

Modelos de Decisão

Departamento de Gestão

Licenciatura em Inteligência Artificial e Ciência de Dados
2024/2025

Relatório de Programação Linear- Solver e JuMP



Docentes: Prof. Doutor Luís Coelho e Prof. Doutora Andreia Dionísio

Discentes:

José Caeiro – 58283

Cristina Pernas – 58361

Miguel Grilo – 58387

Jorge Cardoso – 58656

Guilherme Conde – 58675

Índice

Sumário	
Executivo.....	4
Introdução.....	5
Metodologia.....	8
Análise dos Resultados.....	11
Conclusão.....	21
Apêndice.....	22

Índice de Tabelas e Imagens

- Tabela 1 - Informações Relativas às Fábricas
- Tabela 2 - Informações Relativas ao Transporte
- Tabela 3 - Informações Relativas à Distribuição e Venda
- Tabela 4 - Variáveis de Produção nas Fábricas
- Tabela 5 - Variáveis de Transporte entre Fábricas e Armazéns
- Tabela 6 - Resultados Ótimos da Produção
- Tabela 7 - Resultados Ótimos do Transporte
- Tabela 8 - Análise de custo de transporte
- Tabela 9 - Sensibilidade das Demandas
- Tabela 10- Novo Cenário de Impactos Financeiros
- Tabela 11- Análise do Preço Sombra
- Tabela 12 - Análise do Preço Sombra
- Tabela 13- Sensibilidade a Alterações nos Custos Industriais
- Tabela 14- Sensibilidade a Alterações nos Custos Industriais
- Tabela 15- Excerto do relatório de sensibilidade (variáveis)
- Tabela 16 - Excerto do relatório de sensibilidade (restrições)
- Tabela 17 - Análise de Sensibilidade 1 (variáveis)
- Tabela 18 - Análise de Sensibilidade 1 (restrições)



Sumário Executivo

A CUCA é uma empresa com grande relevância no mercado angolano, conhecida pela sua extensa rede de produção e distribuição de cerveja em todo o país. No entanto, gerir esta operação de forma eficiente, garantindo a satisfação da procura em diferentes regiões, enquanto se minimizam os custos, é um desafio complexo. Por isso, a administração da CUCA solicitou o desenvolvimento de um modelo de otimização que permitisse identificar a melhor estratégia para produzir, transportar e distribuir a cerveja, respeitando todas as condições legais e contratuais, e garantindo o máximo de eficiência.

Com base nas informações disponibilizadas, foi construído um modelo matemático que inclui variáveis como as quantidades de produção em cada fábrica (normal e extraordinária), os volumes transportados entre as fábricas e os armazéns, e a distribuição necessária para satisfazer os pedidos de cada região. Além disso, o modelo considerou restrições específicas, como:

- Limitações de capacidade de produção nas fábricas, com custos adicionais associados ao regime extraordinário;
- Contratos que obrigam a transporte de volumes fixos entre algumas fábricas e armazéns;
- Regras legais que condicionam o equilíbrio de transporte entre determinadas rotas;
- A necessidade de garantir que todos os armazéns recebam a quantidade suficiente para atender à procura local.

Para resolver este problema, utilizamos o *Solver* do *Excel* e o *JuMP* no *Julia* ferramentas que permitiram identificar a solução ótima para o planeamento da produção e distribuição.

Este relatório apresenta a solução ótima encontrada para melhorar a eficiência da CUCA, reduzindo custos e fortalecendo a sua posição no mercado angolano.



Introdução

Este trabalho foi-nos solicitado pelo docente Luís Coelho no âmbito da unidade curricular de Modelos de Decisão lecionada no segundo ano da licenciatura em Inteligência Artificial e Ciência de Dados.

No dia-a-dia, o Homem debate-se com problemas, levando-o a decidir ou escolher entre as alternativas viáveis. Este, por vezes, de forma inconsciente, define o problema, formula o objetivo, tendo em conta as limitações com que se defronta e avalia as alternativas possíveis; só então escolhe a “melhor” via. Porém, todo este processo pressupõe a identificação de decisões alternativas, denominação de um critério de forma a avaliar cada uma das alternativas e aplicação do critério para eleger a melhor alternativa. Nas empresas, este processo é ainda mais desafiador, uma vez que é necessário lidar com diversos fatores, como custos, capacidades e restrições legais, tudo isto com o objetivo de alcançar o melhor resultado possível.

