Seminario 2

Primera Ley de la termodinámica

2.1. Gases Ideales

Ecuación de estado del gas ideal

$$pV = nRT \tag{2.1}$$

Donde:

- P: presión del gas [Pa]
- V: volumen del gas [m^3]
- n: cantidad de sustancia [mol]
- $R = 8{,}314\,\mathrm{J\,mol^{-1}\,K^{-1}}$: constante universal de los gases
- T: temperatura absoluta [K]

Masa molar y moles

- **Mol (n)**: cantidad de sustancia que contiene $N_A = 6{,}022 \times 10^{23}$ partículas.
- **Masa molar (M)**: masa de un mol de sustancia, en g/mol.
- **Ejemplos**:
  - $M_H = 1{,}008\,\mathrm{g/mol}$
  - $M_O = 16{,}00\,\mathrm{g/mol}$
  - $M_{H_2O} = 2(1{,}008) + 16{,}00 = 18{,}016\,\mathrm{g/mol}$
- **Relación con la masa (m):**

$$n = \frac{m}{M}$$

Problemas Resueltos

1.Un gas ideal ocupa un volumen de $V_1 = 30\,\text{litros}$ cuando su temperatura es $T_1 = 27°\text{C}$ y su presión es $P = 2\,\text{atm}$. Determinar su volumen final V_2 si la temperatura disminuye a $T_2 = -13°\text{C}$, manteniéndose constante la presión.

Datos:

$$V_1 = 30\,\text{L}, \quad T_1 = 27°\text{C} = 300\,\text{K}, \quad T_2 = -13°\text{C} = 260\,\text{K}, \quad V_2 = ?$$

Solución:

Dado que la presión se mantiene constante, se trata de un proceso **isobárico**, para el cual se aplica la Ley de Charles:

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$$

Sustituyendo los valores numéricos:

$$\frac{30}{300} = \frac{V_2}{260} \quad \Rightarrow \quad V_2 = \frac{30 \cdot 260}{300} = 26\,\text{litros}$$

Respuesta: $\boxed{V_2 = 26\,\text{litros}}$

2.Una botella de oxígeno contiene $10\,\text{m}^3$ de gas a una temperatura de $0°\text{C}$ y a una presión de $P_1 = 2{,}73\,\text{atm}$. ¿Cuál será la presión cuando el gas se calienta hasta $40°\text{C}$, manteniendo constante el volumen?

Datos:

$$V = \text{constante}, \quad T_1 = 0°\text{C} = 273\,\text{K}, \quad P_1 = 2{,}73\,\text{atm}, \quad T_2 = 40°\text{C} = 313\,\text{K}, \quad P_2 = ?$$

Solución:

Como el volumen no varía, se trata de un proceso **isócoro**. Por tanto, se aplica la ley de Gay-Lussac:

$$\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2}$$

Sustituyendo los valores conocidos:

$$\frac{2{,}73}{273} = \frac{P_2}{313} \quad \Rightarrow \quad P_2 = \frac{2{,}73 \cdot 313}{273} = 3{,}13\,\text{atm}$$

Respuesta: $\boxed{P_2 = 3{,}13\,\text{atm}}$

3.Un gas ideal con presión inicial de $p_0 = 4\,\text{Pa}$ se expande de manera adiabática hasta expandir su volumen hasta octuplicar su volumen ,$V_2 = 8V_1$. Determinar la presión final. Se da: $\gamma = \dfrac{4}{3}$.

Datos:

$$P_1 = 4\,\text{Pa}, \quad V_1 = V, \quad V_2 = 8V, \quad \gamma = \frac{4}{3}, \quad P_2 = ?$$

Relación para un proceso adiabático:

$$P_1 V_1^\gamma = P_2 V_2^\gamma$$

Sustituimos los valores conocidos:

$$4 \cdot V^\gamma = P_2 \cdot (8V)^\gamma$$

Factorizamos V^γ en ambos lados:

$$4V^\gamma = P_2 \cdot 8^\gamma \cdot V^\gamma$$

Cancelamos V^γ:

$$4 = P_2 \cdot 8^\gamma$$

Usamos que $\gamma = \frac{4}{3}$ y $8 = 2^3$, por lo tanto:

$$8^\gamma = (2^3)^{4/3} = 2^4 = 16$$

Finalmente, despejamos la presión final:

$$P_2 = \frac{4}{16} = \boxed{0{,}25\,\mathrm{Pa}}$$

5.Dos litros de un gas monoatómico ideal se expanden mediante un pistón hasta alcanzar un volumen de 6 L. Si la presión se mantiene constante e igual a la presión atmosférica $P_0 = 10^5$ Pa, ¿cuánto calor recibió el gas?

