Estructuras de Datos no Lineales

Práctica 6

Problemas de grafos I

TRABAJO PREVIO

Antes de asistir a la sesión de prácticas es obligatorio:

1. Imprimir copia de este enunciado.
2. Lectura profunda del mismo.
3. Reflexión sobre el contenido de la práctica y generación de la lista de dudas asociada a dicha práctica y a los problemas que la componen.
4. **Esbozo serio de solución** de los problemas en papel (al menos de los que se hayan entendido).

PASOS A SEGUIR

1. Para cada uno de los problemas escribir un módulo (de nombre por ejemplo `ejercicioN.cpp`) que contenga las funciones requeridas en el enunciado, para lo cual se hará uso de las clases y algoritmos de grafos proporcionados.
2. Escribir un programa de prueba de la solución propuesta para el problema, donde se realicen las llamadas a las funciones correspondientes definidas en el paso anterior, comprobando el resultado de salida para una batería suficientemente amplia de casos de prueba. Esto se puede hacer de dos maneras: Incluyendo la función `main()` en el fichero `ejercicioN.cpp` del paso anterior; o bien, creando un nuevo fichero `.cpp` para la función `main()`, que se compilará por separado y se enlazará con este `ejercicioN.cpp` anterior.

MATERIAL PARA LAS PRÁCTICAS DE GRAFOS (6 a 8)

Para la realización de ésta y siguientes prácticas el estudiante dispone, junto a este enunciado, de diversos ficheros de código C++ con las implementaciones de las distintas estructuras de datos para la representación de grafos, así como de los algoritmos de grafos estudiados en las clases teóricas. Además se han incluido algunas funciones de utilidad para la entrada y salida de grafos y para facilitar la presentación de los resultados de los ejercicios. Todo este material se distribuye entre varias cabeceras, que el alumno deberá incluir en los programas donde las use con los correspondientes `#include`, y ficheros `.cpp`, que habrá que enlazar con dichos programas.

1. **`grafoMA.[h|cpp]`**
   Clase `Grafo`. Grafo no ponderado mediante matriz de adyacencia.
2. **`grafoLA.[h|cpp]`**
   Clase `Grafo`. Grafo no ponderado mediante listas de adyacencia.

3. **`grafoPMC.h`**
   Clase genérica `GrafoP<T>`. Grafo ponderado con costes de tipo `T` representado mediante matriz de costes.
4. **`grafoPLA.h`**
   Clase genérica `GrafoP<T>`. Grafo ponderado con costes de tipo `T` representado mediante listas de adyacencia.

Estas cuatro clases tienen constructores para extraer grafos desde ficheros de texto y también tienen sobrecargado el operador de inserción (<<) para mostrar los grafos en flujos de salida. Para más detalles sobre otros métodos y sobre el formato de los ficheros de entrada consultar los comentarios insertados en los ficheros de cabecera.

5. **`alg_grafoMA.[h|cpp]`**
   Algoritmos para grafos no ponderados representados mediante matriz de adyacencia:
   - Recorridos en profundidad y anchura.
   - Algoritmo de Warshall.
6. **`alg_grafoPMC.h`**
   Algoritmos para grafos ponderados representados mediante matriz de costes:
   - Algoritmos de Dijkstra y Floyd.
   - Funciones para recuperar los caminos hallados mediante los algoritmos de Dijkstra y Floyd.
   - Algoritmos de Prim y Kruskal.
7. **`alg_grafo_E-S.[h|cpp]`**
   Operadores de inserción en flujo de salida para visualizar los resultados obtenidos con los anteriores algoritmos para grafos:
   - Sobrecarga del operador de inserción (<<) para vectores genéricos, el cual se puede emplear para presentar los resultados del algoritmo de Dijkstra (vectores de costes y vértices).
   - Sobrecarga del operador de inserción (<<) para matrices genéricas, que se puede usar para visualizar las matrices de costes y vértices que se obtienen con el algoritmo de Floyd.
   - Especialización del operador de inserción (<<) anterior para matrices de valores lógicos (`bool`). Sirve para imprimir el resultado del algoritmo de Warshall.
   - Sobrecarga del operador de inserción (<<) para listas de vértices de un grafo, que se puede utilizar para mostrar recorridos de grafos y los caminos de coste mínimo hallados con los algoritmos de Dijkstra y Floyd.