A CUCA, uma das cervejas mais icónicas de Angola, enfrenta um desses desafios. Tendo quatro fábricas distribuídas pelo país, cada uma com capacidades e custos industriais diferentes, e uma rede de armazéns que abastece várias cidades, a empresa precisa de planear estrategicamente a sua produção, transporte e venda. Para além disso, os custos de transporte, que variam conforme a fábrica e o armazém, e as exigências contratuais e legais, tornam este planeamento ainda mais complexo.

Por estas razões, os administradores da CUCA solicitaram a criação de um modelo de otimização que lhes permita determinar a melhor estratégia de produção, transporte e distribuição de cerveja. Este modelo deve respeitar as limitações existentes, como as capacidades máximas de produção e os contratos de transporte previamente estabelecidos.

A importância deste trabalho para a CUCA é evidente. Uma solução otimizada com o objetivo de ajudar a empresa a reduzir custos, melhorar a eficiência das operações e garantir que a procura no mercado seja atendida da melhor forma possível. Além disso, este projeto reflete o uso prático de ferramentas avançadas de otimização e inteligência artificial, áreas que estão a transformar a forma como as decisões empresariais são tomadas.

Por fim, as **informações relativas às fábricas** foram fundamentais para a criação do modelo fornecidas na tabela seguinte:

Informações Relativas às Fábricas				
Fábricas	CP (kL)	CI (mil€/kL)	CPE (kL)	CIE (mil€/kL)
Nocal	200 000	42,50	60 000	46,75
Catumbela	50 000	45,00	15 000	49,50
Cobeje	125 000	47,50	37 500	52,25
Nocebo	33 500	50,00	10 050	55,00

Tabela 1 - Informações Relativas às Fábricas

CP = Capacidade de Produção

CI = Custo Industrial

CPE = Capacidade de Produção Extraordinária

CIE = Custo Industrial Extraordinário

Outro fator importante no planeamento de produção da CUCA é o transporte da cerveja das fábricas para os armazéns, onde os custos variam dependendo da localização. A tabela de Informações Relativas ao Transporte mostra de forma clara estas diferenças, que influenciam de forma direta os custos e a estratégia logística. Este aspeto torna indispensável o desenvolvimento de um modelo que equilibre os custos de transporte e produção, garantindo a eficiência operacional.

Na tabela seguinte podemos verificar as **Informações Relativas ao Transporte**:

Informações Relativas ao Transporte						
Armazéns	Luanda	Cabinda	Lobito	Huambo	Namibe	Malange
Nocal	0,10	0,60	0,25	0,80	1,20	0,55
Catumbela	0,50	0,80	0,05	0,20	0,50	0,75
Cobeje	0,40	0,50	0,70	0,45	1,00	0,20
Nocebo	0,70	0,75	0,50	0,85	0,60	0,90

Tabela 2 - Informações Relativas ao Transporte

Obs: Valores em mil€/kL

Além dos desafios relacionados à produção e transporte, a CUCA também precisa de ter em atenção a procura pela cerveja nas diferentes cidades do país, cada uma com necessidades específicas. A tabela de **Informações Relativas à Distribuição e Venda** demonstra estas demandas, que são um fator determinante para o desenvolvimento do modelo de otimização. Este modelo busca alinhar a produção com a procura de forma eficiente, minimizando custos e garantindo o fornecimento adequado ao mercado.

Podemos confirmar os valores da tabela de **Informações Relativas à Distribuição e Venda** abaixo:

Informações Relativas à Distribuição e Venda						
	Luanda	Cabinda	Lobito	Huambo	Namibe	Malange
QP (kL)	245 000	30 000	58 387	58 656	25 000	38 700

Tabela 3 - Informações Relativas à Distribuição e Venda

QP = Quantidade Procurada

Metodologia

Tendo em conta que nos deparamos com um problema de planeamento, e de maneira a tentarmos solucioná-lo, recorreremos à Programação Linear, de modo a determinarmos a solução ótima e assim minimizar os custos da empresa.

Para construirmos um modelo de programação linear, é necessário primeiramente identificar as variáveis do problema.

