

Distribuciones variables aleatorias continuas

Jessica Nathaly Pulzara Mora
jessica.pulzara@udea.edu.co

Departamento de ingeniería de sistemas



**UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA**

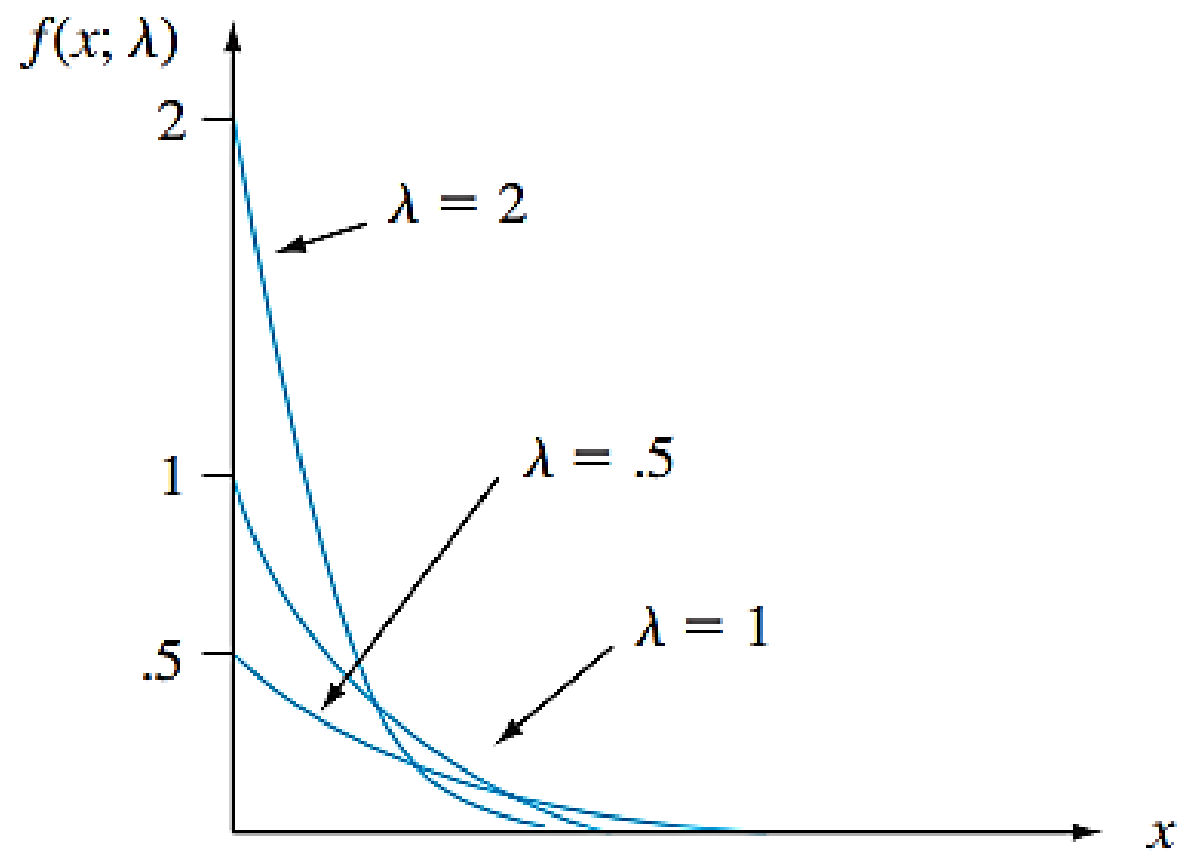
Distribución exponencial

Distribución exponencial

La variable aleatoria X tiene distribución exponencial si su función de densidad de probabilidad está dada por:

$$f(x; \lambda) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & \text{si } x > 0 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

- Se dice entonces que $X \sim \text{Exp}(\lambda)$.
- Se emplea para modelar algunos problemas de tiempo de falla y el tiempo en las líneas de espera.



- si $X \sim \text{Exp}(\lambda)$, entonces la f.d.a es:

$$F_X(x) = \begin{cases} 0, & \text{si } x < 0 \\ 1 - e^{-\lambda x}, & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

- Sea $X \sim \text{Exp}(\lambda)$:

$$E[X] = \frac{1}{\lambda}$$

$$V[X] = \frac{1}{\lambda^2}$$

Ejemplo

Suponga que el tiempo entre detecciones de una partícula rara tiene una distribución exponencial, con un tiempo medio de 1.4 minutos.

- 1 Escriba la f.d.p.
- 2 ¿Cuál es la probabilidad de detectar una partícula rara durante el lapso de 30 segundos desde que se enciende el contador?

Ejemplo

El tiempo entre llegadas de los taxis a un acopio tiene una distribución exponencial con media de 10 minutos.

- 1 Escriba la f.d.p.
- 2 ¿Cuál es la probabilidad de que una persona que esté en el acopio tenga que esperar más de una hora para esperar un taxi?
- 3 Suponga que una persona ya esperó una hora. ¿Cuál es la probabilidad de que llegue un taxi en los siguientes 10 minutos?
- 4 ¿Cuál es la probabilidad de que llegue un taxi en los primeros 10 minutos?

Ejemplo

Suponga que un sistema contiene cierto tipo de componente cuyo tiempo de operación antes de fallar, en años, está dado por T . La variable aleatoria T se modela bien mediante la distribución exponencial con tiempo medio de operación antes de fallar 5. Si se instalan 5 de estos componentes en diferentes sistemas, ¿cuál es la probabilidad de que al final de 8 años al menos dos aún funcionen?

Ejercicio

Los datos recopilados en el Aeropuerto Internacional Pearson de Toronto sugieren que una distribución exponencial con un valor medio de 2.725 horas es un buen modelo para la duración de la lluvia.

- ¿Cuál es la probabilidad de que la duración de un evento de lluvia en este lugar sea de al menos 2 horas? ¿Como máximo 3 horas? ¿Entre 2 y 3 horas?
- ¿Cuál es la probabilidad de que la duración de la lluvia supere el valor medio en más de 2 desviaciones estándar?