



**FACULDADE CESAR SCHOOL**  
CURSO DE GRADUAÇÃO EM CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO

# Análise de Redes de Bairros do Recife: Aplicação de Teoria de Grafos

Júlia Sales  
Miguel Becker  
Thiago Queiroz

Recife  
Novembro/2025

# Sumário

<b>1. Resumo</b>	<b>4</b>
<b>2. Introdução</b>	<b>5</b>
2.1. Objetivos . . . . .	5
2.2. Escopo . . . . .	5
<b>3. Fundamentação Teórica</b>	<b>6</b>
3.1. Definições Básicas . . . . .	6
3.2. Algoritmos Implementados . . . . .	6
3.2.1. Busca em Largura (BFS) . . . . .	6
3.2.2. Busca em Profundidade (DFS) . . . . .	6
3.2.3. Algoritmo de Dijkstra . . . . .	6
3.2.4. Algoritmo de Bellman-Ford . . . . .	6
3.3. Métricas de Rede . . . . .	7
3.3.1. Densidade . . . . .	7
3.3.2. Grau Médio . . . . .	7
3.3.3. Ego-Network . . . . .	7
<b>4. Metodologia</b>	<b>8</b>
4.1. Estrutura de Dados . . . . .	8
4.2. Sistema de Cálculo de Pesos . . . . .	8
4.2.1. Componentes do Peso . . . . .	8
4.3. Processamento de Dados . . . . .	9
4.3.1. Etapa 1: Normalização dos Bairros . . . . .	9
4.3.2. Etapa 2: Construção do Grafo . . . . .	9
4.3.3. Etapa 3: Cálculo de Métricas . . . . .	10
4.4. Análise de Caminhos Mínimos . . . . .	10
4.5. Visualizações . . . . .	10

<b>5. Resultados</b>	<b>11</b>
5.1. Características da Rede . . . . .	11
5.2. Distribuição de Pesos . . . . .	11
5.3. Caso de Estudo: Nova Descoberta → Boa Viagem . . . . .	11
5.4. Validação dos Algoritmos . . . . .	12
5.4.1. Testes de BFS (6 casos) . . . . .	12
5.4.2. Testes de DFS (6 casos) . . . . .	12
5.4.3. Testes de Dijkstra (7 casos) . . . . .	13
5.4.4. Testes de Bellman-Ford (7 casos) . . . . .	13
5.5. Visualizações Geradas . . . . .	13
<b>6. Parte 2: Dataset Maior e Comparaçāo de Algoritmos</b>	<b>14</b>
6.1. Descrição do Dataset . . . . .	14
6.1.1. Distribuição de Graus . . . . .	14
6.2. Experimentos BFS/DFS . . . . .	14
6.2.1. Resultados BFS . . . . .	15
6.2.2. Resultados DFS . . . . .	15
6.3. Experimentos Dijkstra . . . . .	15
6.4. Experimentos Bellman-Ford . . . . .	16
6.4.1. Caso 1: Pesos Negativos sem Ciclo Negativo . . . . .	16
6.4.2. Caso 2: Grafo com Ciclo Negativo . . . . .	16
6.5. Comparaçāo de Desempenho . . . . .	17
6.5.1. Análise Crítica . . . . .	17
6.5.2. Limites do Design de Pesos . . . . .	17
<b>7. Discussão</b>	<b>18</b>
7.1. Interpretação dos Resultados . . . . .	18
7.2. Sistema de Pesos . . . . .	18
7.3. Eficiência dos Algoritmos . . . . .	18
7.4. Limitações . . . . .	18
<b>8. Código-Fonte</b>	<b>20</b>
8.1. Módulo Principal: Graph . . . . .	20
8.2. Algoritmos de Busca (BFS e DFS) . . . . .	21
8.3. Algoritmo de Dijkstra . . . . .	22
8.4. Algoritmo de Bellman-Ford . . . . .	22

8.5. Cálculo de Pesos . . . . .	23
<b>9. Conclusão</b>	<b>25</b>
9.1. Parte 1: Rede de Bairros do Recife . . . . .	25
9.2. Parte 2: Dataset de Larga Escala . . . . .	25
9.3. Lições Aprendidas . . . . .	25

# 1. Resumo

Este trabalho apresenta uma análise computacional da rede de bairros da cidade do Recife sob a perspectiva da Teoria de Grafos. A aplicação foi desenvolvida em Python e utiliza estruturas de dados eficientes (listas de adjacência) para representar a malha urbana, permitindo a aplicação de algoritmos clássicos de grafos como BFS, DFS, Dijkstra e Bellman-Ford.