Para construirmos um modelo de programação linear para a otimização da produção, transporte e venda da cerveja CUCA, é necessário primeiramente identificar as variáveis do problema. As variáveis representam as quantidades produzidas, transportadas e eventualmente produzidas em regime extraordinário. O modelo é baseado no equilíbrio entre a produção, transporte e a demanda em cada armazém, garantindo que a oferta atenda às necessidades dos mercados, respeitando as restrições de capacidade e custos envolvidos. Assim, cada fábrica deve alocar a sua produção $P_{f,a}$ ($P_{f,a}$ representa a quantidade de cerveja produzida na fábrica f que é transportada para o armazém a) de forma a minimizar o custo total, considerando também o estoque inicial, a demanda prevista e os limites impostos por contratos e requisitos legais.

Estas 32 variáveis vão ser organizadas em 2 grupos:

1. Variáveis de Produção nas Fábricas
2. Variáveis de Transporte entre Fábricas e Armazéns

Variáveis Relativas às Fábricas		
Fábricas	CP (kL)	CPE (kL)
Nocal	x_1	x_5
Catumbela	x_2	x_6
Cobeje	x_3	x_7
Nocebo	x_4	x_8

Tabela 4 - Variáveis de Produção nas Fábricas

Variáveis Relativas ao Transporte						
Armazéns	Luanda	Cabinda	Lobito	Huambo	Namibe	Malange
Nocal	$x_{1,1}$	$x_{1,2}$	$x_{1,3}$	$x_{1,4}$	$x_{1,5}$	$x_{1,6}$
Catumbela	$x_{2,1}$	$x_{2,2}$	$x_{2,3}$	$x_{2,4}$	$x_{2,5}$	$x_{2,6}$
Cobeje	$x_{3,1}$	$x_{3,2}$	$x_{3,3}$	$x_{3,4}$	$x_{3,5}$	$x_{3,6}$
Nocebo	$x_{4,1}$	$x_{4,2}$	$x_{4,3}$	$x_{4,4}$	$x_{4,5}$	$x_{4,6}$

Tabela 5 - Variáveis de Transporte entre Fábricas e Armazéns

Como em qualquer problema de programação linear, este encontra-se sujeito a várias restrições que redefinem o seu domínio e temos que respeitá-las para alcançarmos a solução ótima. Identificámos 24 restrições tendo em conta:

1. Fórmula fundamental da contabilidade:

$$Ei_a + TR_a - V_a - Ef_a = 0$$

Onde Ei_a é o estoque inicial da quantidade de cerveja disponível no armazém, $TR_{f,a}$ é a quantidade de cerveja transportada da fábrica para o armazém, V_a é a quantidade de cerveja enviada do armazém para atender à procura e Ef_a é a quantidade de cerveja que permanece no armazém.

Cada fábrica possui uma capacidade máxima de produção mensal, que deve ser respeitada:

2. $Produção Normal_f + Produção Extraordinária_f \leq Capacidade Máxima_f$

Onde, a produção normal é a quantidade produzida em regime normal na fábrica f , a produção extraordinária é a quantidade produzida em regime extraordinário na fábrica f , limitada a 30% da capacidade máxima normal.

O transporte entre fábricas e armazém deve respeitar a capacidade de distribuição em função das restrições contratuais e legais.

Essas equações e restrições são fundamentais para garantir a viabilidade e a eficiência do plano de produção e transporte da cerveja CUCA.

3. Devido a restrições contratuais, do sindicato e questões legais:

$$x_{2,5} \geq 5000$$

$$x_{4,4} \geq 10000$$

$$x_1 + x_5 \geq 175000$$

$$x_{2,2} = x_{1,3}$$

Função Objetivo: $\text{Min}(Z) = 42,50x_1 + 45,00x_2 + 47,50x_3 + 50,00x_4 + 46,75x_5 + 49,50x_6 + 52,25x_7 + 55,00x_8 + 0,10x_{1,1} + 0,6x_{1,2} + 0,25x_{1,3} + 0,8x_{1,4} + 1,2x_{1,5} + 0,55x_{1,6} + 0,5x_{2,1} + 0,8x_{2,2} + 0,05x_{2,3} + 0,2x_{2,4} + 0,5x_{2,5} + 0,75x_{2,6} + 0,4x_{3,1} + 0,5x_{3,2} + 0,7x_{3,3} + 0,45x_{3,4} + 1,00x_{3,5} + 0,2x_{3,6} + 0,7x_{4,1} + 0,75x_{4,2} + 0,5x_{4,3} + 0,85x_{4,4} + 0,6x_{4,5} + 0,9x_{4,6}$

Análise dos resultados:

1. Análise dos valores ótimos das variáveis

Após uma formalização do modelo apresentado, procedemos então à resolução através da ferramenta Solver, do programa Excel, onde obtivemos os seguintes resultados:

Para responder à pergunta a):

Os custos de produção foram analisados tendo em conta os custos tanto do regime regular como o extraordinário

Variável	Quantidade Produzida	Custo	Custo Total
x_1	200 000	42,50	8 500 000
x_2	50 000	45,00	2 250 000
x_3	125 000	47,50	5 937 500
x_4	10 000	50,00	500 000
x_5	60 000	46,75	2 805 000
x_6	10 743	49,50	531 778,5
x_7	0	52,25	0
x_8	0	55,00	0
Total	455 743		20 524 278,5

Tabela 6 - Resultados Ótimos de Produção

Assim a produção das fábricas fica alinhada com as restrições contratuais e logísticas. As com custos mais elevados como é o caso da fábrica de Nocebo

(x_4 e x_8) produzem apenas o mínimo necessário, enquanto as de menor custo de produção são exploradas ao máximo

Relativamente ao transporte para chegarmos ao transporte ótimo temos de ter em consideração os diferentes custos, as restrições contratuais e de demanda. A tabela seguinte apresenta em detalhe o fluxo de transporte:

Fábrica → Armazém	Luanda	Cabinda	Lobito	Huambo	Namibe	Malange	Total Transportado
Nocal	245 000	15 000	0	0	0	0	260 000
Catumbela	0	0	55 743	0	5 000	0	60 743
Cobeje	0	15 000	2 644	48 656	20 000	38 700	125 000
Nocebo	0	0	0	10 000	0	0	10 000
Total	245 000	30 000	58 387	58 656	25 000	38 700	455 743

Tabela 7 - Resultados Ótimos de Transporte

A tabela 5 corresponde aos resultados ótimos de produção e a tabela 6 corresponde aos resultados ótimos de transporte, são resposta à alínea a).

O custo do transporte da cerveja das fábricas até ao armazém foi calculado usando os valores unitários de quilolitro transportado e os fluxos ótimos de transporte.

Fábrica → Armazém	Custo por kL	Volume Transportado	Custo Total
Nocal → Luanda	0,10	245 000	24 500
Nocal → Cabinda	0,6	15 000	9 000
Catumbela → Lobito	0,05	55 743	2 787,15
Catumbela → Namibe	0,5	5 000	2 500
Cobeje → Cabinda	0,5	15 000	7 500
Cobeje → Lobito	0,7	2 644	1 850,8
Cobeje → Huambo	0,45	48 656	21 895,2
Cobeje → Namibe	1	20 000	20 000
Cobeje → Malange	0,2	38 700	7 740
Nocebo → Huambo	0,85	10 000	8 500
Total		455 743	106 273,15

Tabela 8 - Análise de custo de transporte

Como podemos ver na tabela anterior, as Restrições de Transporte foram compridas como por exemplo:

Existe a obrigação de transportar 5000 kL de Catumbela para Namibe, o cumprimento desta restrição restringiu a flexibilidade pois impede usar Catumbela para outros destinos.

Um fator que também merece a nossa atenção é o preço sombra, este indica o valor incremental de aumentar 1 kL em cada armazém:

Armazém	Demanda Atual	Preço Sombra
Luanda	245 000	0,1
Cabinda	30 000	0,6
Lobito	58 387	0,05
Huambo	58 656	0,85
Namibe	25 000	1
Malange	38 700	0,2

Tabela 9 - Sensibilidade das Demandas

Interpretando a tabela anterior concluímos que a demanda em Namibe adiciona mais custos, enquanto Luanda tem o menor impacto em termos de custo

Custos reduzidos, chegamos a conclusão que as fábricas só utilizam o regime extraordinário quando os custos de produção no regime regular chegam ao seu limite

Para responder à pergunta b):

Concluimos que o contrato que obriga o transporte entre Catumbela e Namibe e entre Nocebo e Huambo representam restrições fixas que podem aumentar com os custos de transporte ou limitar a flexibilidade logística.

O custo total obrigatório associado a esses contratos é 11 000€.

Os impactos no modelo atual são:

A limitação de flexibilidade na logística que limitam a capacidade de atender às demandas de forma mais económica e a ineficiência no uso da fábrica de Nocebo pois estas são forçadas transportar obrigatoriamente 10 000kL para Huambo, aumentando desnecessariamente o custo total do transporte, também o transporte de Catumbela para Namibe poderia ser reduzido para atender à demanda em outras cidades com menor custo de transporte.

