



Termodinámica-PEP1-Solucionario

Dr.(c) Miguel Cajahuanca

Primer Semestre 2025

Indicaciones

- Lea atentamente los enunciados de los problemas.
- Cada problema será evaluado en la escala del 0 al 20. La nota final del examen se obtiene sumando las notas parciales de cada pregunta.
- Es importante para una buena corrección que todos sus cálculos y comentarios estén debidamente justificados y ordenados.

Problema 1

Se tiene un depósito de 54 L de volumen. La presión en el recipiente es de 12 atm y la temperatura, de 27 °C, estando lleno de oxígeno dicho depósito. Suponiendo que se cumplen las leyes de los gases ideales:

1.1	Calcular la masa de oxígeno presente en el recipiente, m_{O_2} , expresada en kilogramos.	4 pts
	<p>Solución: Se utiliza la ecuación de los gases ideales:</p> $PV = nRT \Rightarrow n = \frac{PV}{RT}$ <p>Cálculo del número de moles:</p> $n = \frac{12 \times 1.01 \times 10^5 \times 54 \times 10^{-3}}{8.31 \times 300.15} \approx 26 \text{ mol}$ <p>Cálculo de la masa:</p> $m = n \cdot M_{O_2} = 26 \times 0.032 \approx \boxed{0.83 \text{ kg}}$	

1.2	Calcular el número de moles en el recipiente, n_{O_2} .	4 pts
	Solución: $n \approx 26 \text{ mol}$	

1.3	Calcular la densidad del oxígeno, ρ_{O_2} .	6 pts
	Solución: La densidad de un gas se define como: $\rho = \frac{m}{V}$ De la pregunta 1.1 ya conocemos la masa: $m = 0.83 \text{ kg}, \quad V = 54 \text{ L} = 54 \times 10^{-3} \text{ m}^3$ Entonces: $\rho = \frac{0.83}{0.054} \approx \boxed{15.4 \text{ kg/m}^3}$	

1.4	Calcular cuánto debe variar la temperatura, ΔT , para que la densidad del gas disminuya en un $\eta = 5\%$ de su valor actual.	6 pts
	<p>Solución: Sabemos que la densidad de un gas ideal se relaciona con la temperatura mediante la expresión:</p> $\rho = \frac{PM}{RT} \Rightarrow \rho \propto \frac{1}{T}$ <p>Si queremos una disminución del 5%, entonces:</p> $\rho_{\text{final}} = 0.95 \cdot \rho$ <p>Esto implica:</p> $\frac{\rho_{\text{final}}}{\rho} = \frac{T}{T + \Delta T} = 0.95$ <p>Despejamos ΔT:</p> $\frac{T}{T + \Delta T} = 0.95 \Rightarrow T = 0.95(T + \Delta T)$ $T = 0.95T + 0.95\Delta T \Rightarrow 0.05T = 0.95\Delta T \Rightarrow \Delta T = \frac{0.05T}{0.95}$ <p>Con $T = 300.15 \text{ K}$:</p> $\Delta T = \frac{0.05 \times 300.15}{0.95} \approx \boxed{15.8 \text{ K}}$	

Recordar

$$R = 8,31 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}, \quad M_{\text{O}_2} = 32 \frac{\text{g}}{\text{mol}}, \quad 1 \text{ atm} = 1,01 \times 10^5 \text{ Pa}$$

Problema 2

Un gas ideal monoatómico se expande a presión constante desde un estado inicial a temperatura T_1 a otro final a T_2 . El proceso se realiza aportando una cantidad de calor Q lentamente y se determina de forma experimental la variación de volumen ΔV .

