estos valores
  - ¿Qué sucede si se intenta realizar la operación  $a + b$  utilizando esta computadora? Realice la operación y explique.
  - Dados  $x = 0.4378$  e  $y = 0.375$ . ¿Qué sucede si se intenta hacer la diferencia  $x - y$  usando esta representación? Operar y explicar.
  - Respecto a los resultados de los apartados anteriores extraer conclusiones respecto a la representación de números de punto flotante utilizando una mantisa normalizada.
  - Indicar cuales serían las diferencias al utilizar un sistema de representación donde  $t = 2$  y  $e = 3$ .

- 2) La serie infinita  $f(n) = \sum_{i=1}^n \frac{1}{i^4}$  converge a un valor de  $f(n) = \frac{\pi^4}{90}$  conforme  $n$  tiende a infinito.

Escriba un programa de **simple precisión**<sup>1</sup> para calcular  $f(n)$  para  $n=10000$  por medio del cálculo de la suma desde  $i = 1$  hasta 10000. Después realice el cálculo en sentido inverso. En cada caso, calcule el error relativo. Explique los resultados.

- 3) Aplique la aritmética de redondeo a tres dígitos para realizar los siguientes cálculos a lápiz y papel. Calcule los errores absoluto y relativo respecto del valor exacto. Explicar los resultados.
- $133 + 0.921$
  - $133 - 0.499$
  - $(121 - 0.327) - 119$
  - $(121 - 119) - 0.327$
  - $\frac{\frac{13}{14} - \frac{6}{7}}{2e - 5.4}$
  - $-10\pi + 6e - \frac{3}{62}$

<sup>1</sup> Investigue sobre los distintos tipos de precisión que permite Python usando Numpy



4) Considere la función  $f(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2x}$ , para  $x \neq 0$

a) Calcule el  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$  analíticamente.

b) Calcule numéricamente con un programa en Python. ¿Qué ocurre cuando se intenta evaluar la función para valores de  $x$  pequeños? Considere  $f(x)$  para  $x = 10^{-n}$ , con  $n = 1, \dots, 20$ .

5) Escriba en Python un programa para calcular

$$f(x) = x^8 - 8x^7 + 28x^6 - 56x^5 + 70x^4 - 56x^3 + 28x^2 - 8x + 1$$
$$g(x) = (x - 1)^8$$

en puntos igualmente espaciados sobre el intervalo  $[0.999, 1.001]$ . Grafique  $f(x)$  y  $g(x)$ . ¿Los resultados obtenidos son correctos? Explique.

6) Usando Python realice la siguiente suma:

$$S = 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1$$

¿El resultado obtenido es correcto?, caso contrario explique qué está sucediendo y cómo podría obtener la solución correcta.

7) Utilizando la función `round`, pruebe redondear los valores 3.45 y 5.55 con 1 cifra decimal. ¿Obtiene los valores esperados? En Python, verifique los valores representados en la mantisa utilizando la función `Decimal` de la librería `decimal`.

8) Bajo ciertas condiciones, la frecuencia óptima de funcionamiento de un procesador multinúcleo, puede expresarse con:

$$f = \sqrt[3]{\frac{P}{2kn}}$$

donde  $P$  es la potencia,  $k$  una constante y  $n$  el número de núcleos. Suponiendo que se requiera determinar el valor de  $k$ , encontrar la expresión del error propagado. Usar la expresión para acotar el error en el cálculo de la constante  $k$  para el caso particular de un procesador con 14 núcleos si se miden  $f=4.7[GHz]$  y  $P=115[W]$  con errores  $e_f = 0.5$  y  $e_P = 2.5$ , respectivamente.

9) A partir del siguiente función, realice la evaluación en  $f(1.53)$

$$f(x) = 1.01 e^{4x} - 4.62 e^{3x} - 3.11 e^{2x} + 12.2 e^x - 1.99$$

- Utilizando redondeo a tres cifras
- Utilizando truncamiento a tres cifras.
- Repita los apartados a y b, pero usando la técnica de anidamiento de polinomios (Método de Horner)
- Calcule los errores relativos en todos los casos.