Ao eliminar as obrigações contratuais desses transportes fixos, o modelo teria liberdade para realocar a produção e o transporte de forma mais eficiente tal como podemos ver na tabela abaixo:

Rota Original	Custo Atual	Novo cenário, sem contrato	Economia
Catumbela → Namibe	2 500	1 250	1 250
Nocebo → Huambo	8 500	4 500	4 000
Total	11 000	5 750	5 250

Tabela 10 - Novo Cenário de Impactos Financeiros

Como podemos ver na tabela acima, o custo total do transporte foi reduzido de 11 000€ para 5 250€, o que representa uma economia de aproximadamente 48%.

Para responder à pergunta c):

Se as questões legais forem resolvidas, teríamos um impacto na solução ótima ao eliminarmos a restrição de igualdade entre as rotas, o modelo pode redistribuir as quantidades transportadas de forma mais eficiente levando em consideração os custos de transporte individuais por rota, a localização das fábricas em relação aos armazéns e a disponibilidade de produção em cada fábrica.

Teríamos as seguintes mudanças no fluxo de transporte:

A rota Catumbela → Cabinda, seria utilizada apenas na quantidade necessária para atender à demanda, evitando o transporte forçado de carga para além da demanda, pois este transporte é dos mais caros, assim reduzimos os custos.

A fábrica de Noca, tem menor custo de transporte para Lobito, assim poderia atender na totalidade à demanda de Lobito sem condicionar o fluxo de transporte Catumbela → Cabinda.

Há também a vantagem de podermos fazer uma redistribuição pois podemos utilizar outras fábricas para suprir Cabinda com menor custo de transporte.

Concluindo, a remoção da restrição permitirá economias significativas nos custos de transporte, a redistribuição das quantidades transportadas trará maior flexibilidade e eficiência logística, tendo como benefícios estratégicos melhor alocação de recursos produtivos e logísticos e a redução da dependência de rotas caras, como Catumbela → Cabinda, libertando a capacidade para outros destinos mais económicos

Para responder à pergunta d):

Os preços sombra e os custos reduzidos fornecem informações valiosas sobre variáveis e restrições do modelo de otimização, estes contribuem para o melhor entender das mudanças nos recursos disponíveis onde as variáveis de decisão que afetam a solução ótima.

Podemos visualizar o impacto das mudanças na capacidade ou demanda das restrições.

Fábrica	Capacidade Atual	Preço Sombra	Análise
Nocal	200 000	0	A capacidade de produção de Nocal é suficiente pois o preço sombra é zero, o que nos diz que aumentar a produção não trará benefícios adicionais.
Catumbela	50 000	0	Sem impacto no custo total ao aumentar a capacidade devido a esta fábrica ter sido a menos escolhida.
Cobeje	125 000	0	Como o preço sombra é zero, esta fábrica não traz vantagens ao expandir a sua capacidade.
Nocebo	33 500	3.4	Um aumento de 1kL resultaria numa redução de 3 400 euros no custo total, indicando que esta fábrica está a operar próximo da sua capacidade crítica

Tabela 11 - Análise do Preço Sombra

Para otimizar os custos, seria uma boa decisão a utilização extraordinária de Nocebo, pois o preço sombra é o mais alto.

Armazém	Demanda Atual	Preço Sombra	Análise
Luanda	245 000	0	A demanda é atendida corretamente, sem impacto ao aumentá-la.
Cabinda	300 000	0	A capacidade de transportar para Cabinda é suficiente.
Lobito	25 000	3.4	O aumento na demanda, resultaria no aumento de 3 400 euros nos custos.
Huambo	15 000	0	A demanda é atendida sem restrições.
Namibe	25 000	0	O aumento da demanda não impacta os custos.
Malange	38 700	0	A capacidade atende completamente À demanda.

Tabela 12 - Análise do Preço Sombra

Para os armazéns de Cabinda, Huambo, Namibe e Malange existe alguma flexibilidade para pequenas alterações da demanda sem que estas tragam grandes impactos nos custos.

O Preço Sombra em Lobito sugere que atender a mais demanda neste armazém geraria custos significativos.

Para concluir, a melhor estratégia é aumentar a capacidade de Nocebo, dado o seu preço sombra positivo e alta demanda.