   Si se desea un formato de salida diferente, se puede prescindir de estos dos ficheros y definir a conveniencia otras sobrecargas de estos operadores.

8. **`matriz.h`**
   Clase genérica `matriz<T>`. Matriz cuadrada de valores de tipo `T`. Sencilla clase auxiliar para obtener los resultados de los algoritmos de Floyd y Warshall.
   La cabecera `matriz.h` ya se incluye en los ficheros de cabecera de los algoritmos de grafos (`alg_grafoMA.h` y `alg_grafoPMC.h`), por lo que no es necesario incluirla en los programas.

9. **`pilaenla.h`, `colaenla.h`, `listaenla.h`, `particion.[h|cpp]`, `apo.h`**
   Clases auxiliares requeridas para la implementación de grafos y de los diversos algoritmos. Estas cabeceras normalmente no habrá que incluirlas en los programas, pues ya están incluidas en los ficheros donde hacen falta, aunque será necesario enlazar `particion.cpp` cuando se use el algoritmo de Kruskall.

PROBLEMAS

1. Añadir una función genérica, llamada `DijkstraInv`, en el fichero `alg_grafoPMC.h` para resolver el problema inverso al de Dijkstra, con los mismos tipos de parámetros y de resultado que la función ya incluida para éste. La nueva función, por tanto, debe hallar el camino de coste mínimo hasta un destino desde cada vértice del grafo y su correspondiente coste.

2. Definiremos el *pseudocentro* de un grafo conexo como el nodo del mismo que minimiza la suma de las distancias mínimas a sus dos nodos más alejados. Definiremos el *diámetro* del grafo como la suma de las distancias mínimas a los dos nodos más alejados del pseudocentro del grafo.

Dado un grafo conexo representado mediante matriz de costes, implementa un subprograma que devuelva la longitud de su diámetro.

3. Tu empresa de transportes "PEROTRAVEZUNGRAFO S.A." acaba de recibir la lista de posibles subvenciones del Ministerio de Fomento en la que una de las más jugosas se concede a las empresas cuyo grafo asociado a su matriz de costes sea acíclico. ¿Puedes pedir esta subvención?

Implementa un subprograma que a partir de la matriz de costes nos indique si tu empresa tiene derecho a dicha subvención.

4. Se necesita hacer un estudio de las distancias mínimas necesarias para viajar entre dos ciudades cualesquiera de un país llamado Zuelandia. El problema es sencillo pero hay que tener en cuenta unos pequeños detalles:

a) La orografía de Zuelandia es un poco especial, las carreteras son muy estrechas y por tanto solo permiten un sentido de la circulación. Grafo dirigido
b) Actualmente Zuelandia es un país en guerra. Y de hecho hay una serie de ciudades del país que han sido tomadas por los rebeldes, por lo que no pueden ser usadas para viajar. Nodos que no estan conectado su fila y columna a ∞
c) Los rebeldes no sólo se han apoderado de ciertas ciudades del país, sino que también han cortado ciertas carreteras, (por lo que estas carreteras no pueden ser usadas). Algunos nodos tienen aristas ∞
d) Pero el gobierno no puede permanecer impasible ante la situación y ha exigido que absolutamente todos los viajes que se hagan por el país pasen por la capital del mismo, donde se harán los controles de seguridad pertinentes. Hay que pasar siempre por un nodo concreto

Dadas estas cuatro condiciones, se pide implementar un subprograma que dados

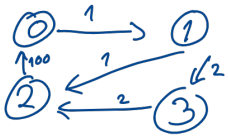
- el grafo (matriz de costes) de Zuelandia en situación normal,
- la relación de las ciudades tomadas por los rebeldes,
- la relación de las carreteras cortadas por los rebeldes
- y la capital de Zuelandia,

calcule la matriz de costes mínimos para viajar entre cualesquiera dos ciudades zuelandesas en esta situación.

