

Probabilidad

Jessica Nathaly Pulzara Mora
jessica.pulzara@udea.edu.co

Departamento de ingeniería de sistemas

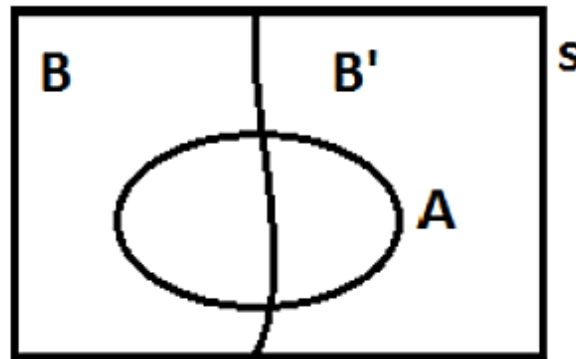


**UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA**

Teorema de la probabilidad total

Teorema de la probabilidad total

Considere los eventos A y B de un espacio muestral S :



Como $(A \cap B)$ y $(A \cap B')$ son mutuamente excluyentes,

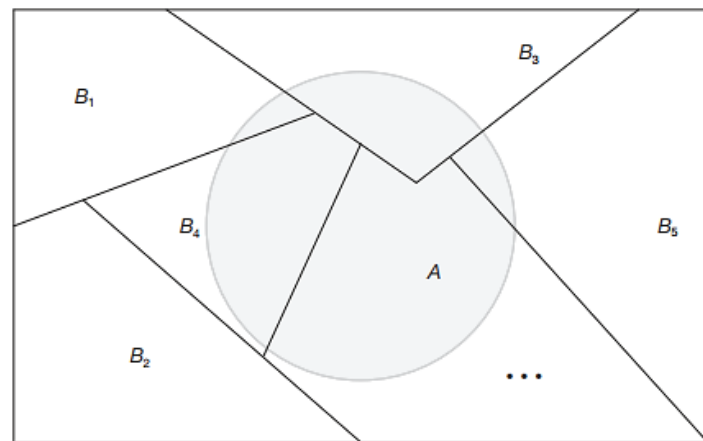
$$P(A) = P(A \cap B) + P(A \cap B^c) = P(A|B)P(B) + P(A|B^c)P(B^c)$$

Esto se conoce como **Teorema de la probabilidad total**.

De forma general para varios eventos, tenemos que:

Sean B_1, B_2, \dots, B_k eventos mutuamente excluyentes y exhaustivos, entonces para cualquier otro evento A de S ,

$$\begin{aligned} P(A) &= \sum_{i=1}^k P(B_i \cap A) \\ &= P(B_1 \cap A) + P(B_2 \cap A) + \dots + P(B_k \cap A) \\ &= P(B_1)P(A|B_1) + P(B_2)P(A|B_2) + \dots + P(B_k)P(A|B_k) \\ &= \sum_{i=1}^k P(B_i)P(A|B_i) \end{aligned}$$



Ejemplo

Suponga que durante el proceso de fabricación de semiconductores, la probabilidad de que un circuito integrado que este sujeto a grandes niveles de contaminación sea causa de una falla en un producto, es 0.10. Por otra parte, la probabilidad de que un circuito que no está sujeto a altos niveles de contaminación durante el proceso de manufactura sea la causa de la falla es 0.005. En una corrida de producción particular, el 20 % de los circuitos están sujetos a altos niveles de contaminación.

Calcular la probabilidad de que un producto que utilice alguno de estos circuitos integrados falle.

Ejemplo

Suponga que se distribuyen fichas de colores en 3 cajas idénticas.

	Caja 1	Caja 2	Caja 3	Total
Roja	2	6	3	11
Blanca	3	1	4	8
Azul	5	3	3	11
Total	10	10	10	30

Se selecciona aleatoriamente una caja, de ella se saca una ficha:

- ¿Cuál es la probabilidad de que sea roja?
- Si se observa que es roja, ¿Cuál es la probabilidad de la ficha provenga de la caja 3?

Ejemplo

Tres máquinas de cierta planta de ensamble, B_1 , B_2 y B_3 , montan 30 %, 45 % y 25 % de los productos, respectivamente. Se sabe por experiencia que 2 %, 3 % y 2 % de los productos ensamblados por cada máquina, respectivamente, tienen defectos. Ahora bien, suponga que se selecciona de forma aleatoria un producto terminado. ¿Cuál es la probabilidad de que esté defectuoso?

Teorema de Bayes

Teorema de Bayes

Sean A_1, A_2, \dots, A_k eventos mutuamente excluyentes y exhaustivos con probabilidades *previas* $P(A_i)$ (para $i = 1, 2, \dots, k$). Entonces para cualquier otro evento B para el cual $P(B) > 0$, la probabilidad de A_j dado que B ha ocurrido es:

$$\begin{aligned} P(A_j|B) &= \frac{P(A_j \cap B)}{P(B)} \\ &= \frac{P(A_j)P(B|A_j)}{\sum_{i=1}^k P(A_i)P(B|A_i)} \end{aligned}$$

Ejemplo

Tres máquinas de cierta planta de ensamble, B_1 , B_2 y B_3 , montan 30 %, 45 % y 25 % de los productos, respectivamente. Se sabe por experiencia que 2 %, 3 % y 2 % de los productos ensamblados por cada máquina, respectivamente, tienen defectos. Si se elige al azar un producto y se encuentra que está defectuoso, ¿cuál es la probabilidad de que haya sido ensamblado con la máquina B_3 ?

Ejemplo

Una cadena de tiendas de video vende 3 marcas diferentes de video grabadoras. 50 % de la marca 1, 30 % de la marca 2, 20 % de marca 3. Cada fabricante ofrece un año de garantía en partes y mano de obra. 25 % de las video grabadoras de la marca 1 requieren trabajo de reparación en tiempo de garantía mientras que los porcentajes correspondientes a las marcas 2 y 3 son 10 % y 20 %.

- 1 ¿Cuál es la probabilidad de que un comprador seleccionado al azar haya comprado una video grabadora de la marca 1 y ésta necesite reparación en tiempo de garantía?
- 2 ¿Cuál es la probabilidad de que un comprador seleccionado al azar haya comprado una video grabadora que necesite reparación en tiempo de garantía?
- 3 Si un cliente regresa a la tienda por garantía, ¿Cuál es la probabilidad de que sea una de marca 1?

Ejercicio

Sobre la enfermedad X es endémica, se sabe que un 12 % de la población padece dicha enfermedad. Se dispone de una prueba para detectar la enfermedad, pero no es totalmente fiable, ya que , da positiva en el 90 % de los casos de personas realmente enfermas; y da positiva en el 5 % de personas sanas. ¿Cuál es la probabilidad de que esté sana una persona a la que la prueba le ha dado positiva?