Taller tercera evaluación: Matemáticas Discretas I
Profesor: Carlos M. Sierra Duque
Fecha:

Primer apellido: ________________________________ Número de identificación: _______________

1 Sea $A = \{1,3,5,7,9\}$ y $R = \{(x, y) | x \in A, y \in A, |x - y| \; es \; mayor \; que \; 2\}$

a) Determine a R "por extensión".

b) Señale cuáles de las siguientes propiedades cumple R; **explique** en cada caso:

Notas: 1) Sin explicación la calificación es 0 (cero). 2) Explicar la respuesta NO es volver a escribir una definición, es aplicarla al caso bajo estudio. 3) La elección se da por válida, si la explicación es completa y pertinente.

- Reflexiva No reflexiva Anti-reflexiva

  Explique clara y concisamente:

- Simétrica No simétrica Anti-simétrica Asimétrica

  Explique clara y concisamente:

- Transitiva No transitiva Anti-transitiva

  Explique clara y concisamente:

2 Sea $A = \{0, \phi\}$

- Escriba por extensión al conjunto $\mathcal{P}(A)$

- En el espacio en blanco coloque un signo **apropiado** ($\in, \subset, \subseteq, \notin, \not\subset, \nsubseteq$); donde $\mathcal{P}(A)$ simboliza el conjunto potencia de A.

  $\{0, \phi\}$ ___ $\mathcal{P}(A)$ $\{\{\phi\}, \phi\}$ ___ $\mathcal{P}(A)$ $\{\{0\}, 0\}$ ___ $\mathcal{P}(A)$

  ϕ ___ $\mathcal{P}(A)$ ϕ ___ A ϕ ___ A

- Suministre **un** elemento cualquiera de $\mathcal{P}(\mathcal{P}(A))$ que no sea el vacío, ni $\mathcal{P}(A)$

3 Defínase, por comprensión, el siguiente conjunto de referencia:

$I = \{x | \; x \text{ es un habitante de Medellín}\}$

Defínase, por comprensión, los siguientes subconjuntos de I:

$B: \{x | \; x \in I \wedge x \text{ se moviliza en bus}\}$

$M: \{x | \; x \in I \wedge x \text{ se moviliza en Metro}\}$

$C: \{x | \; x \; x \in I \wedge x \text{ se moviliza en bicicleta}\}$

3.1 Empleando exclusivamente las letras *B*, *M* y C, junto con los símbolos que requiera: +, . , ' , (), simbolice a los habitantes de Medellín que:

a. Se movilizan en los 3 medios de transporte: ____________________________________
b. Se movilizan en "exactamente uno" de esos medios de transporte: _______________________________
c. Se movilizan en "al menos uno" de esos medios de transporte: __________________________________
d. Se movilizan en "al menos dos" de esos medios de transporte: __________________________________
e. Se movilizan en "máximo uno" de esos medios de transporte: __________________________________

3.2 Ud. observará varias expresiones que representan conjuntos:

Escriba, en el espacio entre paréntesis, **el literal del numeral 3.1** al que corresponda como complemento

f. $BM'C' + B'MC' + B'M'C + B'M'C'$ ( )
g. $B'M'C'$ ( )
h. $B' + M' + C'$ ( )
i. $BMC + BMC' + BM'C + B'MC$ ( )
j. $BMC + BMC' + BM'C + B'MC + B'M'C'$ ( )

3.3 A continuación, en cada línea, encontrará una propiedad que describe a uno de los conjuntos que recién se hallaron entre los literales f y j (numeral 3.2) Escriba en el espacio entre paréntesis, al que corresponda:

k. Se movilizan en "al menos dos" de esos medios de transporte ( )
l. Se movilizan en "máximo uno" de esos medios de transporte ( )
m. No se moviliza en exactamente uno de esos medios de transporte ( )
n. Se moviliza en ninguno de esos medios de transporte ( )
o. No se moviliza en al menos uno de esos medios de transporte ( )

3.4 Se suministra la siguiente información: $|I| = 100$, $|B| = 85$, $|M| = 65$, $|C| = 40$. Estime la cantidad da habitantes de Medellín que se desplazan en Metro pero no en bicicleta: $|M \cdot C'|$.

4 Defina dos conjuntos A y B; $A \neq B$.

4.1 ¿Puede construir una relación reflexiva en $A \times B$?

