• Tema 1 ➢ Tema 2 ❖ Tema 3

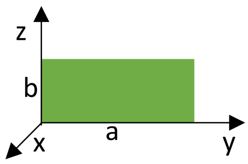
- Módulo del vector $|\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$ si el módulo es 1, es un vector unitario.
- Vector unitario $\hat{a} = \frac{1}{|\vec{a}|}(a_x, a_y)$
- Producto escalar $\vec{a} * \vec{b} = |\vec{a}||\vec{b}|\cos\theta = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z$ Si $\vec{a} \perp \vec{b} \leftrightarrow \vec{a} * \vec{b} = 0$
- Producto vectorial $\vec{a}\ x\ \vec{b} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix}$ $|\vec{a}\ x\ \vec{b}| = |\vec{a}||\vec{b}|\operatorname{sen}\theta$
- Derivada (dividir en una parte infinitesimal) e integral (suma de partes infinitesimales)
- Gradiente $\vec{\nabla} f(x, y, z) = (\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}, \frac{\partial f}{\partial z})$
- Campo conservativo y potencial.
  Si $\vec{E}$ es conservativo ∃ una función escalar $V(x, y, z)$ que cumple: $\vec{E} = -\vec{\nabla} V(x, y, z)$
  $\int_A^B \vec{E}\ d\vec{l} = -\int \vec{\nabla}\ V d\vec{l}$
  Ej: Discutir si $\vec{F}$ es conservativo $\vec{F}(2xyz + sen\ x,\ x^2z, x^2y)$

$$V = \begin{Bmatrix} -\int 2xyz + sen\ x\ dx = -x^2yz + \cos x + C_1(y,z) \\ -\int x^2z\ dy = -x^2yz + C_2(x,z) \\ -\int x^2y\ dz = -x^2yz + C_3(x,y) \end{Bmatrix} = -x^2yz + \cos x + K$$

Como existe potencial, es conservativo

$\mu = 10^{-6}$
$n = 10^{-9}$
$p = 10^{-12}$

➢ Flujo del campo $\vec{E}$ sobre la superficie S $\emptyset = \int \vec{E}\ d\vec{s}$
  - Si $\vec{E} = cte \rightarrow \int \vec{E}\ d\vec{s} = \vec{E} \int d\vec{s} = \vec{E} * \vec{S} = |\vec{E}||\vec{S}|\cos\theta$
  - $\vec{E} \neq cte$ Ej: ∅ de $\vec{E} = (3y^2, 5, 2)$ a través de una superficie
    Partimos respecto a y, porque varía respecto a y



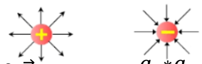
$$\emptyset = \int_{y=0}^{y=a} (3y^2, 5, 2) * (bdy, 0, 0) = \int_{y=0}^{y=a} 3y^2\ bdy = \frac{3by^3}{3}\Big]_{y=0}^{y=a} = b * a^3$$

$\overrightarrow{F_{12}} \xrightarrow{\vec{F} = -\vec{\nabla} U} U_{12}$
$U_{12} \xrightarrow{U = q_2 V} V_1$
$V_1 \xrightarrow{V = -\int \vec{E}\ d\vec{r}} \vec{E}$
$\vec{E} \xrightarrow{\vec{E} = \vec{F}/q_2} \overrightarrow{F_{12}}$

➢ $q_e = -1{,}6 * 10^{-19} C$, $q_p = 1{,}6 * 10^{-19} C$, $\varepsilon_0 = 8{,}85 * 10^{-12}$, $K = 9 * 10^9 \frac{Nm^2}{C}$

➢ Ley de Coulomb: $\overrightarrow{F_{12}} = K \frac{q_1 * q_2}{r^2} \widehat{u_{12}} = -\overrightarrow{F_{21}}$ $\overrightarrow{F_{12}}$ = Fuerza que ejerce q_1 sobre q_2

➢ Campo eléctrico: $\overrightarrow{E_{q1p}} = K \frac{q_1}{r^2} \widehat{u_{q1p}}$ $\overrightarrow{F_{12}} = q_2 \overrightarrow{E_{q1}}$

