



Análise Matemática II (2013/2014)

Exame de época normal

16/06/2014

Duração: 3h

Nome:

Número:

Curso:

Resolva cada grupo numa folha de teste diferente.

Grupo I

1. Encontre o *domínio* D da função de duas variáveis

$$f(x, y) = \arcsin \frac{y}{x}.$$

Determine e desenhe no plano coordenado o conjunto D , a sua *aderência* \overline{D} e as *linhas de nível* da função f .

2. Mostre que a função

$$f(x, y) = \sqrt{|xy|}$$

tem *derivadas parciais* $\frac{\partial f}{\partial x}$ e $\frac{\partial f}{\partial y}$ em $(0, 0)$ mas *não é diferenciável* nesse ponto.

3. Considere a equação

$$x^3 + y^3 = 3xy + 3.$$

Verifique se, numa vizinhança do ponto $(1, 2)$, a equação dada define *implicitamente* y como uma função $f(x)$. Em caso afirmativo, determine a equação da *recta tangente* ao gráfico de f no ponto $(1, 2)$.

4. Usando *multiplicadores de Lagrange*, encontre os pontos de extremo local da função

$$f(x, y) = xy^2,$$

sujeita à condição $x + y = 6$. Justifique cuidadosamente a natureza desses extremos.

Grupo II

5. Usando o método que achar mais conveniente, calcule o *integral duplo*

$$\iint_D y \, dx dy,$$

sendo $D \subset \mathbb{R}^2$ o círculo definido por $x^2 + y^2 \leq 3x$.

6. Considere o arco da hélice cônica C definida pelas equações paramétricas

$$\begin{cases} x = t \cos t \\ y = t \sin t \\ z = t \end{cases}$$

($0 \leq t \leq 2\pi$). Calcule a *massa* do arco, supondo que a matéria está distribuída ao longo de C com densidade $\rho(x, y, z) = z$. Justifique bem todos os passos da resolução.

7. Supondo que uma partícula se move ao longo da circunferência $x^2 + y^2 = 1$, no sentido contrário ao dos ponteiros do relógio, sujeita à força

$$\mathbf{F}(x, y) = (e^x - y^3, \cos y + x^3),$$

calcule o *trabalho* realizado pela força \mathbf{F} .

Sugestão: Utilize a *fórmula de Green*.

8. Determine os parâmetros a e b para os quais existe uma função $u = u(x, y)$ com

$$du = (aye^x + be^y) dx + (axe^y + e^x) dy.$$

Calcule todas as *primitivas* u da forma diferencial acima.

BOM TRABALHO!