Matemáticas Discretas

Oscar Bedoya

oscar.bedoya@correounivalle.edu.co

http://eisc.univalle.edu.co/~oscarbed/MD/

* Lógica de predicados
* Concepto de predicado
* Cuantificadores
* Cuantificadores anidados

Lógica de predicados

Indique el valor de verdad para la siguiente expresión:

"x es mayor que 3"

Lógica de predicados

"x es mayor que 3" es una expresión que se puede dividir en dos partes:

- "x" que es el **sujeto** de la oración
- "es mayor que 3", que es el **predicado**

Lógica de predicados

"x es mayor que 3" es una expresión que se puede dividir en dos partes:

- "x" que es el **sujeto** de la oración
- "es mayor que 3", que es el **predicado**

- P(x): "x es mayor que 3"

Lógica de predicados

"x es mayor que 3" es una expresión que se puede dividir en dos partes:

- "x" que es el **sujeto** de la oración
- "es mayor que 3", que es el **predicado**

- P(<u>x</u>): "<u>x es mayor que 3</u>"

sujeto predicado

Lógica de predicados

"$x = y + 3$"

Lógica de predicados

"x = y + 3" es una expresión que se puede dividir en dos partes:

- "x" y "y" que conforman el **sujeto** de la oración
- "x es igual a y mas 3", que es el **predicado**

Lógica de predicados

"x = y + 3" es una expresión que se puede dividir en dos partes:

- "x" y "y" que conforman el **sujeto** de la oración
- "x es igual a y mas 3", que es el **predicado**

- Q(x,y): "x = y + 3"

sujeto predicado

Lógica de predicados

"x es una persona que habla inglés"

Lógica de predicados

"x es una persona que habla inglés" es una expresión que se puede dividir en dos partes:

- "x" que es el **sujeto** de la oración
- "es una persona que habla inglés", que es el **predicado**

Lógica de predicados

“x es una persona que habla inglés” es una expresión que se puede dividir en dos partes:

- “x” que es el **sujeto** de la oración
- “es una persona que habla inglés”, que es el **predicado**

- R(x): “x habla inglés”

Lógica de predicados

“x es la madre de y”

Lógica de predicados

"x es la madre de y" es una expresión que se puede dividir en dos partes:

- "x" y "y" que conforman el **sujeto** de la oración
- "x es la madre de y", que es el **predicado**

Lógica de predicados

"x es la madre de y" es una expresión que se puede dividir en dos partes:

- "x" y "y" que conforman el **sujeto** de la oración
- "x es la madre de y", que es el **predicado**

- M(x,y): "x es la madre de y"

Lógica de predicados

- $P(x)$: "x es mayor que 3"
- $Q(x,y)$: "$x = y + 3$"
- $R(x)$: "x habla inglés"
- $M(x,y)$: "x es la madre de y"

Lógica de predicados

- P(x): "x es mayor que 3"
- Q(x,y): "x = y + 3"
- R(x): "x habla inglés"
- M(x,y): "x es la madre de y"

¿Cuál es el valor de verdad de P(x)?

Lógica de predicados

- P(x): “x es mayor que 3”
- Q(x,y): “x = y + 3”
- R(x): “x habla inglés”
- M(x,y): “x es la madre de y”

Para conocer el valor de verdad de un predicado se debe especificar el sujeto

Lógica de predicados

Sea $P(x)$: “x es mayor que 3”,

- $P(10)$ indica la proposición “10 es mayor que 3”
- $P(2)$ indica la proposición “2 es mayor que 3”

Lógica de predicados

Sea P(x): "x es mayor que 3",

- P(10) indica la proposición "10 es mayor que 3"
- P(2) indica la proposición "2 es mayor que 3"

- ¿Cuál es el valor de verdad de P(10)?
- ¿Cuál es el valor de verdad de P(2)?

