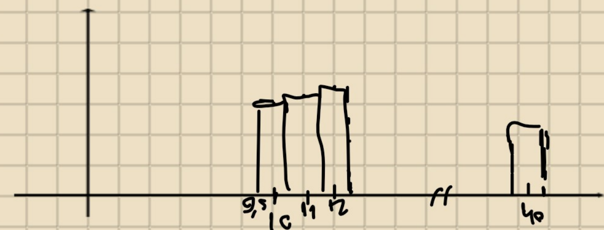
Aproximación de la binomial a la normal:

Una fábrica produce piezas con una probabilidad de falla de 0.03. Se toma una muestra de 1000 piezas, calcular la probabilidad de que fallen entre 10 y 40 piezas.

X: "Nº DE PIEZAS FALLAS" $\quad p = 0{,}03 \quad q = 0{,}97 \quad n = 1000$

$P(10 \leq X \leq 40) = P(X=10) + P(X=11) + \dots + P(X=40)$

$X \sim B(1000; 0{,}03) \approx X \sim N(\mu, \sigma) = X \sim N(n \cdot p ; \underbrace{\sqrt{n \cdot p \cdot q}}_{\sqrt{1000 \cdot 0{,}03 \cdot 0{,}97}}) \qquad X \sim N(30 ; 5{,}39)$



$P(9{,}5 < X < 40{,}5) = P(X < 40{,}5) - P(X < 9{,}5) = P\left(Z \leq \frac{40{,}5 - 30}{5{,}39}\right) - P\left(Z < \frac{9{,}5 - 30}{5{,}39}\right) = P(Z < 1{,}95) - P(Z < -3{,}7) = 0{,}97441 - 0$

Se sabe que el sarro de una cañeria se acumula de siguiendo una distribución normal de media 0.2 mm, y desvío 0.01 mm en un mes.
Calcular la probilidad de que en un año se acumulen menos de 2.5 mm.

X: "mm de sarro por mes"

Y: "mm de sarro en un año"

$Y \sim N(2{,}4 ;$

$Y \sim N(n \cdot \mu_X ; \sqrt{n} \cdot \sigma_X)$

$Y = X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 + X_7 \dots + X_{12}$

$E(Y) = 12 \cdot E(X) = 12 \cdot 0{,}2 = 2{,}4$

$E(Y) = \underbrace{\mu_Y = n \cdot \mu_X}$

$V(Y) = V(X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + \dots + X_{12}) = V(X_1) + V(X_2) + \dots + V(X_{12}) = 12 \cdot V(X) = 12 \cdot 0{,}01^2$

$\sigma = \sqrt{12 \cdot 0{,}01^2} = \sqrt{12}\,\sqrt{0{,}01^2} = \sqrt{12} \cdot 0{,}01$

$\boxed{\sigma_Y = \sqrt{n} \cdot \sigma_X}$

$\overline{X}$ = "mm de sarro en promedio por mes en un año"

$\overline{X} = \frac{X_1 + X_2 + X_3 + \dots + X_{12}}{12} =$

$E(\overline{X}) = E\left(\frac{X_1 + X_2 + X_3 + \dots + X_{12}}{12}\right) = \frac{1}{12} \cdot E(X_1 + X_2 + X_3 + \dots + X_{12}) = \frac{\cancel{12}}{\cancel{12}} \cdot E(X) = E(X)$

$E(\overline{X}) = E(X)$

$V(\overline{X}) = V\left(\frac{X_1 + X_2 + X_3 + \dots + X_{12}}{12}\right) = \left(\frac{1}{12}\right)^2 \cdot V(X_1 + X_2 + X_3 + \dots + X_{12}) = \frac{1}{12^2} \cdot 12 \cdot V(X) = \frac{1}{12} \cdot \sigma_X^2$

$\boxed{\mu_{\overline{X}} = \mu_X}$

$\boxed{\sigma_{\overline{X}} = \frac{1}{\sqrt{n}} \cdot \sigma_X}$

$\sigma_{\overline{X}} = \sqrt{\frac{1}{12} \cdot \sigma_X^2} = \frac{1}{\sqrt{12}} \cdot \sqrt{\sigma_X^2}$

Estadística descriptiva:

Población: Son todos los elementos de un grupo que tienen caracteristicas comunes.
Muestra: Es una porción de la población.
n: tamaño de la población o muestra con la que estamos trabajando.
fi: frecuencia absoluta. Cantidad de veces que se repite un dato.
fr: frecuencia relativa. Se calcula como fi/n.
fr%: frecuencia relativa porcentual. Se calcula como fi/n*100.
Fi: frecuencia absoluta acumulada.
Fr: frecuencia relativa acumulada.
Fr%: frecuencia relativa porcentual acumulada.

