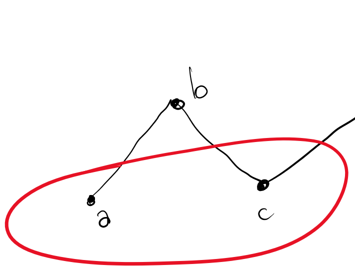
Retícula

miércoles, 17 de mayo de 2023 7:50 p. m.

$(L, \leq)$

Cualquier subconjunto S de L posee mcs y MCI



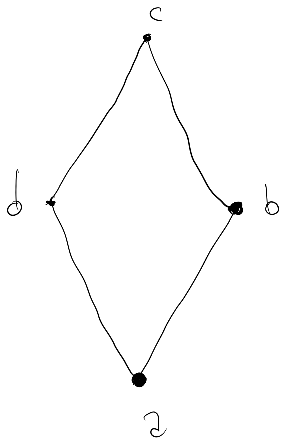
X MCI no es una retícula.

$a \cdot b$ = MCI entre a y b

$a + b$ = mcs entre a y b

$a + c = b$

$a \cdot b = a$



Lat 2 $a \leq a + b$

Lat 3 $a \cdot b \leq a$

$a \leq a$ ✓

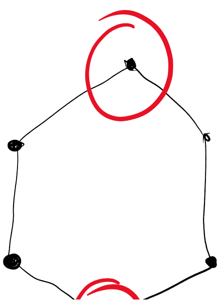
$b \leq a$

$b \cdot c \leq$

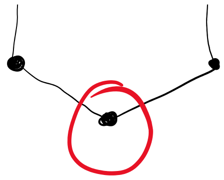
$b \leq c$

Características asignables a algunas retículas.

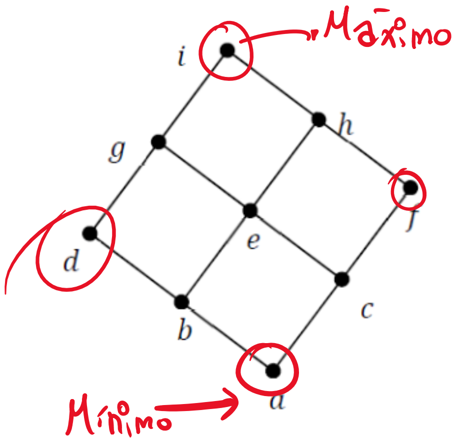
Acotada = Cuando tiene elemento máximo y mínimo.



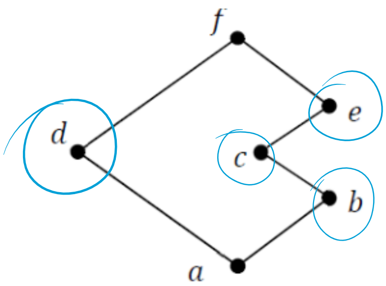
acotada



Complemento de un elemento Un elemento es complemento de otro cuando su mcs es el máximo de la retícula, y su MCI es el mínimo de la retícula



$f' = d$
$d' = f$
$i' = a$
$a' = i$



$a' = f$
$f' = a$
$d' = e, c, b$
$e' = d$
$c' = d$
$b' = d$

El complemento del Máximo es el mínimo y viceversa.

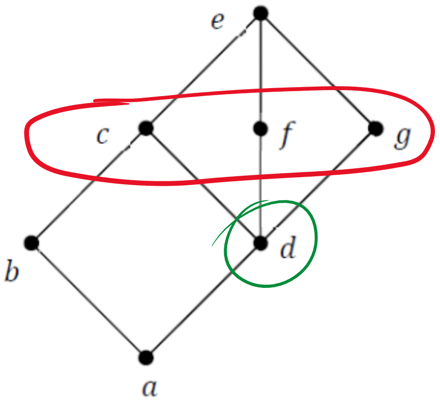
Retícula complementada Cada elemento de la retícula tiene almenos un complemento.

Retícula distributiva. Cuando cada terna de elementos de la retícula cumple que:

$$a + (b \cdot c) = (a+b) \cdot (a+c)$$

$$a(b+c) = a \cdot b + a \cdot c$$

• MCI
+ mcs



$c + (f \cdot g)$

$c + d = c$

$(c+f)\cdot(c+g)$

$e \cdot e$

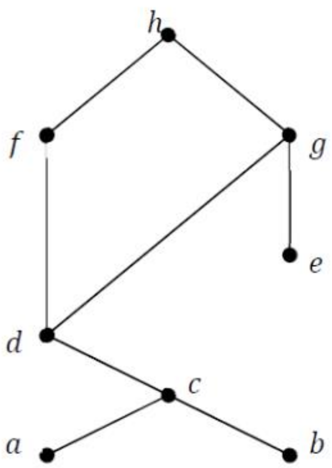
e

$c \neq e$

No es distributiva

Ejercicios.

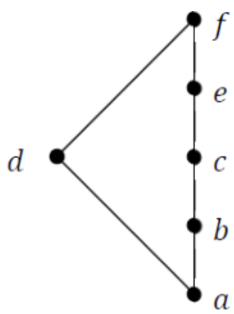
Determine cuáles de los siguientes diagramas de Hasse, corresponden a retículas.



