Algoritmos
Estructuras de Datos I

Facultad de Ciencias Exactas y Tecnología
Universidad Nacional de Tucumán
2024

PILA-STACK(1)

PILA o STACK

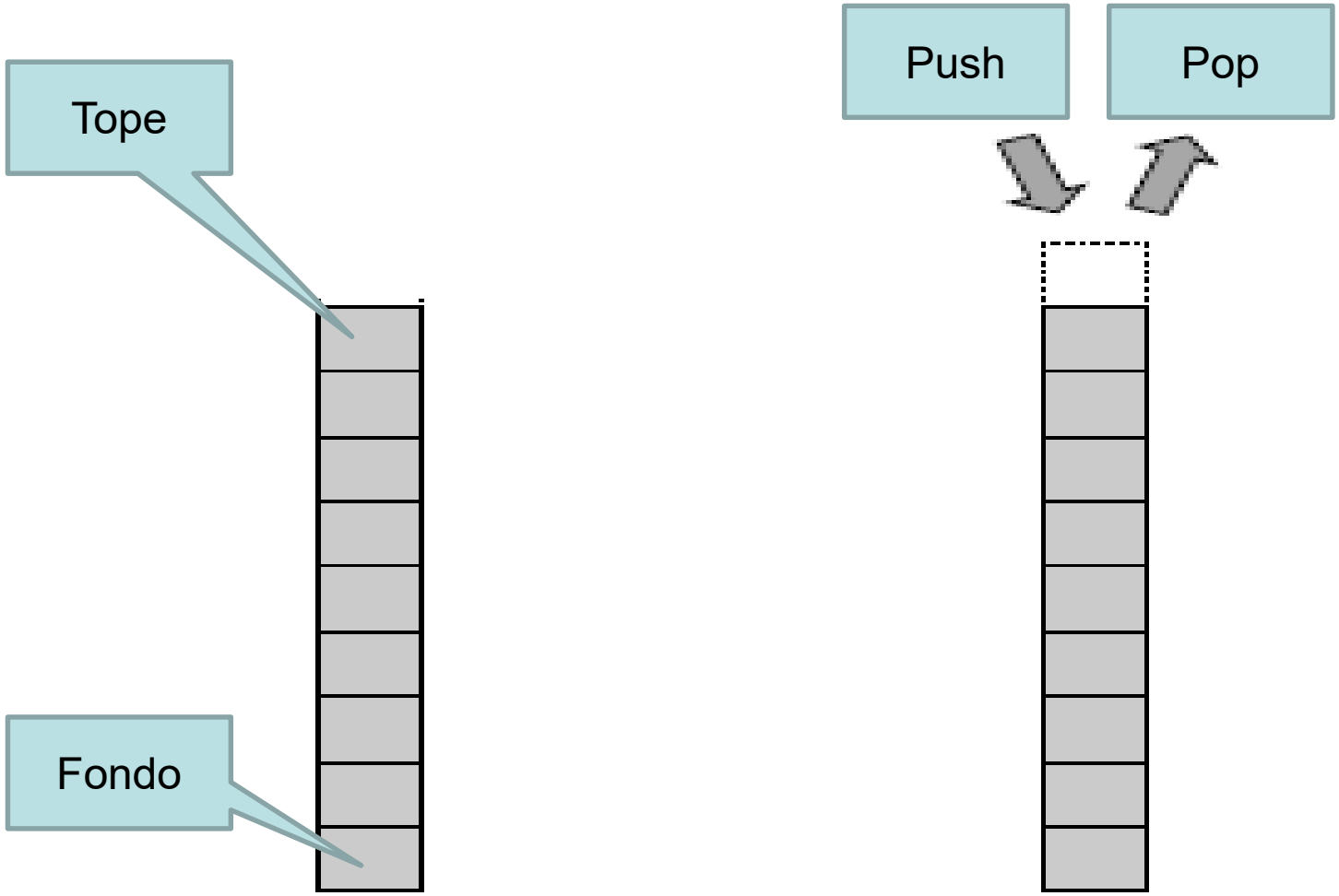
Una pila es una colección ordenada de cero o mas *objetos de un mismo tipo* que solamente puede crecer o decrecer por uno solo de sus extremos. Ese extremo se llama **tope** o **cabeza** de la pila. El otro extremo que es inaccesible se llama el **fondo** de la pila.