Sí No.

Explique clara y concisamente su respuesta.

4.2 ¿Es el conjunto vacío $\emptyset$ una relación en A^3?

Sí No.

Explique clara y concisamente su respuesta.

No, el conjunto vacío (∅) no es una relación en el conjunto A^3. Una relación en A^3 es un conjunto de elementos ordenados de la forma (a, b, c), donde a, b y c son elementos de A. En otras palabras, una relación en A^3 establece una conexión o asociación entre elementos de A en ternas ordenadas.

El conjunto vacío, por definición, no contiene ningún elemento. Por lo tanto, no puede contener ternas ordenadas de la forma (a, b, c) con elementos de A, ya que no hay elementos para formar esas ternas.

5 Sean R y S dos relaciones antisimétricas en A. A continuación, encontrará una prueba incompleta que asegura que $R \cdot S$ es antisimétrica en A. Complete con una expresión matemática o con una justificación, los segmentos vacíos de la prueba.

1	R es antisimétrica	Premisa
2	$\forall x \forall y \left((x,y) \in R \to \left((y,x) \in R \to x = y\right)\right)$	Sustitución de 1: definición alterna de antisimetría
3	S es antisimétrica	Premisa
4	$\forall x \forall y \left((x,y) \in S \to \left((y,x) \in S \to x = y\right)\right)$	Sustitucion de 3: definición alterna de antisimetría
5	(x,y)∈R→((y,x)∈R→x=y)	Doble E.U. con 2
6	(x,y)∈S→((y,x)∈S→x=y)	Doble E.U. con 4
7	$(x,y) \in R \cdot S$	Supuesto
8	$(x,y) \in R \wedge (x,y) \in S$	Sustitución de 7: definición alterna de intersección
9	$(x,y) \in R$	TP15a en 8
10	$(x,y) \in S$	TP15a en 8
11	(y,x)∈R→x=y	MP entre 9 y 5

12 (y,x)∈S→x=y — MP entre 10 y 6

13 (y,x)∈R ∧ (y,x)∈S → x=y ∧ x=y — TP20 entre 11 y 12

14 (y,x)∈R·S → x=y — Sustitución en antecedente de 13 (definición de pertenencia a conjunto intersección) y consecuente de 13 (TP16)

15 $(x,y) \in R \cdot S \rightarrow ((y,x) \in R \cdot S \rightarrow x = y)$ — ni pta idea

16 $\forall x \forall y \left((x,y) \in R \cdot S \rightarrow ((y,x) \in R \cdot S \rightarrow x = y)\right)$ — Doble G.U en 15

17 $R \cdot S$ es antisimétrica — Sustitución de 16: por definición

6 A continuación, encontrará una prueba incompleta que asegura que una relación R asimétrica también es antisimétrica. Complete con una expresión matemática o con una justificación, los segmentos vacíos de la prueba.

1 ∀x∀y((x,y)∈ R → (y,x) ∉ R) — Premisa. R es una relación asimétrica

2 (x,y)∈ R → (y,x) ∉ R — Doble E.U. con 1

3 $(x,y) \notin R \vee (y,x) \notin R$ — Sustitución de 2 : RFP6

4 $(x,y) \notin R \vee (y,x) \notin R \vee x = y$ — Sustitución de 3: Definición alternativa de relación asimétrica

5 $\neg((x,y) \notin R \vee (y,x) \notin R) \rightarrow x = y$ — Sust de 4: TP13

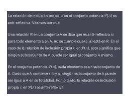
6 ((x,y)∈ R ∧ (y,x)∈R) → x = y — Sustituciones en antecedente de 5: TP25a (De Morgan) y TP11

7 $\forall x \forall y((x,y) \in R \wedge (y,x) \in R \rightarrow x = y)$ — doble G.U en 6

7 Sea $A = \{\mathrm{a,b,c}\}$ y $\mathcal{P}(A)$ su conjunto potencia. Considere la relación de inclusión propia ⊂ en $\mathcal{P}(A)$.

- Señale cuáles de las siguientes, sería propiedades para ⊂; explique en cada caso:
  Nota: Para que una respuesta se considere **correcta**, la explicación debe ser consistente con la elección.

