Probabilidad.

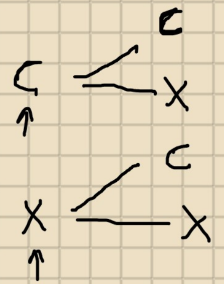
Espacio muestral: Conjunto que contiene todos los posibles resultados de mi experimento aleatorio.

$A \cup B = B \cup A$ $\quad A \cap B = B \cap A$

$A + B = B + A$ $\quad A^* B = B^* A$

Ej:

Experimento: se lanza dos veces una moneda ideal



$E = \{(c;c), (c;x); (x;c); (x;x)\}$ $\quad \# E = 4$ $\quad P(\text{UNA CARA}) = \frac{2}{4} = 0{,}5$

$2^n \Rightarrow 2^3 = 8 \quad 2^4 = 16$

$2^2 = 4$

A: "SALEN DOS CARAS" $\quad A = \{(c;c)\}$ $\quad C: \{(x;c); (c;x); (x;x)\}$

B: "SALE CARA LA SEGUNDA" $\quad B = \{(c;c); (x;c)\}$ $\quad A \cap C = \emptyset \quad \neq 0$

C: "SALE AL MENOS UNA CRUZ" $\quad A \cap B = \{(c;c)\}$ $\quad B \cap C = \{(x;c)\}$

Probabilidad clásica o de Laplace

$$P(A) = \frac{\text{N° DE CASOS FAVORABLES}}{\text{N° DE CASOS POSIBLES}} = \frac{1}{4} = 0{,}25$$

$P(B) = \frac{2}{4} = 0{,}5$ $\quad P(A \cap B) = \frac{1}{4} = 0{,}25$ $\quad P(C) = \frac{3}{4} = 0{,}75$

-Los resultados de mi experimento tienen que ser equiprobables (tienen que tener la misma probabilidad de ocurrir).

-El espacio muestral tiene que ser finito.

Experimento: Se lanza una moneda hasta que sale cara.

$P(B) + P(G) = \frac{6}{36} + \frac{1}{36} = \frac{7}{36}$

$E = \{(c); (x;c); (x;x;c); (x;x;x;c); \ldots; (x;x;\ldots;x;c)\}$

$B \cup G = \{(1;1); (1;6); (2;5); (3;4); (4;3); (5;2); (6;1)\}$

Experimento: Se lanza dos veces un dado D6 ideal. Armar el espacio muestral y calcular la probabilidad de los siguientes sucesos:

$6^2 = 36$

$G: \{(1;1)\}$

A: "Sale dos veces el mismo número".

B: "La suma de los dos números da 7".

C: "Sale solo un 5".

D: "Sale un 5 en la primera tirada".

E: "Sale un 5 solo en la primera tirada".

F: "Sale al menos un 5".

$$E = \left\{ \begin{array}{l} (1;1); (2;1); (3;1); (4;1); (5;1); (6;1) \\ (1;2); (2;2); (3;2); (4;2); (5;2); (6;2) \\ (1;3); (2;3); (3;3); (4;3); (5;3); (6;3) \\ (1;4); (2;4); (3;4); (4;4); (5;4); (6;4) \\ (1;5); (2;5); (3;5); (4;5); (5;5); (6;5) \\ (1;6); (2;6); (3;6); (4;6); (5;6); (6;6) \end{array} \right\}$$

$P(A) = \frac{\cancel{6}^{1}}{\cancel{36}_{6}} = 0{,}1\hat{6}$ $\quad P(B) = \frac{\cancel{6}^{1}}{\cancel{36}_{6}} = 0{,}1\hat{6}$ $\quad P(C) = \frac{\cancel{10}^{5}}{\cancel{36}_{18}} = 0{,}2\hat{7}$ $\quad P(D) = \frac{\cancel{6}^{1}}{\cancel{36}_{6}} = 0{,}1\hat{6}$ $\quad P(E) = \frac{5}{36} = 0{,}13\hat{8}$ $\quad P(F) = \frac{11}{36} = 0{,}30\hat{5}$

Axiomas de probabilidad:

-P(A) >= 0.

-P(E) = 1. E : espacio muestral

-P(A U B) = P(A) + P(B) si $A \cap B = \emptyset$

Consecuencias de los axiomas:

- $0 \leqslant P(A) \leqslant 1$
- $P(\emptyset) = 0$
- $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
- $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$

$A \cup B = A + B - A \cap B$

$140 = 90 \quad 80 - A \cap B$

$A \cap B = 90 + 80 - 140$

$A \cap B = 170 - 140 = 30$

Se encuesta a los 150 alumnos de probabilidad y estadística del turno noche sobre si practican futbol o voley. 90 dijeron que practican futbol, 80 dijeron que practican voley y 10 no practican ninguno de los dos deportes.

