



Universidad Nacional
Autónoma de México

Facultad de
Ingeniería

División de Ciencias Básicas
Coordinación de Mecánica
y Análisis

Ing. Carlos Pineda Figueroa
Ing. Jaime Martínez Martínez

SEMESTRE 07-1

Elementos de Geometría Básica para Ingenieros

Adaptación de un trabajo realizado por
alumnos que cursaron la Asignatura
Análisis Gráfico en el semestre 2001-2

- Cruz Andrade Jorge Pedro
- Romero Serrano Noe de Jesús
- Sánchez Galicia Roberto
- Uribe López Oscar

Índice

Geometría: definición.

Elementos básicos:
conceptos y teoremas.

Polígonos: características,
clasificación. Triángulos.

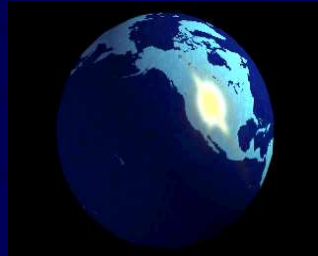
Circunferencia y círculo.

Áreas, perímetros y volúmenes.

Geometría

Definición.

- **Geometría** (del griego *geo*, 'tierra'; *metrein*, 'medir'), rama de las matemáticas que se ocupa de las propiedades del espacio. Se le considera como la ciencia de la posición, la forma y la magnitud, y que tiene por objeto el estudio de la extensión considerada bajo sus tres dimensiones: línea, superficie y cuerpo.



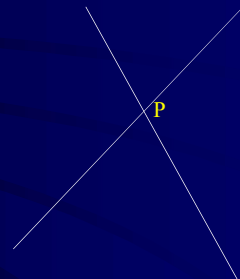
Elementos Geométricos Básicos

- Punto
 - Línea
 - Superficie
 - Cuerpo
- **Estos elementos no tienen definición.**

Sin embargo es importante tener una idea concreta de dichos elementos.

Punto

- Se le considera como la intersección de dos líneas y es denotado con una letra mayúscula. Es la mínima expresión de la extensión y, por tanto no tiene longitud, ni anchura ni altura; sólo nos indica una posición en el espacio.



Línea

Se considera generada por un punto en movimiento que sigue cierta dirección. Su longitud es indefinida. También se le considera como la intersección de dos planos.



Es posible conceptualizarla como aquello que limita a una superficie o como un conjunto de puntos que tienen como única medida la longitud.

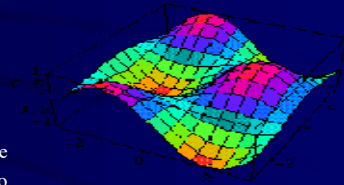
Superficie

Se considera generada por una línea en movimiento con una dirección determinada.

Se entiende intuitivamente como la forma exterior de los cuerpos.

También se considera como el límite que separa a un cuerpo del espacio que lo rodea.

Es importante resaltar que superficie y área no son sinónimos.



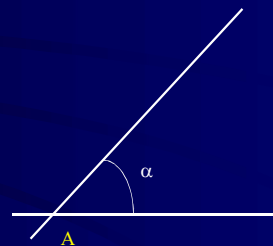
Cuerpo

Se le considera como la parte del espacio limitado por superficies llamadas caras.

El sólido entonces está limitado por superficies planas, como los poliedros, por curvas, como la esfera, o planas y curvas, como el cilindro.

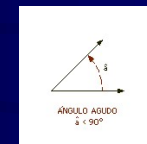


Ángulo. Es la magnitud de rotación de una semirrecta que gira sobre otra que permanece fija.