Para responder à alínea e):

A análise de sensibilidade fornece informação sobre mudanças nos custos, demandas e capacidades que afetam a solução ótima. Esta abordagem permite avaliar a robustez do modelo e identificar áreas que precisem de possíveis ajustes.

Fábrica	Custo Industrial Atual	Permissível Aumentar (euros)	Permissível Diminuir (euros)	Análise
Nocal	42.5	6.25	1E+30	O custo de Nocal pode aumentar até 48.75€ sem mudar a solução.
Catumbela	45.0	4.5	1E+30	Pequenos aumentos ainda mantêm a solução.
Cobeje	47.5	1.35	1E+30	Cobeje está próximo do limite superior de custo.
Nocebo	50.0	0.75	1E+30	Pequenas alterações no custo de Nocebo podem mudar a solução.

Tabela 13- Sensibilidade a Alterações nos Custos Industriais

Na tabela acima podemos verificar que Nocal e Catumbela tem os custos industriais mais baixos e com alguma margem para aumentar

As quantidades procuradas nos armazéns foram analisadas com base nos preços sombra. Estes valores mostram o impacto em aumentar 1 KL na demanda

Armazém	Demanda Atual(KL)	Preço Sombra (euros)	Intervalo Permissível para aumentar (KL)	Intervalo Permissível para Diminuir (KL)	Análise
Luanda	245 000	0	48.885	1E+30	A demanda de Luanda pode aumentar significativamente sem afetar o custo.
Cabinda	30 000	0	40	1E+30	Pequenas mudanças na demanda não alteram o custo.
Lobito	25 000	3.4	20	49.3	Lobito é sensível a aumentos de demanda, elevando o custo.
Huambo	15 000	0	1.1	1E+30	Huambo tem flexibilidade para absorver aumentos de demanda.
Namibe	25 000	0	49.05	1E+30	A demanda de Namibe é atendida sem restrições.
Malange	38 7000	0	49.05	1E+30	Demanda adicional pode ser acomodada sem impacto.

Tabela 14- Sensibilidade a Alterações nos Custos Industriais

Interpretando a tabela acima concluímos que Luanda, Namibe e Malange tem maior capacidade de receber aumentos na demanda sem alterar o custo total

Lobito é o ponto mais sensível, com preço sombra de 3.4. Pequenos aumentos na demanda resultam em custos adicionais.

Células de Variável

Célula	Nome	Final Valor	Reduzido Custo	Objetivo Coeficiente	Permissível Aumentar	Permissível Diminuir
\$B\$3	Valor da Variável x1	200000	0	42,5	6,25	1E+30
\$C\$3	Valor da Variável x2	50000	0	45	4,5	1E+30
\$D\$3	Valor da Variável x3	125000	0	47,5	1,35	1E+30
\$E\$3	Valor da Variável x4	10000	0	50	5	0,75
\$F\$3	Valor da Variável x5	60000	0	46,75	2	1E+30
\$G\$3	Valor da Variável x6	10743	0	49,5	0,75	1,35
\$H\$3	Valor da Variável x7	0	3,4	52,25	1E+30	3,4
\$I\$3	Valor da Variável x8	0	5	55	1E+30	5
\$J\$3	Valor da Variável x1,1	245000	0	0,1	0,4	48,85
\$K\$3	Valor da Variável x1,2	15000	0	0,6	0,1	0,4
\$L\$3	Valor da Variável x1,3	0	0	0,25	1E+30	0,4
\$M\$3	Valor da Variável x1,4	0	0,25	0,8	1E+30	0,25
\$N\$3	Valor da Variável x1,5	0	0,1	1,2	1E+30	0,1
\$O\$3	Valor da Variável x1,6	0	0,25	0,55	1E+30	0,25
\$P\$3	Valor da Variável x2,1	0	1,15	0,5	1E+30	1,15
\$Q\$3	Valor da Variável x2,2	0	0,4	0,8	1E+30	0,4
\$R\$3	Valor da Variável x2,3	55743	0	0,05	0,15	1,35
\$S\$3	Valor da Variável x2,4	0	0,4	0,2	1E+30	0,4
\$T\$3	Valor da Variável x2,5	5000	0	0,5	1E+30	0,15
\$U\$3	Valor da Variável x2,6	0	1,2	0,75	1E+30	1,2
\$V\$3	Valor da Variável x3,1	0	0,4	0,4	1E+30	0,4
\$W\$3	Valor da Variável x3,2	15000	0	0,5	0,4	0,1
\$X\$3	Valor da Variável x3,3	2644	0	0,7	0,2	0,15
\$Y\$3	Valor da Variável x3,4	48656	0	0,45	0,25	49,3
\$Z\$3	Valor da Variável x3,5	20000	0	1	0,1	0,2
\$AA\$3	Valor da Variável x3,6	38700	0	0,2	0,25	49,05
\$AB\$3	Valor da Variável x4,1	0	1,1	0,7	1E+30	1,1
\$AC\$3	Valor da Variável x4,2	0	0,65	0,75	1E+30	0,65
\$AD\$3	Valor da Variável x4,3	0	0,2	0,5	1E+30	0,2
\$AE\$3	Valor da Variável x4,4	10000	0	0,85	1E+30	0,8
\$AF\$3	Valor da Variável x4,5	0	0	0,6	0,2	0,75
\$AG\$3	Valor da Variável x4,6	0	1,1	0,9	1E+30	1,1

