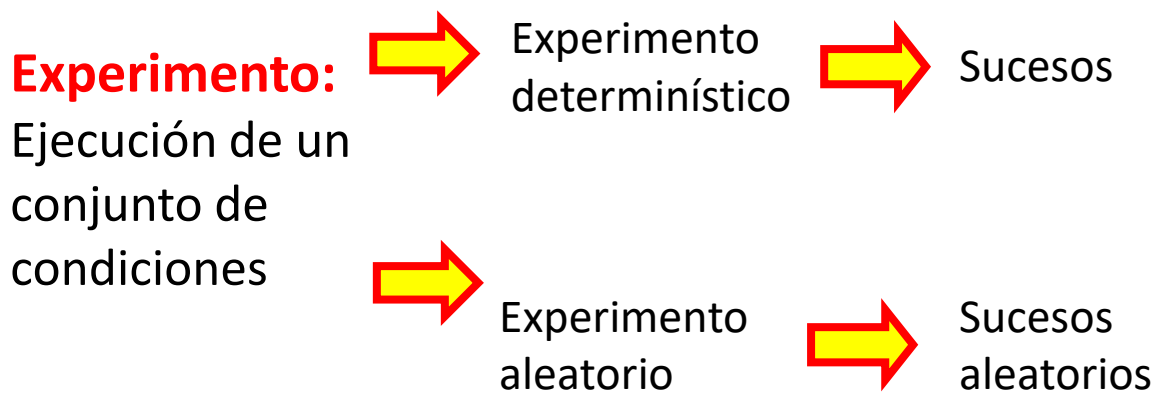
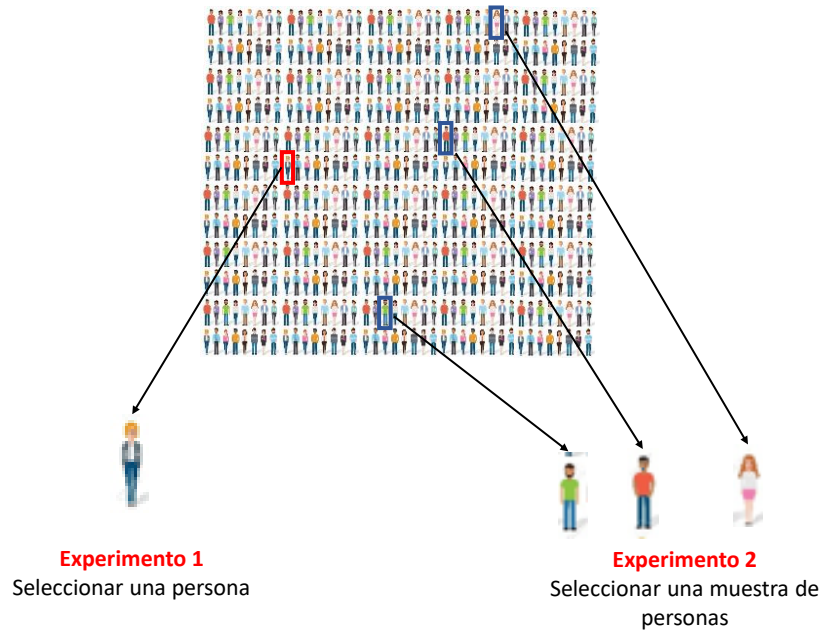