$P(F \cap V) = \frac{\cancel{30}^{\,1}}{\cancel{150}_{\,5}} = 0{,}2$

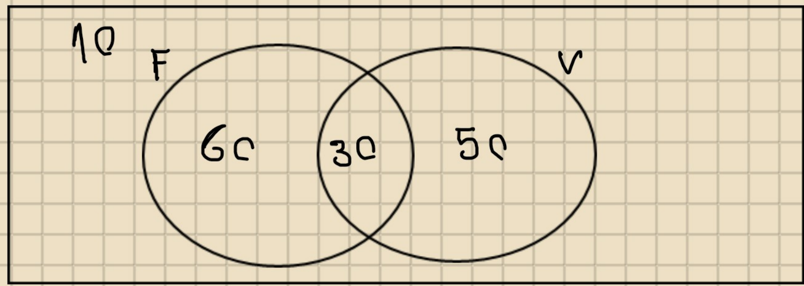
$F \cup V = F + V - F \cap V$

$F \cup V = 140$

$\overline{F \cup V} = 10$

$F \cup V + \overline{F \cup V} = 150$

140



Se encuesta a los 150 alumnos de probabilidad y estadística del turno noche. Se sabe que 60 son hombres y el resto mujeres. De los hombres, 30 dijeron que practican futbol y de las mujeres 60 lo practican.

a) Cuantas mujeres no practican futbol.

b) Cuantos alumnos no practican futbol.

c) Cual es la probabilidad de que al tomar un alumno al azar, sea hombre o practique futbol.

	F	NF	
H	30	30	60
M	60	30	90
	90	60	150

a) 30 mujeres no practican futbol

b) 60 alumnos no practican futbol

c) $P(H \cup F) = \frac{\cancel{120}^{\,4}}{\cancel{150}_{\,5}} = 0{,}8$

d) Si al tomar un alumno al azar se sabe que juega futbol, cual es la probabilidad de que sea mujer?

$P(M/F) = \frac{\cancel{60}^{\,2}}{\cancel{90}_{\,3}} = 0{,}\hat{6} \simeq 0{,}667$ $0{,}\hat{3} \simeq 0{,}333$

$\boxed{0{,}666}666\ldots$ $0{,}333333\ldots$

Modelo probabilistico:

Se tiene una moneda cargada. Se sabe que la probabilidad de que salga cara es de 0.75. Hallar la probabilidad de que salga cruz.

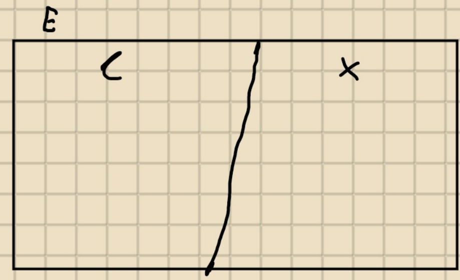
$E = \{C ; X\}$ $\qquad P(E) = 1$ $\qquad P(C) = 0{,}75$

$\underbrace{P(C \cup X)}_{P(E)=1} = P(C) + P(X)$

$0{,}75 + P(X) = 1$

$P(X) = 1 - 0{,}75$

$P(X) = 0{,}25$



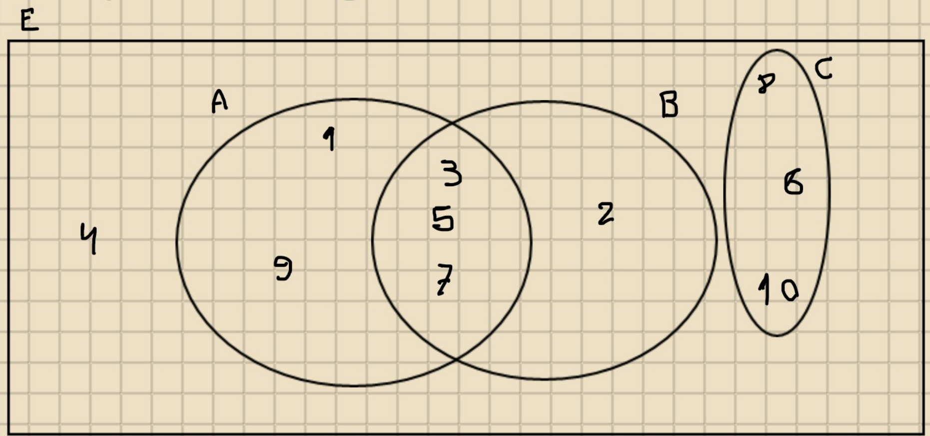
1 1 2 3 4 5 5 5 6 6

$P(1) = \frac{2}{10}$ $\qquad P(4) = \frac{1}{10}$

$P(2) = \frac{1}{10}$ $\qquad P(5) = \frac{3}{10}$

$P(3) = \frac{1}{10}$ $\qquad P(6) = \frac{2}{10}$

La suma de las probabilidades de cada suceso de mi espacio muestral debe ser igual a uno.
NO puedo tener un suceso con probabilidad negativa.