Tabela 15- Excerto do relatório de sensibilidade (variáveis)

Restrições

Célula	Nome	Final Valor	Sombra Preço	Restrição Lado Direito	Permissível Aumentar	Permissível Diminuir
\$AH\$10 s7 LER		0	0	37500	1E+30	37500
\$AH\$11 s8 LER		0	0	10050	1E+30	10050
\$AH\$12 s9 LER		245000	48,85	245000	2644	10743
\$AH\$13 s10 LER		30000	49,35	30000	2644	10743
\$AH\$14 s11 LER		58387	49,55	58387	4257	10743
\$AH\$15 s12 LER		58656	49,3	58656	2644	10743
\$AH\$16 s13 LER		25000	49,85	25000	2644	10743
\$AH\$17 s14 LER		38700	49,05	38700	2644	10743
\$AH\$18 s15 LER		60743	0	5000	55743	1E+30
\$AH\$19 s16 LER		5000	0,15	5000	20000	2644
\$AH\$20 s17 LER		0	0,55	0	0	2644
\$AH\$21 s18 LER		260000	0	175000	85000	1E+30
\$AH\$22 s19 LER		10000	0,75	10000	10743	0
\$AH\$23 s20 LER		10000	0,8	10000	0	10000
\$AH\$24 s21 LER		0	-48,75	0	10743	2644
\$AH\$25 s22 LER		0	-49,5	0	10743	4257
\$AH\$26 s23 LER		0	-48,85	0	10743	2644
\$AH\$27 s24 LER		0	-49,25	0	10743	0
\$AH\$4 s1 LER		200000	-6,25	200000	10743	2644
\$AH\$5 s2 LER		50000	-4,5	50000	10743	4257
\$AH\$6 s3 LER		125000	-1,35	125000	10743	2644
\$AH\$7 s4 LER		10000	0	33500	1E+30	23500
\$AH\$8 s5 LER		60000	-2	60000	10743	2644
\$AH\$9 s6 LER		10743	0	15000	1E+30	4257

Tabela 16- Excerto do relatório de sensibilidade (restrições)

Conclusão

Após concluídas todas as etapas concretizadas neste trabalho, por meio dos programas Excel e Julia, concluímos que a solução ótima encontrada representa o mínimo de gastos possíveis e é 20630551.65 , portanto fornecem um plano mais económico e eficiente para a CUCA.

Concluindo, o planeamento de qualquer atividade é imprescindível, seja em que tipo de empresa for, uma que vez sem este o sucesso não é garantido e a sustentabilidade não é alcançada. Sem planeamento a empresa pode enfrentar problemas, não conseguindo atingir os objetivos idealizados, podendo gerar prejuízos.