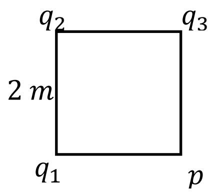


➢ Energía potencial electroestática: $\vec{F} = -\vec{\nabla} U \rightarrow U = -\int \vec{F}\ d\vec{r} = K \frac{q_1 * q_2}{r} - K \frac{q_1 * q_2}{r_{ref}}$

Normalmente $r_{ref} = \infty$ por lo que es = 0

➢ Potencial electroestático: $\vec{E} = -\vec{\nabla} V \rightarrow V = -\int \vec{E}\ d\vec{r} = K \frac{q_1}{r} + C$ y $U = q_2 * V$

Ej:
a) $\overrightarrow{E_T}$ en el pto p
b) Pot electr total en el pto p
c) Energía pot electr almacenada en el sistema
d) W necesario para trasladar $Q = 10^{-4} C$ desde P al centro



$q_1 = q_2 = q_3 = 5 * 10^{-5} C$

$$a)\overrightarrow{E_{Tp}} = \overrightarrow{E_{q_1p}} + \overrightarrow{E_{q_2p}} + \overrightarrow{E_{q_3p}} = \frac{K*q}{l^2}\left(\left((1,0) + (0,-1)\right) + \frac{1}{2\sqrt{2}}(1,-1)\right) = 1{,}52 * 10^5 \frac{N}{C}$$

$$b)V_{Tp} = V_{q1p} + V_{q2p} + V_{q3p} = K * q\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2\sqrt{2}} + \frac{1}{2}\right) = 6{,}1 * 10^6\ V$$

$$c)U_T = U_{12} + U_{13} + U_{23} = \textstyle\sum_{i<j} U_{ij} = \frac{1}{2}\sum U_{ij} \rightarrow U_T = \frac{K*q^2}{l}\left(1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + 1\right) = 3{,}05 * 10^1\ J$$

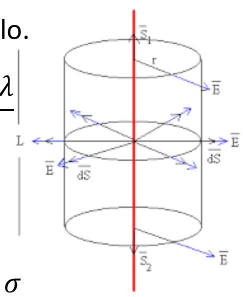
$$d)W_{p\rightarrow centro} = U_{Qcentro} - U_{Qp} = Q(V_{centro} - V_p) = Q\left(K * q\left(\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}}\right) - 6{,}1 * 10^6\right) = -5{,}15 * 10^{-2}\ J$$

➢ Distribuciones continuas de carga: Densidad de carga $\rho = \frac{Q}{V}$, $\sigma = \frac{Q}{S}$, $\lambda = \frac{Q}{l}$

➢ Teorema de Gauss: flujo a través de una superficie cerrada $\oint \vec{E}\ d\vec{s} = 4\pi K\ Q_{int}$

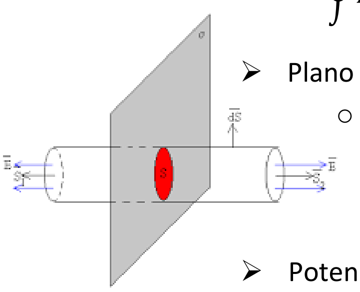
➢ Calculo de $\vec{E}$ creado por hilo ∞ por Gauss:
  - E depende de la distancia al hilo, (Si $r = cte$, $E = cte$) y será perpendicular al hilo.

$$\oint \vec{E}\ d\vec{s} = 4\pi K\ \overbrace{Q_{int}}^{Q_{int} = \lambda L} = \oint \vec{E}\ d\vec{s} = \int_{tapas=0} + \int \vec{E}\ d\vec{s} = E * L * 2\pi R \rightarrow E = \frac{2k\lambda}{R}$$

