Ejercicios

A.

1. ¿Qué es una proposición condicional? y ¿cómo se denota?
2. Escriba la tabla de verdad para la proposición condicional.
3. En una proposición condicional, ¿cuál es la hipótesis?
4. En una proposición condicional, ¿cuál es la conclusión?
5. ¿Qué es una condición necesaria?
6. ¿Qué es una condición suficiente?
7. ¿Cuál es la recíproca de $p \to q$?
8. ¿Qué es una proposición bicondicional? y ¿cómo se denota?
9. Escriba la tabla de verdad para la proposición bicondicional.
10. ¿Qué significa para P ser equivalente lógico de Q?
11. Establezca las leyes de De Morgan para lógica.
12. ¿Qué es la contrapositiva de $p \to q$?

B.

En los ejercicios 1 a 7, restablezca cada proposición en la forma (1.2.2) de una proposición condicional.

1. José pasará el examen de matemáticas discretas si estudia duro.
2. Rosa se graduará si tiene créditos por 160 horas-trimestre.
3. Una condición necesaria para que Fernando compre una computadora es que obtenga $2000.
4. Una condición suficiente para que Katia tome el curso de algoritmos es que apruebe matemáticas discretas.
5. Cuando se fabriquen mejores automóviles, Buick los fabricará.
6. La audiencia se dormirá si el maestro de ceremonias da un sermón.
7. El programa es legible sólo si está bien estructurado.
8. Escriba la recíproca de cada proposición en los ejercicios 1 al 7.
9. Escriba la contrapositiva de cada proposición en los ejercicios 1 al 7.

Suponiendo que p y r son falsas y que q y s son verdaderas, encuentre el valor de verdad para cada proposición en los ejercicios 10 al 17.

10. $p \to q$
11. $\neg p \to \neg q$
12. $\neg(p \to q)$
13. $(p \to q) \wedge (q \to r)$
14. $(p \to q) \to r$
15. $p \to (q \to r)$
16. $(s \to (p \wedge \neg r)) \wedge ((p \to (r \vee q)) \wedge s)$
17. $((p \wedge \neg q) \to (q \wedge r)) \to (s \vee \neg q)$

Los ejercicios 18 al 27 se refieren a las proposiciones p, q y r; p es verdadera, q es falsa y el estado de r no se conoce por ahora. Diga si cada proposición es verdadera, falsa o tiene un estado desconocido.

18. $p \vee r$
19. $p \wedge r$
20. $p \to r$
21. $q \to r$
22. $r \to p$
23. $r \to q$
24. $(p \wedge r) \leftrightarrow r$
25. $(p \vee r) \leftrightarrow r$
26. $(q \wedge r) \leftrightarrow r$
27. $(q \vee r) \leftrightarrow r$

En los ejercicios 28 al 31, represente con símbolos la proposición cuando

$$p: 4 < 2, \quad q: 7 < 10, \quad r: 6 < 6$$

28. Si $4 < 2$, entonces $7 < 10$.
29. Si ($4 < 2$ y $6 < 6$), entonces $7 < 10$.
30. Si no ocurre que ($6 < 6$ y 7 no es menor que 10), entonces $6 < 6$.
31. $7 < 10$ si y sólo si ($4 < 2$ y 6 no es menor que 6).

En los ejercicios 32 al 37, formule la expresión simbólica en palabras usando

p: Hoy es lunes,
q: Está lloviendo,
r: Hace calor.

Ejercicios

A.

C.

32. $p \to q$ **33.** $\neg q \to (r \wedge p)$

34. $\neg p \to (q \vee r)$ **35.** $\neg(p \vee q) \leftrightarrow r$

36. $(p \wedge (q \vee r)) \to (r \vee (q \vee p))$

37 $(p \vee (\neg p \wedge \neg(q \vee r))) \to (p \vee \neg(r \vee q))$

En los ejercicios 38 a 41, escriba cada proposición condicional en símbolos. Escriba la recíproca y la contrapositiva de cada proposición en símbolos y en palabras. Encuentre también el valor de verdad para cada proposición condicional, su recíproca y su contrapositiva.

38. Si $4 < 6$, entonces $9 > 12$. **39.** Si $4 < 6$, entonces $9 < 12$.

40. $|1| < 3$ si $-3 < 1 < 3$. **41.** $|4| < 3$ si $-3 < 4 < 3$.

Para cada par de proposiciones P y Q en los ejercicios 42 al 51, establezca si $P \equiv Q$ o no.

42. $P = p$, $Q = p \vee q$

43. $P = p \wedge q$, $Q = \neg p \vee \neg q$

44. $P = p \to q$, $Q = \neg p \vee q$

45. $P = p \wedge (\neg q \vee r)$, $Q = p \vee (q \wedge \neg r)$

46. $P = p \wedge (q \vee r)$, $Q = (p \vee q) \wedge (p \vee r)$

47. $P = p \to q$, $Q = \neg q \to \neg p$

48. $P = p \to q$, $Q = p \leftrightarrow q$

49. $P = (p \to q) \wedge (q \to r)$, $Q = p \to r$

50. $P = (p \to q) \to r$, $Q = p \to (q \to r)$

51. $P = (s \to (p \wedge \neg r)) \wedge ((p \to (r \vee q)) \wedge s)$, $Q = p \vee t$

Los ejercicios 52 y 53 proporcionan mayor motivación para definir $p \to q$ como verdadera cuando p es falsa. Se considera cambiar la tabla de verdad de $p \to q$ cuando p es falsa. Para este primer cambio, el operador resultante recibe el nombre de imp1 (ejercicio 52), y para el segundo cambio el operador resultante es imp2 (ejercicio 53). En ambos casos, se obtienen patologías.

52. Defina la tabla de verdad para *imp1* como

p	q	p *imp1* q
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

Demuestre que p *imp1* $q \equiv q$ *imp1* p.

53. Defina la tabla de verdad para *imp2* como

p	q	p *imp2* q
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	F

a) Demuestre que

$$(p \text{ imp2 } q) \wedge (q \text{ imp2 } p) \not\equiv p \leftrightarrow q. \qquad \textbf{(1.2.6)}$$

b) Demuestre que (1.2.6) permanece verdadera si se cambia el tercer renglón de la tabla de verdad de *imp2* a F V F.

54. Verifique la segunda ley de De Morgan, $\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q$.

55. Demuestre que $(p \to q) \equiv (\neg p \vee q)$