Nombre: ____ Identificación: ____________________

Nombre: ____ Identificación: ____________________

El siguiente conjunto de ejercicios (alguno de ellos con planteamiento modificado para el propósito de la asignatura impartida por el prof. Carlos M. Sierra) es extraído del texto Matemáticas Discretas escrito por los docentes Clara Inés mejía de Monsalve y Benjamín Buriticá Trujillo.

Ejercicios 1.3 (Enumeración en el texto Mejía-Buriticá)

1. Sean P, Q, R y S fórmulas. Si se sabe únicamente que P es verdadero, ¿Qué puede afirmarse del valor de verdad de cada una las formas proposicionales siguientes?

a) $P \wedge Q$ b) $R \rightarrow P$ c) $S \rightarrow \neg P$ d) $R \vee P$

e) $P \rightarrow Q$ f) $R \rightarrow (S \rightarrow P)$ g) $R \wedge P$ h) $P \rightarrow P \vee S$

i) $P \vee S \rightarrow (Q \wedge \neg P)$ j) $S \vee \neg P$ k) $\neg P \rightarrow Q \wedge R$ l) $Q \wedge \neg P \rightarrow R \wedge Q$

Solución al ejercicio 1.i): $P \vee S \rightarrow (Q \wedge \neg P)$

Método Análisis de asignaciones de valores de verdad.

Dado que se conoce que P es verdadero, la fbf $\neg P$ sería falsa; y por lo mismo, la fbf conjuntiva $Q \wedge \neg P$ se hace falsa, aún sin conocer el valor de verdad de Q. El hecho de que P sea cierta, permite afirmar que la forma declarativa disyuntiva $P \vee S$ también lo sea, y eso independiente de cuál pueda ser el valor de verdad de S. La forma declarativa condicional $P \vee S \rightarrow (Q \wedge \neg P)$ se compone de un antecedente verdadero y de un consecuente falso, ello permite afirmar que esta condicional es falsa.

Método Tablas de verdad

Una manera de ahorrar esfuerzo es crear una tabla donde sólo se completen las filas que corresponden a las interpretaciones donde se haya asignado el valor de verdad 1 (verdadero) a P.

3 componentes básicos | Fórmulas auxiliares | Fórmula de interés

8 interpretaciones

P	Q	S	$\neg P$	$P \vee S$	$Q \wedge \neg P$	$P \vee S \rightarrow (Q \wedge \neg P)$
0	0	0	1			
0	0	1	1			
0	1	0	1			
0	1	1	1			
1	0	0	0	1	0	0
1	0	1	0	1	0	0
1	1	0	0	1	0	0
1	1	1	0	1	0	0

Si revisa la tabla, se dará cuenta que en las interpretaciones en las que P es verdadera, la fbf original $P \vee S \rightarrow (Q \wedge \neg P)$ siempre producirá un valor de verdad falso, "independiente" de las combinaciones de valores de verdad de Q y S".

2. ¿Qué respondería a cada uno de los literales anteriores en los siguientes casos?

a) Si P es falsa.

b) Si P es falsa, Q es verdadera y R es verdadera.

3. Sean P, Q y R fbfs, entonces:

a) Si $R \lor P \to Q \land P$ es falsa y P es falsa; ¿Qué puede afirmarse de R y de Q?

b) Si $Q \to Q \land P$ es verdadera y P es falsa; ¿Qué puede afirmarse de Q?

c) Si $R \land P \to Q \land P$ es falsa; ¿Qué puede afirmarse de P, Q y R?

d) Si $(Q \lor R) \to (P \land Q) \lor R$ es falsa; ¿Qué puede afirmarse de P, Q y R?

e) Si $(P \to Q) \to (R \lor P \to R \lor Q)$ es verdadera; ¿Qué puede afirmarse de P, Q y R?

Solución para ejercicio 3.a): Si $R \lor P \to Q \land P$ es falsa y P es falsa; ¿Qué puede afirmarse de R y de Q?

Método Análisis de asignaciones de valores de verdad.

Sabido que $R \lor P \to Q \land P$ es falsa, se puede asegurar que el valor de verdad del *antecedente* de la condicional es cierto y el del *consecuente* falso. Puesto que el antecedente "cierto" corresponde a una forma declarativa disyuntiva y que el valor de verdad de P es falsa, es necesariamente cierto afirmar que el valor de verdad de R es *verdadero*. Todo lo encontrado anteriormente se mantendría inalterable, cualquiera sea el valor de verdad de Q.

Método Tablas de verdad

Ahorremos esfuerzos creando una tabla donde sólo se completen las celdas que corresponden a las interpretaciones donde se ha asignado el valor de verdad 0 (falso) a P, y luego reducir el análisis a las filas donde la condicional sea haga falsa (0). Lo anterior significa que todo se centraría en mirar las interpretaciones de las filas 2 y 4.