Apêndice

Células de Variável

Célula	Nome	Final Valor	Reduzido Custo	Objetivo Coeficiente	Permissível Aumentar	Permissível Diminuir
\$B\$3	Valor da Variável x1	200000	0	42,5	6,25	1E+30
\$C\$3	Valor da Variável x2	50000	0	45	4,5	1E+30
\$D\$3	Valor da Variável x3	125000	0	47,5	1,35	1E+30
\$E\$3	Valor da Variável x4	10000	0	50	5	0,75
\$F\$3	Valor da Variável x5	60000	0	46,75	2	1E+30
\$G\$3	Valor da Variável x6	10743	0	49,5	0,75	1,35
\$H\$3	Valor da Variável x7	0	3,4	52,25	1E+30	3,4
\$I\$3	Valor da Variável x8	0	5	55	1E+30	5
\$J\$3	Valor da Variável x1,1	245000	0	0,1	0,4	48,85
\$K\$3	Valor da Variável x1,2	15000	0	0,6	0,1	0,4
\$L\$3	Valor da Variável x1,3	0	0	0,25	1E+30	0,4
\$M\$3	Valor da Variável x1,4	0	0,25	0,8	1E+30	0,25
\$N\$3	Valor da Variável x1,5	0	0,1	1,2	1E+30	0,1
\$O\$3	Valor da Variável x1,6	0	0,25	0,55	1E+30	0,25
\$P\$3	Valor da Variável x2,1	0	1,15	0,5	1E+30	1,15
\$Q\$3	Valor da Variável x2,2	0	0,4	0,8	1E+30	0,4
\$R\$3	Valor da Variável x2,3	55743	0	0,05	0,15	1,35
\$S\$3	Valor da Variável x2,4	0	0,4	0,2	1E+30	0,4
\$T\$3	Valor da Variável x2,5	5000	0	0,5	1E+30	0,15
\$U\$3	Valor da Variável x2,6	0	1,2	0,75	1E+30	1,2
\$V\$3	Valor da Variável x3,1	0	0,4	0,4	1E+30	0,4
\$W\$3	Valor da Variável x3,2	15000	0	0,5	0,4	0,1
\$X\$3	Valor da Variável x3,3	2644	0	0,7	0,2	0,15
\$Y\$3	Valor da Variável x3,4	48656	0	0,45	0,25	49,3
\$Z\$3	Valor da Variável x3,5	20000	0	1	0,1	0,2
\$AA\$3	Valor da Variável x3,6	38700	0	0,2	0,25	49,05
\$AB\$3	Valor da Variável x4,1	0	1,1	0,7	1E+30	1,1
\$AC\$3	Valor da Variável x4,2	0	0,65	0,75	1E+30	0,65
\$AD\$3	Valor da Variável x4,3	0	0,2	0,5	1E+30	0,2
\$AE\$3	Valor da Variável x4,4	10000	0	0,85	1E+30	0,8
\$AF\$3	Valor da Variável x4,5	0	0	0,6	0,2	0,75
\$AG\$3	Valor da Variável x4,6	0	1,1	0,9	1E+30	1,1

Tabela 17- Análise de Sensibilidade 1 (variáveis)

Restrições

Célula	Nome	Final Valor	Sombra Preço	Restrição Lado Direito	Permissível Aumentar	Permissível Diminuir
\$AH\$10 s7 LER		0	0	37500	1E+30	37500
\$AH\$11 s8 LER		0	0	10050	1E+30	10050
\$AH\$12 s9 LER		245000	48,85	245000	2644	10743
\$AH\$13 s10 LER		30000	49,35	30000	2644	10743
\$AH\$14 s11 LER		58387	49,55	58387	4257	10743
\$AH\$15 s12 LER		58656	49,3	58656	2644	10743
\$AH\$16 s13 LER		25000	49,85	25000	2644	10743
\$AH\$17 s14 LER		38700	49,05	38700	2644	10743
\$AH\$18 s15 LER		60743	0	5000	55743	1E+30
\$AH\$19 s16 LER		5000	0,15	5000	20000	2644
\$AH\$20 s17 LER		0	0,55	0	0	2644
\$AH\$21 s18 LER		260000	0	175000	85000	1E+30
\$AH\$22 s19 LER		10000	0,75	10000	10743	0
\$AH\$23 s20 LER		10000	0,8	10000	0	10000
\$AH\$24 s21 LER		0	-48,75	0	10743	2644
\$AH\$25 s22 LER		0	-49,5	0	10743	4257
\$AH\$26 s23 LER		0	-48,85	0	10743	2644
\$AH\$27 s24 LER		0	-49,25	0	10743	0
\$AH\$4 s1 LER		200000	-6,25	200000	10743	2644
\$AH\$5 s2 LER		50000	-4,5	50000	10743	4257
\$AH\$6 s3 LER		125000	-1,35	125000	10743	2644
\$AH\$7 s4 LER		10000	0	33500	1E+30	23500
\$AH\$8 s5 LER		60000	-2	60000	10743	2644
\$AH\$9 s6 LER		10743	0	15000	1E+30	4257

Tabela 18- Análise de Sensibilidade 1 (restrições)