O sistema implementa funcionalidades completas de análise de redes, incluindo cálculo de métricas topológicas (densidade, grau médio, componentes conexos), determinação de caminhos mínimos ponderados entre localidades, e geração de visualizações interativas. Os pesos das arestas foram calculados considerando características reais das vias, como tipo de pavimentação e presença de obstáculos.

A validação do sistema foi realizada através de uma suíte de 26 testes unitários, confirmando a correção dos algoritmos implementados. Os resultados demonstram a viabilidade da aplicação de grafos para modelagem e análise de redes urbanas reais.

## **2. Introdução**

A Teoria de Grafos desempenha papel fundamental na modelagem e análise de redes em diversos domínios, incluindo redes de transporte, sistemas de comunicação e planejamento urbano. Este projeto aplica conceitos fundamentais de grafos para analisar a estrutura de conectividade entre os bairros do Recife.

### **2.1. Objetivos**

Os principais objetivos deste trabalho incluem:

- Modelar a rede de bairros do Recife como um grafo não-direcionado ponderado
- Implementar algoritmos clássicos de busca e caminho mínimo
- Calcular métricas topológicas da rede (densidade, grau médio, ego-networks)
- Desenvolver sistema de pesos baseado em características reais das vias
- Determinar rotas ótimas entre localidades específicas
- Gerar visualizações interativas para análise exploratória
- Validar a implementação através de testes automatizados

### **2.2. Escopo**

O projeto abrange 94 bairros da cidade do Recife, organizados em 6 microrregiões, com 244 conexões viárias mapeadas. Cada conexão (aresta) possui atributos como nome do logradouro, tipo de via, pavimentação e peso calculado.

## 3. Fundamentação Teórica

### 3.1. Definições Básicas

Um grafo  $G = (V, E)$  é definido por um conjunto de vértices  $V$  e um conjunto de arestas  $E \subseteq V \times V$ . No contexto deste projeto:

- **Vértices (V):** Representam os bairros do Recife
- **Arestas (E):** Representam conexões viárias entre bairros adjacentes
- **Pesos ( $w : E \rightarrow \mathbb{R}^+$ ):** Representam o custo de travessia de cada via

### 3.2. Algoritmos Implementados

#### 3.2.1. Busca em Largura (BFS)

A Busca em Largura explora o grafo em níveis, visitando todos os vizinhos de um nó antes de prosseguir para o próximo nível. Complexidade:  $O(V + E)$ .

**Aplicação:** Cálculo de distâncias em número de arestas, análise de componentes conexos.

#### 3.2.2. Busca em Profundidade (DFS)

A Busca em Profundidade explora o grafo seguindo cada ramo até sua extremidade antes de retroceder. Complexidade:  $O(V + E)$ .

**Aplicação:** Detecção de ciclos, análise de conectividade.

#### 3.2.3. Algoritmo de Dijkstra

O algoritmo de Dijkstra determina o caminho de menor custo em grafos com pesos não-negativos. Utiliza uma fila de prioridade para selecionar o próximo nó a processar. Complexidade:  $O((V + E) \log V)$ .

**Aplicação:** Cálculo de rotas ótimas entre endereços considerando os pesos das vias.

#### 3.2.4. Algoritmo de Bellman-Ford

O algoritmo de Bellman-Ford calcula caminhos mínimos mesmo em grafos com pesos negativos e detecta ciclos negativos. Complexidade:  $O(V \cdot E)$ .

**Aplicação:** Validação dos resultados do Dijkstra, análise robusta de caminhos.

### 3.3. Métricas de Rede

#### 3.3.1. Densidade

A densidade de um grafo é definida como:

$$\rho = \frac{2|E|}{|V|(|V| - 1)}$$

Representa a proporção de conexões existentes em relação ao total possível.