3 componentes básicos			Fórmulas auxiliares		Fórmula de interés
P	Q	R	$R \lor P$	$Q \land P$	$R \lor P \to Q \land P$
0	0	0	0	0	1
0	0	1	1	0	0
0	1	0	0	0	1
0	1	1	1	0	0
1	0	0			
1	0	1			
1	1	0			
1	1	1			

8 interpretaciones

Como puede verificar, en esas dos interpretaciones el único valor de verdad que toma la fbf R es 1, mientras que Q puede tomar cualquiera de los dos valores posibles.

Solución para ejercicio 3.e): Si $(P \rightarrow Q) \rightarrow (R \vee P \rightarrow R \vee Q)$ es verdadera; ¿Qué puede afirmarse de P, Q y R?

Método Análisis de asignación de valores de verdad.

Solución 1:

Una fbf condicional $(P \rightarrow Q) \rightarrow (R \vee P \rightarrow R \vee Q)$ es verdadera cuando:

Caso 1: Su antecedente es falso, sin importar el valor que tome su consecuente.

El antecedente de la fbf original, $P \rightarrow Q$, es falso únicamente cuando P es cierto y Q falso. Para este caso R puede ser tanto verdadero como falso y nada se modifica. Aquí se presentan, entonces, las **dos interpretaciones**: P cierto, Q falso, R cierto; y P cierto, Q falso, R falso

Caso 2: su antecedente $P \rightarrow Q$ y consecuente $R \vee P \rightarrow R \vee Q$ son verdaderos

El antecedente $P \rightarrow Q$ es cierto de diferentes maneras:

- P cierto, Q cierto; en este caso el consecuente $R \vee P \rightarrow R \vee Q$, que también es condicional, tendría sus respectivos antecedente y consecuente ciertos, sin importar el valor de verdad de R. Aquí se presentan, entonces, las **dos interpretaciones**: P cierto, Q cierto, R cierto; y P cierto, Q cierto, R falso.
- P falso, Q cierto; en este caso el consecuente $R \vee P \rightarrow R \vee Q$ sería cierto, puesto que su correspondiente consecuente $R \vee Q$ se hace cierto; todo lo anterior se mantiene inmodificable sin importar el valor de verdad de R. Ello significa que acá también se presentan **dos interpretaciones**: P falso, Q cierto, R cierto; y P falso, Q cierto, R falso
- P falso, Q falso; en este caso, si R es falso el consecuente $R \vee P \rightarrow R \vee Q$ es verdadero pues sus respectivos antecedente y consecuente son falsos. Si R fuera cierto, $R \vee P \rightarrow R \vee Q$ también es cierta, porque sus respectivos antecedente y consecuente se vuelven ciertos. Acá se presentan las **dos interpretaciones**: P falso, Q falso, R cierto; y P falso, Q falso, R falso

Al revisar el análisis se puede verificar que fueron consideradas todas las interpretaciones posibles (8 en total). Lo que significa que sin importar los valores de verdad que puedan tener sus componentes la condicional suministrada siempre se hace cierta; es decir, en realidad es una tautología.

Solución 2:

Una fbf condicional $(P \rightarrow Q) \rightarrow (R \vee P \rightarrow R \vee Q)$ es verdadera cuando:

Caso 1: Consecuente, $R \vee P \rightarrow R \vee Q$, cierto (sin importar el valor de verdad del antecedente $P \rightarrow Q$)

De nuevo, se analizarán dos casos:

Caso 1a. consecuente, $R \vee Q$, cierto (independiente de antecedente $R \vee P$). Se presenta cuando al menos una de estas dos fbfs sea cierta y no importaría el valor de verdad de P. Ello producirá las siguientes interpretaciones:

P cierto, Q cierto, R cierto;	P falso, Q cierto, R cierto
P cierto, Q cierto, R falso;	P falso, Q cierto, R falso
P cierto, Q falso, R cierto;	P falso, Q falso, R cierto

Caso 1b. consecuente, $R \vee Q$, falso; antecedente, $R \vee P$, falso. La única interpretación que hace falsas a ambas disyunciones es:

P falso, Q falso, R falso.

Caso 2: Consecuente falso, Antecedente falso.

La fbf $P \to Q$ es falsa para el único caso en que P sea cierta y Q falsa. Trasladando estos valores al consecuente falso, obliga a que la fbf $R \lor Q$ sea falsa y, por tanto, que R sea falsa.

El caso 2 produce una interpretación: P cierto, Q falso, R falso.

El análisis realizado ha evidenciado que las 8 posibles interpretaciones (6 del caso 1a, 1 del caso 1b y 1 del caso 2) hacen cierta a la fbf $(P \to Q) \to (R \lor P \to R \lor Q)$ y, por tanto, que no hay manera de volverla falsa.