5. Escribir una función genérica que implemente el algoritmo de Dijkstra usando un grafo ponderado representado mediante listas de adyacencia.

3 Tipos de grafos: Matriz de costes ← + USADA
Matriz de adyacencia
listas de adyacencia
Usará según naturaleza uno u otro

1) Dijkstra calcula el coste mínimo para llegar a todos los nodos desde un origen, dijkstra inverso devuelve los caminos mínimos para llegar a un nodo

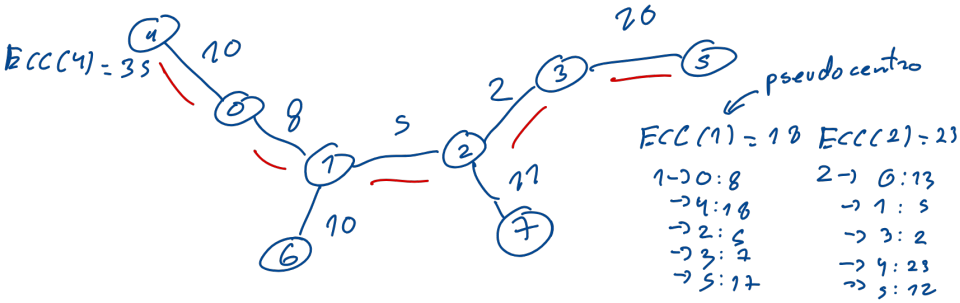


[∞ 1 ∞ ∞]
[∞ ∞ 1 2]
[100 ∞ ∞ ∞]
[∞ ∞ 2 ∞]

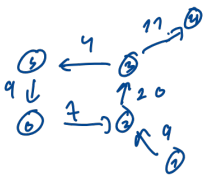
Anotado los cambios en las diapositivas de grafos Dijkstra

2) La excentricidad o el camino más largo de un nodo
Diametro es el camino + grande que tenga un nodo
El pseudocentro estará en un nodo del diametro que su excentricidad sea la mas pequeña

4 -> 0 : 16
-> 1 : 18
-> 2 : 23
-> 3 : 25
-> 5 : 35
-> 6 : 28
-> 7 : 34



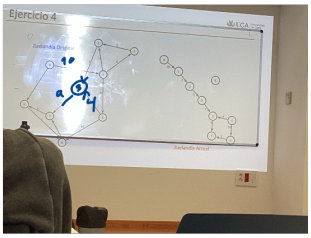
3) Comprobar que de un nodo puede volver así mismo



Solo hay que cambiar en Dijkstra el valor de origen-origen a ∞.

Hay que comprobar que ∃ al menos un nodo que su coste a si mismo sea distinto de ∞

```
while(!aciclico && i<N){
   coste = Dijkstra a nodo i
   if coste[i][i] != INF
      aciclico = true
   i++;
}
```

4) 

A donde puedo ir desde la capital
Que nodos llegan a la capital

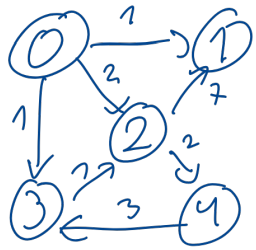
Solo hay que hacer dijkstra y dijkstra inverso a la capital y tengo que devolver una matriz con todas las posibilidades

[Dijkstra inverso + dijkstra ∞]

calcule la matriz de costes mínimos para viajar entre cualesquiera dos ciudades zuelandesas en esta situación.

5. Escribir una función genérica que implemente el algoritmo de Dijkstra usando un grafo ponderado representado mediante listas de adyacencia.

S/ Se tiene una lista con los nodos adyacentes:



0: [1|1] ⇝ [2|2] ⇝ [3|1]
1:
2: [1|7] ⇝ [4|2]
3: [2|1]
4: [3|3]