

Distribuciones variables aleatorias discretas

Jessica Nathaly Pulzara Mora
jessica.pulzara@udea.edu.co

Departamento de ingeniería de sistemas



Distribución Poisson

Experimento o proceso de Poisson

Pensemos en la siguientes situaciones:

- Número de errores tipográficos por página.
- Número de llamadas telefónicas a una central por minuto.
- Número de baches por kilómetro en una vía.
- Número de accidentes en un cruce por hora.
- Número de bacterias en un cultivo.

Experimento o proceso de Poisson

La distribución Poisson modela la probabilidad de los resultados de un experimento así:

- Interesa hacer el conteo del número de veces que ocurre un evento por unidad de tiempo o espacio.
- En cada unidad (de tiempo o espacio), el número de eventos que ocurre es independiente de los que ocurren en otras unidades.
- La probabilidad de que un evento ocurra es la misma para todas las unidades de un mismo tipo.

Distribución Poisson

- **Variable de interes**

X : número de eventos que suceden a una tasa λ (sobre tiempo o espacio).

- **Rango**

$$A_x = \{0, 1, 2, \dots\}$$

.

- Si X tiene una distribucion Poisson con parametro λ , su funcion de probabilidad es:

$$P(X = x) = p(x) = \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!}$$

Media y varianza de la distribución Poisson

Sea $X \sim P(\lambda)$

Media

$$E[X] = \lambda$$

Es decir, el parámetro λ corresponde al número promedio de ocurrencias del evento por unidad de tiempo o espacio.

Varianza

$$\text{Var}[X] = \lambda$$

Otras características

- La tasa de ocurrencia promedio λ es constante.
- La probabilidad de que suceda un evento es proporcional al tamaño del intervalo (de tiempo o espacio) considerado.
- Dos eventos no pueden ocurrir exactamente al mismo tiempo o en el mismo punto del espacio.

Ejemplo

Suponga que el número de computadores que salen defectuosos es en promedio de 2 por semana. Mediante el modelo de Poisson con $\lambda = 2$, calcular las siguientes probabilidades:

- La probabilidad de que no salga ningún computador defectuoso en una semana.
- La probabilidad de a lo más 1 computador resulte defectuoso en una semana

Ejemplo

En un manuscrito legendario se descubrió que solo el 13.5 % de las páginas no contienen errores tipográficos. Encuentre el porcentaje de la páginas que tienen exactamente un error.

Ejemplo

Una oficina recibe llamadas a una tasa promedio de cuatro por hora.

- 1 ¿Cuál es la probabilidad de que durante tres horas se reciba al menos dos llamadas?
- 2 Encuentre el intervalo de tiempo en horas para que la probabilidad de que se reciba al menos una llamada sea de 0.9.