Lógica de predicados

Sea P(x): “x es mayor que 3”,

- P(10) indica la proposición “10 es mayor que 3”
- P(2) indica la proposición “2 es mayor que 3”

- P(10) es verdadero
- P(2) es falso

Lógica de predicados

Sean:

- P(x): "x es mayor que 3"
- Q(x,y): "x = y + 3"
- R(x): "x habla inglés"
- M(x,y): "x es la madre de y"

Indique el valor de verdad de las siguientes proposiciones:

- P(0), P(100)
- Q(7,4), Q(3,2)
- R(AlvaroUribe), R(BarackObama)
- M(María,Jesús), M(AmparoGrisales,AlvaroUribe)

Lógica de predicados

Expresar en lógica de predicados los siguientes enunciados y mostrar ejemplos de expresiones que sean falsas y otras que sean verdaderas:

- $x + y = z$
- x es un mes de 31 días
- $x + 1 > x$

Lógica de predicados

P(x,y,z): "x + y = z"

- P(2,3,5) es verdadero
- P(1,2,0) es falso

Q(x): "x es un mes de 31 días"

- Q(diciembre) es verdadero
- Q(febrero) es falso

R(x): "x + 1 > x"

- R(2) es verdadero
- No hay una expresión que sea falsa

Lógica de predicados

Dominio

Cada variable lógica en un predicado tiene asociado un dominio o **Universo del discurso**, esto es, un conjunto de posibles valores

Lógica de predicados

Dominio

Cada variable lógica en un predicado tiene asociado un dominio o **Universo del discurso**, esto es, un conjunto de posibles valores

- M(x): "**x es un mes de 31 días**"

Los posibles valores que puede tomar x son:

{Enero, Febrero, Marzo, Abril, Mayo, Junio, Julio, Agosto, Septiembre, Octubre, Noviembre, Diciembre}

Lógica de predicados

D(x): "**x es un número entero diferente de 1**"

El dominio de x son los números enteros Z

Lógica de predicados

Considere el siguiente predicado M(x) donde x tiene como dominio los números enteros Z={-∞,…,-3,-2,-1,0,1,2,3,…,∞}

M(x): "**x+1 > x**"

Lógica de predicados

Considere el siguiente predicado M(x) donde x tiene como dominio los números enteros Z={-∞,...,-3,-2,-1,0,1,2,3,...,∞}

M(x): "**x+1 > x**"

Indique el valor de verdad de las siguientes expresiones:

- M(-2)
- M(-1)
- M(0)
- M(1)
- M(2)

Lógica de predicados

Considere el siguiente predicado M(x) donde x tiene como dominio los números enteros Z={-∞,…,-3,-2,-1,0,1,2,3,…,∞}

M(x): "**x+1 >x**"

M(-2): "-1>-2" es verdadero

M(-1): "0>-1" es verdadero

M(0): "1>0" es verdadero

M(1): "2>1" es verdadero

M(2): "3>2" es verdadero

Lógica de predicados

Considere el siguiente predicado M(x) donde x tiene como dominio los números enteros Z={-∞,…,-3,-2,-1,0,1,2,3,…,∞}

M(x): "**x+1 >x**"

M(x) es cierto para todos los elementos del dominio de x, esto se expresa por medio del **cuantificador universal**

$\forall$**x M(x)**

Cuantificación universal

La cuantificación universal de P(X), expresada como $\forall x\ P(x)$, es la proposición:

> *"P(x) es verdadero para todos los valores de x en el universo del discurso"*

Lógica de predicados

Indique el valor de verdad de las siguientes expresiones:

- $\forall x\ M(x)$, donde $M(x)$: "$x>2$", dominio los enteros

Lógica de predicados

Indique el valor de verdad de las siguientes expresiones:

- $\forall x\ M(x)$, donde $M(x)$: "$x>2$", dominio los enteros
- $\forall x\ N(x)$, donde $N(x)$: "$x^2 \geq x$", dominio los reales

Lógica de predicados

Indique el valor de verdad de las siguientes expresiones:

- $\forall x\ M(x)$, donde $M(x)$: “$x>2$”, dominio los enteros
- $\forall x\ N(x)$, donde $N(x)$: “$x^2 \geq x$”, dominio los reales
- $\forall x\ P(x)$, donde $P(x)$: “x ve Discretas por primera vez”, dominio los estudiantes de este salón
- $\forall x\ E(x)$, donde $E(x)$: “x tiene el promedio sobre 3.2”, dominio los estudiantes de este salón
- $\forall x\ T(x)$, donde $T(x)$: “x trabaja”, dominio los estudiantes de este salón

