

CAPÍTULO 6

Rectas en el plano y Sistemas de Ecuaciones

Tecnicatura Universitaria en Programación

MATEMÁTICA

Profesoras: María Teresa Brizzi y Ana María Castro

Ecuación de una recta en el plano

$$a_1x + a_2y + a_0 = 0 \quad a_1, a_2 \text{ y } a_0 \in \mathbb{R}$$

Si $a_1 \neq 0$ y $a_2 \neq 0 \Rightarrow$

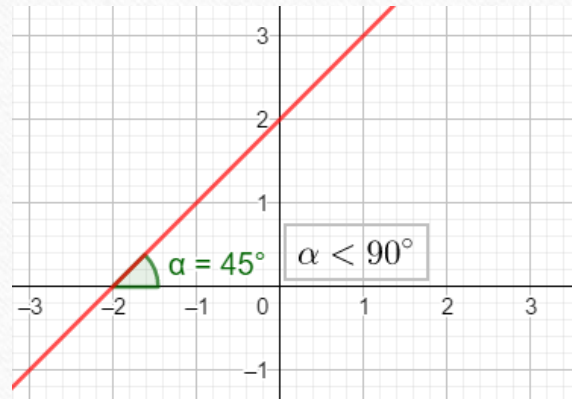
Ecuación explícita de la Recta

$$y = mx + b$$

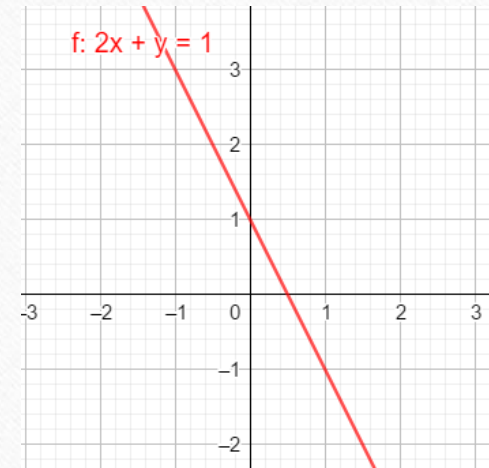
Pendiente

Ordenada al origen:
punto donde la recta
interseca al eje y

$m > 0$



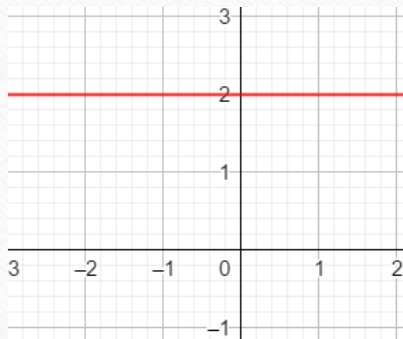
$m < 0$



Si $a_1 = 0$ y $a_2 \neq 0 \Rightarrow$

Recta horizontal

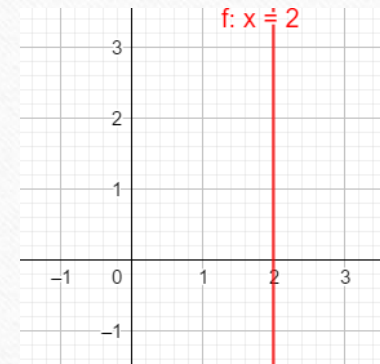
$$y = b$$



Si $a_1 \neq 0$ y $a_2 = 0 \Rightarrow$

Recta vertical

$$x = a$$



Ecuación de la Recta determinada por dos puntos

Ejemplo 1) Dados los puntos $A = (2,3)$ y $B = (-1,-2)$
Se pide: Halla la ecuación explícita de la recta

1er paso) Se busca el valor de la pendiente

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

2do paso) Se plantea un sistema de ecuaciones sabiendo que ambos puntos deben pertenecer a la misma recta