Una pila se llama también una estructura de tipo **LIFO** (last in, first out), que posee la siguiente propiedad: el ultimo elemento que llega a una pila es el primero en ser sacado.

Las pilas son estructuras de datos fáciles de definir y de implementar, y además son muy eficientes.

PILA

LIFO (last in, first out)



PILA(ITEM)
Especificación Algebraica

OPERACIONES

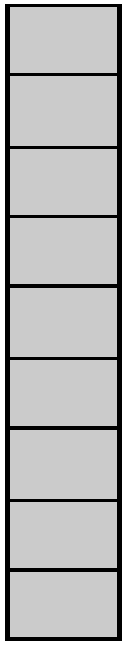
A) Sintaxis:

PILAVACIA	:	→ PILA
ESPILAVACIA	:	PILA → BOOL
TOP	:	PILA → ITEM U {indefinido}
POP	:	PILA → PILA
PUSH	:	PILA x ITEM → PILA

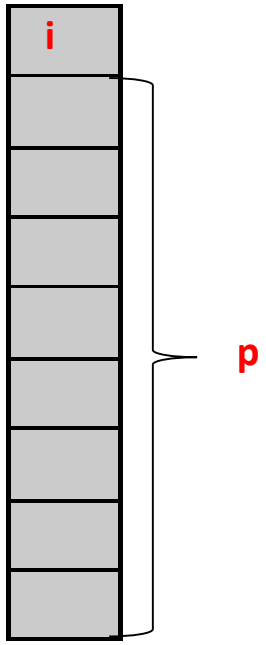
PILA

Constructoras:

PILAVACIA



PUSH (p, i)



PILA(ITEM)
Especificación Algebraica

OPERACIONES

B) Semántica: Para todo $p \in$ PILA , $\forall$ $i \in$ ITEM

ESPILAVACIA(PILAVACIA) $\equiv$ TRUE
ESPILAVACIA(PUSH(p,i)) $\equiv$ FALSE

POP(PILAVACIA) $\equiv$ PILAVACIA
POP(PUSH(p,i)) $\equiv$ p

TOP(PILAVACIA) $\equiv$ indefinido
TOP(PUSH(p,i)) $\equiv$ i

PILA
Aplicación: altura de una Pila

1) Dentro de la Especificación Algebraica

Sintaxis:

ALTURA : PILA → entero ≥ 0

Semántica: Para todo p ∈ PILA, ∀ i ∈ ITEM

ALTURA (PILAVACIA) ≡ 0
ALTURA (PUSH (p,i)) ≡ 1 + ALTURA(p)

PILA
Aplicación: altura de una Pila

2) Como usuario del ADT PILA, función *recursiva*

Funcion **ALTURA**(p) **:** PILA → entero ≥ 0
    Si ESPILAVACIA (p) entonces
        Retorna 0
    Sino
        Retorna 1 + **ALTURA**(POP(p))
Fin

NOTA: la función POP modifica la pila.

PILA
Aplicación: altura de una Pila

3) Como usuario del ADT PILA, función *iterativa*

Funcion **ALTURA**(p) **:** PILA → entero ≥ 0
Auxiliar: h ∈ entero
    h ← 0
    Mientras NOT ESPILAVACIA(p) hacer
        h ← h+1
        POP (p)
    Retorna h
Fin

PILA
Aplicación: igualdad de pilas

1) Dentro de la Especificación Algebraica (versión 1)

Sintaxis:

IGUALP : PILA x PILA → BOOL

Semántica: ∀ p,q ∈ PILA, ∀ i,j ∈ ITEM

IGUALP(PILAVACIA, PILAVACIA) ≡ TRUE

IGUALP(PILAVACIA, PUSH(p,i)) ≡ FALSE

IGUALP(PUSH(p,i),PILAVACIA) ≡ FALSE

IGUALP(PUSH(p,i),PUSH(q,j)) ≡ Si NOT i=j entonces
FALSE
Sino IGUALP(p,q)

*donde = es la operación **IGUALITEM** que permite comparar 2 objetos del tipo ítem*

PILA
Aplicación: igualdad de pilas

1) Dentro de la Especificación Algebraica (versión 2)

Sintaxis:

IGUALP : PILA x PILA → BOOL

Semántica: ∀ p,q ∈ PILA, ∀ i,j ∈ ITEM

IGUALP(PILAVACIA, PILAVACIA) ≡ TRUE

IGUALP(PILAVACIA, PUSH(p,i)) ≡ FALSE

IGUALP(PUSH(p,i),PILAVACIA) ≡ FALSE

IGUALP(PUSH(p,i),PUSH(q,j)) ≡ i=j AND IGUALP(p,q)