Método Tablas de verdad

3 componentes básicos — Fórmulas auxiliares — Fórmula de interés

8 interpretaciones

P	Q	R	$R \lor P$	$P \to Q$	$R \lor Q$	$R \lor P \to R \lor Q$	$(P \to Q) \to (R \lor P \to R \lor Q)$
0	0	0	0	1	0	1	1
0	0	1	1	1	1	1	1
0	1	0	0	1	1	1	1
0	1	1	1	1	1	1	1
1	0	0	1	0	0	0	1
1	0	1	1	0	1	1	1
1	1	0	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1

Se observa que toda interpretación o combinación de valores asignadas a las fbfs P, Q y R hacen cierta a la fbf original.

4. Sean P, Q y R fórmulas. Determine cuáles de las siguientes formas declarativas son tautologías:

a) $P \land Q \to P \land R$

b) $(P \to Q) \to (\neg Q \to P)$

c) $P \to P \land Q$

d) $(P \leftrightarrow Q) \land (P \land \neg Q)$

e) $P \land \neg(Q \lor P)$

f) $P \land \neg((P \lor Q) \lor R)$

g) $(P \to (Q \lor \neg P)) \to \neg Q$

h) $P \lor (\neg P \lor R)$

Solución al ejercicio 4.g): $(P \to (Q \lor \neg P)) \to \neg Q$

Método Tablas de verdad.

2 componentes — auxiliares — Formula de interés

4 interpretaciones

P	Q	$\neg P$	$\neg Q$	$Q \lor \neg P$	$P \to (Q \lor \neg P)$	$(P \to (Q \lor \neg P)) \to \neg Q$
0	0	1	1	1	1	1
0	1	1	0	1	1	0
1	0	0	1	0	0	1
1	1	0	0	1	1	0

La forma declarativa condicional corresponde a una contingencia pues no todas las interpretaciones se vuelven modelos. En otras palabras, la fbf no produce **sólo** 1's en la columna que le corresponde.

Método Análisis de valores de verdad.

Si la fbf suministrada, que es de tipo condicional, es una tautología, significa que cualquier interpretación que se ensaye debe resultar en una condicional cierta. El caso central, a verificar, es cuando su consecuente $\neg Q$ es falso, pues habría que revisar que no exista alguna interpretación que haga cierta a su antecedente. Si $\neg Q$ es falso, Q es cierto. Al trasladar este valor de verdad de Q, al antecedente $P \rightarrow (Q \vee \neg P)$ se puede asegurar que la fbf de su correspondiente consecuente $Q \vee \neg P$ se hace cierta sin importar el valor de verdad de P y la condicional $P \rightarrow (Q \vee \neg P)$ se vuelve cierta; una condicional con su antecedente cierto y su consecuente falso, es falsa. Con esto se ha encontrado **interpretaciones** (Q cierta, P cierta; y Q cierta P falsa) que hacen falsa a la fbf $(P \rightarrow (Q \vee \neg P)) \rightarrow \neg Q$ por lo que no se trata de una tautología.

5). Demuestre que los siguientes conjuntos de fbfs son inconsistentes. Cada conjunto correspondiente de fbfs se organizó en columna. Adaptación del Ejercicio 1.4 (Enumeración del texto Mejía-Buriticá)

a)	b)	c)	d)
$\neg Q \rightarrow R$	$T \rightarrow P$	$T \vee \neg R$	$R \rightarrow R \wedge Q$
$\neg R \vee S$	$T \wedge R$	$\neg(R \rightarrow S)$	$\neg S \vee R$
$\neg(P \vee Q)$	$Q \rightarrow \neg R$	$T \rightarrow S$	$\neg T \vee \neg Q$
$\neg P \rightarrow \neg S$	$P \vee S \rightarrow Q$		$S \wedge T$

e)
$P \rightarrow S$
$S \rightarrow \neg T$
$P \wedge T$

Solución al ejercicio 5.a)
$\neg Q \rightarrow R$
$\neg R \vee S$
$\neg(P \vee Q)$
$\neg P \rightarrow \neg S$

Un conjunto de fbfs serían inconsistentes si NO se encuentra al menos una combinación de valores de verdad en el que todas ellas se vuelvan ciertas. También se puede expresar que *un conjunto fbfs es consistente si se encuentra al menos una combinación de valores de verdad en el que todas esas fbfs se hacen ciertas*.

Análisis de asignaciones de valores de verdad

El análisis puede iniciarse por dónde parezca más prometedor (reduzca el número de alternativas para explorar); por ejemplo, dado que $\neg(P \vee Q)$ se asume cierta, la fbf $P \vee Q$ tiene que ser falsa. Para que esta disyunción sea falsa, tanto P como Q tienen ser falsas. Con estos dos valores de verdad ya definidos, **teóricamente** restarían 4 interpretaciones por explorar (las combinaciones de los valores de verdad de R y S).