En función de T_1 , T_2 , Q y ΔV , calcular:

2.1	Calcular el número de moles del gas n .	4 pts
	<p>Solución: Para un gas ideal monoatómico en expansión a presión constante, el calor suministrado es:</p> $Q = nC_p\Delta T$ <p>donde $C_p = \frac{5}{2}R$ es el calor específico molar a presión constante para un gas monoatómico, y $\Delta T = T_2 - T_1$. Entonces:</p> $Q = n \cdot \frac{5}{2}R(T_2 - T_1) \Rightarrow n = \frac{2Q}{5R(T_2 - T_1)}$ <p>Por lo tanto, el número de moles del gas es:</p> $n = \frac{2Q}{5R(T_2 - T_1)}$	

2.2	Calcular la presión del gas P .	4 pts
	<p>Solución: al inicio:</p> $PV_1 = nRT_1 \quad (1)$ <p>al final:</p> $PV_2 = nRT_2 \quad (2)$ <p>de (1) y (2):</p> $P = \frac{nR(T_2 - T_1)}{\Delta V} \quad (3)$ <p>de 2.1 conocemos de manera explícita el valor de n:</p> $P = \frac{2Q}{5\Delta V}$	

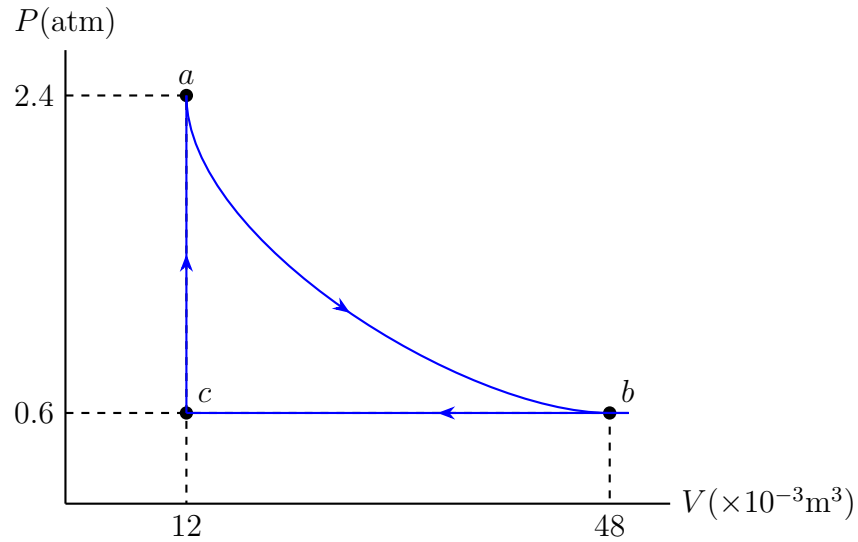
2.3	Calcular el volumen inicial V_1 .	4 pts
	<p>Solución: Como el gas se comporta idealmente y el proceso ocurre a presión constante, podemos usar la relación:</p> $\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \Rightarrow V_1 = \frac{T_1}{T_2} \cdot V_2$ <p>Sabemos que:</p> $V_2 = V_1 + \Delta V \Rightarrow V_1 = \frac{T_1}{T_2} \cdot (V_1 + \Delta V)$ <p>Despejando V_1:</p> $V_1 = \frac{T_1}{T_2} V_1 + \frac{T_1}{T_2} \Delta V \Rightarrow V_1 \left(1 - \frac{T_1}{T_2}\right) = \frac{T_1}{T_2} \Delta V$ <p>Finalmente:</p> $V_1 = \frac{T_1 \Delta V}{T_2 - T_1}$	

2.4	Calcular el trabajo realizado por el gas $W_{1 \rightarrow 2}$.	4 pts
	<p>Solución: El trabajo realizado por un gas ideal durante una expansión a presión constante es:</p> $W_{1 \rightarrow 2} = P \Delta V$ <p>de 2.2 sabemos que:</p> $P = \frac{2Q}{5\Delta V}$ <p>Finalmente:</p> $W_{1 \rightarrow 2} = \frac{2}{5} Q$	