Solución:

Como el proceso es **isobárico** (presión constante), aplicamos la expresión del calor transferido en este tipo de procesos:

$$Q = nC_p\Delta T$$

Para un gas monoatómico ideal:

$$C_p = \frac{5}{2}R \quad \Rightarrow \quad Q = n\left(\frac{5}{2}R\right)\Delta T = \frac{5}{2}nR\Delta T$$

Usando la ecuación del gas ideal $PV = nRT$, se puede escribir:

$$nR\Delta T = P\Delta V \quad \Rightarrow \quad Q = \frac{5}{2}P\Delta V$$

Sustituyendo los datos:

$$V_1 = 2\,\mathrm{L} = 2 \times 10^{-3}\,\mathrm{m}^3, \quad V_2 = 6\,\mathrm{L} = 6 \times 10^{-3}\,\mathrm{m}^3, \quad P = 10^5\,\mathrm{Pa}$$

$$\Delta V = V_2 - V_1 = (6-2) \times 10^{-3} = 4 \times 10^{-3}\,\mathrm{m}^3$$

$$Q = \frac{5}{2} \cdot 10^5 \cdot 4 \times 10^{-3} = 2{,}5 \times 10^5 \cdot 4 \times 10^{-3}$$

$$Q = 1000\,\mathrm{J}$$

Respuesta: $\boxed{Q = 1000\,\mathrm{J}}$

Problema 6. Variación de la cantidad de aire respirado con la altitud

¿Cuál es el porcentaje de aire *menos* que se respira al ascender desde el nivel del mar ($P_{\text{atm}} = P_0$, $T_0 = 21°\text{C}$) hasta la sierra, donde $T = -3°\text{C}$ y $P = 0{,}9\,P_0$?

Solución:

Datos:

$$T_0 = 21°\text{C} = 294\,\text{K}, \quad T_s = -3°\text{C} = 270\,\text{K}, \quad P_s = 0{,}9\,P_0$$

Supuesto: El volumen de aire inspirado (capacidad torácica) se mantiene constante: $V = \text{cte}$. Además, se asume que el aire se comporta como un gas ideal. Aplicamos la ecuación de estado:

A nivel del mar:

$$P_0 V = n_0 R T_0 \tag{1}$$

En la sierra:

$$P_s V = n_s R T_s \quad \Rightarrow \quad 0{,}9 P_0 V = n_s R \cdot 270 \tag{2}$$

Dividiendo (1) entre (2):

$$\frac{P_0 V}{0{,}9 P_0 V} = \frac{n_0 R T_0}{n_s R T_s} \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{0{,}9} = \frac{n_0 \cdot 294}{n_s \cdot 270}$$

Despejando n_s:

$$n_s = \frac{n_0 \cdot 0{,}9 \cdot 270}{294} = 0{,}98\,n_0$$

Conclusión: En la sierra, una persona respira el 98 % del aire que respiraría al nivel del mar. Por lo tanto, se respira un:

$$\boxed{2\,\%\text{ menos de aire}}$$

2.2. Primera ley de la termodinámica

$$Q = \Delta U + W \tag{2.2}$$

donde: Q denota el calor , ΔU la variación de su energía interna y W el trabajo efectuado por el sistema .

Variación de la energía interna

$$\Delta U = nc_v \Delta T \tag{2.3}$$

donde: c_v calor especifíco a volumen constante.

Procesos Termodinámicos Especiales

Proceso	**Condiciones**	**Resultados principales**
Isobárico	$P = \text{cte}$	$W = P\Delta V$ $\Delta U = Q - P\Delta V$
Isocórico	$V = \text{cte}$	$W = 0$ $\Delta U = Q$
Isotérmico	$T = \text{cte}$ (gas ideal)	$\Delta U = 0$ $Q = W = nRT \ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right)$
Adiabático	$Q = 0$	$\Delta U = -W$ $PV^\gamma = \text{cte}$ $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$

Problemas resueltos

1. Diez kilogramos de nitrógeno son calentados desde $20\,°\mathrm{C}$ hasta $150\,°\mathrm{C}$, manteniendo constante la presión. Hallar, en kilocalorías:

a) La cantidad de calor suministrado.

b) El cambio de energía interna.

c) El trabajo realizado.