Ahora, siendo P y Q falsas, sus respectivas negaciones serían ciertas, y como cada una de ellas corresponde al antecedente de las dos condicionales, se requeriría que cada uno de sus respectivos consecuentes fueran ciertos, es decir, ¬S y R deben ser verdaderos. Con base en la elección de la fbf inicial para comenzar el análisis y la manera en que se ha llevado la argumentación, se ha encontrado **la única interpretación posible (**P falsa, Q falsa, R verdadera y S falsa) para que las 3 fbfs analizadas -hasta el momento- sean ciertas. Trasladando estos valores a la restante fbf ¬R ∨ S la convierte en falsa. La manera en que se ha llevado a cabo este análisis permite afirmar que no existe al menos una interpretación que haga ciertas a las 4 fbfs; luego, ellas son inconsistentes entre sí.

Tablas de verdad.

Elaborando una tabla de verdad donde aparecen las 4 fbfs en sendas 4 columnas, podemos encontrar sus valores correspondientes con cada una de las 16 interpretaciones asignables a las fbfs P, Q, R, S. Si nos fijamos en la última columna, la fbf ¬(P ∨ Q) sólo es cierta en las primeras 4 interpretaciones (serían sus modelos); centrándonos en esas 4 interpretaciones, se observa que 3 de ellas también serían modelos para la fbf ¬R ∨ S, y de éstas 3 sólo una es modelo para la fbf ¬P → ¬S. La única esperanza es, pues, que el *modelo común* de las anteriores 3 fbfs también lo sea para la fbf ¬Q → R; sin embargo, puede observarse en la tabla que no es modelo para ella. Dado que no existe al menos una interpretación que las haga ciertas en conjunto, se puede afirmar que son inconsistentes.

4 componentes básicos				Fórmulas auxiliares				Fórmulas de interés			
P	Q	R	S	¬P	¬Q	¬R	¬S	¬Q → R	¬P → ¬S	¬R ∨ S	¬(P ∨ Q)
0	0	0	0	1	1	1	1	0	1	1	1
0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	1	1
0	0	1	0	1	1	0	1	1	1	0	1
0	0	1	1	1	1	0	0	1	0	1	1
0	1	0	0	1	0	1	1	1	1	1	0
0	1	0	1	1	0	1	0	1	0	1	0
0	1	1	0	1	0	0	1	1	1	0	0
0	1	1	1	1	0	0	0	1	0	1	0
1	0	0	0	0	1	1	1	0	1	1	0
1	0	0	1	0	1	1	0	0	1	1	0
1	0	1	0	0	1	0	1	1	1	0	0
1	0	1	1	0	1	0	0	1	1	1	0
1	1	0	0	0	0	1	1	1	1	1	0
1	1	0	1	0	0	1	0	1	1	1	0
1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	0	0
1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	0

16 interpretaciones

Solución al ejercicio 5.c)

c)
T ∨ ¬R
¬(R → S)
T → S

Análisis de asignaciones de valores de verdad.

El análisis puede iniciarse por dónde parezca más prometedor (reduzca el número de alternativas para explorar); por ejemplo, siendo $\neg(R \to S)$ cierta, $R \to S$ se hace falsa, lo que indica que la única opción es que su antecedente R es cierto y su consecuente S falso. Puesto que R es cierta $\neg R$ se hace falsa y $T \lor \neg R$ debe ser cierta, es necesario que T sea cierta. Trasladando a la fbf $T \to S$ los únicos valores compatibles con la certeza de las dos anteriores fbfs, produce que ésta, $T \to S$, sea falsa.

Tablas de verdad

8 interpretaciones

3 componentes básicos			Fórmulas auxiliares		Fórmulas de interés		
T	R	S	$\neg R$	$R \to S$	$\neg(R \to S)$	$T \lor \neg R$	$T \to S$
0	0	0	1	1			
0	0	1	1	1			
0	1	0	0	0	1	0	1
0	1	1	0	1			
1	0	0	1	1			
1	0	1	1	1			
1	1	0	0	0	1	1	0
1	1	1	0	1			

Revisando las últimas 3 columnas, se puede observar que no existe ninguna interpretación que haga ciertas a esas fórmulas simultáneamente. Ello significa que las 3fbfs suministradas forman un conjunto inconsistente.