Reflexiva   No reflexiva   Anti-reflexiva

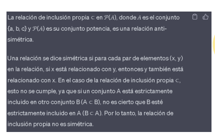

La relación de inclusión propia ⊂ en el conjunto potencia $\mathcal{P}(A)$ es anti-reflexiva. Veamos por qué:

Una relación R en un conjunto A se dice que es anti-reflexiva si para todo elemento a en A, no se cumple que (a, a) está en R. En el caso de la relación de inclusión propia ⊂ en $\mathcal{P}(A)$, esto significa que ningún subconjunto de A puede ser igual al conjunto A mismo.

En el conjunto potencia $\mathcal{P}(A)$, cada elemento es un subconjunto de A. Dado que A contiene a, b y c, ningún subconjunto de A puede ser igual a A en su totalidad. Por lo tanto, la relación de inclusión propia ⊂ en $\mathcal{P}(A)$ es anti-reflexiva.

Explique clara y concisamente:

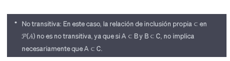
Simétrica   No simétrica   Anti-simétrica   Asimétrica


La relación de inclusión propia ⊂ en $\mathcal{P}(A)$, donde A es el conjunto {a, b, c} y $\mathcal{P}(A)$ es su conjunto potencia, es una relación anti-simétrica.

Una relación se dice simétrica si para cada par de elementos (x, y) en la relación, si x está relacionado con y, entonces y también está relacionado con x. En el caso de la relación de inclusión propia ⊂, esto no se cumple, ya que si un conjunto A está estrictamente incluido en otro conjunto B (A ⊂ B), no es cierto que B esté estrictamente incluido en A (B ⊂ A). Por lo tanto, la relación de inclusión propia no es simétrica.

Explique clara y concisamente:

Transitiva   No transitiva   Anti-transitiva


- No transitiva: En este caso, la relación de inclusión propia ⊂ en $\mathcal{P}(A)$ no es no transitiva, ya que si A ⊂ B y B ⊂ C, no implica necesariamente que A ⊂ C.

Explique clara y concisamente:

- Escriba por extensión a $\delta(\mathcal{P}(A))$ — dom(P(A)) = {∅, {a}, {b}, {c}, {a,b}, {a,c}, {b,c}, {a,b,c}}
- Escriba por extensión a $\gamma(\mathcal{P}(A))$ — dom(P(A)) = {∅, {a}, {b}, {c}, {a,b}, {a,c}, {b,c}, {a,b,c}} — ni pta idea si esto está bn
- Escriba por extensión al conjunto $B = \mathcal{P}(A) - \{A\}$ — B= {∅, {a,b}, {a,c}, {b,c}, {a,b,c}}
- Escriba por extensión al conjunto $D = \mathcal{P}(A) - \{\phi\}$ — D = {∅, {a}, {b}, {c}, {a,b}, {a,c}, {b,c}, {a,b,c}}

8 Para cada una de las relaciones que se mostrarán a continuación, establezca "por comprensión", su dominio y rango.

- Sea $Q \subseteq \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ tal que: $Q = \{(x,y) | y = 5x + 3\}$

  - $\delta(Q)$ Dominio de Q = (todos los números reales)
  - $\gamma(Q)$ Rango de Q = (todos los números reales)
- Sea $S \subseteq \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ tal que: $S = \{(x, y) | y = \sqrt{x - 3}\}$
  - $\delta(S)$ Dominio: x ≥ 3
  - $\gamma(S)$ Rango: y ≥ 0
- Sea $T \subseteq \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ tal que: $S = \{(x, y) | y = \sin x\}$
  - $\delta(T)$ {x | x ∈ R}
  - $\gamma(T)$ {y | y ∈ R, -1 ≤ y ≤ 1}
- Sea $R \subseteq \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ tal que: $S = \left\{(x, y) | y = {}^{x}/_{|x|}\right\}$
  - $\delta(R)$ R - {0}
  - $\gamma(R)$ rango pertenece a ({1}, {-1})
- Sea $P \subseteq \mathbb{N} \times \mathbb{N}$ tal que: $P = \{(x, y) | y = x + 1\}$; donde $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots, \}$
  - $\delta(R)$ El dominio es N
  - $\gamma(R)$ Rango es 2,3,4...
- Sea $Q \subseteq \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ tal que: $Q = \left\{(x, y) | y = \frac{1}{2}x\right\}$; y sea $\delta(Q) = \{x | -1 \leq x \leq 2\}$ o $\delta(R) = \mathbb{N}$
  - $\gamma(Q)$ {-1/2, 0, 1/2, 1}
  - Defina por comprensión Q^{-1} = {(x,y) | x=1/2*y}
  - $\delta(Q^{-1})$ {-1/2, 0, 1/2, 1}
  - $\gamma(Q^{-1})$ {-1, 0, 1, 2}