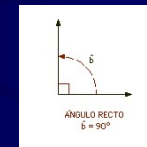


TIPOS DE ÁNGULOS

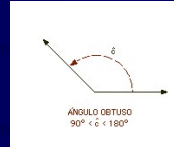
Ángulo agudo es menor de 90°



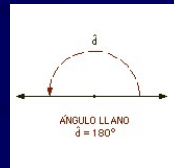
Ángulo recto mide 90°



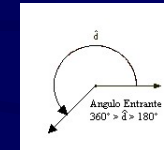
Ángulo obtuso mayor de 90°
y menor de 180°



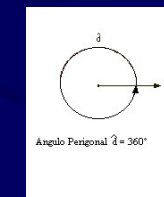
Ángulo llano es igual a 180°



Ángulo entrante es mayor de
 180° y menor de 360°

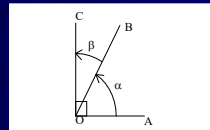


Ángulo perigonal es igual a 360°



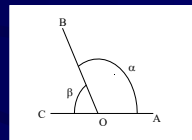
Ángulos adyacentes complementarios.

Son dos ángulos que
suman un ángulo recto



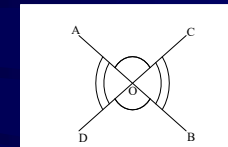
Ángulos Adyacentes Suplementarios

Son dos ángulos que suman
dos ángulos rectos

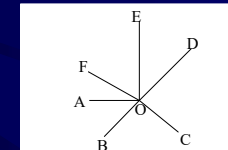


Ángulos opuestos por el vértice.

Son dos ángulos tales que
los lados de uno de ellos,
son las prolongaciones de
los lados del otro.

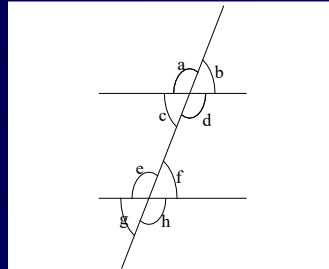


Dos ángulos se llaman
consecutivos si tienen un
lado común que separe a
los otros dos.



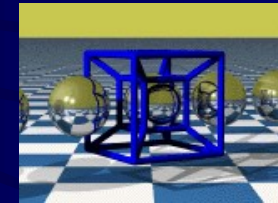
Ángulos formados por dos rectas paralelas, cortadas por una secante.

- Correspondientes (a, e) (c, g), (b, f), (d, h).
- Adyacentes (a, c), (b, d), (e, f), (e, g), (f, h), (g, h), (c, d).
- Opuestos por el vértice (a, d), (b, c), (e, h), (g, f).
- Alternos internos (c, f), (d, e).
- Alternos externos (a, h), (b, g).
- Colaterales internos (c, e), (d, f).
- Colaterales externos (a, g), (b, h).



Polígonos

- Definición
- Clasificación
- Características



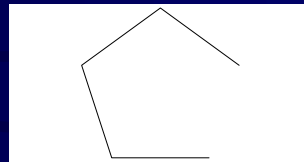
Poligonal

Es la unión de segmentos de un plano que se intersecan sólo en sus extremos, sin formar otro segmento. Los extremos de los segmentos que integran la poligonal se llaman vértices de la poligonal y los segmentos son lados de la poligonal.

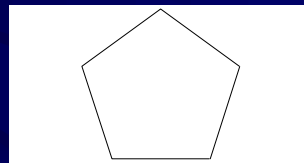
Poligonal abierta. Es una poligonal donde se puede determinar cual es su lado inicial y cual su lado final.

Poligonal cerrada. Es cualquier poligonal que no tiene determinados su lado inicial y lado final.

Abierta



Cerrada



Polígonos

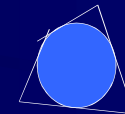
Un polígono es una poligonal cerrada.

Polígono circunscrito. Es aquél cuyos lados son tangentes a una circunferencia.