6) Demuestre que el siguiente conjunto de premisas y conclusión, conforman un argumento deductivo formal válido (Este conjunto de ejercicios no hace parte del texto Mejía-Buriticá)

a) Premisas: $\neg P, P \lor Q$ — Conclusión: Q

b) Premisas: $\neg Q, P \to Q$ — Conclusión: $\neg P$

c) Premisas: Q — Conclusión: $P \to Q$

d) Premisas: $\neg P$ — Conclusión: $P \to Q$

e) Premisas: — Conclusión: $\neg P \lor P$

f) Premisas: $\neg Q \land Q$ — Conclusión: P

g) Premisas: $\neg P \to R \land \neg R$ — Conclusión: P

h) Premisas: $P \lor Q, P \to R, Q \to T$ — Conclusión: $R \lor T$

i) Premisas: — Conclusión: $(P \to Q \lor R) \leftrightarrow (P \land \neg Q \to R)$

Nota: Una manera de aceptar la validez de un argumento es verificando que no se contraríe la siguiente afirmación: "**Cuando se suministren premisas**, por cada interpretación que las haga consistentes en conjunto, esa misma interpretación debe hacer consistente a la conclusión. Cuando **no se suministran premisas** la fbf de la conclusión debe ser cierta para todas las interpretaciones.”

Solución al ejercicio 6.a): Premisas: $\neg P, P \vee Q$ Conclusión: Q

Método Análisis de Asignaciones de Valores de Verdad

El análisis puede iniciarse por dónde parezca más prometedor (reduzca el número de alternativas para explorar); por ejemplo, la premisa $\neg P$ es cierta **solo** en caso de que P sea falsa; considerando este valor de verdad en la premisa $P \vee Q$, ésta sería cierta **en el único caso en que** Q sea cierta. Como la fbf Q es la conclusión del argumento, y se determinó su certeza, entonces se puede afirmar que el argumento es válido: $\neg P, P \vee Q \vDash Q$.

Método de Tabla de verdad.

Forma 1.

Paso 1. Construir la fbf condicional: $\underbrace{\neg P \wedge (P \vee Q)}_{Antecedente:\ conjunción\ de\ premisa} \rightarrow \underbrace{Q}_{consecuente:\ la\ conclusión}$

Paso 2. Construir la tabla de verdad en la que la última columna se ubique la fbf del paso1.

4 interpretaciones

2 componentes		Fórmulas auxiliares			Fórmula de interés
Q	P	$\neg P$	$P \vee Q$	$\neg P \wedge (P \vee Q)$	$\neg P \wedge (P \vee Q) \rightarrow Q$
0	0	1	0	0	1
0	1	0	1	0	1
1	0	1	1	1	1
1	1	0	1	0	1

Paso 3. Interpretar el resultado de los valores de verdad registrados en la columna correspondiente a la fbf $\neg P \wedge (P \vee Q) \rightarrow Q$. Al revisar la tabla es evidente que produjo una tautología, luego, el argumento es válido.

Forma 2.

Paso 1. Construir una tabla de verdad donde aparezca una columna por cada premisa y para la conclusión.

4 interpretaciones

2 componentes		Fórmulas de interés: Premisas	
Q	P	$\neg P$	$P \vee Q$
0	0	1	0
0	1	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1

Fórmula de interés: Conclusión

Paso 2. Revise sólo aquellas filas de la tabla en las que la(s) premisa(s) registre(n), simultáneamente, valores de 1 (sean ciertas).

Paso 3. Por cada una de esas filas identificadas en el paso 2, observe el valor correspondiente para la columna de la conclusión. Responda la pregunta ¿encontró al menos una de esas filas en la que el valor de la conclusión fuera cero? Si la respuesta es Sí, el argumento es no válido; de lo contrario, es válido

Puesto que la respuesta es NO, el argumento es válido.

Solución al ejercicio 6.e): Premisas: Conclusión: $\neg P \lor P$

Método Análisis de Asignaciones de Valores de Verdad

En este caso no se suministra(n) premisa(s), pero sí la conclusión $\neg P \lor P$. Si se supone que P es falsa, $\neg P$ se hace cierta y la fbf disyuntiva $\neg P \lor P$ se vuelve cierta. Si P es cierta, es suficiente para afirmar que la fbf disyuntiva $\neg P \lor P$ se hace cierta. De lo anterior se puede afirmar que sin importar el valor de verdad de la fbf P, la fbf $\neg P \lor P$ es cierta, es decir toda interpretación se vuelve modelo en ella. Ello indica que sin importar que se suministren o no premisas, siempre se podrá afirmar como cierta $\neg P \lor P$; luego, el argumento es válido: $\vDash \neg P \lor P$

Método de Tabla de verdad.

Forma 1. No aplica, pues no existe premisa(s) que sirva de antecedente.

Forma 2.

Paso 1. Construir una tabla de verdad donde aparezca una columna por cada premisa y para la conclusión.

P	$\neg P$	$\neg P \lor P$
0	1	1
1	0	1

Paso 2. Revise sólo aquellas filas de la tabla en las que la(s) premisa(s) registre(n), simultáneamente, valores de 1 (sean ciertas):

No hay premisas, no hay columnas asociadas.