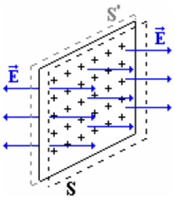


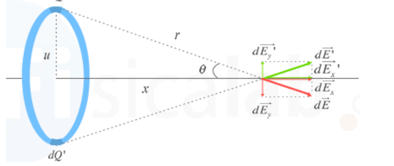
➢ Plano ∞ de carga σ cte:
  - $\vec{E}$ es perpendicular al plano, para dist cte al plano, E será cte

$$\oint \vec{E}\ d\vec{s} = 4\pi K\ \overbrace{Q_{int}}^{Q_{int} = \sigma A} = \oint \vec{E}\ d\vec{s} = \int_{laterales=0} + 2\int \vec{E}\ d\vec{s} = 2EA \rightarrow E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$



➢ Potencial electroestático creado por distribuciones continuas de carga: $V = -\int \vec{E}\ d\vec{r}$





- Potencial creado por un anillo de carga en su eje

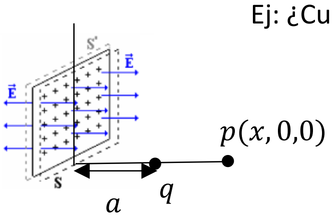
$r=\sqrt{x^2+u^2}\quad V=\int\frac{K\,dq}{r}=\int\frac{K\,dq}{\sqrt{x^2+u^2}}=\frac{K}{\sqrt{x^2+u^2}}\int dq=\frac{K}{\sqrt{x^2+u^2}}*q_T$

- Potencial creado por un plano ∞ de carga

$V=-\int_{x_0}^{x}\vec{E}\,d\vec{r}$ donde $\begin{matrix}\vec{E}=(E_x,0,0)\\ d\vec{r}=(dx,dy,dz)\end{matrix}\rightarrow V=-\int_{x_0}^{x}\vec{E_x}\,d\vec{x}=-\int\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\,dx=-\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}x\Big]_{x_0}^{x}$

$V=-\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}x+\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}x_0$ si tomo que en $x=0,\ V=0,\ \ V=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}x$

Ej: ¿Cuál es el V_T creado en p?



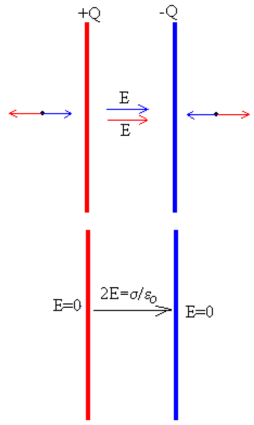
$V_T=V_q+V_\sigma\rightarrow\left.\begin{matrix}V_q=\frac{K\,q}{r}+C_1\\ V_\sigma=-\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}x+C_2\end{matrix}\right\}$ Escojo el 0 de potenciales en pto $(0,0,0)$

$V_q=\frac{Kq}{r}+C_1$ debe cumplir $V(0,0,0)=0\rightarrow\frac{Kq}{a}+C_1=0\leftrightarrow C_1=-\frac{Kq}{a}$

$V_\sigma=-\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}x+C_2$ debe cumplir $V(0,0,0)=0\rightarrow 0+C_2=0\leftrightarrow C_2=0$

$$V_T=\frac{Kq}{x-a}-\frac{Kq}{a}-\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}x$$

- Problemas de energías recordar: $U_{ei}+U_{ci}=U_{ef}+U_{cf}\qquad U_c=\frac{1}{2}m*v^2$
- MRUV = $r=r_o+v_ot+\frac{1}{2}at^2$ y $\qquad F=m*a\rightarrow a=\frac{F}{m}$