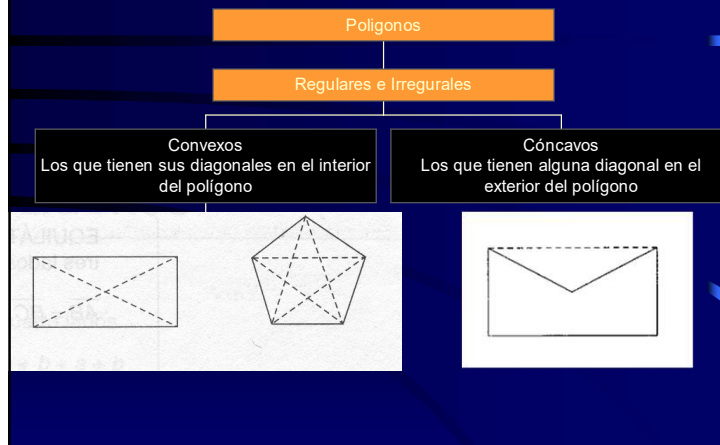
Polígono inscrito. Es aquél cuyos vértices pertenecen a una circunferencia.

Polígono convexo. Es aquél cuyos ángulos interiores (todos) son menores de 180° .

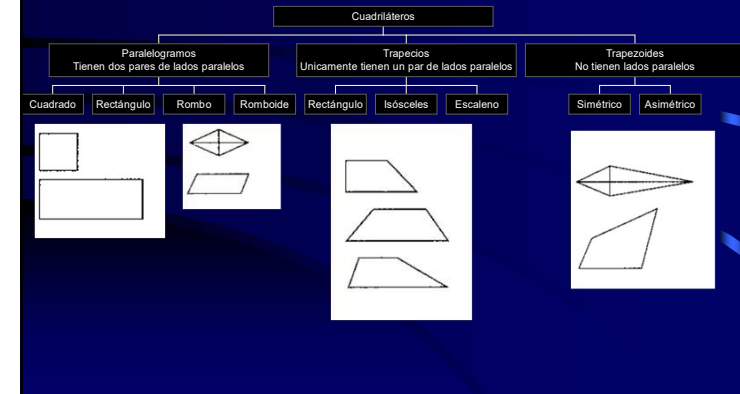
Polígono cóncavo. Es aquél que tiene al menos un ángulo interior mayor de 180° .



Clasificación de los Polígonos



Clasificación de acuerdo a sus lados

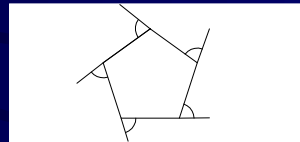


Características

La suma de los ángulos interiores y ángulos exteriores de un polígono.

Teorema. La suma de los ángulos interiores (S) de un polígono convexo es igual a tantas veces dos ángulos rectos como lados menos dos tiene el polígono.

$$S = 180^\circ (n-2)$$



La suma de los ángulos exteriores de todo polígono convexo es igual a cuatro ángulos rectos.

Ángulo exterior de un polígono. Son cada uno de los ángulos formados al prolongarse sucesivamente los lados de un polígono convexo.

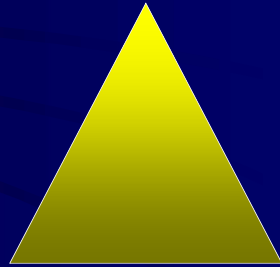
Triángulos

Un polígono con una trascendencia diferente.

- Definición
- Elementos
- Clasificación
- Congruencia
- Semejanza
- Rectas y puntos notables

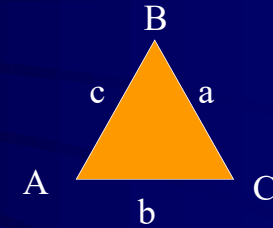
Definición

- Es la porción de plano limitado por tres rectas que se cortan dos a dos.
- Polígono de tres lados.



Características

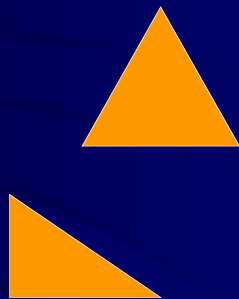
- Los puntos de intersección son los vértices de triángulo: A, B, C .
- Los segmentos determinados, son los lados del triángulo: a, b, c .