Lógica de predicados

Cuantificación universal

Expresión	¿Cuándo es cierta?	¿Cuándo es falsa?
$\forall x\ P(x)$	$P(x)$ es verdadera para cada x del dominio	Por lo menos hay un valor de x para el cual no se cumple $P(x)$

Lógica de predicados

Cuantificación existencial

La cuantificación existencial de $P(X)$, expresada como $\exists x\, P(x)$, es la proposición:

"P(x) es verdadero para alguno de los valores de x en el universo del discurso"

Lógica de predicados

Indique el valor de verdad de las siguientes expresiones:

$\exists x\ M(x)$, donde $M(x)$: "$x>3$", dominio los enteros

Lógica de predicados

Indique el valor de verdad de las siguientes expresiones:

$\exists x\ M(x)$, donde $M(x)$: "$x>3$", dominio los enteros

$\exists x\ N(x)$, donde $N(x)$: "$x=x+1$", dominio los enteros

Lógica de predicados

Indique el valor de verdad de las siguientes expresiones:

$\exists x\ M(x)$, donde $M(x)$: "$x>3$"

$\exists x\ N(x)$, donde $N(x)$: "$x=x+1$"

$\exists x\ P(x)$, donde $P(x)$: "x ve Discretas por primera vez"

$\exists x\ E(x)$, donde $E(x)$: "x tiene el promedio sobre 4.7"

$\exists x\ T(x)$, donde $T(x)$: "x trabaja"

Lógica de predicados

Cuantificación existencial

Expresión	¿Cuándo es cierta?	¿Cuándo es falsa?
$\exists x\, P(x)$	$P(x)$ es verdadera para algún x	$P(x)$ es falsa para todos los x del dominio

Lógica de predicados

Cuantificadores anidados

Se pueden utilizar varios y diferentes cuantificadores en la misma proposición

- $\forall x \forall y\ (x+y=y+x)$
- $\forall x \exists y\ (x+y=0)$
- $\exists x \forall y\ (x \cdot y=1)$
- $\exists x \exists y\ (x+y=x-y)$

Lógica de predicados

Dada la expresión

$\forall x \forall y\ (x+y=y+x)$, dominio los enteros

indica "para todo x y para todo y, se cumple que x+y=y+x"

Lógica de predicados

Dada la expresión

$\forall x \forall y\ (x+y=y+x)$, dominio los enteros

indica "para todo x y para todo y, se cumple que x+y=y+x"

- La expresión es **verdadera**

Lógica de predicados

Indique el valor de verdad de la expresión

$\forall x \forall y\ (x+y=x-y)$, dominio los enteros

Lógica de predicados

Indique el valor de verdad de la expresión

$\forall x \forall y\ (x+y=x-y)$, dominio los enteros

La expresión es **falsa** porque para $x=1$, $y=2$ no se cumple

Lógica de predicados

Indique el valor de verdad de la expresión

$\forall x \forall y\ (x \cdot y = y \cdot x)$, dominio los enteros

Lógica de predicados

Indique el valor de verdad de la expresión

$\forall x \forall y\ (x \cdot y = y \cdot x)$, dominio los enteros

La expresión es **verdadera**

Lógica de predicados

Indique el valor de verdad de la expresión

$\forall x \forall y\ (\ (x>0 \wedge y<0) \rightarrow x \cdot y<0\ )$, dominio los enteros

Lógica de predicados

Indique el valor de verdad de la expresión

$\forall x \forall y \, (\, (x>0 \wedge y<0) \rightarrow x \cdot y<0 \,)$, dominio los enteros

La expresión es **verdadera**

Lógica de predicados

Indique el valor de verdad de la expresión

$\forall x \forall y$ ($(x>0 \wedge y>0) \rightarrow x-y>0$), dominio los enteros

Lógica de predicados

Indique el valor de verdad de la expresión

$\forall x \forall y\ (\ (x>0 \wedge y>0) \rightarrow x-y>0\ )$, dominio los enteros

La expresión es **falsa** porque para $x=1$, $y=2$, $x-y=-1$ no es positivo

Lógica de predicados

Expresión	¿Cuándo es cierta?	¿Cuándo es falsa?
$\forall x \forall y P(x,y)$	P(x,y) es verdadera para todos los posibles valores x,y	Hay al menos un par x, y para el cual P(x,y) es falso