2.5	Calcular variación de energía interna $\Delta U_{1 \rightarrow 2}$.	4 pts
	<p>Solución: de la primera ley de la termodinámica sabemos que:</p> $Q = W_{1 \rightarrow 2} + \Delta U \quad (4)$ <p>de (4):</p> $\Delta U = Q - W_{1 \rightarrow 2}$ <p>de 2.4 sabemos que:</p> $W_{1 \rightarrow 2} = \frac{2}{5}Q$ <p>Finalmente:</p> <div>$\Delta U = \frac{3}{5}Q$</div>	

Problema 3

Una muestra de 0.4 moles de un gas ideal experimenta diversos cambios al ir del estado a al estado b , al estado c y de regreso al estado a , a lo largo del ciclo mostrado en el siguiente diagrama P - V :



La trayectoria ab es una expansión a temperatura constante (expansión isotérmica).

3.1	Demostrar que $W_{a \rightarrow b} = nRT \ln \left(\frac{V_b}{V_a} \right)$	4 pts
	<p>Solución:</p> <p>Para un proceso de expansión isotérmica de un gas ideal a temperatura constante T, el trabajo realizado por el gas está dado por:</p> $W = \int_{V_a}^{V_b} P dV$ <p>Usamos la ecuación de estado de los gases ideales para sustituir P:</p> $P = \frac{nRT}{V} \Rightarrow W = \int_{V_a}^{V_b} \frac{nRT}{V} dV$ <p>Como n, R y T son constantes durante el proceso:</p> $W = nRT \int_{V_a}^{V_b} \frac{1}{V} dV = nRT [\ln V]_{V_a}^{V_b}$ <p>Finalmente:</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 10px; width: fit-content; margin: 10px auto;"> $W_{a \rightarrow b} = nRT \ln \left(\frac{V_b}{V_a} \right)$ </div>	

El calor específico molar a volumen constante del gas es $C_v = 20.8 \text{ J}/(\text{mol} \cdot \text{K})$.

3.2	Calcular las temperaturas en los estados a , b y c ; es decir, determinar T_a , T_b y T_c .	3 pts
	<p>Solución: Usamos la ecuación de estado del gas ideal:</p> $T = \frac{PV}{nR}$ <p>Datos:</p> $P_a = 2.4 \text{ atm} = 2.424 \times 10^5 \text{ Pa}, \quad V_a = 12 \times 10^{-3} \text{ m}^3$ $P_b = 0.6 \text{ atm} = 0.606 \times 10^5 \text{ Pa}, \quad V_b = 48 \times 10^{-3} \text{ m}^3$ $P_c = 0.6 \text{ atm} = 0.606 \times 10^5 \text{ Pa}, \quad V_c = 12 \times 10^{-3} \text{ m}^3$ $n = 0.4 \text{ mol}, \quad R = 8.31 \text{ J/(mol}\cdot\text{K)}$ <p>Cálculo de temperaturas:</p> $T_a = \frac{2.424 \times 10^5 \cdot 12 \times 10^{-3}}{0.4 \cdot 8.31} \approx \boxed{875.8 \text{ K}}$ $T_b = \frac{0.606 \times 10^5 \cdot 48 \times 10^{-3}}{0.4 \cdot 8.31} \approx \boxed{875.8 \text{ K}}$ $T_c = \frac{0.606 \times 10^5 \cdot 12 \times 10^{-3}}{0.4 \cdot 8.31} \approx \boxed{218.9 \text{ K}}$ <p>Esto confirma que la trayectoria ab es isotérmica, ya que $T_a = T_b$.</p>	