Elementos del triángulo

- Un triángulo tiene como elementos:

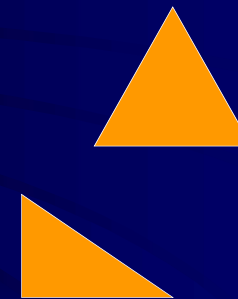
3 ángulos
3 lados
3 vértices



Clasificación de los triángulos

Según los lados que lo conforma.

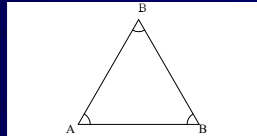
Según sus ángulos interiores.



Atendiendo a sus lados

Triángulo Equilátero

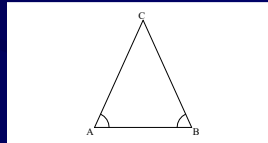
Es aquél que tiene sus tres lados congruentes



$$\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CA}, \text{ también } \angle A = \angle B = \angle C$$

Triángulo Isósceles

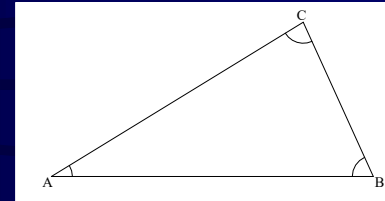
Es aquél que tiene dos lados congruentes



$$\overline{AB} = \overline{BC}, \text{ también } \angle A = \angle B$$

• Triángulo Escaleno

Es aquél que tiene todos sus lados desiguales



$$\overline{AB} \neq \overline{BC} \neq \overline{CA}$$

por lo tanto

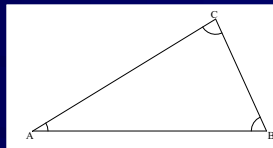
$$\angle A \neq \angle B \neq \angle C.$$

Así que sus ángulos también son desiguales.

Atendiendo a sus ángulos

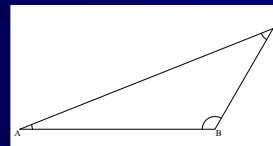
Acutángulo

Es aquél que tiene los tres ángulos agudos.



Obtusángulo

Es aquél que tiene un ángulo obtuso.



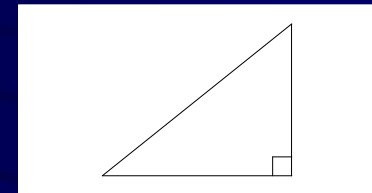
• Triángulo Rectángulo

Es aquél que tiene un ángulo recto.

Hay que resaltar que los lados de un triángulo rectángulo reciben nombres especiales:

Catetos son los lados que forman al ángulo recto.

Hipotenusa es el lado opuesto al ángulo recto: BC



Rectas y puntos notables del triángulo

En el estudio de los triángulos los siete sabios de Grecia descubrieron y desarrollaron a través de la búsqueda de las propiedades de elementos geométricos, trazos que hacen al triángulo un polígono bastante trascendente.

- Mediana
- Altura
- Bisectriz
- Mediatriz

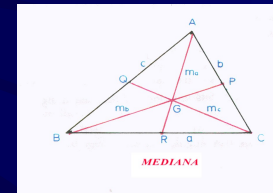
Mediana

Es el segmento trazado desde un vértice hasta el punto medio del lado opuesto:

\overline{AR} , \overline{BP} y \overline{CQ}

Hay tres medianas una correspondiente a cada lado. Se designan con la letra "m" y un subíndice que indica el lado:

- Donde el punto de intersección G de las medianas se denomina *baricentro*.