Lógica de predicados

Indique el valor de verdad de la expresión

$\exists x \exists y\ (x+y=x-y)$, dominio los enteros

Representa la expresión

"Existe x, existe y tal que $x+y=x-y$"

Lógica de predicados

Indique el valor de verdad de la expresión

$\exists x \exists y\ (x+y=x-y)$, dominio los enteros

La expresión es **verdadera** porque para $x=1$, $y=0$ se cumple que $1+0=1-0=1$

Lógica de predicados

Indique el valor de verdad de la expresión

$\exists x \exists y\ (x+y<x-y)$, dominio los enteros

Lógica de predicados

Indique el valor de verdad de la expresión

$\exists x \exists y\ (x+y<x-y)$, dominio los enteros

La expresión es **verdadera** porque para $x=1$, $y=-5$ se cumple que $-4<6$

Lógica de predicados

Indique el valor de verdad de la expresión

$\exists x \exists y \sqrt{(x+y)} = (x+y)$, dominio los reales

Lógica de predicados

Indique el valor de verdad de la expresión

$$\exists x \exists y \sqrt{(x+y)} = (x+y)$$, dominio los reales

La expresión es **verdadera** porque para x=0.6, y=0.4 se cumple que $\sqrt{(0.6+0.4)} = (0.6+0.4) = 1.0$

Lógica de predicados

Indique el valor de verdad de la expresión

$\exists x \exists y\ (x+y=6 \wedge x-y=5)$, dominio los reales

Lógica de predicados

Indique el valor de verdad de la expresión

$\exists x \exists y\ (x+y=6 \wedge x-y=5)$, dominio los reales

La expresión es **verdadera**, $x=11/2$, $y=1/2$

Lógica de predicados

Indique el valor de verdad de la expresión

$\exists x \exists y\ (x+y=2 \wedge x-y=0)$, dominio los enteros

Lógica de predicados

Indique el valor de verdad de la expresión

$\exists x \exists y\ (x+y=2 \wedge x-y=0)$, dominio los enteros

La expresión es **verdadera** porque para $x=1$, $y=1$ se cumple que $1+1=2 \wedge 1-1=0$

Lógica de predicados

Expresión	¿Cuándo es cierta?	¿Cuándo es falsa?
$\exists x \exists y\, P(x,y)$	Existe al menos un par x,y para el cual P(x,y) es verdadera	P(x,y) es falso para todos los pares x, y

Lógica de predicados

Indique el valor de verdad de la expresión

$\forall x \exists y\ (x+y=0)$, dominio los enteros

Lógica de predicados

Indique el valor de verdad de la expresión

$\forall x \exists y\ (x+y=0)$, dominio los enteros

La expresión representa la frase:

Para todo x, existe un y tal que x+y=0

Lógica de predicados

Indique el valor de verdad de la expresión

$\forall x \exists y\ (x+y=0)$, dominio los enteros

La expresión representa la frase:

Para todo x, existe un y tal que $x+y=0$

$x=1$, existe y tal que $x+y=0$?

$x=2$, existe y tal que $x+y=0$?

$x=-5$, existe y tal que $x+y=0$?

Lógica de predicados

Indique el valor de verdad de la expresión

$$\forall x \exists y \ (x+y=0)$$

La expresión representa la frase:

Para todo x, existe un y tal que x+y=0

x=1, existe y=-1 tal que x+y=0

x=2, existe y=-2 tal que x+y=0

x=-5, existe y=5 tal que x+y=0

Lógica de predicados

Indique el valor de verdad de la expresión

$$\forall x \exists y\ (x+y=0)$$

La expresión es **verdadera** porque para todo x existe un y tal que se cumple $x+y=0$

Lógica de predicados

Indique el valor de verdad de la expresión

$\forall x \exists y\ (x \cdot y = 1)$, dominio los reales

Lógica de predicados

Indique el valor de verdad de la expresión

$\forall x \exists y \, (x \cdot y=1)$, dominio los reales

$x=1$, existe y tal que $x \cdot y=1$?

$x=2$, existe y tal que $x \cdot y=1$?

$x=-5$, existe y tal que $x \cdot y=1$?

$x=0$, existe y tal que $x \cdot y=1$?