La probabilidad

1

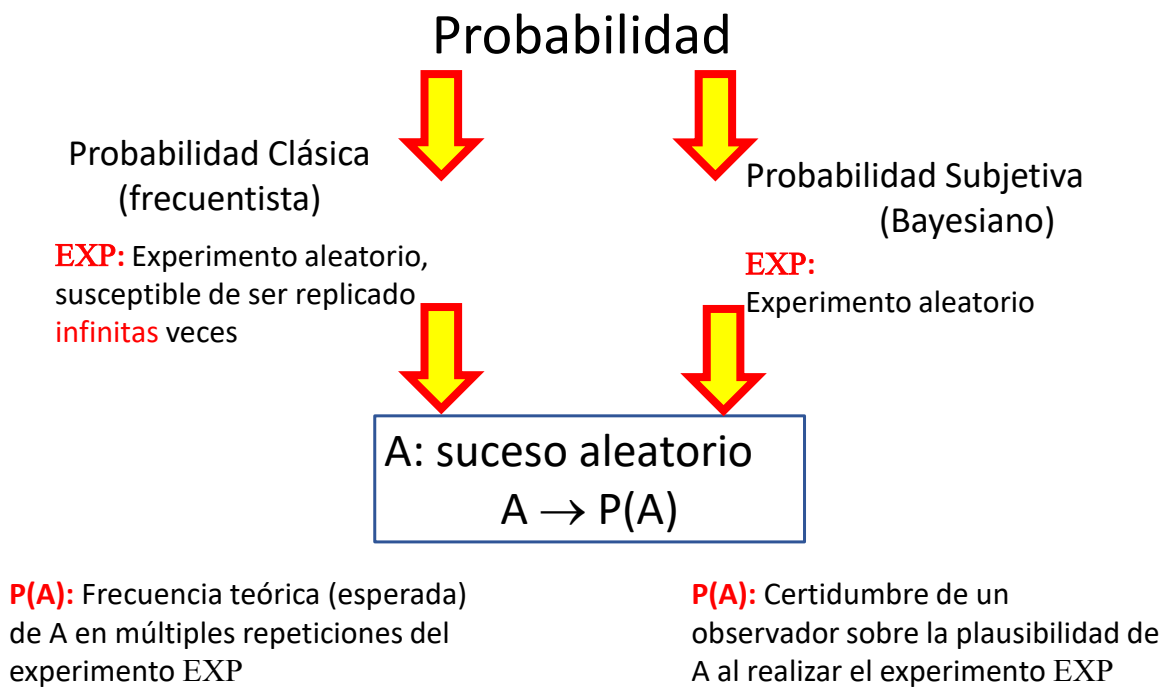


2



Al muestrear se realiza un experimento aleatorio y como tal se determinan probabilidades de selección

3



4

En la probabilidad frecuentista se necesita una medida de frecuencia en un conjunto finito de repeticiones del experimento:
Frecuencia relativa del suceso A: **fr(A)**

¡Atención!: Repeticiones independientes



Jacob Bernoulli
1654-1705

Experimentador	Total de lanzamientos	Frecuencia Absoluta de Caras	Frecuencia relativa
de Buffon	4040	2048	0,5080
K Pearson I	12000	6019	0,5016
K Pearson II	24000	12012	0,5005

A: cara de la moneda

Según la estructura $P(A) = \frac{1}{2} = \mathbf{0,50}$

Resultado fundamental
(Bernoulli, "El Arte de la Conjetura")
 $\text{fr}(A) \rightarrow P(A)$
o más informalmente
 $\text{fr}(A) \approx P(A)$

5

Para entender el significado de la probabilidad es necesario:

- (1) Identificar el experimento aleatorio en el que se ubica el suceso y su probabilidad
- (2) Establecer qué es repetir el experimento
- (3) Interpretar la frecuencia como número de éxitos al repetir el experimento

6

Experimento 1:

lanzamiento de una moneda M_1 con las siguientes probabilidades

Cara	A	B
probabilidad	0.5	0.5

Experimento 2:

lanzamiento de una moneda M_2 con las siguientes probabilidades

Cara	A	B
probabilidad	0.8	0.2

Son experimentos aleatorios diferentes y las frecuencias esperadas también lo son

¿Cuál sería la frecuencia esperada de la cara A al repetir los experimentos 20 veces?