9 A continuación, encontrará la Tabla 1, en la que en las primeras 4 celdas de cada fila (es decir, entre las columnas A hasta la D), se registra una de las 16 combinaciones posibles de ceros (0) y unos (1).

a. Para diligenciar la columna w siga la siguiente instrucción: ubíquese en *cada fila* de la columna w y coloque un 1 en ella cuando **la cantidad de unos (1) comprendidos entre** las columnas $A - D$ (de esa fila) **sea impar** (cero en caso contrario).

	A	B	C	D	w
1	0	0	0	0	0
2	0	0	0	1	1
3	0	0	1	0	1
4	0	0	1	1	0
5	0	1	0	0	1
6	0	1	0	1	0
7	0	1	1	0	0

8	0	1	1	1	1
9	1	0	0	0	1
10	1	0	0	1	0
11	1	0	1	0	0
12	1	0	1	1	1
13	1	1	0	0	0
14	1	1	0	1	1
15	1	1	1	0	1
16	1	1	1	1	0

Tabla 1.

b. También podrá observar la Figura 1, en la que cada encabezado de las columnas $A - D$ de la Tabla 1 se ha utilizado para nombrar uno de los 4 conjuntos que aparecen en el diagrama de Venn allí especificado (tiene forma de óvalo cada uno). ¿Cómo interpretar la combinación de valores que aparecen entre las columnas $A - D$ en cada fila? Obsérvese la fila 12, por ejemplo; en ella se ha registrado la combinación 1 / 0 / 1 / 1. Entiéndase que esa combinación define una región, en el diagrama de Venn de la Figura 1, en la que los conjuntos A, C y D aportan elementos, pero **no** lo hace el conjunto B.

Se le solicita: Ubicar CLARAMENTE **en la región correspondiente**, **el numeral que identifica cada fila** (los números del 1 al 16) en la que w aloja como valor un 1 (uno).

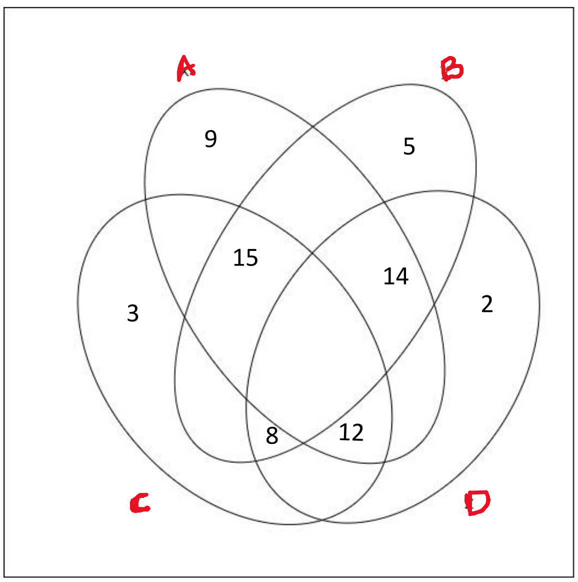


Figura 1

10 Se define una relación T en $\mathbb{Z}^2$, como $T = \{(x, y) | x = y^2 \}$

Señale claramente, en cada literal, cuál de las siguientes propiedades cumple T. Explique claramente su respuesta.

Notas:

- Explicar la respuesta NO es volver a escribir una definición, es aplicarla al caso que enfrenta.
- NO suministrar explicación invalida una elección correcta, pues se interpretará que se realizó tal elección "al azar".