Lógica de predicados

Indique el valor de verdad de la expresión

$\forall x \exists y\ (x \cdot y=1)$, dominio los reales

$x=1$, existe $y=1$ tal que $x \cdot y=1$

$x=2$, existe $y=1/2$ tal que $x \cdot y=1$

$x=-5$, existe $y=-1/5$ tal que $x \cdot y=1$

$x=0$, no existe y

¿Se cumple $\forall x \exists y\ (x \cdot y=1)$?

Lógica de predicados

Indique el valor de verdad de la expresión

$\forall x \exists y\ (x \cdot y = 1)$, dominio los reales

La expresión es **falsa** porque para $x=0$ no existe y tal que $x \cdot y=1$

Lógica de predicados

Indique el valor de verdad de la expresión

$\forall x \exists y\ (x=y^2)$, dominio los reales

Lógica de predicados

Indique el valor de verdad de la expresión

$\forall x \exists y\ (x=y^2)$, dominio los reales

$x=1$, existe y tal que $x=y^2$?

$x=2$, existe y tal que $x=y^2$?

$x=-1$, existe y tal que $x=y^2$?

$x=-2$, existe y tal que $x=y^2$?

Lógica de predicados

Indique el valor de verdad de la expresión

$\forall x \exists y\ (x=y^2)$, dominio los reales

$x=1$, existe $y=1$ tal que $x=y^2$?

$x=2$, existe $y=\sqrt{2}$ tal que $x=y^2$?

$x=-1$, no existe y tal que $x=y^2$?

$x=-2$, no existe y tal que $x=y^2$?

Lógica de predicados

Indique el valor de verdad de la expresión

$\forall x \exists y\ (x=y^2)$, dominio los reales

La expresión es **falsa** porque para $x=-1$, no existe y tal que $x=y^2$

Lógica de predicados

Indique el valor de verdad de la expresión

$\forall x \exists y \, (x^2 < y)$, dominio los enteros

Lógica de predicados

Indique el valor de verdad de la expresión

$\forall x \exists y\ (x^2 < y)$, dominio los enteros

$x=1$, existe $y=2$ tal que $x^2<y$

$x=2$, existe $y=5$ tal que $x^2<y$

$x=3$, existe $y=10$ tal que $x^2<y$

$x=-1$, existe $y=2$ tal que $x^2<y$

Lógica de predicados

Indique el valor de verdad de la expresión

$\forall x \exists y\ (x^2 < y)$, dominio los enteros

La expresión es **verdadera**

Lógica de predicados

Indique el valor de verdad de la expresión

$$\forall x \exists y \left(\frac{x}{y} = 1 \right)$$, dominio los enteros

Lógica de predicados

Indique el valor de verdad de la expresión

$\forall x \exists y \left(\frac{x}{y} = 1 \right)$, dominio los enteros

x=1, existe y tal que x/y=1?

x=2, existe y tal que x/y=1?

x=-1, existe y tal que x/y=1?

Lógica de predicados

Indique el valor de verdad de la expresión

$\forall x \exists y \left(\frac{x}{y} = 1 \right)$, dominio los enteros

x=1, existe y=1 tal que 1/1=1

x=2, existe y=2 tal que 2/2=1

x=-1, existe y=-1 tal que 1/-1=1

¿Se cumple $\forall x \exists y \left(\frac{x}{y} = 1 \right)$?

Lógica de predicados

Indique el valor de verdad de la expresión

$$\forall x \exists y \left(\frac{x}{y} = 1 \right)$$, dominio los enteros

La expresión es **falsa**, porque para x=0 no existe y que cumpla la condición

Lógica de predicados

Expresión	¿Cuándo es cierta?	¿Cuándo es falsa?
$\forall x \exists y\ P(x,y)$	Para cada x existe un y para el cual P(x,y) es verdadero	Hay al menos un x para el cual no existe y tal que se cumpla P(x,y)

Lógica de predicados

Indique el valor de verdad de la expresión

$$\exists x \forall y \ (x+y=0)$$

La expresión representa la frase:

Existe un x (el mismo x) para todo y tal que x+y=0

Lógica de predicados

Indique el valor de verdad de la expresión

$$\exists x \forall y \, (x+y=0)$$

La expresión representa la frase:

Existe un x (el mismo x) para todo y tal que x+y=0

- *x=-1 sirve para y=1*
- *x=-2 sirve para y=2*
- *x=-3 sirve para y=3*
- *x=-4 sirve para y=4*

Lógica de predicados

Indique el valor de verdad de la expresión

$$\exists x \forall y\ (x+y=0)$$

La expresión representa la frase:

Existe un x (el mismo x) para todo y tal que x+y=0

- *x=-1 sirve para y=1*
- *x=-2 sirve para y=2*
- *x=-3 sirve para y=3*
- *x=-4 sirve para y=4*

No hay un solo x que sirva para todo y

Lógica de predicados

Indique el valor de verdad de la expresión

$\exists x \forall y \ (x+y=0)$

La expresión representa la frase:

Existe un x (el mismo x) para todo y tal que x+y=0

No hay un mismo valor de x que sirva para todo y,

por lo tanto la sentencia es **falsa**

Lógica de predicados

Indique el valor de verdad de la expresión

$$\exists x \forall y \, (x \cdot y = 0)$$

Lógica de predicados

Indique el valor de verdad de la expresión

$$\exists x \forall y\ (x \cdot y = 0)$$

$x=0$ sirve para $y=1$ porque $0 \cdot 1=0$

$x=0$ sirve para $y=2$ porque $0 \cdot 2=0$

$x=0$ sirve para $y=3$ porque $0 \cdot 3=0$

$x=0$ sirve para $y=4$ porque $0 \cdot 4=0$

Lógica de predicados

Indique el valor de verdad de la expresión

$$\exists x \forall y\ (x \cdot y = 0)$$

$x=0$ sirve para $y=1$ porque $0 \cdot 1=0$

$x=0$ sirve para $y=2$ porque $0 \cdot 2=0$

$x=0$ sirve para $y=3$ porque $0 \cdot 3=0$

$x=0$ sirve para $y=4$ porque $0 \cdot 4=0$

Es el mismo x el que sirve para todo y

Lógica de predicados

Indique el valor de verdad de la expresión

$$\exists x \forall y \ (x \cdot y = 0)$$

$x=0$ sirve para todo y.

$$0 \cdot 0 = 0$$

$$0 \cdot 1 = 0$$

$$0 \cdot 2 = 0$$

$$0 \cdot 3 = 0$$

Lógica de predicados

Indique el valor de verdad de la expresión

$$\exists x \forall y \ (x \cdot y = 0)$$

x=0 sirve para todo y.

$$0 \cdot 0 = 0$$

$$0 \cdot 1 = 0$$

$$0 \cdot 2 = 0$$

$$0 \cdot 3 = 0$$

- La expresión es **verdadera**

Lógica de predicados

Indique el valor de verdad de la expresión

$$\exists x \forall y \left(\frac{y}{3} + x = \frac{y}{3} \right)$$, dominio son los enteros

Lógica de predicados

Indique el valor de verdad de la expresión

$$\exists x \forall y \left(\frac{y}{3} + x = \frac{y}{3} \right)$$, dominio son los enteros

x=0 sirve para todo y. La expresión es **verdadera**

Lógica de predicados

Indique el valor de verdad de la expresión

$$\exists x \forall y\ (x \cdot y = y)$$

Lógica de predicados

Indique el valor de verdad de la expresión

$$\exists x \forall y\ (x \cdot y = y)$$

$x=1$ sirve para todo y

$$1 \cdot 1 = 1$$

$$1 \cdot 2 = 2$$

$$1 \cdot 3 = 3$$

$$1 \cdot 4 = 4$$

- La expresión es **verdadera**

Lógica de predicados

Indique el valor de verdad de la expresión

$$\exists x \forall y \, (y+x=y-x)$$

Lógica de predicados

Indique el valor de verdad de la expresión

$$\exists x \forall y\ (y+x=y-x)$$

x=0 sirve para todo y

$1+0=1-0$

$2+0=2-0$

$3+0=3-0$

$4+0=4-0$

- La expresión es **verdadera**

Lógica de predicados

Expresión	**¿Cuándo es cierta?**	**¿Cuándo es falsa?**
$\exists x \forall y\ P(x,y)$	Hay un x para el cual P(x,y) es verdadero para todos los valores de y	No existe un mismo x que sirva para todo y