x	y
2	3
-1	-2

$$\Rightarrow 3 = 2m + b$$

$$\Rightarrow -2 = -1m + b$$

Restando
ambos
miembros

$$3 - (-2) = 2m - (-m)$$

$$3 + 2 = 3m$$

$$5 = 3m$$

$$\frac{5}{3} = m$$

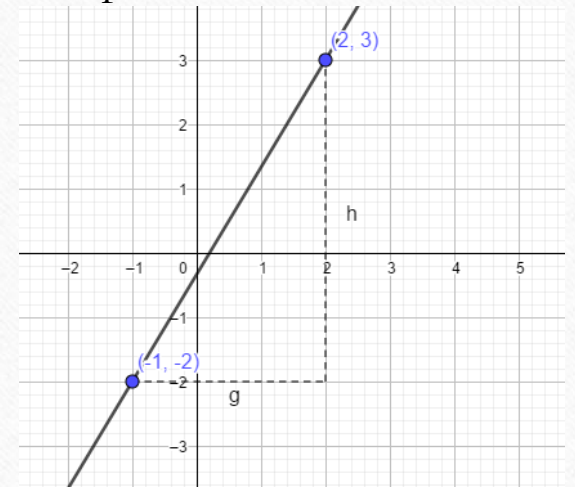
Reemplazando “m” en cualquiera de las ecuaciones planteadas se halla “b”

$$3 = 2 \cdot \frac{5}{3} + b$$

$$3 = \frac{10}{3} + b$$

$$3 - \frac{10}{3} = b$$

$$-\frac{1}{3} = b$$

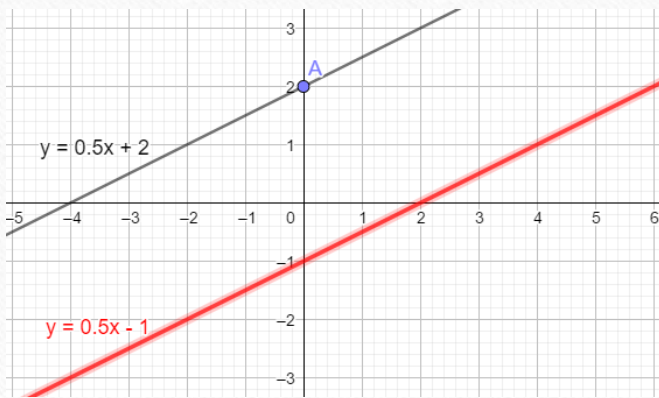


$$y = \frac{5}{3}x - \frac{1}{3}$$

Rectas paralelas y perpendiculares

Paralelas

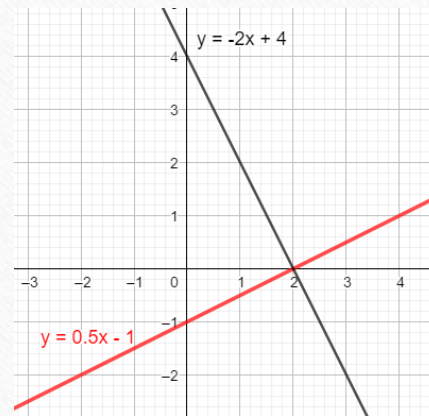
||



$$m_1 = m_2$$

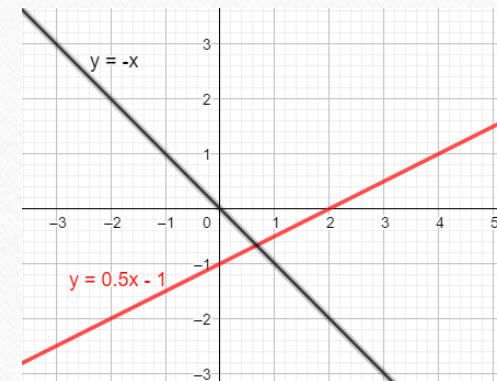
Perpendiculares

⊥



$$m_1 \cdot m_2 = -1$$

Secantes



$$m_1 - m_2 \neq 0$$

Inecuaciones

Desigualdad con una o más incógnitas

Inecuación lineal → una incógnita

Resolución de una inecuación:

Propiedad: Si ambos miembros de una desigualdad se multiplican por un número negativo la desigualdad cambia de sentido.