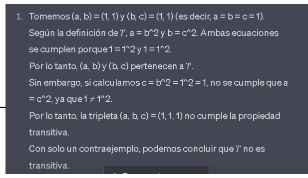
a) Reflexiva | No reflexiva | Anti-reflexiva

En el caso de la relación T, para que sea reflexiva, todos los elementos de ℤ2 deben estar relacionados consigo mismos. Sin embargo, si tomamos un elemento (x, x) donde x es un entero, no encontraremos un entero y^2 que sea igual a x. Esto se debe a que la relación T está definida como x = y^2, por lo tanto, no existe un número entero y que al ser elevado al cuadrado sea igual a cualquier número entero x. Por lo tanto, la relación T no es reflexiva.

b) Simétrica | No simétrica | Anti-simétrica | Asimétrica

En el caso de la relación $T = \{(x, y)|x = y^2\}$, ya hemos determinado que no es simétrica. Además, no existen pares ordenados (a, b) y (b, a) en T para ningún $a \neq b$. Por lo tanto, T cumple la propiedad de ser asimétrica.

En resumen, la relación $T = \{(x, y)|x = y^2\}$ es no simétrica y asimétrica.



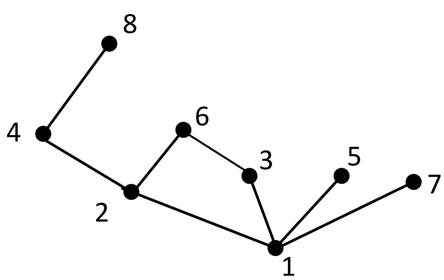
1. Tomemos (a, b) = (1, 1) y (b, c) = (1, 1) (es decir, a = b = c = 1).
Según la definición de T, a = b^2 y b = c^2. Ambas ecuaciones se cumplen porque 1 = 1^2 y 1 = 1^2.
Por lo tanto, (a, b) y (b, c) pertenecen a T.
Sin embargo, si calculamos c = b^2 = 1^2 = 1, no se cumple que a = c^2, ya que 1 ≠ 1^2.
Por lo tanto, la tripleta (a, b, c) = (1, 1, 1) no cumple la propiedad transitiva.
Con solo un contraejemplo, podemos concluir que T no es transitiva.

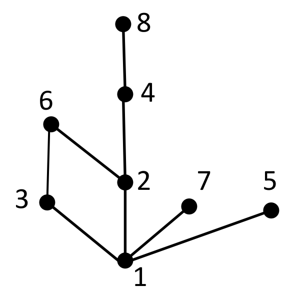
c) Transitiva No transitiva Anti-transitiva

11 Sea el conjunto $B = \{1,2,3,4,5,6,7,8\}$; se define la relación $T \subseteq B \times B$ tal que:

$$T = \{(x, y) | x \in B, y \in B, x|y\}$$

a. Dado que en el curso se expresó que este tipo de relación es una relación de orden, dibuje un Diagrama de Hasse válido para (B, T)





b. Halle:

Maximal(es) de T:

Minimales(es) de T:)

Máximo de T:

Mínimo de T:

c. ¿Podría hallar un subconjunto C de B que, de acuerdo con el diagrama de Hasse obtenido en el literal a., se comporte como una retícula? SÍ NO

En caso afirmativo, represente "por extensión" a C:

12 Responda a las inquietudes planteadas

a. Dibuje diagrama de Hasse para la relación $R \subseteq D_{14} \times D_{14}$ bajo la relación de divisibilidad. ¿Es R una retícula? ¿es de orden total?

b. Dibuje diagrama de Hasse para la relación $R \subseteq D_{16} \times D_{16}$ bajo la relación de divisibilidad. ¿Es R una retícula? ¿es de orden total?

c. Dibuje diagrama de Hasse para la relación $R \subseteq D_{24} \times D_{24}$ bajo la relación de divisibilidad. ¿Es R una retícula? ¿es de orden total?

d. Sea $A = D_{32} - \{1\}$. Dibuje diagrama de Hasse para la relación $R \subseteq A \times A$ bajo la relación de divisibilidad. ¿Es R una retícula? ¿es de orden total?

e. Sea $B = D_{32} - \{1\}$. Dibuje diagrama de Hasse para la relación $R \subseteq B \times B$ bajo la relación de divisibilidad. ¿Es R una retícula? ¿es de orden total?