#### 3.3.2. Grau Médio

O grau médio quantifica a conectividade média da rede:

$$\langle k \rangle = \frac{1}{|V|} \sum_{v \in V} \deg(v) = \frac{2|E|}{|V|}$$

#### 3.3.3. Ego-Network

A ego-network de um nó  $v$  é o subgrafo induzido por  $v$  e seus vizinhos imediatos, utilizada para análise local de conectividade.

## 4. Metodologia

### 4.1. Estrutura de Dados

A implementação utiliza listas de adjacência para representação eficiente do grafo. Cada nó mantém uma lista de tuplas (*vizinho, peso, metadados*).

Estrutura do Grafo

```
1 from dataclasses import dataclass
2 from typing import Dict, List, Tuple
3
4 @dataclass
5 class EdgeMeta:
6     logradouro: str | None = None
7     observacao: str | None = None
8
9 class Graph:
10     def __init__(self):
11         self._adj: Dict[str, List[Tuple[str, float, EdgeMeta]]] = {}
12
13     def add_edge(self, u: str, v: str, w: float = 1.0,
14                 meta: EdgeMeta | None = None):
15         self.add_node(u)
16         self.add_node(v)
17         self._adj[u].append((v, w, meta))
18         self._adj[v].append((u, w, meta))
19
20     def neighbors(self, u: str):
21         return self._adj.get(u, [])
```

### 4.2. Sistema de Cálculo de Pesos

Os pesos das arestas foram calculados utilizando a fórmula:

$$peso_{final} = (peso_{base} \times fator_{pavimentacao}) + penalidades$$

#### 4.2.1. Componentes do Peso

Peso Base (tipo de via):

- Avenida: 1.0
- Ponte: 1.5
- Rua: 2.0
- Viaduto: 2.5

- Estrada: 3.0

#### **Fator de Pavimentação:**

- Asfalto:  $\times 1.0$
- Paralelepípedo:  $\times 1.3$
- Escadaria:  $\times 1.5$
- Sem pavimentação:  $\times 2.0$

#### **Penalidades:**

- Ponte/Viaduto:  $+0.5$
- Semáforos:  $+0.3$  cada

### **4.3. Processamento de Dados**

#### **4.3.1. Etapa 1: Normalização dos Bairros**

O dataset original continha inconsistências de nomenclatura e acentuação. Foi desenvolvido um processo de normalização que:

- Remove acentuação para chaves de busca
- Mantém a grafia original para exibição
- Resolve duplicatas e variações de nome

#### **4.3.2. Etapa 2: Construção do Grafo**

Leitura do arquivo `adjacencias_bairros.csv` contendo:

- Bairro origem e destino
- Nome do logradouro
- Observações sobre pavimentação
- Peso calculado

### 4.3.3. Etapa 3: Cálculo de Métricas

Aplicação dos algoritmos para extrair:

- Métricas globais (densidade, grau médio, componentes)
- Métricas por microrregião
- Ego-networks individuais
- Rankings de conectividade

## 4.4. Análise de Caminhos Mínimos

Foi implementado um sistema completo de análise de rotas entre endereços:

1. Normalização dos nomes dos bairros de origem e destino
2. Aplicação do algoritmo de Dijkstra
3. Reconstrução do caminho ótimo
4. Cálculo do custo total
5. Detalhamento trecho a trecho

## 4.5. Visualizações

O sistema gera visualizações interativas utilizando Plotly:

- **Grafo completo:** Visualização da rede completa de bairros
- **Árvore de percurso:** Destaque do caminho entre dois pontos
- **Dashboard analítico:** Métricas e estatísticas consolidadas

## 5. Resultados

### 5.1. Características da Rede

A análise revelou as seguintes características da rede de bairros do Recife:

- Número de nós (bairros): 94
- Número de arestas (conexões): 244
- Densidade da rede:  $\rho \approx 0.056$
- Grau médio:  $\langle k \rangle \approx 5.19$
- Componentes conexos: 1 (rede totalmente conectada)

### 5.2. Distribuição de Pesos

A análise dos pesos calculados das arestas mostrou:

- Peso mínimo: 1.0 (vias ideais: avenidas asfaltadas)
- Peso máximo: 6.0 (vias de maior custo)
- Peso médio: 1.71
- Mediana: 1.0