Considere:

$$C_p = 0{,}25\,\frac{\mathrm{Kcal}}{\mathrm{kg}\cdot°\mathrm{C}} \qquad C_v = 0{,}18\,\frac{\mathrm{Kcal}}{\mathrm{kg}\cdot°\mathrm{C}}$$

Datos:

$$\begin{aligned} m &= 10\,\mathrm{kg} \\ T_1 &= 20°\mathrm{C} \\ T_2 &= 150°\mathrm{C} \\ C_p &= 0{,}25\,\frac{\mathrm{Kcal}}{\mathrm{kg}\cdot°\mathrm{C}} \qquad C_v = 0{,}18\,\frac{\mathrm{Kcal}}{\mathrm{kg}\cdot°\mathrm{C}} \end{aligned}$$

Solución: Como se trata de un proceso isobárico:

a) Calor suministrado al sistema Q

$$Q = m \cdot C_p \cdot (T_2 - T_1)$$

$$Q = 10 \cdot 0{,}25 \cdot (150 - 20) = 10 \cdot 0{,}25 \cdot 130 = \boxed{325\,\mathrm{Kcal}}$$

b) Cambio en la energía interna ΔU

$$\Delta U = m \cdot C_v \cdot (T_2 - T_1)$$

$$\Delta U = 10 \cdot 0{,}18 \cdot (150 - 20) = 10 \cdot 0{,}18 \cdot 130 = \boxed{234\,\mathrm{Kcal}}$$

c) Trabajo realizado W

Usando la Primera Ley de la Termodinámica:

$$Q = \Delta U + W \Rightarrow W = Q - \Delta U$$

$$W = 325 - 234 = \boxed{91\,\mathrm{Kcal}}$$

2.Una vasija contiene una masa $m = 2\,\text{kg}$ de un gas ideal no especificado. Inicialmente, el sistema se encuentra a una presión $P_1 = 6\,\text{atm}$ y a una temperatura $T_1 = 27\,^\circ\text{C}$. El gas es sometido a un proceso de calentamiento a volumen constante hasta alcanzar una temperatura final de $T_2 = 127\,^\circ\text{C}$.

Se solicita determinar:

(a) El calor total suministrado al sistema, Q, en unidades de kcal.

(b) El trabajo realizado por el gas durante el proceso, W, en kcal.

(c) El incremento en la energía interna, ΔU, en kcal.

(d) La presión final del gas, P_2, en unidades de 10^5 Pa.

Considérese el calor específico a volumen constante del gas: $C_V = 2{,}5\,\text{kcal}\,\text{kg}^{-1}\,^\circ\text{C}^{-1}$.

Solución

Datos:

$$\begin{aligned} m &= 2\,\text{kg}, \\ P_1 &= 6 \times 10^5\,\text{Pa}, \\ T_1 &= 27\,^\circ\text{C} + 273\,\text{K} = 300\,\text{K}, \\ T_2 &= 127\,^\circ\text{C} + 273\,\text{K} = 400\,\text{K}, \\ C_V &= 2{,}5\,\text{kcal}\,\text{kg}^{-1}\,^\circ\text{C}^{-1}. \end{aligned}$$

(a) Calor suministrado al gas

Como el proceso es isócoro (a volumen constante), el calor entregado se calcula mediante:

$$Q = m \cdot C_V \cdot (T_2 - T_1)$$

Observando que el cambio de temperatura es el mismo en grados Celsius o Kelvin:

$$Q = (2\,\text{kg}) \cdot \left(2{,}5\,\frac{\text{kcal}}{\text{kg} \cdot {}^\circ\text{C}}\right) \cdot (127 - 27)\,^\circ\text{C} = 500\,\text{kcal}$$

(b) Trabajo realizado por el sistema

En un proceso isócoro, el volumen permanece constante, por lo tanto el trabajo realizado es:

$$W = 0$$

(c) Incremento de energía interna del sistema

Aplicando la primera ley de la termodinámica:

$$Q = \Delta U + W$$

Sustituyendo los valores conocidos:

$$\Delta U = Q - W = 500\,\mathrm{kcal} - 0 = 500\,\mathrm{kcal}$$

(d) Presión final del gas

Dado que el volumen es constante y se trata del mismo gas, se puede usar la ley de Gay-Lussac:

$$\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2}$$

Despejando P_2:

$$P_2 = P_1 \cdot \frac{T_2}{T_1} = 6 \times 10^5\,\mathrm{Pa} \cdot \frac{400}{300} = 8 \times 10^5\,\mathrm{Pa}$$

$$\boxed{P_2 = 8 \times 10^5\,\mathrm{Pa}}$$

3.Un sistema contiene una masa de $10\,\mathrm{kg}$ de gas dióxido de carbono (CO_2). El gas es sometido a un proceso isobárico durante el cual su energía interna disminuye en $650\,\mathrm{kJ}$.Determinar el trabajo neto efectuado sobre el sistema durante dicho proceso.