- Conductores: metales, cargas móviles. $E_{Tint}=0,\ V=cte\rightarrow\vec{E}=\frac{dV}{d\vec{r}}$
  - $V=K\frac{q}{r},\quad U=\frac{1}{2}\sum K\frac{q_1q_2}{r_{ij}}=\frac{1}{2}\sum q_1V_1=\frac{1}{2}VQ$
- Aislante: $E_{int}\ll E_{ext}\quad E_{int}=\frac{E_{ext}}{\kappa}\qquad \kappa=permitividad\ del\ medio$
- Condensadores: Almacenan energía eléctrica. Condensadores de placas paralelas:
- $E_T=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}+\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}=\frac{\sigma}{\varepsilon_0}\qquad V=\frac{\sigma}{\varepsilon_0}d$
- Capacidad: $C=\frac{Q}{\Delta V}=\frac{\sigma A}{\sigma d/\varepsilon_0}=\frac{\varepsilon_0 A}{d}$ →Solo depende de geometría. Faradio F
- $U=\int V\,dq=\int\frac{q}{C}dq=\frac{q^2}{2C}=\frac{1}{2C}q^2=\frac{1}{2}Q\,V=\frac{1}{2}C\,V^2$
- Condensador conectado por cables a una batería. $\Delta V_{bat}=\Delta V_c$

Ej: Condensador $l=14\ cm\ y\ d=2mm$. Se conecta a una batería de 12 V

$a)$¿Carga del condensador?

$$C=\frac{Q}{\Delta V}\rightarrow Q=C\Delta V\rightarrow C=\frac{\varepsilon_0 A}{d}\rightarrow Q=\frac{8{,}85*10^{-12}*(0{,}14)^2*12}{2*10^{-3}}=1{,}04*10^{-9}\ C$$

$b)$¿Energía almacenada?

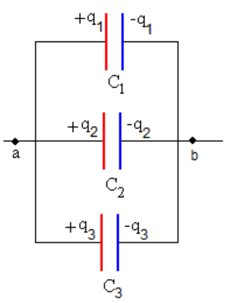
$$U=\frac{1}{2}QV=\frac{1}{2}*1{,}04*10^{-9}*12=6{,}24*10^{-9}\ J$$

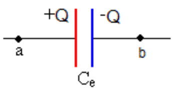
$c)$Se desconecta la batería, se separa las placas hasta 3,5 mm ¿Cuánto cambia la energía?

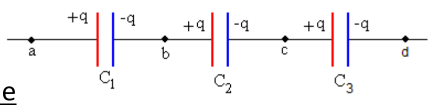
Al estar aislada, Q no cambia $Q_i=Q_f$, Cambia su capacidad y el voltaje.

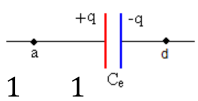
$$U_f=\frac{1}{2C}q^2\rightarrow C=\frac{\varepsilon_0 A}{d_f}\rightarrow\frac{1}{2}*\frac{(1{,}04*10^{-9})^2*3{,}5*10^{-3}}{8.85*10^{-12}*(0{,}14)^2}=1.09*10^{-8}\ J$$

- Asociación de condensadores en un circuito









<u>En paralelo</u>

ΔV es común

$Q_1=\Delta V C_1$

$Q_2=\Delta V C_2$

$Q_3=\Delta V C_3$

$Q_T=\Delta V*C_{eq}\rightarrow C_{eq}=C_1+C_2+C_3$

<u>En serie</u>

$\Delta V=\frac{Q}{C_1}+\frac{Q}{C_2}+\frac{Q}{C_3}$

$Q_T=\Delta V*C_{eq}\rightarrow\frac{1}{C_{eq}}=\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}+\frac{1}{C_3}$

- Condensadores con dieléctrico, entre sus placas.

$E_d=E_{int}=\frac{E_0}{\kappa}\qquad V_d=E_d*d=\frac{E_0}{\kappa}*d\qquad C_d=\frac{Q}{V_d}=\frac{Q}{V_0/\kappa}=\kappa\frac{Q}{V_0}=\kappa C_0$

Al introducir un dieléctrico, varía su capacidad.

Si está conectado a una pila, varía Q, si no, varía ΔV

Ej: $12\mu C,\Delta V_{bat}=12V$ ¿Cuál es la Q de las placas?, Si se introduce un dieléctrico $\kappa=2{,}5$ ¿Cuál es la nueva Q?

$Q=C*V=12*10^{-6}*12=1.44*10^{-4}\ C$

$C_d=\kappa*C_0=2{,}5*12*10^{-6}=3*10^{-5}\ F\quad Q_f=C_d*V=3*10^{-5}*12=3.6*10^{-4}\ C$