n impar $\quad X_{\left(\frac{n+1}{2}\right)} = X_{\left(\frac{31+1}{2}\right)} = x_{16}$

Un equipo de hockey hace un análisis de la cantidad de goles en los 30 partidos del torneo del año pasado. Los resultados son los siguientes:

1	4	3	1	7	3
1	2	1	2	1	5
3	3	1	5	3	2
3	0	1	2	2	1
3	2	3	1	4	0

$n = 30 \qquad x_1\, x_2\, x_3\, x_4\, x_5\, x_6\, x_7\, x_8 \ldots x_{30}$

$\boxed{n \text{ es par}} \quad \dfrac{x_{\left(\frac{n}{2}\right)} + x_{\left(\frac{n}{2}+1\right)}}{2} \quad \dfrac{x_{\frac{30}{2}} + x_{\left(\frac{30}{2}+1\right)}}{2} = \dfrac{x_{15} + x_{16}}{2} = \dfrac{2+2}{2} = 2$

$x_1 \quad x_2$

x_i	f_i	F_i	f_r	$f_r\%$	F_r
0	2	2	$2/30 = 1/15$ $0,0\hat{6}$	$6,\hat{6}\,\%$	$0,0\hat{6}$
1	9	11	$9/30 = \frac{3}{10} = 0,3$	$30\,\%$	$0,3\hat{6}$
2	6	17	$6/30 = \frac{1}{5} = 0,2$	$20\,\%$	$0,5\hat{6}$
3	8	25	$8/30 = \frac{4}{15} = 0,2\hat{6}$	$26,\hat{6}\,\%$	$0,8\hat{3} = \frac{25}{30}$
4	2	27	$2/30 = \frac{1}{15} = 0,0\hat{6}$	$6,\hat{6}\,\%$	$0,9$
5	2	29	$2/30 = \frac{1}{15} = 0,0\hat{6}$	$6,\hat{6}\,\%$	$0,9\hat{6}$
6	0	29	0	$0\,\%$	$0,9\hat{6}$
7	1	30	$1/30 = 0,0\hat{3}$	$3,\hat{3}\,\%$	1
	30		1	$100\,\%$	

media $= \bar{X} = \dfrac{\sum_{i=1}^{k} (x_i \cdot f_i)}{n} = \dfrac{(0.2)+(1.9)+(2.6)+(3.8)+(4.2)+(5.2)+(7.1)}{30} = \dfrac{70}{30} = 2,\hat{3}$

$\bar{X} = 2,\hat{3}$

moda $= m_o = 1$

bimodal para los valores $m_{o_1} = x \quad m_{o_2} = y$

mediana $= m_e = 2$

$\sigma_n = \sqrt{\dfrac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2}{n}} \qquad \sigma_{n-1} = S = \sqrt{\dfrac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$

$\sigma_n = 1,556$

$\boxed{CV\% = \dfrac{\sigma_n}{\bar{X}} \cdot 100} \qquad CV\% < 30\%$ es representativo

$\boxed{x_i}$	f_i	F_i	f_r	$f_r\,\%$	F_r
0	2	2	$2/30 = 1/15$ $0{,}0\widehat{6}$	$6{,}\widehat{6}\,\%$	$0{,}0\widehat{6}$
1	9	11	$9/30 = \frac{3}{10} = 0{,}3$	$30\,\%$	$0{,}3\widehat{6}$
2	6	17	$6/30 = \frac{1}{5} = 0{,}2$	$20\,\%$	$0{,}5\widehat{6}$
3	8	25	$8/30 = \frac{4}{15} = 0{,}2\widehat{6}$	$26{,}\widehat{6}\,\%$	$0{,}8\widehat{3} = \frac{25}{30}$
4	2	27	$2/30 = \frac{1}{15} = 0{,}0\widehat{6}$	$6{,}\widehat{6}\,\%$	$0{,}9$
5	2	29	$2/30 = \frac{1}{15} = 0{,}0\widehat{6}$	$6{,}\widehat{6}\,\%$	$0{,}9\widehat{6}$
6	0	29	0	$0\,\%$	$0{,}9\widehat{6}$
7	1	30	$1/30 = 0{,}0\widehat{3}$	$3{,}\widehat{3}\,\%$	1
	30		1	$100\,\%$