Paso 3. Por cada una de esas filas identificadas en el paso 2, observe el valor correspondiente para la columna de la conclusión. Responda la pregunta ¿encontró al menos una de esas filas en la que el valor de la conclusión fuera cero? Si la respuesta es Sí, el argumento es no válido; de lo contrario, es válido

Puesto que la respuesta es NO, el argumento es válido.

Solución al ejercicio 6.f): Premisas: $\neg Q \land Q$ Conclusión: P

Método Análisis de Asignaciones de Valores de Verdad

La premisa $\neg Q \land Q$, para cualquier valor de verdad de Q, siempre es falsa (lo que la convierte en inconsistente, contradictoria); de lo anterior, se puede afirmar que **no hay manera de contrariar** la condición: "**Cuando se suministren premisas**, por cada interpretación que las haga consistentes en conjunto, esa misma interpretación debe hacer consistente a la conclusión."

Este análisis autoriza a afirmar que el argumento es válido: $\neg Q \land Q \vDash P$

Método de Tabla de verdad.

Forma 1.

Paso 1. Construir la fbf condicional: $\underbrace{\neg Q \land Q}_{Antecedente:\, premisa} \rightarrow \underbrace{P}_{consecuente:\, la\ conclusión}$

Paso 2. Construir la tabla de verdad en la que la última columna se ubique la fbf del paso1.

2 componentes — Fórmulas auxiliares — Fórmula de interés

4 interpretaciones

Q	P	$\neg Q$	$\neg Q \land Q$	$\neg Q \land Q \rightarrow P$
0	0	1	0	1
0	1	1	0	1
1	0	0	0	1
1	1	0	0	1

Paso 3. Interpretar el resultado de los valores de verdad registrados en la columna correspondiente a la fbf $\neg Q \land Q \rightarrow P$. Al revisar la tabla es evidente que produjo una tautología, luego, el argumento es válido.

Forma 2.

Paso 1. Construir una tabla de verdad donde aparezca una columna por cada premisa y para la conclusión.

2 componentes — auxiliar — Fórmula de interés: Premisa

4 interpretaciones

Q	P	$\neg Q$	$\neg Q \land Q$
0	0	1	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	1	0	0

Fórmula de interés: Conclusión

Paso 2. Revise sólo aquellas filas de la tabla en las que la(s) premisa(s) registre(n), simultáneamente, valores de 1 (sean ciertas): No hay alguna.

Paso 3. Por cada una de esas filas identificadas en el paso 2, observe el valor correspondiente para la columna de la conclusión. Responda la pregunta ¿encontró al menos una de esas filas en la que el valor de la conclusión fuera cero? Si la respuesta es Sí, el argumento es no válido; de lo contrario, es válido

Puesto que la respuesta es NO, el argumento es válido.

Solución al ejercicio 6.h): Premisas: $P \vee Q, P \rightarrow R, Q \rightarrow T$ Conclusión: $R \vee T$

Método de Tabla de verdad.

Forma 1.

Paso 1. Construir la fbf condicional: $\underbrace{(P \vee Q) \wedge (P \rightarrow R) \wedge (Q \rightarrow T)}_{Antecedente:\ conjunción\ de\ las\ premisas} \rightarrow \underbrace{R \vee T}_{consecuente:\ la\ conclusión}$

Paso 2. Construir la tabla de verdad en la que la última columna se ubique la fbf del paso1.

4 componentes — Fórmulas auxiliares — Fórmula de interés:

16 interpretaciones

P	Q	R	T	$P_1: Q \rightarrow T$	$P_2: P \vee Q$	$P_3: P \rightarrow R$	$S: R \vee T$	$P_1 \wedge P_2 \wedge P_3$	$P_1 \wedge P_2 \wedge P_3 \rightarrow S$
0	0	0	0	1	0	1	0	0	1
0	0	0	1	1	0	1	1	0	1
0	0	1	0	1	0	1	1	0	1
0	0	1	1	1	0	1	1	0	1
0	1	0	0	0	1	1	0	0	1
0	1	0	1	1	1	1	1	1	1
0	1	1	0	0	1	1	1	0	1
0	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	0	0	0	1	1	0	0	0	1
1	0	0	1	1	1	0	1	0	1
1	0	1	0	1	1	1	1	1	1
1	0	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	0	0	0	1	0	0	0	1
1	1	0	1	1	1	0	1	0	1
1	1	1	0	0	1	1	1	0	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

Paso 3. Interpretar el resultado de los valores de verdad registrados en la columna correspondiente a la fbf $(P \vee Q) \wedge (P \rightarrow R) \wedge (Q \rightarrow T) \rightarrow (R \vee T)$; de esta manera: "Si al menos un valor es falso (cero), se verifica la NO validez del argumento. Si todos los valores son 1 (es decir, se encuentra una tautología) se puede afirmar que las premisas y la conclusión conforman un argumento.