7

Experimento: lanzamiento de una moneda de 100 pesos

6 repeticiones del experimento



$$fr(A) = 4/6 = 0,667$$

Sucesos del experimento



Cara A Cara B

Experimento: 2 lanzamiento de una moneda de 100 pesos

6 repeticiones del experimento

lanzamiento	repetición					
	1	2	3	4	5	6
1						
2						

Sucesos:

A: observar una moneda de 100 en los dos lanzamientos

B: la misma moneda en los dos lanzamientos

$$fr(A) = 2/6$$

$$fr(B) = 3/6$$

8

En resumen

ξ : experimento aleatorio

A: suceso aleatorio

$(A, P(A))$

Experimento 1:

20 lanzamientos de una moneda M_1
con las siguientes probabilidades

Cara	A	B
probabilidad	0.5	0.5

Experimento 2:

20 lanzamiento de una moneda M_2
con las siguientes probabilidades

Cara	A	B
probabilidad	0.8	0.2

$$\frac{x}{20} \approx 0.5$$

$$\frac{x}{20} \approx 0.8$$

Las probabilidad es un atributo del suceso en el experimento aleatorio

Representa el valor (teórico) esperado de las frecuencias al repetir el experimento muchas veces

$$\text{fr}(A) \approx P(A)$$

9

Los sucesos aleatorios

ξ : experimento aleatorio

A: suceso aleatorio

$(A, P(A))$

ξ : lanzamiento de un dado

A: suceso aleatorio

observar un 3
(sucesos elementales)

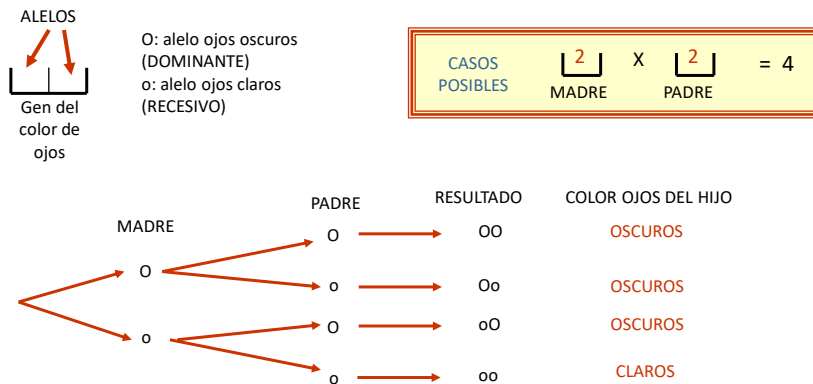
observar un número impar

Espacio muestral (Ω): Conjunto de todos los sucesos elementales de un experimento aleatorio

10

TÉCNICAS DE CONTEO: LOS DIAGRAMAS DE ÁRBOL

DIAGRAMA DE ÁRBOL: Cada paso del experimento se presenta como una ramificación de un árbol



Si fueran igualmente probables se podía aplicar la definición clásica de probabilidad

11

Aplique el árbol de clasificación para describir el total de formas en que pueden distribuirse **dos** premios si las personas se seleccionan al azar de un grupo de 4

¿Importa el orden en que se seleccionan las personas?

12

Una familia
tiene dos
hijos
construya el
espacio
muestral
para
representar
el género de
los dos hijos

$$\Omega = \{FF, FM, MF, MM\}$$

¿Cómo hacerlo para no confundirnos? Hacemos un árbol de clasificación

Sucesos:

A el primer hijo varón

B los dos hijos del mismo género

$$A = \{MF, MM\}$$

$$B = \{FF, MM\}$$

**Los sucesos aleatorios son
subconjuntos del espacio muestral**

13

Ejercicio: Un vehículo llega a una intersección y puede hacer 3 movimientos:

m1: seguir recto

m2: voltear a la derecha

m3: voltear a la izquierda

**Construya el espacio
muestral en este
problema**

¿Cómo representaría el suceso consistente en que:

(i) el vehículo gire?

(ii) el vehículo no gire?

14

Ejercicio: Dos vehículos llegan a una intersección y, de manera independiente, cada uno puede hacer 3 movimientos: seguir recto / voltear a la derecha / voltear a la izquierda

Construya el espacio muestral en este problema

¿Cómo representaría el suceso consistente en que:

- (i) los dos vehículos giren?
- (ii) los dos vehículos giren en direcciones diferentes?
- (iii) ninguno gire?
- (iv) los dos vehículos realicen la misma maniobra?

