

Problemas-resueltos-de-expresion...



Anónimo



Autómatas y Lenguajes



3º Grado en Ingeniería Informática



Escuela Politécnica Superior
Universidad Autónoma de Madrid

quieres trabajar en Wuolah??

tú puedes ayudarnos a llevar **WUOLAH**
al siguiente nivel (o alguien que conozcas)

**TE
BUSCAMOS**



sin ánimo de lucro, chequea esto:



Autómatas y Lenguajes.

Ejercicios sobre autómatas finitos y lenguajes regulares.

1. Diseña expresiones regulares para los siguientes lenguajes:

- $L = \{a^n b^m : n + m \text{ es impar}\}.$
- Conjunto de números binarios que contienen la subcadena 1010.
- Identificadores de un lenguaje de programación que empiezan con el símbolo @, seguido de una letra minúscula y cualquier combinación de letras minúsculas o números.

Solución:

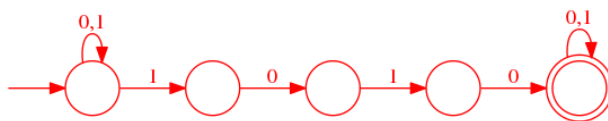
- $(aa)^*(bb)^*b + (aa)^*a(bb)^* \equiv (aa)^*(a+b)(bb)^*$
- $(0+1)^*1010(0+1)^*$
- $@(a+b+\dots+z)(a+b+\dots+z+0+1+\dots+9)^*$

2. Diseña un autómata finito (determinista o no determinista) que reconozca cada uno de los siguientes lenguajes:

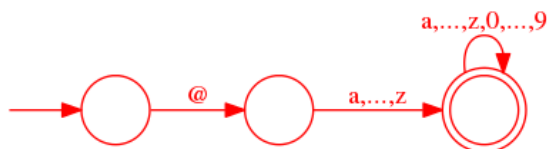
- Conjunto de números binarios que contienen la subcadena 1010.
- Identificadores de un lenguaje de programación que empiezan con el símbolo @, seguido de una letra minúscula y cualquier combinación de letras minúsculas o números.

Solución:

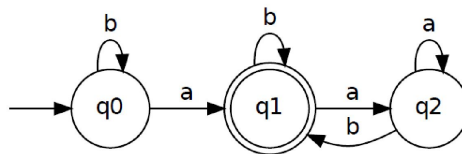
a.



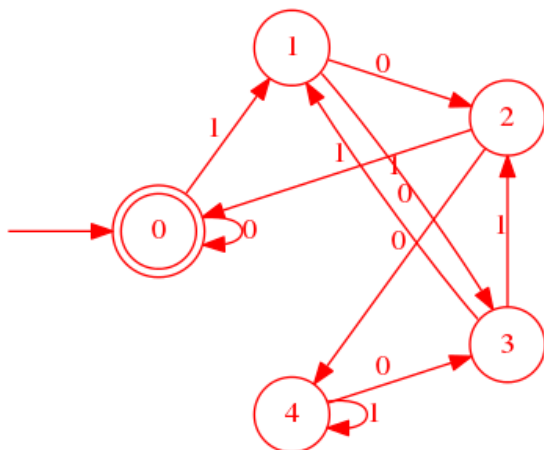
b.



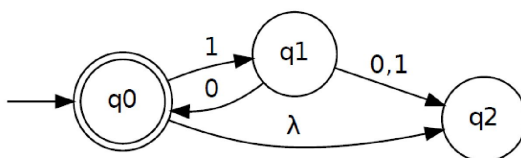
3. Indica cuál es el lenguaje aceptado por el siguiente autómata:



Solución: Cadenas formadas con los símbolos a y b que o bien son de la forma b^*a o bien acaban en b y tienen al menos una a.