$$a < b \text{ y } c < 0 \Rightarrow a \cdot c > b \cdot c$$

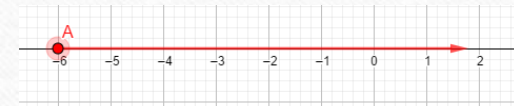
Ejemplo 1) $-2 \cdot x - 3 \leq 9$

$$-2 \cdot x \leq 9 + 3$$

$$-2 \cdot x \leq 12$$

$$x \geq -6$$

Solución: $[-6; +\infty)$



Inecuaciones en el plano

Representación gráfica

Sistema de ecuaciones lineales (SEL)
Conjunto finito de ecuaciones lineales

$$\begin{cases} 2x + y = 9 \\ 3x - y = 1 \end{cases}$$

*compatible
determinado:*

*ÚNICA
Solución*

$$S = \{(2; 5)\}$$

$$S = \{(4; -2; 3)\}$$

*compatible
Indeterminado:*

*INFINITAS
Soluciones*

$$S = \{(x; x - 2)\}$$

$$S = \{(x; x - 2; 3x)\}$$

Incompatible

*NINGUNA
Solución*

$$S = \emptyset$$

$$S = \{ \}$$

$$\begin{cases} 4x + 5y + 6z = 24 \\ x + 2y + 3z = 9 \\ 3x + y - 2z = 4 \end{cases}$$

Resolución de un sistema de ecuaciones lineales de 2×2

Métodos
analíticos

- IGUALACIÓN
- SUSTITUCIÓN
- REDUCCIÓN POR SUMAS Y RESTAS
- DETERMINANTES

Resolución de un sistema de ecuaciones lineales de 3×3

- GAUSS-JORDAN

Resolución de un sistema de inecuaciones lineales

- GRÁFICO

Resolución de un Sistema de Inecuaciones

MÉTODO DE GAUSS-JORDAN

$$\begin{cases} 2x - y + z = 3 \\ -3x + y + z = 2 \\ 5x + y - 2z = 1 \end{cases} \quad 2^\circ)$$

Reescribamos el sistema de ecuaciones en forma de matrices

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -1 & 1 & 3 \\ -3 & 1 & 1 & 2 \\ 5 & 1 & -2 & 1 \end{array} \right) \longrightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & m & n & a \\ 0 & 1 & p & b \\ 0 & 0 & 1 & c \end{array} \right)$$

- Dividamos la fila 1 por “2”

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{3}{2} \\ -3 & 1 & 1 & 2 \\ 5 & 1 & -2 & 1 \end{array} \right) \xrightarrow{\begin{array}{l} \bullet \ 3 \cdot F_1 + F_2 \rightarrow F_2 \\ \bullet \ -5 \cdot F_1 + F_3 \rightarrow F_3 \end{array}} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -0.5 & 0.5 & 1.5 \\ 0 & -0.5 & 2.5 & 6.5 \\ 0 & 3.5 & -4.5 & -6.5 \end{array} \right)$$

- Dividamos la fila 2 por “-0.5”

Cuando los sistemas se representan como matrices aumentadas, las operaciones elementales sobre ecuaciones se denotan en la siguiente forma:

Notación:

$a f_i$	Multiplicar (ecuación) fila i por la constante no nula a .
$a f_i + f_j$	Multiplicar la (ecuación) fila i por un número real a y sumarla a la (ecuación) fila j .
f_i, f_j	Intercambiar las (ecuaciones) filas i y j .

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -0.5 & 0.5 & 1.5 \\ 0 & 1 & -5 & -13 \\ 0 & 3.5 & -4.5 & -6.5 \end{array} \right)$$

$R_1 + 0.5 R_2 \rightarrow R_1$ (multiplicamos la fila 2 por 0.5 y sumar a la fila 1); $R_3 - 3.5 R_2 \rightarrow R_3$ (multiplicamos la fila 2 por 3.5 y restamos a la

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -2 & -5 \\ 0 & 1 & -5 & -13 \\ 0 & 0 & 13 & 39 \end{array} \right)$$

$R_3 / 13 \rightarrow R_3$ (dividamos la fila {k} por 13)

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -2 & -5 \\ 0 & 1 & -5 & -13 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \end{array} \right)$$

$R_1 + 2 R_3 \rightarrow R_1$ (multiplicamos la fila 3 por 2 y sumar a la fila 1); $R_2 + 5 R_3 \rightarrow R_2$ (multiplicamos la fila 3 por 5 y sumar a la fila 2)

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \end{array} \right)$$

Fin de la Presentación



¡Esperamos que este video haya sido de gran ayuda!



No duden en consultar las dudas e inquietudes
que puedan surgir...
Estamos para acompañarlos.

Saludos a todos y a seguir avanzando