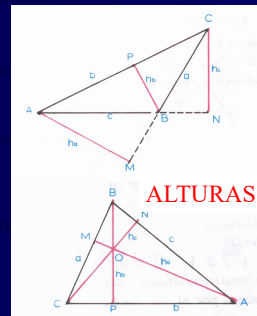


Altura

- Es la perpendicular trazada desde un vértice opuesto o a su prolongación:

\overline{AM} , \overline{BP} , \overline{CN}

Hay tres alturas, una correspondiente a cada lado. Se designan con la letra h y un subíndice que indica el lado. El punto O donde concurren las tres alturas se llama *ortocentro*.

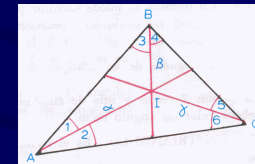


Bisectriz

- Es la recta notable que corresponde a la bisectriz de un ángulo interior. Por lo tanto hay tres bisectrices para cada ángulo, aquí nombradas por las letras griegas α , β , γ .

$$\begin{aligned} <1 = <2; \\ <3 = <4; \\ <5 = <6; \end{aligned}$$

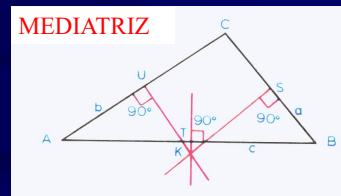
- El punto I donde concurren las tres bisectrices se llama *incentro*.



Mediatriz

- Es la perpendicular en el punto medio de cada lado se denominan con la letra "M" y un subíndice que indica el lado.
- El punto K de intersección de las tres mediatrices se llama *circuncentro*.

$$\begin{aligned}\overline{KS} &= M_a; \\ \overline{KU} &= M_b; \\ \overline{KT} &= M_c;\end{aligned}$$



Conceptos

Semejanza

Se refiere a elementos geométricos que tienen la misma forma pero diferente medida.

Equivalencia

Se da cuando elementos geométricos tienen la misma área pero diferente forma.

Congruencia

Se da cuando dos figuras son semejantes y equivalentes al mismo tiempo.

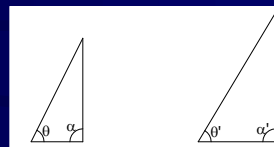
Se presenta cuando mediante superposición directa los puntos de una figura caen exactamente sobre la otra.

Homólogo

Se designa así a los lados o a los ángulos correspondientes de figuras que son congruentes o semejantes.

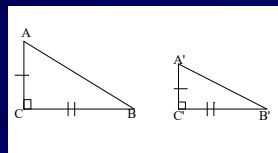
Primer Criterio

Dos triángulos son semejantes si por lo menos tienen dos ángulos homólogos congruentes.



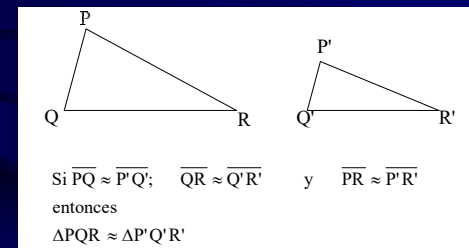
Segundo Criterio

Dos triángulos son semejantes si tienen proporcionales dos lados homólogos y el ángulo comprendido entre ellos es congruente.



Tercer Criterio

- Dos triángulos son semejantes cuando tienen proporcionales sus tres lados homólogos.

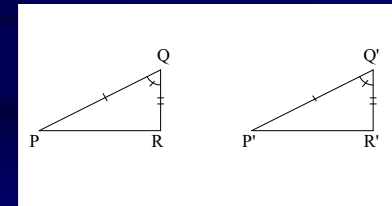


Congruencia en triángulos

- Dos triángulos son congruentes si y solo si son semejantes y equivalentes, es decir los ángulos homólogos interiores son congruentes así como congruentes sus lados homólogos.