### 5.3. Caso de Estudo: Nova Descoberta → Boa Viagem

Foi analisado o percurso entre Nova Descoberta e Boa Viagem (região de Setúbal):

- Custo total: 10.3
- Número de bairros percorridos: 10
- Número de trechos: 9

Caminho encontrado:

1. Nova Descoberta → Córrego do Jenipapo (custo: 1.3)
2. Córrego do Jenipapo → Dois Irmãos (custo: 1.0)
3. Dois Irmãos → Caxangá (custo: 1.0)

4. Caxangá → Várzea (custo: 1.0)
5. Várzea → Curado (custo: 1.0)
6. Curado → Jardim São Paulo (custo: 1.0)
7. Jardim São Paulo → Areias (custo: 1.0)
8. Areias → Ibura (custo: 2.0)
9. Ibura → Boa Viagem (custo: 1.0)

O trecho com maior custo foi Areias → Ibura (2.0), provavelmente devido ao tipo de via ou pavimentação menos favorável.

## 5.4. Validação dos Algoritmos

Foi desenvolvida uma suíte completa de testes cobrindo todos os algoritmos:

### 5.4.1. Testes de BFS (6 casos)

- Grafo simples
- Grafo desconectado
- Estrutura em árvore
- Tratamento de nós inexistentes
- Grafos com ciclos
- Grafo completo

### 5.4.2. Testes de DFS (6 casos)

- Grafo simples
- Grafo desconectado
- Nós inexistentes
- Grafos com ciclos
- Ordem de visitação
- Grafo estrela

#### 5.4.3. Testes de Dijkstra (7 casos)

- Caminho simples
- Seleção do caminho mais curto
- Nós isolados
- Pesos diferentes
- Grafo completo
- Reconstrução de caminho
- Nós inexistentes

#### 5.4.4. Testes de Bellman-Ford (7 casos)

- Caminho simples
- Pesos positivos
- Nós isolados
- Ciclos positivos
- Grafo completo
- Nós inexistentes
- Caminho linear

**Resultado:** 26/26 testes passaram com sucesso, validando a correção da implementação.

### 5.5. Visualizações Geradas

O sistema produziu as seguintes saídas visuais:

- `out/dashboard_interativo.html`: Dashboard consolidado com todas as visualizações
- `out/arvore_percурсо.html`: Visualização interativa da árvore de percurso
- Gráficos de métricas por microrregião
- Ranking de densidade dos bairros

## 6. Parte 2: Dataset Maior e Comparação de Algoritmos

A segunda parte do projeto envolveu experimentos com um dataset de larga escala para avaliar o desempenho e escalabilidade dos algoritmos implementados.

### 6.1. Descrição do Dataset

Foi utilizado o dataset **rec-libimseti** [1, 2], obtido do Network Data Repository<sup>1</sup>, que contém dados de um serviço de encontros online (recommender system for online dating service).

Características do dataset:

- **Número de nós ( $|V|$ ):** 220.970
- **Número de arestas ( $|E|$ ):** 17.359.346
- **Tipo:** Não-direcionado, ponderado
- **Grau mínimo:** 1
- **Grau máximo:** 33.389
- **Grau médio:**  $\langle k \rangle \approx 157.12$

#### 6.1.1. Distribuição de Graus

A distribuição de graus apresentou características de rede livre de escala (scale-free):

- 19.707 nós com grau 1 (nós periféricos)
- 6.903 nós com grau 2
- Concentração em graus intermediários (20-30):  $\sim 25.000$  nós
- Pequeno número de hubs com grau muito alto ( $> 1000$ )

Esta distribuição é típica de redes reais como redes sociais, onde a maioria dos nós tem poucas conexões, mas alguns hubs centrais conectam-se a muitos outros nós.

### 6.2. Experimentos BFS/DFS

Foram executados BFS e DFS a partir de 3 fontes distintas selecionadas aleatoriamente.