*donde = es la operación **IGUALITEM** que permite comparar 2 objetos del tipo ítem*

PILA
Aplicación: igualdad de pilas

2) Como usuario del ADT PILA, función *recursiva*

Funcion **IGUALP** (p1,p2) : PILA x PILA → BOOL

Si ESPILAVACIA(p1) AND ESPILAVACIA(p2) entonces

    Retorna TRUE

Sino

    Si ESPILAVACIA(p1) OR ESPILAVACIA(p2) entonces

        Retorna FALSE

    Sino

        Retorna

        TOP(p1)=TOP(p2) AND **IGUALP**(POP(p1),POP(p2))

Fin

PILA
Aplicación: igualdad de pilas

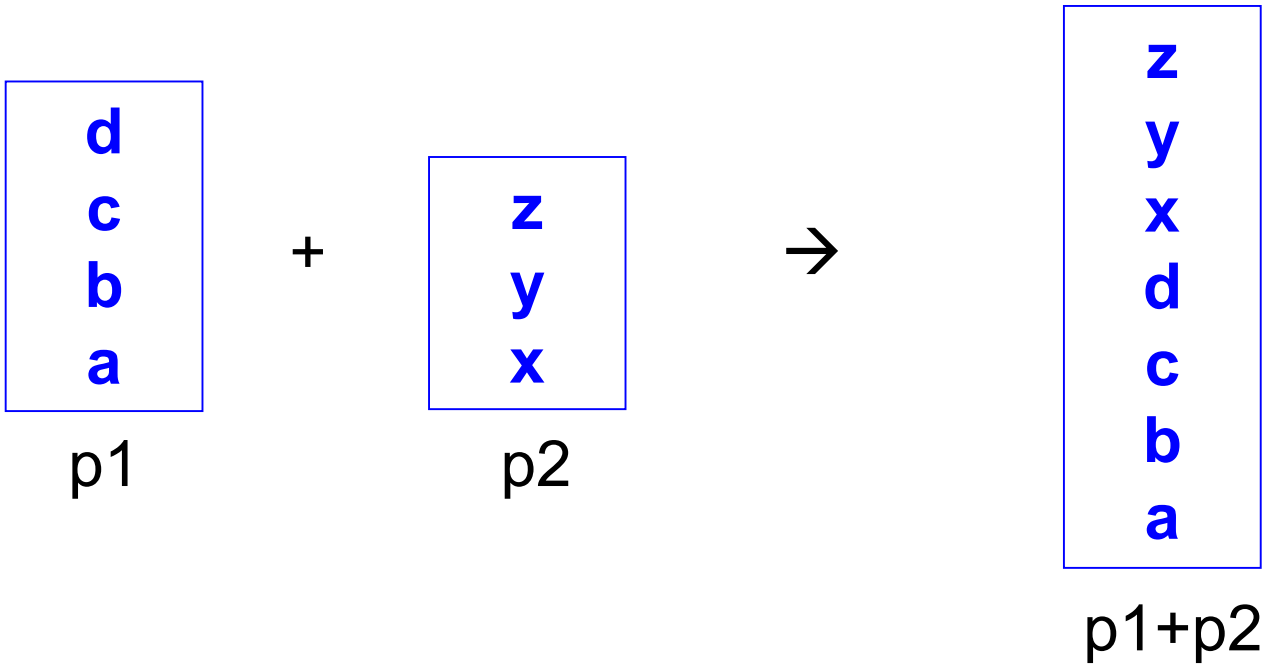
3) Como usuario del ADT PILA, función *iterativa*

```
Funcion IGUALP (p1,p2) : PILA x PILA → BOOL
    Mientras   NOT ESPILAVACIA(p1) AND
               NOT ESPILAVACIA(p2) AND
               TOP(p1)=TOP(p2)        hacer
                    POP(p1)
                    POP(p2)
    Retorna ESPILAVACIA(p1) AND ESPILAVACIA(p2)
Fin
```

PILA
Aplicación: apilar 2 pilas

Una operación que dadas dos pilas apile los objetos de la 2da sobre la 1ª conservando el orden.