13 Defínase, por comprensión, el siguiente conjunto de referencia: $M = \{x|\ "x \text{ es un habitante de Medellín}"\}$; igualmente, se definen por comprensión los siguientes subconjuntos de M:

$E: \{x|\ x \in M, "\text{a } x\ se\ le\ suministra\ servicio\ de\ energía"\}$

$A: \{x|\ x \in M, "\text{a } x\ se\ le\ suministra\ servicio\ de\ acueducto"\}$

$T: \{x|\ x \in M, "\text{a } x\ se\ le\ suministra\ servicio\ de\ \ telefonía"\}$

Traduzca lo escrito en cada literal, haciendo uso de las letras E, A, T y las operaciones $+, \cdot, '$, (definidas en la Teoría de Conjuntos vista en el curso), el correspondiente subconjunto que represente:
Nota: En los literales a) hasta c) **NO** requiere efectuarse procedimiento alguno, sólo simbolizar de manera clara y precisa.

a) "a $\boldsymbol{x}$ se le suministra un solo tipo de servicio" (E+A+T)(EAT+EA+AT+ET)'

b) "a $\boldsymbol{x}$ se le suministra al menos un servicio" E+T+A

c) "a $\boldsymbol{x}$ se le suministra a lo sumo un servicio" (E+A+T)' +(E'·A'·T)+(E·A'·T')+(E'·A·T')

d) Elija el subconjunto definido en el literal c) y obtenga la representación correspondiente a su complemento. Obligue a que el alcance de cada símbolo de complemento sea **únicamente UNA letra**
(E·A·T)·(E·A·T')+(E'·A·T)+(E·A'·T)

e) Describa *en sus palabras* al subconjunto resultante del literal d). (es decir, descríbalo de manera similar a como se le presentó en los literales a), b) o en c) Los habitantes de Medellín que reciben 2 o 3 servicios basicos

14 Sea $X \subseteq \mathbb{N} \times \mathbb{N}$, tal que $X = \{(a,b)|b \neq 0\}$. Defínase una relación $R \subseteq X \times X$, tal que

$$R = \{((a,b),(c,d))|a + d = b + c\}$$

Reflexiva No reflexiva Anti-reflexiva

Explique: Todos los elementos del conjunto C están relacionados consigo mismos bajo la relación R.

Simétrica No simétrica Anti-simétrica Asimétrica

Explique: si ((a,b),(c,d)) pertenece a R, entonces ((c,d),(a,b)) también pertenece a R.

Transitiva No transitiva Anti-transitiva

Explique: Si ((a,b),(c,d)) y ((c,d),(e,f)) pertenecen a R, entonces hay al menos un caso en el que no se cumple que ((a,b),(e,f)) pertenezca a R.

15 Una comisión del Instituto de Fomento de Turismo Regional contrató un estudio que arrojó, entre muchos otros datos, que el 60% de los Antioqueños entrevistados no habían visitado El Museo Botero (MB) de la ciudad de Medellín, mientras que el 35% sí habían estado en El Museo de Arte Moderno de la misma ciudad (MAMM). Debido a conflictos entre los datos recogidos por algunos de los encuestadores contratados, la comisión sólo se atrevió a estimar que entre un 17% y un 20% de los antioqueños entrevistados habían visitado ambos museos. Un ciudadano

"interesado" en analizar el comportamiento del *turismo cultural en la ciudad*, desea estimar el porcentaje de antioqueños que no han visitado al Museo Botero ni al Museo de Arte Moderno [1].

- Use la notación establecida en el tema de Teoría de conjuntos, para representar "por comprensión" cada conjunto empleado en la solución, incluyendo el conjunto universo:
  - $X = \{x | x \text{ es un habitante de Antioquia incluido en el estudio}\}$
  - $A = \{x | x \in X, x \text{ ha visitado el MB}\}$
  - $B = \{x | x \in X, x \text{ ha visitado al MAMM}\}$
- La solución debe expresarse mediante el uso o aplicación de los teoremas de conjuntos (TJ1-TJ31b), de cardinalidad (Card_1-Card_10), o cualquiera que requiera para darle formalidad a su solución (no se acepta respuesta basada en diagrama(s), como el de Venn)

16 A continuación, se presenta una demostración para el Teorema Lat_5. Complete las justificaciones correspondientes: Lat_5: $a \leq c \wedge b \leq c \leftrightarrow a + b \leq c$

1 $a \leq c \wedge b \leq c$	(Supuesto)
2 c es cota superior del subconjunto $\{a, b\}$	definición de cota superior en los elementos de 1
3 $a + b \leq c$	a + b es la mínima cota superior de {a,b }
4 $a \leq c \wedge b \leq c \rightarrow a + b \leq c$	Teorema de la deducción entre 1 y 3

1a $a \leq a + b$	Supuesto
2a $b \leq a + b$	ni pta idea
3a $a + b \leq c$	
4a $a \leq c$	Ley transitiva de relaciones de orden entre 1a y 3a
5a $b \leq c$	
6a $a \leq c \wedge b \leq c$	
7a $a + b \leq c \rightarrow a \leq c \wedge b \leq c$	.