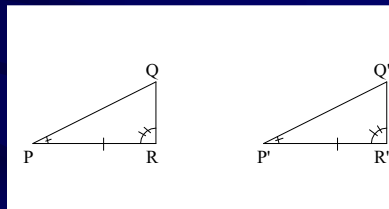
Primer Criterio

- Dos triángulos son congruentes si tienen respectivamente dos lados homólogos congruentes y el ángulo comprendido entre ellos también es congruente.



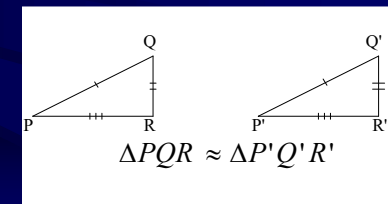
Segundo Criterio

- Dos triángulos son congruentes cuando tienen respectivamente congruentes un lado homólogo y sus ángulos adyacentes.



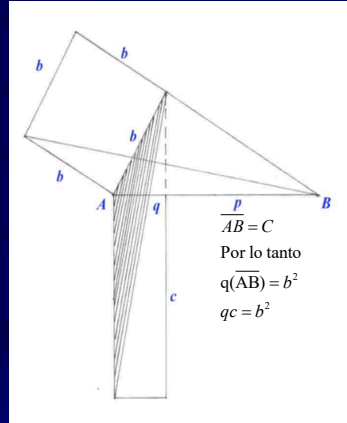
Tercer Criterio

- Dos triángulos son congruentes cuando tienen respectivamente congruentes sus tres lados homólogos.



Teorema del Cateto

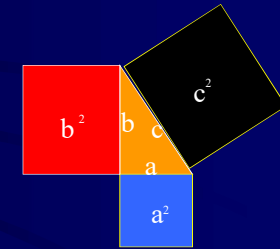
- En todo triángulo rectángulo un cateto es media proporcional entre la hipotenusa y su proyección sobre ella.



Teorema de Pitágoras

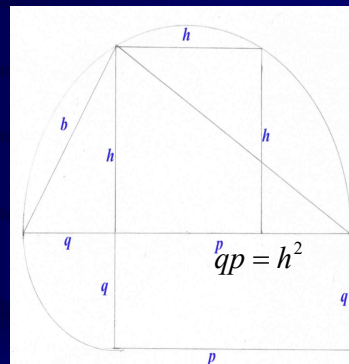
- La relación aritmética entre los catetos y la hipotenusa de cualquier triángulo rectángulo se conoce con el nombre de **Teorema de Pitágoras** el cual se enuncia de la siguiente manera:

en un triángulo rectángulo la suma de los cuadrados construidos sobre los catetos es igual al cuadrado construido sobre la hipotenusa.



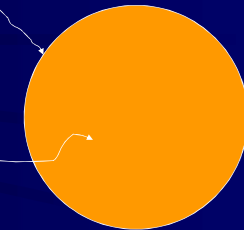
Teorema de la altura

- La altura relativa a hipotenusa de un triángulo rectángulo es media proporcional entre los segmentos en que divide a ésta.



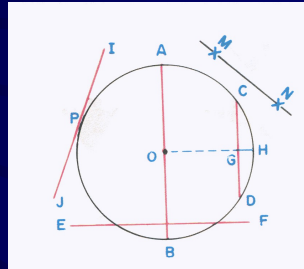
Circunferencia. Es el conjunto de puntos que se encuentran a la misma distancia de otro punto fijo, llamado centro.

Círculo. Es el conjunto de puntos de la circunferencia y de los del interior de ella.



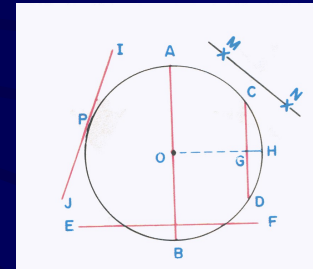
Rectas y segmentos asociados la circunferencia

- **Radio.** Es un segmento que une al centro con cualquier punto de la circunferencia.
- **Cuerda.** Es un segmento que une dos puntos de la circunferencia.
- **Diámetro.** Es una cuerda que pasa por el centro de la circunferencia.