Por ejemplo:



PILA
Aplicación: apilar 2 pilas

1) Dentro de la Especificación Algebraica

Sintaxis:

APILA : PILA x PILA → PILA

Semántica: $\forall$ p1,p2 $\in$ PILA, $\forall$ i,j $\in$ ITEM

APILA (PILAVACIA , PILAVACIA) $\equiv$ PILAVACIA

APILA (PUSH(p1,i) , PILAVACIA) $\equiv$ PUSH(p1,i)

APILA (PILAVACIA , PUSH(p2,j)) $\equiv$ PUSH(p2,j)

APILA (PUSH(p1,i) , PUSH(p2,j)) $\equiv$

PUSH (APILA (PUSH(p1,i),p2) , j)

PILA
Aplicación: apilar 2 pilas

1) Dentro de la Especificación Algebraica con 2 axiomas

Sintaxis:

APILA : PILA x PILA → PILA

Semántica: $\forall$ p1,p2 $\in$ PILA, $\forall$ j $\in$ ITEM

APILA (p1 , PILAVACIA) $\equiv$ p1

APILA (p1 , PUSH(p2,j)) $\equiv$ PUSH (APILA (p1,p2) , j)

PILA
Aplicación: apilar 2 pilas

2) Como usuario del ADT PILA, función *recursiva*

Funcion **APILA** (p1,p2) : PILA x PILA → PILA
    Si ESPILAVACIA(p2) entonces
        Retorna p1
    Sino
        Retorna PUSH (**APILA** (p1,POP(p2)) ,TOP(p2))
Fin

PILA
Aplicación: apilar 2 pilas

2) Como usuario del ADT PILA, función *recursiva* con aux

Funcion **APILA** (p1,p2) : PILA x PILA → PILA

Auxiliar: t∈ITEM, paux∈PILA

```
    Si ESPILAVACIA(p2) entonces
        Retorna p1
    Sino
        t←TOP(p2)
        POP(p2)
        paux←APILA (p1, p2)
        Retorna PUSH (paux,t)
Fin
```

PILA
Aplicación: apilar 2 pilas

3) Como usuario del ADT PILA, función *iterativa*

Funcion **APILA** (p1,p2) : PILA x PILA → PILA

Auxiliar: paux∈PILA, paux ← PILAVACIA

    Mientras NOT ESPILAVACIA(p2) hacer
        PUSH(paux, TOP(p2))
        POP(p2)
    Mientras NOT ESPILAVACIA(paux) hacer
        PUSH(p1, TOP(paux))
        POP(paux)
    Retorna p1