17 Grafique todos los posibles diagramas de Hasse para retículas de 5 elementos

18 Observe la siguiente Figura 2. Empleando las primeras letras del alfabeto español (ojalá minúscula) asígnele un nombre a cada nodo de esa figura, y con ellas forme –por extensión- un conjunto C.

Una primera intención es fijarnos si esa figura corresponde a un diagrama de Hasse de una relación S en $C \times C$ (y, por tanto, que S corresponde a la representación geométrica de una relación de orden). Así que **partamos de ese supuesto,** y **adicionalmente,** se pretende determinar si S es una **retícula**. Tratemos de ver si algunos de los requisitos no se cumplen para que sea retícula. Se pide entonces:

a. Identificar minimales, maximales, máximo y mínimo de S (si los tuviera)

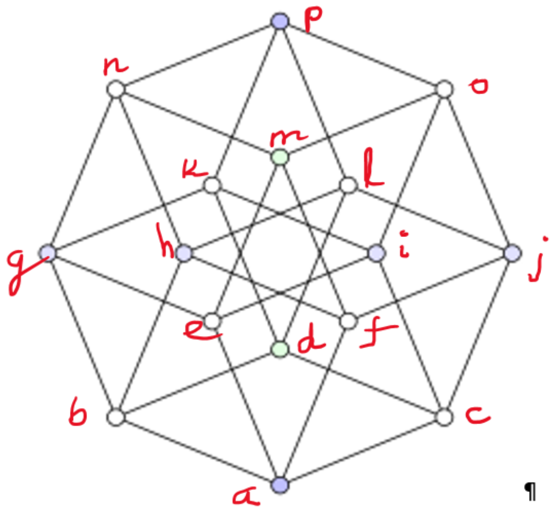
b. Encontrar **para cada par** de elementos de C que ***no sean comparables***:

[1] El planteamiento de este ejercicio no corresponde a ningún hecho o estudio de la vida real, ni involucra a ninguna de las organizaciones mencionadas.

Cotas inferiores, cotas superiores, M.C.I. y m.c. s (si los tuviera).

c. Determinar complemento(s) de cada elemento (si los tuviera)

d. Tome 3 elementos cualesquiera “No comparables entre sí”. Y determine si ellos cumplen con las 2 propiedades de distributividad. Tomé h,i, j y no cumplen con la primera, falta por ver la segunda aunque valga vrga



Figura·2¶

19 A continuación, se presenta una demostración para el Teorema Card_10b. Complete las justificaciones correspondientes: $\max(0,(|A|+|B|)-|X|) \le |A\cdot B| \le \min(|A|,|B|)$

1. $A\cdot B \subseteq A$

2. Modus ponems (MP) entre 1 y TCard2

3. $A\cdot B \subseteq B$

4. $|A\cdot B| \le |B|$

5. $|A\cdot B| \le \min(|A|,|B|)$ De 2 y 4: si una cantidad es menor que otro par de cantidades, sigue siendo menor que la menor de aquellas dos.

6. $\emptyset \subseteq A\cdot B$

7. MP entre 6 y TCard2

8. Sustitución en 7: TCard1

9. $A+B \subseteq X$ X es el conjunto referencia

10. $|A+B| \le |X|$

11 Sustitución de TCard6 en lado izquierdo de 10

12 $|A|+|B|-|X| \le |A\cdot B|$ Sustitución de 11: transposición de términos

13. $\max(0,|A|+|B|-|X|) \le |A\cdot B|$ De 8 y 12: si una cantidad es mayor que otro par de cantidades, sigue siendo mayor que la mayor de aquellas dos.

14. $\max(0,|A|+|B|-|X|) \le |A\cdot B| \le \min(|A|,|B|)$ De 5 y 14: propiedad transitiva de las desigualdades.