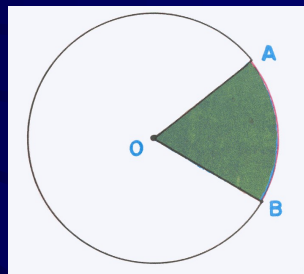
Rectas y segmentos asociados a la circunferencia

- **Secante.** Es una recta que corta a la circunferencia en dos puntos.
- **Tangente.** Es una recta que corta a la circunferencia en un solo punto.
- **Punto de tangencia.** Es el punto que tienen en común la tangente y la circunferencia.



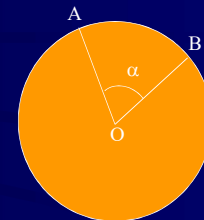
Ángulos en la circunferencia

- Ángulo central
- Ángulo interior
- Ángulo inscrito
- Ángulo semi-inscrito
- Ángulo exterior



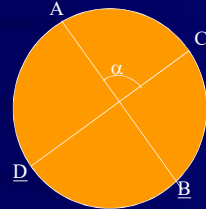
Ángulo central

- Es el ángulo formado por dos radios.
- Es el ángulo que tiene su vértice en el centro de la circunferencia.



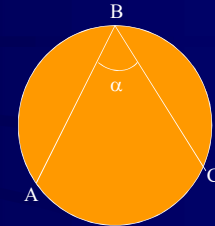
Ángulo interior

- Es el ángulo formado por dos cuerdas y que tiene su vértice dentro de la circunferencia.



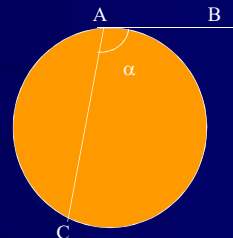
Ángulo inscrito

- Es el ángulo formado por dos cuerdas que se cortan en un punto de la circunferencia



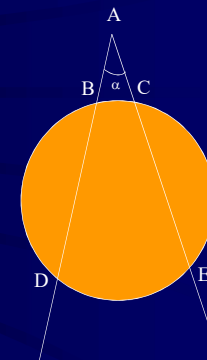
Ángulo semi-inscrito

- Es el ángulo formado por una cuerda y una tangente, tiene su vértice en el punto de tangencia.
- Es el ángulo que tiene su vértice en la circunferencia y uno de sus lados es una tangente y el otro una secante.



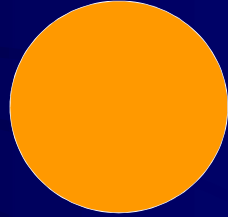
Ángulo exterior

- Es el ángulo formado por dos secantes que se cortan en un punto exterior de la circunferencia.



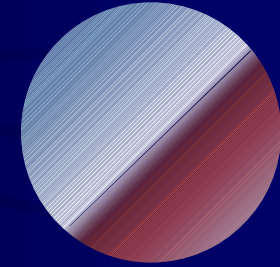
Figuras en el círculo

- Segmento circular
- Sector circular
- Corona circular
- Trapecio circular



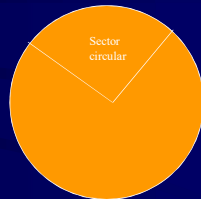
Segmento Circular

- Es la zona delimitada por una cuerda dentro de un círculo.



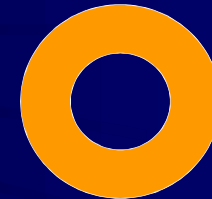
Sector circular

- Es la zona de un círculo delimitada por dos radios

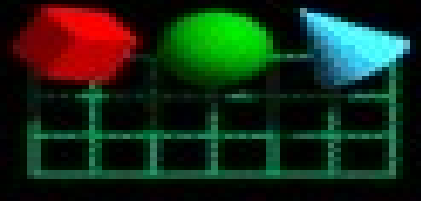


Corona Circular

- Porción del plano limitada por dos circunferencias concéntricas.