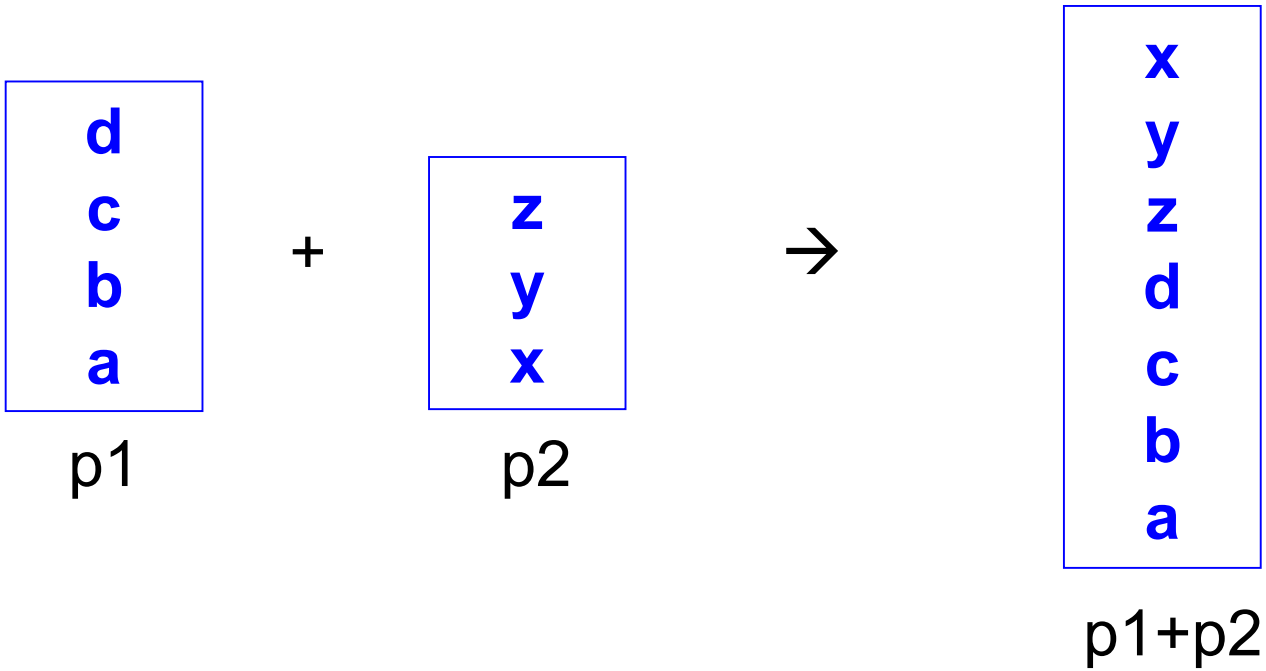
Fin

PILA
Aplicación: apilar 2 pilas

Una operación que dadas dos pilas apile la 2da invertida sobre la 1a.

EJERCITACION

Por ejemplo:



PILA
Aplicación: parentesis balanceados

Escribir un algoritmo que dada una expresión aritmética permita ***decidir si tiene paréntesis balanceados*.**

Dada una expresión aritmética, para decir que tiene paréntesis balanceados se tiene que cumplir:

- hay el mismo numero de paréntesis izquierdos que derechos
- todo paréntesis derecho **)** esta precedido por su correspondiente izquierdo **(** .

PILA
Aplicación: parentesis balanceados

Se puede considerar la expresión aritmética como una tira de caracteres con marca final.

Para chequear los paréntesis balanceados se la recorre secuencialmente de izquierda a derecha.

La tira tendrá paréntesis balanceados si:

- cada vez que se encuentra **)** ya se ha encontrado un correspondiente **(**.
- cuando se alcanza el fin de la tira, cada **(** encontró su correspondiente **)**.

PILA
Aplicación: parentesis balanceados

La solución requiere que se lleve la cuenta de cada **(** no cerrado y se lo descarte cada vez que se encuentre su par **)**.

Para ello, se puede guardar los **(** en una pila y cada vez que se encuentra **)** sacarlo de la pila. Al final la pila debe quedar vacía.

Es claro que no hace falta usar una *pila* para hacer este control sino simplemente un *contador*.

- Comienza con cont←0
- Llega un **(** entonces cont++
- Llega un **)** entonces si cont>0 cont- - sino error
- Debe finaliza con cont=0 sino error

PILA
Aplicación: delimitadores balanceados

Escribir un algoritmo que dada una expresión aritmética permita ***decidir si tiene delimitadores balanceados*.**

Suponga que existen tres tipos diferentes de ***delimitadores de ámbito***, los cuales se indican mediante:

- paréntesis: **( )**
- corchetes: **[ ]**
- llaves: **{ }**

IMPORTANTE: *el tipo de delimitador que cierra el ámbito debe ser el mismo que lo abre.*

PILA
Aplicación: delimitadores balanceados

Por ejemplo las siguientes cadenas serán validas:

(A+B) ✓

[(A-B)/2] ✓

{A*[-B]} ✓

({A*B}/[C+D]) ✓

Por ejemplo las siguientes cadenas no serán validas:

(A+B] ✗

[(A-B)]) ✗

{A*(-B]} ✗

(A/(B-4))) ✗

ALGORITMO BALANCE

ENTRADA: tira de caracteres con MF

SALIDA: Valida ∈ BOOL

Auxiliar: p ∈ PILA, c , t ∈ CHAR, Valida ∈ BOOL

P1. Leer (c)

P2. PILAVACIA(p)

P3. Valida ← TRUE

P4. Mientras c ≠ MF AND Valida hacer

Si c='**(**' OR c='**[**' OR c='**{**' entonces PUSH(p,c)

sino Si c='**)**' OR c='**]**' OR c='**}**' entonces

Si ESPILAVACIA(p) entonces Valida ← FALSE

sino

t←TOP(p)

Si (t ='**(**' AND c='**)**') OR (t='**[**' AND c='**]**') OR (t='**{**' AND c='**}**') entonces POP(p)

sino

Valida ← FALSE

Leer (c)

P5. Si NOT ESPILAVACIA(p) entonces Valida ← FALSE

P6. Escribir (Valida)

P7. Fin