

# Probabilidad

Jessica Nathaly Pulzara Mora  
jessica.pulzara@udea.edu.co

Departamento de ingeniería de sistemas



**UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA**

## Probabilidad condicional

# Probabilidad condicional

Algunas veces la ocurrencia de un evento  $A$  puede afectar la ocurrencia posterior de otro evento  $B$ ; por lo tanto, la probabilidad del evento  $B$  se verá afectada por el hecho de que ya ocurrió el evento  $A$ .

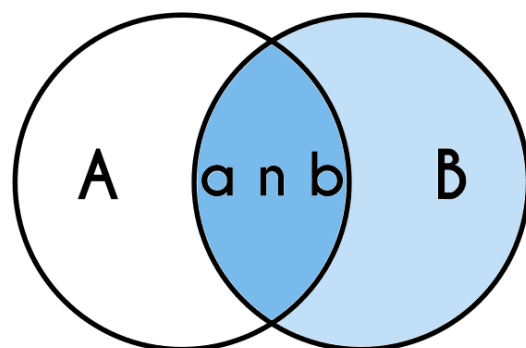
En muchos experimentos la ocurrencia de un evento particular está usualmente asociada a la ocurrencia de otros eventos, de manera que al calcular la probabilidad de dicho evento es necesario considerar aquellos que condicionan su ocurrencia.

Sean  $A$  y  $B$  eventos de un espacio muestral  $S$ , la probabilidad condicional de  $A$  dado que  $B$  ha ocurrido, denotada por  $P(A|B)$ , está definida por:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}; \quad P(B) > 0$$

Así mismo:

$$P(B|A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)}; \quad P(A) > 0$$



## Ejemplo

Suponga que de todos los individuos que compran cierta cámara digital, el 60 % incluye una tarjeta de memoria opcional en su compra, el 40 % incluye una batería extra y el 30 % incluyen tanto una tarjeta como una batería.

Calcular la probabilidad de que un individuo adquiriera una tarjeta de memoria dado que adquirió una batería.

# Ejemplo

Se seleccionan al azar 100 personas de una gran comunidad y se someten a un estudio para evaluar la incidencia de fumar en el desarrollo de una enfermedad pulmonar. Los resultados se presentan a continuación:

		H Fuma			M Fuma		
		Si	No	Total	Si	No	Total
Enf Pulmonar	Si	40	3	43	20	2	22
	NO	5	12	17	10	8	18
	Total	45	15	60	30	10	40

Se selecciona una persona al azar de estas 100. Calcule las siguientes probabilidades:

- ¿Cuál es la probabilidad de que sea fumador y hombre? ¿fumador y mujer?
- ¿Cuál es la probabilidad de que sea fumador? ¿Cuál es la probabilidad de que desarrolle enfermedad pulmonar?
- Si es mujer y no fuma ¿Cuál es la probabilidad de que desarrolle enfermedad pulmonar?
- ¿Cuál es la probabilidad de que desarrolle enfermedad pulmonar, dado que no fuma o es mujer?

## Ejemplo

De una urna que contiene 4 bolas rojas y 5 bolas negras se extraen al azar y sin reemplazo dos bolas, una a una ¿Cuál es la probabilidad de que la primera sea roja?, ¿Cuál es la probabilidad de que la primera sea negra? ¿Cuál es la probabilidad de que la segunda sea roja si la primera fue roja? ¿Cuál es la probabilidad de que la segunda sea roja si la primera fue negra?



Regla multiplicativa

## Regla multiplicativa

Se sabe que:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \implies P(A \cap B) = P(B)P(A|B)$$

$$P(B|A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)} \implies P(B \cap A) = P(A)P(B|A)$$

Como

$$P(A \cap B) = P(B \cap A) \implies P(A \cap B) = P(B)P(A|B) = P(A)P(B|A)$$

Lo que se conoce como regla multiplicativa.

## Regla multiplicativa

De forma más general:

Considere  $A_1, A_2, A_3 \dots A_n$   $n$  eventos del espacio muestral  $S$ .

$$P(A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n) = P(A_1)P(A_2|A_1)P(A_3|A_1 \cap A_2) \dots \\ P(A_n|A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_{n-1})$$

## Ejemplo

Una urna contiene 12 bolas de las cuales 4 son negras y 8 son blancas, se juega el siguiente juego: Se extrae una bola al azar, se anota el color y se devuelve a la urna junto con dos bolas adicionales del mismo color. Calcular la probabilidad de que en las tres primeras repeticiones del juego sean extraídas bolas negras.

## Ejemplo

La probabilidad de que la batería de un automóvil que está sujeta a altas temperaturas dentro del comportamiento del motor reciba una corriente de carga mayor que la normal, es 0.7. La probabilidad de que la batería quede expuesta a altas temperaturas es 0.05.

Calcule la probabilidad de que la batería experimente una corriente de carga mayor que la normal y esté expuesta a altas temperaturas.

independencia estadística

A partir de la definición de probabilidad condicional se puede derivar un criterio para determinar cuando dos eventos  $A$  y  $B$  son independientes.

Intuitivamente la idea de independencia entre dos eventos se refiere a que la ocurrencia de un evento  $A$  no afecta la ocurrencia de otro evento  $B$ .

# Independencia estadística

Sean  $A$  y  $B$  eventos de un espacio Muestral. Se dice que  $A$  y  $B$  son **Estadísticamente Independientes** si y sólo si, cualquiera de las siguientes proposiciones se cumple:

- $P(A|B) = P(A)$
- $P(B|A) = P(B)$
- $P(A \cap B) = P(A)P(B)$



# Independencia estadística

Sean  $A$  y  $B$  eventos independientes, entonces se cumple que:

- $A'$  y  $B'$  también son independientes.
- $A'$  y  $B$  también son independientes.
- $A$  y  $B'$  también son independientes.

# Ejemplo

Si se lanza un dado no cargado de 6 caras, ¿cuál es la probabilidad de que obtenga un 4 en el dado y un sello en una moneda?



## Ejemplo

Un sistema eléctrico consta de 4 componentes. El sistema funciona si los componentes  $A$  y  $B$  funcionan, y si funciona cualquiera de los componentes  $C$  o  $D$ . La confiabilidad (probabilidad de que funcionen) de cada uno de los componentes se muestra en la figura.

Calcule la probabilidad de que el sistema completo funcione.