15

Sucesos especiales. Operaciones con sucesos

Suceso seguro: Ω

Suceso imposible: \emptyset

Complementario: A^c

Suma: $A \cup B$ ($A + B$)
(al menos uno)

Producto: $A \cap B$ ($A \cdot B$)
(los dos simultáneamente)

En una encuesta se clasifican las personas según dos tributos:

Uso de gafas (Si / No)

Necesidad de gafas (Si / No)

Esto daría lugar a una tabla (de contingencia)

Necesita	Usa	
	Si (U_1)	No (U_2)
Si (N_1)		
No (N_2)		

El experimento aleatorio sería que la persona seleccionada tuviera el atributo de interés

16

Ejercicio: En una encuesta se clasifican las personas según dos tributos:

Uso de gafas (Si / No)

Necesidad de gafas (Si / No)

Necesita	Usa	
	Si (U1)	No (U2)
Si (N1)		
No (N2)		

El experimento aleatorio sería que la persona seleccionada tuviera el atributo de interés

Sombree las celdas de la tabla que corresponderían con los sucesos:

$N1$

$N1 \cap N2$

$N1 \cap U1$

$(N1 \cap U1) \cup (N1 \cap U2)$

$N1^c$

$N1 \cup N2$

$N1 \cup U1$

17

Ejercicio: Cuatro personas, dos hombres y dos mujeres, se presentan para optar por dos puestos idénticos.

(a) Construya el espacio muestral que representa este problema.

(b) Considere los sucesos:

A: las dos personas seleccionadas son hombres

B: se selecciona al menos una mujer

Determine los componentes de los sucesos siguientes y diga, con sus palabras, en qué situación consisten:

A , B^c , $A \cup B$, $A \cap B$, $A \cap B^c$

18

En un artículo publicado en la revista *Canadian Journal of Public Health*, Hammoud y Grindstaff (A-3) afirmaron que se estima que aproximadamente 15 por ciento de la población de adultos canadienses son discapacitados en cierto grado. Los autores examinaron una muestra de la población adulta de Canadá para determinar las características de los discapacitados físicamente y hacer una comparación con una muestra aleatoria de personas sanas físicamente y de los mismos grupos de edad. La siguiente tabla tiene los datos de los sujetos de la muestra clasificados por estado de discapacidad y ocupación, por referencia cruzada.

Ocupación	Estado de discapacidad		
	Discapacitados	Sanos	Total
Administrativa	333	451	784
Oficina	260	281	541
Servicios	320	316	636
Primaria	68	62	130
Manufactura	297	317	614
Total	1278	1427	2705

Sucesos
aleatorios

FUENTE: Ali M. Hammoud y Carl E. Grindstaff, "Sociodemographic Characteristics of the Physically Disabled in Canada", *Canadian Journal of Public Health*, 83, 57-60.

19

Problema 3

Si se lanzan 2 monedas y se registra la cara que aparece en la parte superior como resultado del lanzamiento. Si las caras de las monedas se representan como A o B. El experimento consiste en observar el resultado de los lanzamientos. Construya el espacio muestral asociado el experimento

20

Problema

Se extraen dos bolas con reemplazo (respectivamente sin reemplazo) de una urna que contiene ocho bolas de las cuales cinco son blancas y tres negras. Construya el espacio muestral correspondiente a cada una de las situaciones de muestreo.

21

Operaciones con sucesos

En el taller de producción de una fábrica hay tres máquinas - M_1 , M_2 y M_3 -. Considere los sucesos A_i , $i=1,2,3$, definidos respectivamente para cada i como "la máquina M_i trabaja durante un turno sin interrupción". Dados los sucesos

- A: por lo menos una de las máquinas trabaja sin interrupción
- B: todas las máquinas trabajan sin interrupción
- C: ninguna máquina trabaja sin interrupción
- D: solamente una máquina trabaja con interrupción

Represente esos sucesos en términos de los sucesos $(A_i)_{i=1,2,3}$

22

Problema

Un experimento consiste en tomar una caja de bombillos y probarlos en tríos. Considere los sucesos

A: el primer bombillo es defectuoso

B: el segundo bombillo es defectuoso

C: el tercer bombillo es defectuoso

Describa el significado de los sucesos siguientes

$A \cup B$, $(A \cap B \cap C)$, $A \cap B$, $A \cup B \cup C$