4. Para el autómata siguiente, encuentra $\delta^*(q_0, 1011)$ y $\delta^*(q_1, 01)$.



Solución: $\delta^*(q_0, 1011) = \{q_2\}$, $\delta^*(q_1, 01) = \{q_1\}$

Para $\delta^*(q_0, 1011)$

1. $\delta(q_0, 1) = \{q_1\}$ (a pesar de que hay que explorar las transiciones λ que llevarían a q_2 antes de procesar el 1 para luego morir la rama porque no puede transitar con 1)
2. $\delta(q_1, 0) = \{q_0, q_2\}$
 - ambos están claros por las transiciones con 0 desde q_1 .
 - a q_2 también se llega tras llegar a q_0 por las transiciones λ desde él.
3. $\delta(\{q_0, q_2\}, 1) = \{q_1\}$
 - $\delta(q_0, 1) = \{q_1\}$ como hemos visto antes
 - $\delta(q_2, 1) = \{\}$ ya que no puede transitar
4. $\delta(q_1, 1) = \{q_2\}$ ya que es la única posible.

Para $\delta^*(q_1, 01)$ basta con mirar el razonamiento anterior desde el paso 2 al 3



Cerveceros de España recomienda el consumo responsable.

Cuando disfrutas de tu gente y de la cerveza,
con cabeza, disfrutas el doble.



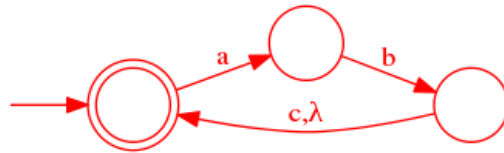
**UNA GRAN CERVEZA.
UNA GRAN RESPONSABILIDAD.**

5. Construye un autómata finito no determinista con tres estados que acepte el lenguaje

$$L = \{ab, abc\}^*.$$

¿Es posible hacerlo con menos de tres estados?

Solución:



No es posible hacerlo con menos de tres estados. **ME FALTARÍA UN ARGUMENTO** yo calcularía el mínimo determinista... para poder ponerlo con certeza.

6. Sea el lenguaje $L = \{a^n b^n : n < M\}$, con M un número entero positivo. Indica razonadamente si el lenguaje es o no regular.

Solución: Es un lenguaje regular porque es finito.

8. Un nombre de variable válido en PHP empieza por el símbolo \$, seguido de una letra o un underscore, seguido de cualquier número de letras, números o underscores. Las letras mayúsculas y minúsculas son distintas. Da una expresión regular para el nombre de una variable en PHP.

Solución: $\$(a + \dots + z + A + \dots + Z + _)(0 + \dots + 9 + a + \dots + z + A + \dots + Z + _)^*$

9. Encuentra todas las cadenas en $L((a + b)^* b (a + ab)^*)$ de longitud menor que 4.

Solución: b, ab, bb, ba, aab, abb, bab, bbb, aba, bba, baa

Una explicación sistemática

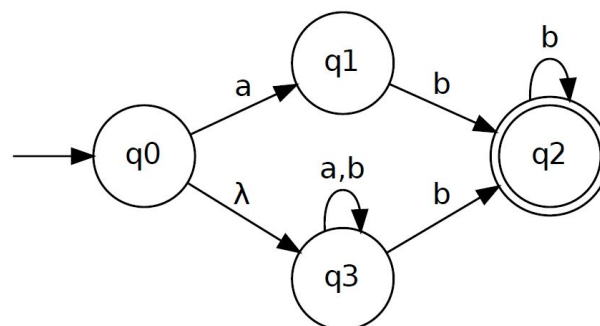
- Hay una b obligatoria
 - Como prefijo y sufijo son opcionales, lo mínimo es que esté la b sola **b**
 - Lo que le precede es opcional pero considerando que lo que le sigue también tienen que pertenecer los prefijos que den cadenas de hasta 3 letras
 - Con 1 letra de $(a+b)^*$
 - a, b Que origina **ab** y **bb**
 - Con 2 letras de $(a+b)^*$
 - aa, ab, ba, bb Que origina **aab** **abb** **bab** **bbb**
 - Ahora vemos que los sufijos son combinaciones de a y ab, como debe haber una b nos quedan a lo más dos letras más.