---

<sup>1</sup><https://networkrepository.com/rec-libimseti-dir.php>

### 6.2.1. Resultados BFS

Fonte	Nós Alcançados	Camadas	Tempo (s)
156148	220.970	5	14.01
114556	220.970	5	13.41
164437	220.970	6	14.07

Resultados de BFS no dataset maior

#### Observações:

- Todas as fontes alcançaram todos os 220.970 nós (grafo conexo)
- Diâmetro efetivo: 5-6 saltos (small-world property)
- Tempo médio:  $\sim 13.8$  segundos para  $|V| + |E| \approx 17.6M$  operações

### 6.2.2. Resultados DFS

Fonte	Nós Visitados	Tempo (s)
156148	220.970	22.14
114556	220.970	21.19
164437	220.970	22.61

Resultados de DFS no dataset maior

#### Análise de Desempenho:

- DFS  $\sim 60\%$  mais lento que BFS ( $\sim 22s$  vs  $\sim 14s$ )
- Causa: Padrão de acesso à memória menos favorável ao cache
- Ambos mantêm complexidade  $O(V + E)$  linear

## 6.3. Experimentos Dijkstra

Foram testados 5 pares origem-destino com pesos não-negativos:

Origem	Destino	Custo	Caminho	Tempo (s)
156148	83773	9.0	5 nós	21.29
31116	33639	2.0	3 nós	20.69
90280	71636	4.0	4 nós	20.04
164437	156148	19.0	6 nós	19.61
114556	182742	15.0	7 nós	20.39
<b>Tempo médio:</b>				<b>20.40s</b>

Resultados de Dijkstra no dataset maior

#### Análise:

- Caminhos mínimos variando de 2.0 a 19.0 (pesos unitários ou próximos)
- Tempo consistente ( $\sim 20$ s) independente do par
- Complexidade observada:  $O((V + E) \log V)$
- Overhead da fila de prioridade notável em grafos densos

## 6.4. Experimentos Bellman-Ford

Foram testados dois casos com pesos negativos:

### 6.4.1. Caso 1: Pesos Negativos sem Ciclo Negativo

Grafo de teste:

- Arestas:  $A \xrightarrow{4} B \xrightarrow{-2} C \xrightarrow{1} D$
- Aresta adicional:  $A \xrightarrow{5} C$

#### Resultados:

- Origem: A
- Distâncias:  $d(A) = 0, d(B) = 4, d(C) = 2, d(D) = 3$
- Ciclo negativo detectado: Não
- Tempo:  $4.1 \times 10^{-5}$ s (grafo pequeno)

O algoritmo corretamente encontrou que  $A \rightarrow B \rightarrow C$  (custo 2) é mais barato que  $A \rightarrow C$  (custo 5).

### 6.4.2. Caso 2: Grafo com Ciclo Negativo

Grafo de teste:

- Ciclo:  $X \xrightarrow{1} Y \xrightarrow{-3} Z \xrightarrow{1} X$
- Soma de pesos no ciclo:  $1 + (-3) + 1 = -1 < 0$

#### Resultados:

- Origem: X
- Ciclo negativo detectado: **Sim**
- Distâncias: null (indefinidas devido ao ciclo)
- Tempo:  $1.9 \times 10^{-5}$ s

O algoritmo detectou corretamente a presença do ciclo negativo, retornando flag de erro.

## 6.5. Comparação de Desempenho

Algoritmo	Complexidade	Tempo Médio	Caso de Uso
BFS	$O(V + E)$	13.8s	Caminho mais curto (não-ponderado)
DFS	$O(V + E)$	21.9s	Exploração, ciclos, conectividade
Dijkstra	$O((V + E) \log V)$	20.4s	Caminho mínimo (pesos $\geq 0$ )
Bellman-Ford	$O(V \cdot E)$	N/A*	Pesos negativos, detecção ciclos

Comparação de complexidade e desempenho (\*não aplicável ao dataset grande devido a  $V \cdot E \approx 3.8 \times 10^{15}$ )

### 6.5.1. Análise Crítica

Quando usar cada algoritmo:

1. **BFS:** Melhor escolha para grafos não-ponderados ou quando se deseja o menor número de arestas. Mais rápido que DFS em grafos densos.
2. **DFS:** Preferível para detecção de ciclos, ordenação topológica, ou quando a estrutura em profundidade importa. Usa menos memória que BFS em grafos esparsos.
3. **Dijkstra:** Escolha padrão para caminhos mínimos em grafos com pesos não-negativos. Eficiente até centenas de milhares de nós com fila de prioridade bem implementada.
4. **Bellman-Ford:** Necessário apenas quando há pesos negativos ou quando se precisa detectar ciclos negativos. Inviável para grafos muito grandes ( $|E| > 10^6$ ) devido à complexidade  $O(V \cdot E)$ .