A: "SALE IMPAR"

B: "SALE PRIMO"

C: "SALE PAR MAYOR A 4"

$P(A \cap B) = P(A/B) \cdot P(B)$

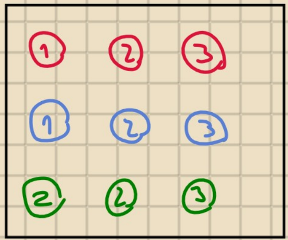
$P(A \cap B) = \frac{3}{\cancel{4}_{1}} \cdot \frac{\cancel{4}^{1}}{10} = 0{,}3$

$P(A/B) = P(A) \Rightarrow P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) \iff$ son independientes

$0{,}3 = \frac{\cancel{5}^{1}}{10} \cdot \frac{\cancel{4}^{2}}{\cancel{10}_{5}} = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$

$0{,}3 \neq 0{,}2$

Se tiene una caja con 3 bolitas rojas, 3 bolitas azules y 3 bolitas verdes, todas numeradas del 1 al 3 por cada color.



A: "SALE BOLITA ROJA"

C: "SALE BOLITA VERDE"

B: "SALE N° 3"

D: "SALE N° 2"

$P(A)=\frac{3}{9}=\frac{1}{3}=0,\overset{\frown}{3}$

$P(B)=\frac{3}{9}=0,\overset{\frown}{3}$

$$P(A\cap B)=P(A)\cdot P(B)$$
$$\frac{1}{9}=\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}=$$
$$\frac{1}{9}=\frac{1}{9}$$

$$P(A\cap D)=P(A)\cdot P(D)$$
$$\frac{1}{9}=\frac{1}{3}\cdot\frac{4}{9}$$
$$\frac{1}{9}\neq\frac{4}{27}$$

$$P(A\cap B)=P(B\cap A)=P(A/B)\cdot P(B)$$
$$P(A\cap B)=P(B/A)\cdot P(A)$$

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$$
$$P(A\cup B)-P(A\cap B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)-P(A\cap B)$$

Si A y B son independientes:

$$P(A\cap B)=P(A)\cdot P(B)$$

$$P(TUP)=\frac{CF}{CP}\Rightarrow CF=P(TUP)\cdot CP=0,7\cdot 5000=3500$$

$E=5000$

$P(TUP)=0,7$

$P(TUA)=0,2$

$P(TUGIA)=0,1$

$P(R/TUP)=0,1$

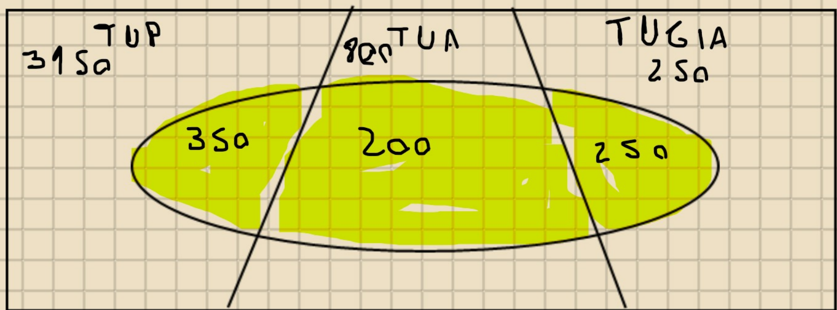
$P(R/TUA)=0,2$

$P(R/TUGIA)=0,5$

Probabilidad total:

$P((R\cap TUA)\cup TUP)$

$$\frac{3500+200}{5000}=\frac{3700}{5000}=$$



$$P(R)=P(R\cap TUP)+P(R\cap TUA)+P(R\cap TUGIA)$$
$$P(R)=P(R/TUP)\cdot P(TUP)+P(R/TUA)\cdot P(TUA)+P(R/TUGIA)\cdot P(TUGIA)$$
$$P(R)=0,1\cdot 0,7+0,2\cdot 0,2+0,5\cdot 0,1=0,16$$

$$P(R)=\frac{800}{5000}=\frac{8}{50}=0,16$$

Teorema de Bayes:

$$P(A/B) = \frac{P(B/A) \cdot P(A)}{P(B)}$$

$$P(A \cap B) = P(B \cap A)$$

$$P(A/B) \cdot P(B) = P(B/A) \cdot P(A)$$

$$P(A/B) = \frac{P(B/A) \cdot P(A)}{P(B)}$$

$P(TUP) = 0,7$

$P(TUA) = 0,2$

$P(TUGIA) = 0,1$

$P(R/TUP) = 0,1$

$P(R/TUA) = 0,2$

$P(R/TUGIA) = 0,5$

Se toma un alumno al azar y se sabe que es pelirrojo, calcular la probabilidad de que sea alumno de TUP.

$$P(TUP/R) = \frac{P(R/TUP) \cdot P(TUP)}{P(R)} = \frac{P(R/TUP) \cdot P(TUP)}{P(R/TUP) \cdot P(TUP) + P(R/TUA) \cdot P(TUA) + P(R/TUGIA) \cdot P(TUGIA)} =$$

$$P(TUP/R) = \frac{0,1 \cdot 0,7}{0,16} = \frac{0,07}{0,16} = 0,4375$$

$$P(TUP/R) = \frac{\overset{7}{\cancel{350}}}{\underset{16}{\cancel{800}}} = 0,4375$$