Perímetros, áreas y volúmenes



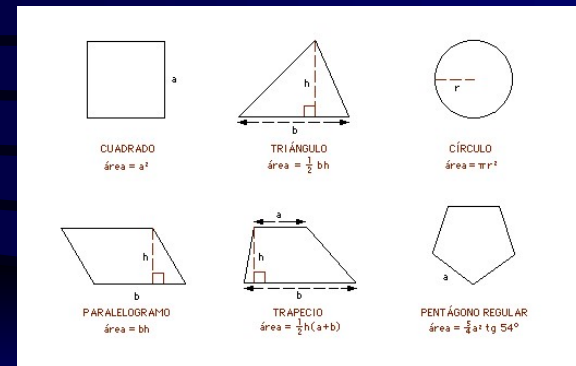
Perímetro

Es la medida de límite o frontera, de un polígono, se obtiene sumando todas las longitudes de sus lados.

Área

Es la medida de la superficie delimitada por el perímetro.

Algunas fórmulas para calcular áreas



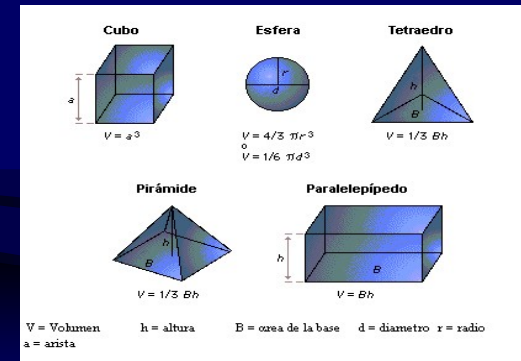
Volumen



Volumen

Es la medida del espacio que se localiza en el interior y exterior del sólido geométrico.

Algunas fórmulas para calcular volúmenes



Bibliografía

- Jesus García Arenas y Celestí Bertran Infante
 “Geometría y Experiencias”

Editorial:

Biblioteca de Recursos Didacticos Alambra

Longman Editores

Alambra Mexicana

5 reimpresión

México 1997

Bibliografía

- Doctor J. A. Baldor
 “Geometría plana y del espacio; y trigonometría”

Editorial:

Publicaciones Cultural

Décima Sexta reimpresión

México 1999

Bibliografía

- Daniel Robles Robles y Maria de Lourdes Minquini y Castañeda

“El Matemático de Segundo de Secundaria”

Editorial:
Fernández Editores
Tercera Edición
México 1993

Bibliografía

- Frank Ayres Jr. y Robert E. Moyer
“Trigonometría (Serie Shaums)”

Editorial:
McGraw Hill
Segunda Edición
México 1991

Bibliografía

- Arquimedes Caballero
“Matemáticas Primer Curso”

Editorial:
Esfinje
Trigésima Sexta edición
Mexico 1992

Bibliografía

- Arquimedes Caballero
“Ejercicios de Arimética y Geometría para las Escuelas Primarias” (Cuadernos Alfa)

Editorial:
Esfinje
Vigésimo Quinta Edición
Mexico 1985

Bibliografía

- Microsoft
“Enciclopedia Encarta”

Editorial:
Microsoft
1999 y 2000

Bibliografía

- Lectus Vergara
“Enciclopedia Temática de Matemáticas Lectus Vergara”

Editorial:
Lectus Vergara

Referencias de Imágenes y Videos

- En caso de que alguna imagen presentada en este trabajo tenga derechos reservados, ó exclusividad. Por favor comuníquese con nosotros al correo: exocitosis@axtel.net
Dicha imagen será eliminada de inmediato.

Por las demás imágenes no presentadas en las referencias de este trabajo, estas son propias y desarrolladas por los coautores.

Fin