### 6.5.2. Limites do Design de Pesos

O sistema de pesos implementado possui algumas limitações:

- **Pesos estáticos:** Não capturam variações temporais (tráfego, clima)
- **Heurísticas simplificadas:** Não baseadas em medições reais
- **Ausência de contexto:** Não consideram modo de transporte, acessibilidade
- **Granularidade:** Pesos discretizados podem não refletir diferenças sutis

Para aplicações críticas, seria necessário:

- Calibração com dados reais de GPS/sensoriamento
- Atualização dinâmica baseada em condições de tráfego
- Pesos dependentes de contexto (hora do dia, dia da semana)
- Modelagem multi-critério (tempo, distância, custo, segurança)

## 7. Discussão

### 7.1. Interpretação dos Resultados

A densidade relativamente baixa ( $\rho \approx 0.056$ ) indica que a rede de bairros do Recife possui estrutura esparsa, com cada bairro conectado em média a aproximadamente 5 outros bairros. Este padrão é característico de malhas urbanas reais, onde as conexões são limitadas pela geografia e planejamento urbano.

A presença de um único componente conexo confirma que é possível transitar entre quaisquer dois bairros seguindo as conexões viárias mapeadas, característica essencial para a mobilidade urbana.

### 7.2. Sistema de Pesos

O sistema de pesos implementado captura adequadamente as características das vias:

- Vias principais (avenidas asfaltadas) recebem pesos menores
- Obstáculos (pontes, viadutos) aumentam o custo
- Pavimentação precária aumenta o custo de travessia

A distribuição concentrada em pesos baixos (mediana 1.0) indica que a maioria das conexões utiliza vias de boa qualidade.

### 7.3. Eficiência dos Algoritmos

A implementação utilizando listas de adjacência garantiu eficiência nas operações:

- BFS/DFS:  $O(V + E) = O(94 + 244) \approx O(338)$
- Dijkstra:  $O((V + E) \log V) \approx O(2284)$
- Bellman-Ford:  $O(V \cdot E) = O(22936)$

Todos os algoritmos executam em tempo aceitável para o tamanho da rede.

### 7.4. Limitações

Algumas limitações identificadas:

- Os pesos são estimativas baseadas em heurísticas, não medições reais de tempo ou distância
- O modelo não considera tráfego dinâmico ou horários de pico
- Algumas conexões viárias podem não estar mapeadas
- O sistema atual não suporta múltiplos modos de transporte

## 8. Código-Fonte

O código-fonte completo encontra-se disponível em repositório GitHub:

<https://github.com/MiguelBecker/Projeto-Teoria-Grafos>

### 8.1. Módulo Principal: Graph

Implementação da estrutura de grafo

```
1  from dataclasses import dataclass
2  from typing import Dict, List, Tuple
3
4  @dataclass
5  class EdgeMeta:
6      logradouro: str | None = None
7      observacao: str | None = None
8
9  class Graph:
10     def __init__(self):
11         self._adj: Dict[str, List[Tuple[str, float, EdgeMeta]]] = {}
12
13     def add_node(self, u: str):
14         if u not in self._adj:
15             self._adj[u] = []
16
17     def add_edge(self, u: str, v: str, w: float = 1.0,
18                 meta: EdgeMeta | None = None):
19         if meta is None:
20             meta = EdgeMeta()
21         self.add_node(u)
22         self.add_node(v)
23         self._adj[u].append((v, w, meta))
24         self._adj[v].append((u, w, meta))
25
26     def neighbors(self, u: str):
27         return self._adj.get(u, [])
28
29     def nodes(self):
30         return list(self._adj.keys())
31
32     def degree(self, u: str) -> int:
33         return len(self._adj.get(u, []))
34
35     def order(self) -> int:
36         return len(self._adj)
37
38     def size(self) -> int:
39         return sum(len(v) for v in self._adj.values()) // 2
```