Lógica de predicados

Sea $Q(x,y)$: "$x+y=x-y$". Si el dominio para ambas variables consiste de los enteros, indique el valor de verdad de las siguientes sentencias:

- $Q(1,1)$
- $Q(2,0)$
- $\forall y\ Q(1,y)$
- $\exists x\ Q(x,2)$
- $\forall x \exists y\ Q(x,y)$

Lógica de predicados

Sea $Q(x,y)$: "$x+y=x-y$". Si el dominio para ambas variables consiste de los enteros, indique el valor de verdad de las siguientes sentencias:

- $Q(1,1)$, **falso** ($2\neq 0$)
- $Q(2,0)$, **verdadero** ($2=2$)
- $\forall y\ Q(1,y)$, **falso** (para $y=2$, $3\neq -1$)
- $\exists x\ Q(x,2)$, **falso** (no existe x tal que $x+2=x-2$)
- $\forall x \exists y\ Q(x,y)$, **verdadero** ($y=0$)

Lógica de predicados

Determine el valor de verdad de cada una de las siguientes sentencias tomando como dominio los números enteros:

- $\exists x \exists y\ (x+y=4 \wedge x-y=1)$
- $\exists x \exists y\ (x+y=4 \wedge x-y=2)$
- $\exists x \exists y\ (x+y \neq y+x)$
- $\forall x \exists y\ (x+y=1)$
- $\exists x \forall y\ (x+y=1)$,
- $\exists x \forall y\ (x^2+y^2=y^2)$

Lógica de predicados

Determine el valor de verdad de cada una de las siguientes sentencias tomando como dominio los números enteros:

- $\exists x \exists y\ (x+y=4 \wedge x-y=1)$, **falso** (no existen los enteros)
- $\exists x \exists y\ (x+y=4 \wedge x-y=2)$, **verdadero** ($x=3$, $y=1$)
- $\exists x \exists y\ (x+y \neq y+x)$, **falso** (no existen x y y)
- $\forall x \exists y\ (x+y=1)$, **verdadero** (dado un x, existe y)
- $\exists x \forall y\ (x+y=1)$, **falso** (el mismo x no sirve en todos los casos)
- $\exists x \forall y\ (x^2+y^2=y^2)$, **verdadero** ($x=0$ sirve en todos los casos)

Ejercicios

Pruebe la equivalencia, $\mathbf{(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r) \equiv p \rightarrow (q \wedge r)}$

Ejercicios

Pruebe la equivalencia, $\mathbf{(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r) \equiv p \rightarrow (q \wedge r)}$

p	q	r	$p \rightarrow q$	$p \rightarrow r$	$(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r)$	$q \wedge r$	$p \rightarrow q \wedge r$
V	V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	F	F	F	F
V	F	V	F	V	F	F	F
V	F	F	F	F	F	F	F
F	V	V	V	V	V	V	V
F	V	F	V	V	V	F	V
F	F	V	V	V	V	F	V
F	F	F	V	V	V	F	V

Ejercicios

Pruebe la equivalencia, $\neg\mathbf{[\ (p\land q)\rightarrow(p\rightarrow q)\ ]} \equiv \mathbf{F}$

Ejercicios

Pruebe la equivalencia, $\neg[\ (\mathbf{p}\wedge\mathbf{q})\rightarrow(\mathbf{p}\rightarrow\mathbf{q})\ ] \equiv \mathbf{F}$

$\neg[(p\wedge q)\rightarrow(p\rightarrow q)]$	$\equiv \neg[\neg(p\wedge q)\vee(p\rightarrow q)]$	$p\rightarrow q\equiv\neg p\vee q$
	$\equiv \neg[(\neg p\vee\neg q)\vee(p\rightarrow q)]$	De Morgan
	$\equiv \neg[(\neg p\vee\neg q)\vee(\neg p\vee q)]$	$p\rightarrow q\equiv\neg p\vee q$
	$\equiv \neg[(\neg p\vee\neg q)\vee(q\vee\neg p)]$	Conmutativa
	$\equiv \neg[\neg p\vee(\neg q\vee q)\vee\neg p]$	Asociativa
	$\equiv \neg(\neg p\vee V\vee\neg p)$	Negación
	$\equiv \neg(V)$	Dominación
	$\equiv F$	$\neg V\equiv F$