- Añadiría los casos según lo que ya hayamos usado
 - Si no hay prefijo
 - Tenemos una b
 - Con una letra sería a daría **ba**
 - Con dos letras sería
 - ab (la otra posible cadena) lo que daría bab que ya está
 - aa (dos letras tomadas del conjunto sin coger ab) lo que daría **baa**
 - Si hay prefijo de longitud 1 en todos los casos sólo podemos añadir una letra más que sólo puede ser la a (la otra opción ab supera el número de letra)
 - ab, daría **aba**
 - ba, aría **baa**
 - Si hay prefijo de longitud 2 no puede haber sufijo... pasaríamos de tres.
- Recontando las resaltadas tenemos las once cadenas

10. Encuentra una expresión regular para el lenguaje de las cadenas que contienen al menos una a y exactamente dos bs (sobre el alfabeto $\Sigma = \{a, b\}$).

Solución: $a^*aba^*ba^* + a^*ba^*aba^* + a^*ba^*ba^*a$

11. Indica cuál es el lenguaje reconocido por el siguiente autómata finito. Es suficiente con dar la expresión regular correspondiente.



Solución: $abb^* + (a+b)^*bb^*$

quieres trabajar
en Wuolah??

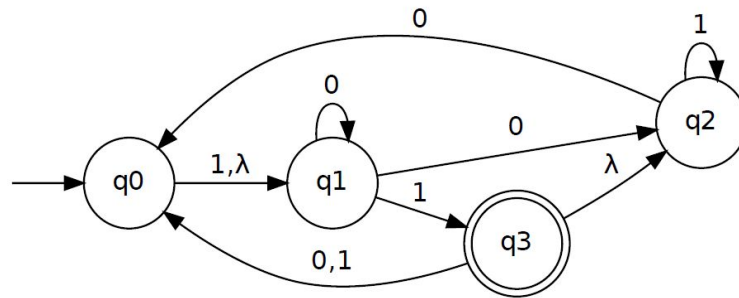
TE BUSCAMOS

sin ánimo
de lucro,
chequea esto:



tú puedes
ayudarnos a
llevar
WUOLAH
al siguiente
nivel
(o alguien que
conozcas)

12. Para el autómata siguiente, encuentra $\delta^*(q_0, 1011)$, $\delta^*(q_0, 000)$ y $\delta^*(q_0, 010)$.



Solución:

$$\delta^*(q_0, 1011) = \{q_0, q_1, q_2, q_3\}$$

$$\delta^*(q_0, 000) = \{q_0, q_1, q_2\}$$

$$\delta^*(q_0, 010) = \{q_0, q_1\}$$

13. Construye autómatas finitos para cada uno de los siguientes lenguajes.

a. $L = \{0101011\}$.

b. $L = \{0^{2n}1^{2m+1} : n \geq 1, m \geq 0\}$.

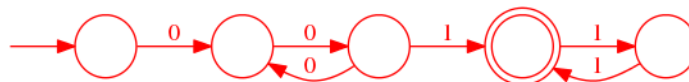
c. Lenguaje formado por los números en sistema decimal que son múltiplos de 2.

Solución:

a.

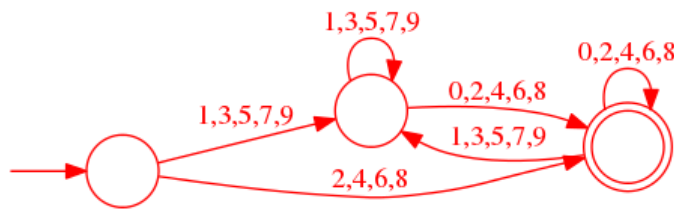


b.

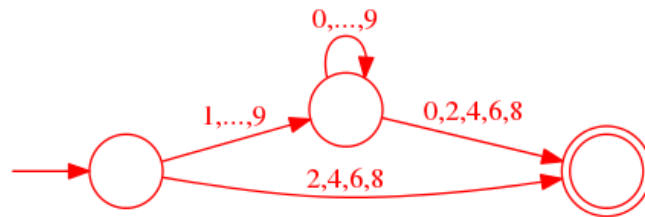


c. Versión determinista:

WUOLAH



c. Versión no determinista:



14. Responde a las siguientes cuestiones:

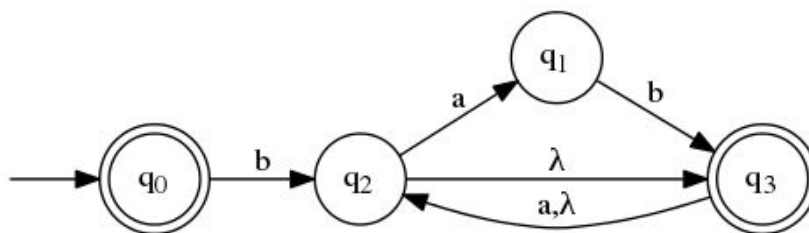
- a. Encuentra todas las cadenas en $L((a^* + b)(b + ab^*))$ de longitud menor que 4 (2 puntos).

