

# Distribuciones variables aleatorias discretas

Jessica Nathaly Pulzara Mora  
jessica.pulzara@udea.edu.co

Departamento de ingeniería de sistemas



## Distribución bernoulli

# Distribución Bernoulli

Si  $X$  es una variable aleatoria con una distribución de Bernoulli; entonces, su distribución de probabilidad está dada por:

$$P(X = x) = \begin{cases} p^x(1 - p)^{1-x} & x = 0, 1 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

$$E[X] = \mu = p$$

$$V[X] = \sigma^2 = p(1 - p)$$

## Ejemplo

Se sabe que un software que procesa datos produce un error en el 0.1 procesamientos realizados. Se elige al azar un proceso de datos para comprobar si no existe error. ¿Cómo se distribuye la variable  $X$ ?, ¿cuáles son la media y la varianza?

## Distribución binomial

# Experimento binomial

La distribución binomial modela la probabilidad de los resultados de un experimento así:

- Tiene  $n$  ensayos individuales, independientes.
- Cada ensayo tiene sólo dos resultados posibles: éxito o fracaso (ensayo Bernoulli).
- Cada ensayo tiene una probabilidad de éxito  $p$ , y es constante.
- **Aplicaciones:** inspección de calidad, ventas, mercadotecnia, medicina, investigación de opiniones, entre otras.

# Distribución binomial

- **Variable de interes**

$X$ : número de exitos obtenidos en los  $n$  ensayos.

- **Rango**

$$A_x = \{0, 1, 2, \dots, n\}$$

.

- Si  $X$  tiene una distribucion binomial con parametros  $p$  y  $n$ , su funcion de probabilidad es:

$$P(X = x) = p(x) = \binom{n}{x} p^x (1 - p)^{n-x}$$

## Media y Varianza distribución binomial

Sea  $X \sim \text{Binom}(n, p)$ :

Media

$$E[X] = np$$

Varianza

$$\text{Var}[X] = np(1 - p)$$



## Ejemplo

Suponga que la probabilidad de tener una unidad defectuosa en una línea de ensamblaje es de 0.05.

- ① ¿Cuál es la probabilidad de que entre 20 unidades seleccionadas al azar, dos sean defectuosas?
- ② ¿Cuál es la probabilidad de que a lo más dos de las veinte unidades sean defectuosas?
- ③ ¿Cuál es la probabilidad de que por lo menos 2 unidades sean defectuosas?

## Ejemplo

Un examen de opción múltiple contiene 10 preguntas. Cada pregunta tiene cuatro opciones de las cuales solo una es la correcta. El examen se aprueba si se responden correctamente al menos seis preguntas. Si el estudiante responde al azar las preguntas:

- 1 ¿Cuál es la probabilidad de aprobar el examen?
- 2 Si el estudiante sabe tres de las preguntas, ¿Cuál es la probabilidad de reprobado el examen?
- 3 Halle  $E[X]$  y  $Var[X]$ .

## Ejercicio

Suponga que el 20 % de todos los ejemplares de un libro de texto particular no pasan una prueba de resistencia de encuadernación. Suponga que se toman 15 ejemplares al azar.

- 1 Defina la variable aleatoria.
- 2 Calcule la probabilidad de que exactamente 8 pasen la prueba de encuadernación.
- 3 Calcule la probabilidad de que a lo más (máximo) no pasen la prueba 2 libros.
- 4 Calcule la probabilidad de que por lo menos 4 libros no pasen la prueba.