Análise Matemática II (2012/2013)

2^a Frequência / Exame 15/06/2013 **Duração:** 2h 30m / 3h

Nome:

Número: **Curso:**

Resolva cada parte numa folha de teste diferente.

Parte I

1. (**Só Frequência**) Aplicando o Teorema de Green calcule

$$\int_C \left(y + e^{\sqrt{x}}\right) dx + \left(2x + \cos\left(y^2\right)\right) dy,$$

sendo C a curva que limita a região sitiuada entre as parábolas $y = x^2$ e $x = y^2$, percorrida no sentido directo.

2. Considere a superfície $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : z = 1 - x^2 - y^2,\ x > 0, y > 0, z > 0\}$.

   (a) Parametrize S.

   (b) Calcule a área de S.

   (c) Determine o fluxo de $G(x, y, z) = (x, -y^4 - y, 4y^3 z + 2)$ através de S no sentido da normal exterior usando o teorema da divergência.

Parte II

3. Determine o comprimento da curva $C = \{(e^t \cos t, e^t \sin t) : t \in [0, 2]\}$.

4. Seja $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ uma função contínua em A. Sabe-se que

$$\iint_A f(x, y)\, dxdy = \int_0^2 \int_0^{\sqrt{4-y^2}} f(x, y)\, dxdy.$$

   (a) Represente graficamente o conjunto A.

   (b) Mude a ordem de integração no cálculo de $\iint_A f(x, y)\, dxdy$.

   (c) Calcule o volume do sólido $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : (x, y) \in A,\ 0 \leq z \leq \cos(x^2 + y^2)\}$.

5. (**Só Frequência**) Considere o campo vectorial $F : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ dado por

$$F(x,y,z) = (y+z, x+z, x+y).$$

(a) Verifique se F é conservativo. No caso afirmativo determine uma sua função potencial.

(b) Calcule o trabalho realizado pela força F ao longo da curva

$$C = \left\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : x = \cos\theta, y = \sin\theta, z = 2\theta,\ 0 \le \theta \le 2\pi\right\}.$$

Parte III

6. (**Só Exame**) Estude quanto à continuidade a função $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definida por

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{xy^3}{x^2+y^2}, & (x,y) \neq (0,0) \\ 0, & (x,y) = (0,0). \end{cases}$$

7. (**Só Exame**) Sejam $h : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ uma função de classe $\mathcal{C}^1$ tal que $\nabla h(e,0,1) = (2,0,1)$ e $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$ dada por

$$g(x,y) = \left(e^{x+y}, x^2y, \cos(xy)\right).$$

Calcule a derivada de $h \circ g$ no ponto $(1,0)$ segundo o vector $v = (1,1)$.

8. (**Só Exame**) Seja $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definida por $f(x,y) = x^2y + y^2x - 3xy$.

(a) Calcule o gradiente e a matriz hessiana de f.

(b) Determine os extremos e os pontos sela de f.

(c) Determine o plano tangente e a recta normal à superfície de equação $f(x,y) = z$ no ponto $(2,1,0)$.

Cotações		
Questões	**Freq.**	**Exame**
1	2,5	–
2 a)	1	1
b)	2	1,5
c)	3	2,5
3	1,5	1
4 a)	1,5	1
b)	1,5	1,5
c)	2	2
5 a)	3	–
b)	2	–
6	–	2
7	–	2
8 a)	–	1,5
b)	–	2
c)	–	2

BOM TRABALHO!