Gases ideales: problemas resueltos

1.Un gas ideal ocupa un volumen de $V_1 = 30\,\text{litros}$ cuando su temperatura es $T_1 = 27°\text{C}$ y su presión es $P = 2\,\text{atm}$. Determinar su volumen final V_2 si la temperatura disminuye a $T_2 = -13°\text{C}$, manteniéndose constante la presión.

Datos:

$$V_1 = 30\,\text{L}, \quad T_1 = 27°\text{C} = 300\,\text{K}, \quad T_2 = -13°\text{C} = 260\,\text{K}, \quad V_2 =?$$

Solución:

Dado que la presión se mantiene constante, se trata de un proceso **isobárico**, para el cual se aplica la Ley de Charles:

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$$

Sustituyendo los valores numéricos:

$$\frac{30}{300} = \frac{V_2}{260} \quad \Rightarrow \quad V_2 = \frac{30 \cdot 260}{300} = 26\,\text{litros}$$

Respuesta: $\boxed{V_2 = 26\,\text{litros}}$

2.Una botella de oxígeno contiene $10\,\text{m}^3$ de gas a una temperatura de $0°\text{C}$ y a una presión de $P_1 = 2{,}73\,\text{atm}$. ¿Cuál será la presión cuando el gas se calienta hasta $40°\text{C}$, manteniendo constante el volumen?

Datos:

$$V = \text{constante}, \quad T_1 = 0°\text{C} = 273\,\text{K}, \quad P_1 = 2{,}73\,\text{atm}, \quad T_2 = 40°\text{C} = 313\,\text{K}, \quad P_2 =?$$

Solución:

Como el volumen no varía, se trata de un proceso **isócoro**. Por tanto, se aplica la ley de Gay-Lussac:

$$\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2}$$

Sustituyendo los valores conocidos:

$$\frac{2{,}73}{273} = \frac{P_2}{313} \quad \Rightarrow \quad P_2 = \frac{2{,}73 \cdot 313}{273} = 3{,}13\,\text{atm}$$

Respuesta: $\boxed{P_2 = 3{,}13\,\text{atm}}$

3.Un gas ideal con presión inicial de $p_0 = 4\,\text{Pa}$ se expande de manera adiabática hasta expandir su volumen hasta octuplicar su volumen ,$V_2 = 8V_1$. Determinar la presión final. Se da: $\gamma = \dfrac{4}{3}$.

Datos:

$$P_1 = 4\,\text{Pa}, \quad V_1 = V, \quad V_2 = 8V, \quad \gamma = \frac{4}{3}, \quad P_2 =?$$

Relación para un proceso adiabático:

$$P_1V_1^\gamma = P_2V_2^\gamma$$

Sustituimos los valores conocidos:

$$4 \cdot V^\gamma = P_2 \cdot (8V)^\gamma$$

Factorizamos V^γ en ambos lados:

$$4V^\gamma = P_2 \cdot 8^\gamma \cdot V^\gamma$$

Cancelamos V^γ:

$$4 = P_2 \cdot 8^\gamma$$

Usamos que $\gamma = \frac{4}{3}$ y $8 = 2^3$, por lo tanto:

$$8^\gamma = (2^3)^{4/3} = 2^4 = 16$$

Finalmente, despejamos la presión final:

$$P_2 = \frac{4}{16} = \boxed{0{,}25\,\mathrm{Pa}}$$

5.Dos litros de un gas monoatómico ideal se expanden mediante un pistón hasta alcanzar un volumen de 6 L. Si la presión se mantiene constante e igual a la presión atmosférica $P_0 = 10^5$ Pa, ¿cuánto calor recibió el gas?

Solución:

Como el proceso es **isobárico** (presión constante), aplicamos la expresión del calor transferido en este tipo de procesos:

$$Q = nC_p\Delta T$$

Para un gas monoatómico ideal:

$$C_p = \frac{5}{2}R \quad \Rightarrow \quad Q = n\left(\frac{5}{2}R\right)\Delta T = \frac{5}{2}nR\Delta T$$

Usando la ecuación del gas ideal $PV = nRT$, se puede escribir:

$$nR\Delta T = P\Delta V \quad \Rightarrow \quad Q = \frac{5}{2}P\Delta V$$

Sustituyendo los datos:

$$V_1 = 2\,\mathrm{L} = 2\times10^{-3}\,\mathrm{m}^3, \quad V_2 = 6\,\mathrm{L} = 6\times10^{-3}\,\mathrm{m}^3, \quad P = 10^5\,\mathrm{Pa}$$

$$\Delta V = V_2 - V_1 = (6-2)\times10^{-3} = 4\times10^{-3}\,\mathrm{m}^3$$

$$Q = \frac{5}{2}\cdot 10^5 \cdot 4\times10^{-3} = 2{,}5\times10^5 \cdot 4\times10^{-3}$$

$$Q = 1000\,\mathrm{J}$$

Respuesta: $\boxed{Q = 1000\,\mathrm{J}}$

Problema 6. Variación de la cantidad de aire respirado con la altitud

¿Cuál es el porcentaje de aire *menos* que se respira al ascender desde el nivel del mar ($P_{\mathrm{atm}} = P_0$, $T_0 = 21°\mathrm{C}$) hasta la sierra, donde $T = -3°\mathrm{C}$ y $P = 0{,}9\,P_0$?

Solución:

Datos:

$$T_0 = 21°\mathrm{C} = 294\,\mathrm{K}, \quad T_s = -3°\mathrm{C} = 270\,\mathrm{K}, \quad P_s = 0{,}9\,P_0$$

Supuesto: El volumen de aire inspirado (capacidad torácica) se mantiene constante: $V =$ cte. Además, se asume que el aire se comporta como un gas ideal. Aplicamos la ecuación de estado:

<u>A nivel del mar</u>:

$$P_0 V = n_0 R T_0 \tag{1}$$

<u>En la sierra</u>:

$$P_s V = n_s R T_s \quad \Rightarrow \quad 0{,}9 P_0 V = n_s R \cdot 270 \tag{2}$$

Dividiendo (1) entre (2):

$$\frac{P_0 V}{0{,}9 P_0 V} = \frac{n_0 R T_0}{n_s R T_s} \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{0{,}9} = \frac{n_0 \cdot 294}{n_s \cdot 270}$$

Despejando n_s:

$$n_s = \frac{n_0 \cdot 0{,}9 \cdot 270}{294} = 0{,}98\,n_0$$

Conclusión: En la sierra, una persona respira el 98 % del aire que respiraría al nivel del mar. Por lo tanto, se respira un:

$$\boxed{2\,\%\ \text{menos de aire}}$$