Al revisar la tabla es evidente que produjo una tautología, luego, el argumento es válido: $P \vee Q, P \rightarrow R, Q \rightarrow T \vDash R \vee T$

Forma 2.

Paso 1. Construir una tabla de verdad donde aparezca una columna por cada premisa y para la conclusión (es probable que la tabla construida resulte de menor tamaño).

4 componentes | Fórmulas de interés

16 interpretaciones

	P	Q	R	T	Q → T	P ∨ Q	P → R	R ∨ T
1	0	0	0	0	1	0	1	0
2	0	0	0	1	1	0	1	1
3	0	0	1	0	1	0	1	1
4	0	0	1	1	1	0	1	1
5	0	1	0	0	0	1	1	0
6	0	1	0	1	1	1	1	1
7	0	1	1	0	0	1	1	1
8	0	1	1	1	1	1	1	1
9	1	0	0	0	1	1	0	0
10	1	0	0	1	1	1	0	1
11	1	0	1	0	1	1	1	1
12	1	0	1	1	1	1	1	1
13	1	1	0	0	0	1	0	0
14	1	1	0	1	1	1	0	1
15	1	1	1	0	0	1	1	1
16	1	1	1	1	1	1	1	1

Paso 2. Revise sólo aquellas filas de la tabla en las que las 3 premisas registren, simultáneamente, valores de 1 (sean ciertas).

Las filas identificadas son: 6, 8, 11, 12 y 16.

Paso 3. Por cada una de esas filas identificadas en el paso 2, observe el valor correspondiente para la columna de la conclusión. Responda la pregunta ¿encontró al menos una de esas filas en la que el valor de la conclusión fuera cero? Si la respuesta es Sí, el argumento es no válido; de lo contrario, es válido

Las filas identificadas en el paso 2 están compuestas únicamente por 1's, luego, el argumento es válido.

Método de Análisis de Asignación de valores de verdad.

El análisis, en este ejemplo, se planteará de manera que podamos encontrar al menos una interpretación (pueden ser varias) en la que las fbfs que juegan el papel de premisas se hacen simultáneamente ciertas, y la conclusión falsa. Si se tuviera éxito se afirmaría que el argumento es No válido, de lo contrario, es válido.

La ventaja de plantear esta estrategia es que se "inicia" desde la forma declarativa de la conclusión (una disyunción) que restringe la cantidad de interpretaciones que incluyan valores de verdad que la hacen falsa); de hecho, la única manera que la conclusión R ∨ T pueda ser falsa **es sólo cuando** tanto R como T son falsas. Así que, se requerirían explorar sólo 4 interpretaciones: las combinaciones de los dos valores de verdad de P y Q, que además de satisfacer la anterior condición, también hagan ciertas a las premisas.

A partir de allí, se pueden revisar varias alternativas de análisis. Dado que la premisa P ∨ Q se asume cierta, se derivan tres opciones de ello: "que tanto P como Q sean ciertas", o "que sólo una de las dos lo sea". En cualquiera de estos tres casos, al menos una de las dos premisas restantes (de tipo condicional) se hace falsa, pues su respectivo antecedente es cierto mientras su consecuente es falso. La única interpretación restante (de las cuatro) es cuando tanto P como Q son falsas que, aunque hace ciertas a las dos premisas de tipo condicional, hace falsa a la premisa disyuntiva.

Se han explorado todas las opciones posibles y **no se pudo encontrar al menos una interpretación** que haga ciertas a las premisas simultáneamente, y falsa a su conclusión. Por tanto, no hay opción sino de que el argumento sea válido.

Solución al ejercicio i). Premisas: Conclusión: $(P \rightarrow Q \vee R) \leftrightarrow (P \wedge \neg Q \rightarrow R)$

En general, cuando se trata argumentos sin premisas, se debe probar que la fbf de la conclusión se hace verdadera para cualquier interpretación.

En el caso de una fbf bicondicional, la prueba se puede efectuar mediante cualquiera de las siguientes formas

- Verificar que, para cada interpretación, las fbfs a la izquierda y derecha del símbolo bicondicional se produce el mismo valor de verdad.

- Verificar la validez de los siguientes dos argumentos
  a. Premisas: $P \rightarrow Q \vee R$ Conclusión: $P \wedge \neg Q \rightarrow R$
  b. Premisas: $P \wedge \neg Q \rightarrow R$ Conclusión: $P \rightarrow Q \vee R$

Método Análisis de Asignaciones de Valores de Verdad

La solución que se expone aborda la prueba de validez de los argumentos:

a. Premisas: $P \rightarrow Q \vee R$ Conclusión: $P \wedge \neg Q \rightarrow R$
b. Premisas: $P \wedge \neg Q \rightarrow R$ Conclusión: $P \rightarrow Q \vee R$

a. Premisas: $P \rightarrow Q \vee R$ Conclusión: $P \wedge \neg Q \rightarrow R$

El análisis plantea la posibilidad de encontrar al menos una interpretación (pueden ser varias) en la que las fbfs que juegan el papel de premisas se hacen simultáneamente ciertas, y la conclusión falsa. Si se tuviera éxito, se afirmaría que el argumento es No válido, de lo contrario, es válido.