## 8.2. Algoritmos de Busca (BFS e DFS)

### Implementação de BFS e DFS

```
1  from collections import deque
2  from typing import Dict
3
4  def bfs(grafo: Graph, origem: str) -> Dict[str, int]:
5      """
6          Busca em largura (BFS) a partir de um no origem.
7          Retorna um dicionario com as distancias de cada no ate a origem.
8      """
9      if origem not in grafo.nodes():
10         return {}
11
12     distancias = {origem: 0}
13     fila = deque([origem])
14
15     while fila:
16         atual = fila.popleft()
17         dist_atual = distancias[atual]
18
19         for vizinho, _, _ in grafo.neighbors(atual):
20             if vizinho not in distancias:
21                 distancias[vizinho] = dist_atual + 1
22                 fila.append(vizinho)
23
24     return distancias
25
26 def dfs(grafo: Graph, origem: str) -> Dict[str, int]:
27     """
28         Busca em profundidade (DFS) a partir de um no origem.
29         Retorna um dicionario com a ordem de visitacao.
30     """
31     if origem not in grafo.nodes():
32         return {}
33
34     visitados = {}
35     pilha = [origem]
36     ordem = 0
37
38     while pilha:
39         no = pilha.pop()
40
41         if no in visitados:
42             continue
43
44         visitados[no] = ordem
45         ordem += 1
46
47         # Adiciona vizinhos a pilha
48         vizinhos = [v for v, _, _ in grafo.neighbors(no)]
49         for vizinho in reversed(vizinhos):
50             if vizinho not in visitados:
51                 pilha.append(vizinho)
52
53     return visitados
```

## 8.3. Algoritmo de Dijkstra

Implementação do algoritmo de Dijkstra

```
1 import heapq
2 from typing import Dict, Tuple
3
4 def dijkstra(grafo: Graph, origem: str) -> Tuple[Dict[str, float], Dict[str, str]]:
5     """
6         Algoritmo de Dijkstra para caminho mínimo.
7
8     Retorna:
9         distancias: dicionario {no: distancia_minima}
10        predecessores: dicionario {no: no_anterior_no_caminho}
11    """
12    distancias = {origem: 0.0}
13    predecessores = {origem: None}
14    heap = [(0.0, origem)]
15
16    while heap:
17        dist_atual, u = heapq.heappop(heap)
18
19        if dist_atual > distancias.get(u, float('inf')):
20            continue
21
22        for v, peso, _ in grafo.neighbors(u):
23            nova_dist = dist_atual + peso
24
25            if nova_dist < distancias.get(v, float('inf')):
26                distancias[v] = nova_dist
27                predecessores[v] = u
28                heapq.heappush(heap, (nova_dist, v))
29
30    return distancias, predecessores
31
32 def reconstruir_caminho(predecessores: Dict[str, str],
33                         destino: str) -> List[str]:
34     """Reconstroi o caminho a partir dos predecessores."""
35     if destino not in predecessores:
36         return []
37
38     caminho = []
39     atual = destino
40
41     while atual is not None:
42         caminho.append(atual)
43         atual = predecessores[atual]
44
45     return list(reversed(caminho))
```

## 8.4. Algoritmo de Bellman-Ford

Implementação do algoritmo de Bellman-Ford

```

1 def bellman_ford(grafo: Graph, origem: str) -> Tuple[Dict[str, float], Dict[str, str], bool]:
2
3     """
4         Algoritmo de Bellman-Ford para caminho minimo (aceita pesos
5             negativos).
6         Retorna:
7             - Dicionario de distancias minimas
8             - Dicionario de predecessores
9             - Bool indicando se ha ciclo negativo
10    """
11    if origem not in grafo.nodes():
12        return {}, {}, False
13
14    distancias = {no: float('inf') for no in grafo.nodes()}
15    distancias[origem] = 0.0
16    predecessores = {origem: None}
17
18    nos = grafo.nodes()
19    arestas = grafo.edges()
20
21    # Relaxamento de arestas (V-1 iteracoes)
22    for _ in range(len(nos) - 1):
23        for u, v, peso, _ in arestas:
24            if distancias[u] + peso < distancias[v]:
25                distancias[v] = distancias[u] + peso
26                predecessores[v] = u
27            # Grafo nao-direcionado: relaxa ambas direcoes
28            if distancias[v] + peso < distancias[u]:
29                distancias[u] = distancias[v] + peso
30                predecessores[u] = v
31
32    # Detecta ciclo negativo
33    tem_ciclo_negativo = False
34    for u, v, peso, _ in arestas:
35        if distancias[u] + peso < distancias[v]:
36            tem_ciclo_negativo = True
37            break
38        if distancias[v] + peso < distancias[u]:
39            tem_ciclo_negativo = True
40            break
41
42    return distancias, predecessores, tem_ciclo_negativo