Solución: a, b, aa, ab, ba, bb, aaa, aab, abb, bab

- b. Encuentra una expresión regular para el lenguaje de las cadenas que contienen al menos dos bs (sobre el alfabeto $\Sigma = \{a, b\}$) (1 punto).

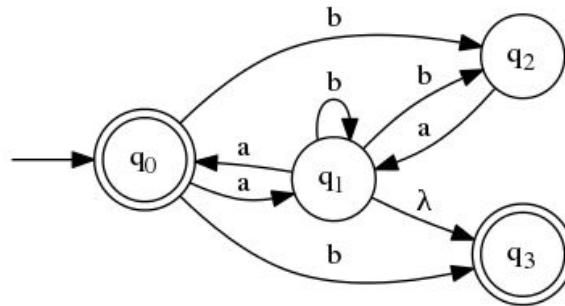
Solución: $(a+b)^*b(a+b)^*b(a+b)^*$

15. Indica cuáles de las siguientes cadenas son aceptadas por el autómata del dibujo: λ , baaa, baaab, baababaa, babbaa.



Solución: Las cadenas λ , baaa, baaab y baababaa son aceptadas, la cadena babbaa es rechazada. Una expresión regular para el lenguaje del autómata es $\lambda + b(ab + a)^*$

16. Para el autómata siguiente, encuentra $\delta^*(q_0, aaba)$ y $\delta^*(q_0, baab)$, e indica razonadamente si el lenguaje aceptado por el autómata es $\{a+b\}^*$.



Solución:

$$\delta^*(q_0, aaba) = \{q_1, q_3\}$$

$$\delta^*(q_0, baab) = \{q_2, q_3\}$$

El lenguaje no puede ser $\{a+b\}^*$ porque, por ejemplo, el autómata no acepta la cadena aabb.

17. Responde a las siguientes cuestiones:

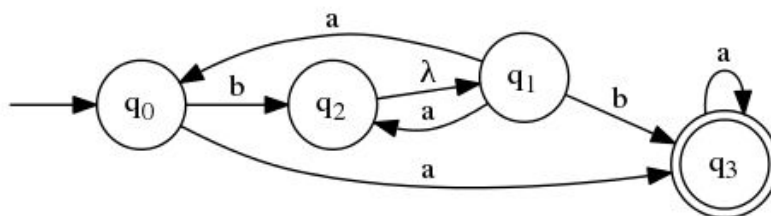
- a. Encuentra todas las cadenas en $L((ab+a)^* + aa^*)$ de longitud menor que 4 (2 puntos).

Solución: $\lambda, a, aa, ab, aaa, aba, aab$

- b. Encuentra una expresión regular para el lenguaje de las cadenas formadas con los símbolos $\{a, b\}$ que tienen longitud impar (1 punto).

Solución: $(a+b)((a+b)(a+b))^*$

18. Indica cuáles de las siguientes cadenas son aceptadas por el autómata del dibujo: λ , aaaa, aaab, baaabaaa, baabbaaa.



Solución: Las cadenas aaaa, baaabaaa y baabbaaa son aceptadas, las cadenas λ y aaab son rechazadas. Una expresión regular para el lenguaje del autómata es $aa^* + b(ab + a)^*ba^*$. Informalmente podemos ver que el lenguaje contiene palabras que son de una de estas dos formas:

- O bien palabras formadas sólo por aes, con al menos una a.
- O bien palabras de la forma bv^nba^m , donde:
 - v es a o ab y n puede ser 0
 - m puede ser 0

19. Encuentra expresiones regulares para los siguientes lenguajes sobre el alfabeto {a, b}.

- a. Cadenas que empiezan por ab y acaban por b .

Solución: $ab(a+b)^*b + ab$

- b. Cadenas que empiezan por ab ó acaban por b .

Solución: $ab(a+b)^* + (a+b)^*b$

- c. Cadenas que tienen un número impar de letras.

Solución: $(a+b)(aa+ab+ba+bb)^*$ ó $(a+b)((a+b)(a+b))^*$

- d. Cadenas que empiezan por ab y tienen un número impar de b 's.

Solución: $aba^*(ba^*ba^*)^*$ ó $ab(a+ba^*b)^*$

NO
QUEMES
TUS
APUNTES

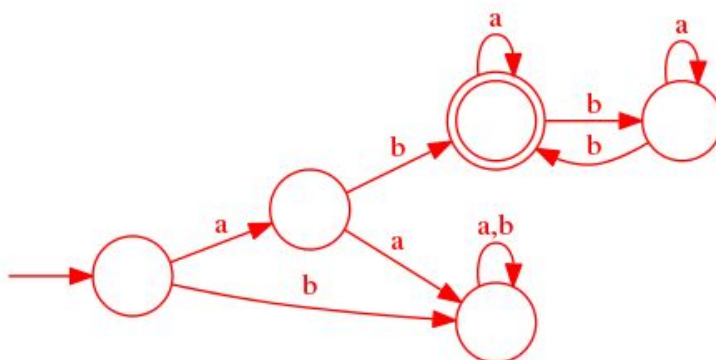
GANA
0,25 €

por subir tus
apuntes en PDF
a Wuolah

si juegas
con fuego
te fuegas

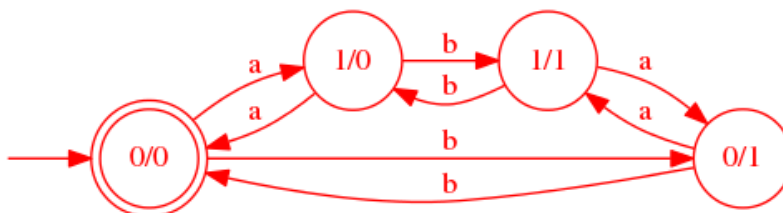
20. Diseña un autómata finito para el lenguaje de las cadenas con $\{a, b\}$ que empiezan por ab y tienen un número impar de b 's.

Solución:



21. Diseña un autómata finito para el lenguaje de las cadenas formadas con los símbolos a y b que tienen un número par de a 's y un número par de b 's.

Solución:



22. Encuentra expresiones regulares para los siguientes lenguajes sobre el alfabeto $\{a, b\}$.

a. Cadenas que empiezan o acaban por b .

Solución: $b(a+b)^* + (a+b)^*b$

b. Cadenas que empiezan por b y tienen un número par de letras.

Solución: $b(a+b)((a+b)(a+b))^*$

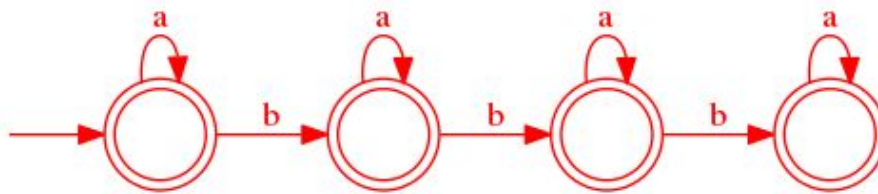
c. Cadenas que tienen como mucho tres bs .

Solución: $a^* + a^*ba^* + a^*ba^*ba^* + a^*ba^*ba^*ba^*$

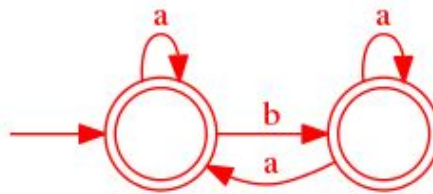
d. Cadenas que no tienen dos bs seguidas.

Solución: $a^*ba^*(aa^*ba^*)^* + a^*$

23. Diseña un autómata finito (puede ser no determinista) para el lenguaje de las cadenas con $\{a, b\}$ que tienen como mucho tres bs .



24. Diseña un autómata finito (puede ser no determinista) para el lenguaje de las cadenas con $\{a, b\}$ que no tienen dos bs seguidas.



Es equivalente a quitar el ciclo (a) del estado de la derecha.