La fbf condicional de la conclusión $P \wedge \neg Q \rightarrow R$ es falsa sólo en único caso: cuando el antecedente $P \wedge \neg Q$ es cierto y el consecuente R falso; este antecedente es "verdadero" sólo cuando P es verdadero y Q falso. Puesto que no existen más componentes básicos ni en la conclusión ni en la premisa, se ha encontrado la única interpretación posible a ser traslada a la fbf $P \rightarrow Q \vee R$ de la premisa, y puede observarse que su respectivo antecedente sería cierto, mientras que su consecuente falso, lo que deriva en que la premisa se hace falsa.

N**o se pudo encontrar, entonces, al menos una interpretación** que haga cierta a su única premisa y falsa a su conclusión. Por tanto, no hay opción sino de que el argumento sea válido: $P \rightarrow Q \vee R \vDash P \wedge \neg Q \rightarrow R$.

b. Premisas: $P \wedge \neg Q \rightarrow R$ Conclusión: $P \rightarrow Q \vee R$

El análisis de este argumento es análogo al previo. La fbf condicional de la conclusión $P \rightarrow Q \vee R$ es falsa sólo en único caso: cuando el antecedente P es verdadera, mientras su consecuente $Q \vee R$ es falsa; pero esta disyunción solo puede ser falsa cuando tanto Q como R son falsas. Puesto que no existen más componentes básicos ni en la conclusión ni en la premisa, se ha encontrado la única interpretación posible a ser traslada a la premisa $P \wedge \neg Q \rightarrow R$, y puede observarse que su correspondiente antecedente sería verdadero, mientras que su consecuente falso, lo que deriva en que la premisa se hace falsa.

N**o se pudo encontrar, entonces, al menos una interpretación** que haga cierta a su única premisa y falsa a su conclusión. Por tanto, no hay opción sino de que el argumento sea válido: $P \wedge \neg Q \rightarrow R \vDash P \rightarrow Q \vee R$.

Integrando los dos resultados obtenidos, se puede afirmar que se ha probado la validez del argumento bicondicional: $\vDash (P \rightarrow Q \vee R) \leftrightarrow (P \wedge \neg Q \rightarrow R)$.

Método de Tablas de Verdad

Forma 1. No aplica, pues no existe premisa(s) que sirvan de antecedente para construir una condicional.

Forma 2: Como no se suministran premisas, revisar que la fbf de la conclusión corresponde a una tautología.

Paso 1. Construir una tabla de verdad donde aparezca una columna para la fbf bicondicional.

3 componentes básicos | Fórmulas auxiliares | Fórmula de interés

8 interpretaciones

P	Q	R	$\neg Q$	$Q \vee R$	$P \wedge \neg Q$	$P \rightarrow Q \vee R$	$P \wedge \neg Q \rightarrow R$	$(P \rightarrow Q \vee R) \leftrightarrow (P \wedge \neg Q \rightarrow R)$
0	0	0	1	0	0	1	1	1
0	0	1	1	1	0	1	1	1
0	1	0	0	1	0	1	1	1
0	1	1	0	1	0	1	1	1
1	0	0	1	0	1	0	0	1
1	0	1	1	1	1	1	1	1
1	1	0	0	1	0	1	1	1
1	1	1	0	1	0	1	1	1

Paso 2. Revisar que cada interpretación arroja “verdad” en la columna correspondiente a la fbf bicondicional.

Se observa que la fbf bicondicional es tautológica.

Forma 3: Revisar si las fbfs a izquierda y derecha del símbolo de bicondicional producen los mimos valores de verdad para cada interpretación

Paso 1. Construir una tabla de verdad donde aparezca una columna por cada premisa (en este caso no hay) y para la fbf de cada lado del símbolo de bicondicional.

P	Q	R	¬Q	Q ∨ R	P ∧ ¬Q	P → Q ∨ R	P ∧ ¬Q → R
0	0	0	1	0	0	1	1
0	0	1	1	1	0	1	1
0	1	0	0	1	0	1	1
0	1	1	0	1	0	1	1
1	0	0	1	0	1	0	0
1	0	1	1	1	1	1	1
1	1	0	0	1	0	1	1
1	1	1	0	1	0	1	1

Paso 2. Revisar que para cada interpretación se produzca el mismo valor de verdad en cada una de las columnas correspondientes a la fbf de cada lado del símbolo de bicondicional.

Se puede observar que cada una de las 8 interpretaciones producen el mismo valor de verdad en las dos fbfs correspondientes.