```

## 8.5. Cálculo de Pesos

Sistema de cálculo de pesos das arestas

```

1 def calcular_peso(logradouro: str, observacao: str) -> float:
2     """
3         Calcula o peso de uma aresta baseado em caracteristicas da via.
4
5         Formula: peso_final = (peso_base * fator_pav) + penalidades
6         """
7
8         # Peso base por tipo de via
9         peso_base = 2.0 # rua padrao

```

```

9     if 'avenida' in logradouro.lower():
10        peso_base = 1.0
11    elif 'ponte' in logradouro.lower():
12        peso_base = 1.5
13    elif 'viaduto' in logradouro.lower():
14        peso_base = 2.5
15    elif 'estrada' in logradouro.lower():
16        peso_base = 3.0
17
18    # Fator de pavimentacao
19    fator_pav = 1.0
20    obs_lower = observacao.lower()
21    if 'paralelepipedo' in obs_lower:
22        fator_pav = 1.3
23    elif 'escadaria' in obs_lower:
24        fator_pav = 1.5
25    elif 'sem pav' in obs_lower:
26        fator_pav = 2.0
27
28    # Penalidades
29    penalidade = 0.0
30    if 'ponte' in logradouro.lower() or 'viaduto' in logradouro.lower():
31        penalidade += 0.5
32    if 'semaforo' in obs_lower or 'sinal' in obs_lower:
33        penalidade += 0.3
34
35    return peso_base * fator_pav + penalidade

```

## 9. Conclusão

Para concluir, este projeto demonstrou a aplicabilidade da Teoria de Grafos para modelagem e análise de redes em diferentes escalas, desde redes urbanas locais até grandes datasets com milhões de arestas.

### 9.1. Parte 1: Rede de Bairros do Recife

A análise da rede de 94 bairros validou a eficácia dos algoritmos implementados:

- O sistema de pesos baseado em características reais das vias permitiu encontrar rotas otimizadas
- A validação através de 26 testes unitários garantiu a correção da implementação
- As visualizações interativas facilitaram a exploração dos dados
- O caso de estudo Nova Descoberta → Boa Viagem demonstrou aplicabilidade prática

### 9.2. Parte 2: Dataset de Larga Escala

Os experimentos com o dataset de 220.970 nós e 17.359.346 arestas revelaram:

- **BFS:** Melhor desempenho ( $\sim 14s$ ) para exploração de grafos grandes
- **DFS:** Comportamento linear mantido, porém 60% mais lento que BFS
- **Dijkstra:** Escalou adequadamente para  $> 200k$  nós ( $\sim 20s$  por consulta)
- **Bellman-Ford:** Viável apenas para grafos pequenos devido à complexidade  $O(V \cdot E)$

### 9.3. Lições Aprendidas

A comparação empírica confirmou as previsões teóricas:

- BFS é preferível a DFS para grafos densos (melhor localidade de cache)
- Dijkstra é adequado para grafos com centenas de milhares de nós
- Bellman-Ford deve ser reservado apenas para casos com pesos negativos
- Estruturas de dados (listas de adjacência, heaps) impactam significativamente o desempenho

# Referências Bibliográficas

- [1] Ryan A. Rossi and Nesreen K. Ahmed. *The Network Data Repository with Interactive Graph Analytics and Visualization*. In AAAI, 2015. <https://networkrepository.com>
- [2] Lukas Brozovsky and Vaclav Petricek. *Recommender system for online dating service*. arXiv preprint cs/0703042, 2007.