Considérese:

$$C_V = 0{,}65\,\mathrm{kJ\,kg^{-1}\,K^{-1}}, \qquad C_P = 0{,}85\,\mathrm{kJ\,kg^{-1}\,K^{-1}}.$$

Solución Datos:

$$\begin{aligned} m &= 10\,\mathrm{kg} \\ \Delta U &= -650\,\mathrm{kJ} \\ C_V &= 0{,}65\,\mathrm{kJ\,kg^{-1}\,K^{-1}} \\ C_P &= 0{,}85\,\mathrm{kJ\,kg^{-1}\,K^{-1}} \end{aligned}$$

Primera ley de la termodinámica

Para un proceso isobárico, la primera ley se expresa como:

$$Q = W + \Delta U$$

Despejando el trabajo:

$$W = Q - \Delta U$$

Como el calor en un proceso isobárico se puede calcular mediante:

$$Q = mC_P\Delta T$$

entonces el trabajo se expresa como:

$$W = mC_P\Delta T - \Delta U \tag{1}$$

Cálculo de la variación de temperatura

Dado que la variación de energía interna se relaciona con la temperatura en procesos de volumen constante mediante:

$$\Delta U = mC_V\Delta T$$

despejamos:

$$\Delta T = \frac{\Delta U}{mC_V} = \frac{-650}{10 \times 0{,}65} = -100\,\mathrm{K} \tag{2}$$

Cálculo del trabajo efectuado

Sustituyendo la ecuación (2) en la ecuación (1):

$$W = 10 \cdot 0{,}85 \cdot (-100) - (-650)$$
$$W = -850 + 650$$
$$W = -200\,\mathrm{kJ}$$

Conclusión

$$\boxed{W = -200\,\mathrm{kJ}}$$

El signo negativo indica que el trabajo fue realizado **sobre el sistema**.

Problemas propuestos

1. Una masa de aire de 2 kg se encuentra inicialmente a una presión de 1 bar y una temperatura de 27 °C.Primero, el gas es calentado en un proceso isocórico hasta que su presión se duplica. A continuación, se lo somete a un proceso isobárico durante el cual su volumen se duplica.Determinar el calor total transferido al sistema durante ambos procesos, en kJ.

Considere los valores siguientes:

$$C_V = 0{,}7\,\mathrm{kJ\,kg^{-1}\,K^{-1}}, \qquad C_P = 1{,}004\,\mathrm{kJ\,kg^{-1}\,K^{-1}}$$

2.Un recipiente rígido de volumen constante $V = 0{,}03\,\mathrm{m}^3$ contiene aire a una presión inicial $P_1 = 2{,}87 \times 10^5\,\mathrm{Pa}$ y una temperatura inicial $T_1 = 300\,\mathrm{K}$. Se suministra calor al sistema hasta que la presión alcanza un valor final de $P_2 = 5{,}74 \times 10^5\,\mathrm{Pa}$.Determinar el calor total añadido al gas durante el proceso.

Considere los siguientes valores:

$$\bar{R} = \frac{R}{M} = 287\,\mathrm{J\,kg^{-1}\,K^{-1}}, \qquad C_V = 0{,}7\,\mathrm{kJ\,kg^{-1}\,K^{-1}}$$

3.En el sistema mostrado se tiene una masa de aire encerrada. El pistón es de masa despreciable y se desplaza libremente sin fricción.Se lleva a cabo un proceso en el que se suministra calor al sistema mientras se hace funcionar un ventilador en su interior. Como resultado del proceso:

- El trabajo neto realizado por el sistema es de 20 kJ.
- El trabajo aportado al sistema por el ventilador es de 4,8 kJ.
- La presión exterior (atmosférica) es de 1 bar.
- El área del pistón es de $0{,}5\,\mathrm{m}^2$.

Determinar el desplazamiento del pistón (en metros) como consecuencia del proceso.

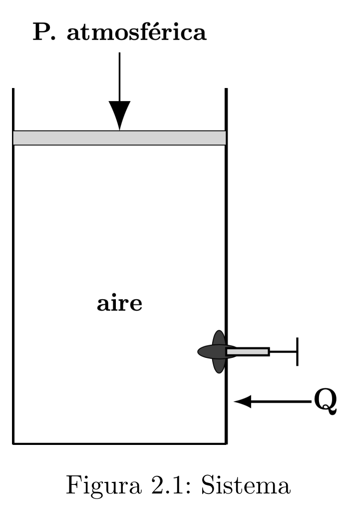

Figura 2.1: Sistema