3.3	Calcular la variación de la energía interna en los procesos ab , bc y ca ; es decir, determinar ΔU_{ab} , ΔU_{bc} y ΔU_{ca} .	4 pts
	<p>Solución: La energía interna de un gas ideal depende solo de la temperatura:</p> $\Delta U = nC_v(T_{\text{final}} - T_{\text{inicial}})$ <p>Donde $C_v = 20.8 \text{ J}/(\text{mol} \cdot \text{K})$, y según la pregunta 3.2:</p> $T_a = T_b = 875.8 \text{ K}, \quad T_c = 218.9 \text{ K}, \quad n = 0.4 \text{ mol}$ <p>Proceso ab (isotérmico):</p> $\Delta U_{ab} = \boxed{0 \text{ J}}$ <p>Proceso bc:</p> $\Delta U_{bc} = 0.4 \cdot 20.8 \cdot (218.9 - 875.8) = 0.4 \cdot 20.8 \cdot (-656.9) \approx -5472.7 \text{ J}$ $\boxed{\Delta U_{bc} \approx -5.47 \times 10^3 \text{ J}}$ <p>Proceso ca:</p> $\Delta U_{ca} = 0.4 \cdot 20.8 \cdot (875.8 - 218.9) = 0.4 \cdot 20.8 \cdot 656.9 \approx 5472.7 \text{ J}$ $\boxed{\Delta U_{ca} \approx 5.47 \times 10^3 \text{ J}}$	

3.4	Calcular el trabajo en los procesos ab , bc y ca ; es decir, determinar $W_{a \rightarrow b}$, $W_{b \rightarrow c}$ y $W_{c \rightarrow a}$.	4 pts
	<p>Solución: Proceso ab: expansión isotérmica.</p> $W_{ab} = nRT \ln \left(\frac{V_b}{V_a} \right)$ $W_{ab} = 0.4 \cdot 8.31 \cdot 875.8 \cdot 1.386 \approx 4041.2 \text{ J} \Rightarrow \boxed{W_{ab} \approx 4.04 \times 10^3 \text{ J}}$ <p>Proceso bc: compresión a presión constante (isóbara).</p> $W_{bc} = P \cdot (V_c - V_b)$ <p>Donde:</p> $P = 0.6 \text{ atm} = 0.606 \times 10^5 \text{ Pa}, \quad V_c = 12 \times 10^{-3}, \quad V_b = 48 \times 10^{-3}$ $W_{bc} = 0.606 \times 10^5 \cdot (12 - 48) \times 10^{-3} = 0.606 \times 10^5 \cdot (-36 \times 10^{-3})$ $W_{bc} \approx -2181.6 \text{ J} \Rightarrow \boxed{W_{bc} \approx -2.18 \times 10^3 \text{ J}}$ <p>Proceso ca: volumen constante (isócora).</p> $W_{ca} = 0 \text{ J} \Rightarrow \boxed{W_{ca} = 0}$	

3.5	Calcular la eficiencia del proceso <i>abca</i> .	5 pts
	<p>Solución: La eficiencia η de un ciclo termodinámico se define como:</p> $\eta = \frac{W_{\text{neto}}}{Q_{\text{absorbido}}}$ <p>Trabajo neto:</p> $W_{\text{neto}} = W_{ab} + W_{bc} + W_{ca}$ $W_{\text{neto}} = 4.04 \times 10^3 + (-2.18 \times 10^3) + 0 = \boxed{1.86 \times 10^3 \text{ J}}$ <p>Calor absorbido: Solo en los procesos donde el sistema gana energía: - En <i>ab</i>: $\Delta U = 0$, $W > 0 \Rightarrow Q_{ab} = W_{ab} = 4.04 \times 10^3 \text{ J}$ - En <i>ca</i>: $\Delta U > 0$, $W = 0 \Rightarrow Q_{ca} = \Delta U_{ca} = 5.47 \times 10^3 \text{ J}$ Entonces:</p> $Q_{\text{absorbido}} = Q_{ab} + Q_{ca} = 4.04 \times 10^3 + 5.47 \times 10^3 = 9.51 \times 10^3 \text{ J}$ <p>Eficiencia:</p> $\eta = \frac{1.86 \times 10^3}{9.51 \times 10^3} \approx \boxed{0.1956} \Rightarrow \boxed{19.6\%}$	

Sugerencia:

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln |x| + C$$