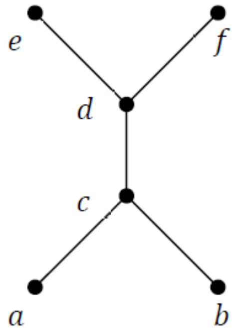
No es retícula

Porque el subconjunto $\{a, b\}$ no tiene MCI

$\{b, e\}$ no tiene MCI



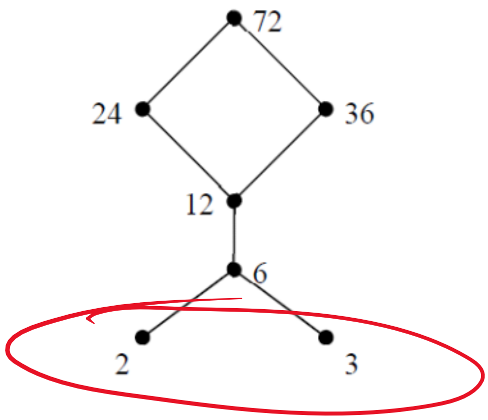
Sí es retícula.

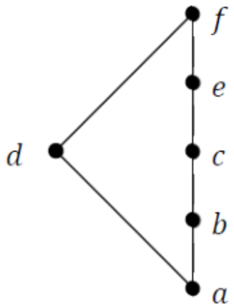


No es retícula

Porque $\{a, b\}$ no tienen MCI

$\{e, f\}$ no tienen mcs.





Acotada ✓

$a+(b\cdot c)=(a+b)\cdot(a+c)$

$a(b+c)=a\cdot b+a\cdot c$

$a+(b\cdot d)=(a+b)\cdot(a+d)$

$a+a=b\cdot d$

$a=a$ ✓

$a\cdot(b+d)=(a\cdot b)+(a\cdot d)$

$a\cdot f=a+a$

$a=a$ ✓

$\boxed{\begin{array}{l}\cdot\ \text{MCI}\\ +\ \text{mcs}\end{array}}$

$a+(d\cdot f)=(a+d)(a+f)$

$a+d=d \qquad d\cdot f=d$

$=$ ✓

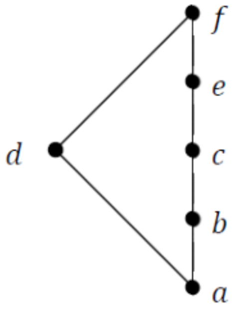
$a(d+f)=(a\cdot d)+(a\cdot f)$

$a\cdot f=a \qquad a+a=a$

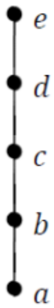
$a=a$ ✓

Distributiva

Complementada ✓



$a' = f$
$f' = a$
$b' = d$
$c' = d$
$e' = d$
$d' = b, c, e.$



Acotada
Complementada

$a' = e$
$e' = a$
$b' =$

No es complementada

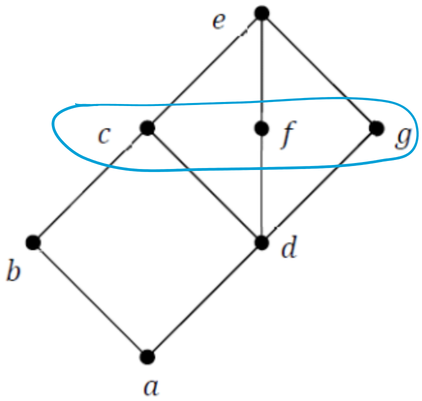
• MCI
+ mcs

Distributiva ?

$a + (b \cdot c) = (a+b)(a+c)$
$a + b = b \cdot c$
$b \neq b$

$a \cdot (b+c) = (a \cdot b) + (a \cdot c)$

No es distributiva.



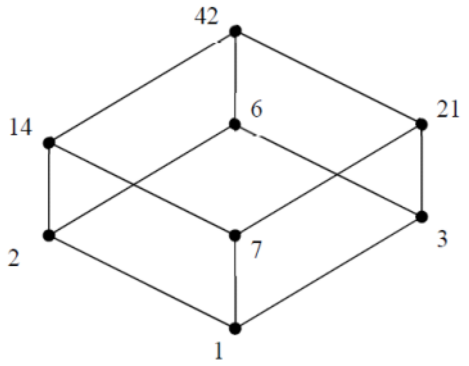
Acotada? si
complementada: No

$a' = e$
$e' = a$
$b' = g, f$
$g' = b$
$d' = x$
$c' = x$] x
$f' = b$

Distributiva no.

Ejemplo 4.
Encuentre el complemento de cada elemento de D_{42}, luego de ordenarlo bajo la relación de divisibilidad.
El conjunto D_{42} se determina por extensión así: $D_{42} = \{1,2,3,6,7,14,21,42\}$. Aplicando el criterio de divisibilidad sobre D_{42} se obtiene la relación de orden parcial siguiente:

$$R = \begin{Bmatrix} (1,1),(1,2),(1,3),(1,6),(1,7),(1,14),(1,21),(1,42),(2,2),(2,6), \\ (2,14),(2,42),(3,3),(3,6),(3,21),(3,42),(6,6),(6,42),(7,7), \\ (7,14),(7,21),(7,42),(14,14),(14,42),(21,21),(21,42),(42,42) \end{Bmatrix}$$



Complemento: