

Taller Lógica Proposicional y otros conceptos básicos
Asignatura Matemáticas Discretas I 20231
Facultad de Ingeniería. Universidad de Antioquia

1. Observe el siguiente conjunto de afirmaciones y elija la opción que corresponda a su valor de verdad. En caso de ser falsa, presente un caso que apoye su respuesta.
- | | | |
|--|---|---|
| a. Cuando en la lógica formal se habla de "cálculo", se refiere al proceso mediante el cual se determina el valor de verdad de una fbf | V | F |
| b. Un argumento deductivo válido es aquel en el que "se ha comprobado que tanto sus premisas como su conclusión son ciertas" | V | F |
| c. Un argumento inductivo fuerte es aquel que "considerando a sus premisas ciertas, le sería poco probable a su conclusión ser falsa" | V | F |
| d. El estudio de la lógica proposicional mediante el enfoque axiomático requiere el empleo del concepto de "valor de verdad" | V | F |
| e. El cálculo empleado en el enfoque de modelos es diferente del empleado en el enfoque axiomático | V | F |
| f. En el enfoque axiomático, la diferencia entre axioma y teorema es que el axioma siempre es cierto | V | F |
| g. Todo argumento deductivo contundente sólo requiere ser válido | V | F |
| h. Todo argumento deductivo válido es necesariamente contundente | V | F |
| i. Para que un enunciado P implique a otro Q, basta con que la condicional $P \rightarrow Q$ sea consistente | V | F |
| j. Un enunciado declarativo condicional es falso cuando tanto antecedente como consecuente son falsos | V | F |
| k. La negación de un enunciado declarativo disyuntivo en el que todos sus enunciados declarativos constitutivos son falsos, es verdadero. | V | F |
| l. Un argumento inductivo débil es aquel que "considerando a sus premisas ciertas, le sería probable a su conclusión ser falsa" | V | F |
| m. Un argumento deductivo con "sus premisas sean ciertas" es contundente | V | F |
| n. Un argumento deductivo puede mantener su estatus de "válido", a pesar de que se haya verificado que al menos una de sus premisas es falsa y su conclusión también es falsa" | V | F |

2. Cada párrafo que encontrará, a continuación, corresponde a un **único enunciado declarativo**; posteriormente, se suministran símbolos (letras que no hacen parte del cálculo proposicional visto en clase) para representar enunciados declarativos simples y, con ellos, se construya una forma declarativa correspondiente al enunciado declarativo original.

- a. El envío de una fuerza de mantenimiento de la paz por parte de la ONU es condición suficiente para poner fin al genocidio de la región de Darfur solo si el desarme de los Janjaweed es una condición necesaria para que Sudán tome el control de la región

Se definen las siguientes formas declarativas simples.

U: La ONU envía una fuerza de mantenimiento de la paz a Darfur

D: Termina el genocidio de Darfur

S: Sudán toma el control de la región

J: Janjaweed está desarmado

- b. La publicidad de los clubes nocturnos de Nassau es una condición necesaria para que Puerto Vallarta ofrezca hoteles de lujo; Además, el hecho de que Cancún tenga aguas turquesas y Acapulco prometedoras playas de arena blanca es una condición suficiente para que Jamaica ofrezca música reggae.

Se definen las siguientes formas declarativas simples.

N: Nassau anuncia clubes nocturnos

P: Puerto Vallarta ofrece hoteles de lujo

C: Cancún tiene aguas turquesas

J: Jamaica ofrece música reggae

A: Acapulco promete playas de arena blanca

- c. Mercurio es un planeta dado que tanto Plutón como Ceres no lo son.

M: Mercurio es un planeta

P: Plutón es un planeta

C: Ceres es un planeta

- d. Una condición necesaria para una empresa comercial exitosa es una buena planificación

T: una empresa comercial es exitosa

P: la empresa dispone de una buena planificación

3. En cada uno de los siguientes literales encontrará una corta argumentación formal. Luego del símbolo de inferencia (\therefore) Ud. observará una línea punteada para que escriba una justificación que surge del estudio de la fbf (**en rojo**) y alguna(s) de las fbfs que la preceden; la justificación se concreta referenciando una regla de validez e identificando los respectivos numerales de las fbf(s) involucradas con su aplicación.

Notas: 1. Para referenciar la regla de validez usada en cada caso, emplee el siguiente [archivo](#)¹ (Use la simbología TP__; o MP para Modus Ponens); 2. Es posible que no todas las fbfs que aparecen en el literal correspondiente se requieran para resolver cada ejercicio.

a.

1 $R \rightarrow T$

2 R

$\therefore T$ Regla de validez: _____

b.

1 $R \rightarrow Q$

2 $P \rightarrow T$

3 $P \rightarrow R$

$\therefore P \rightarrow Q$ Regla de validez: _____

c.

1 $R \vee P \rightarrow T$

2 $\neg R$

3 $\neg T$

4 $R \rightarrow (Q \rightarrow T)$

$\therefore \neg(R \vee P)$ Regla de validez: _____

4. Escriba sobre cada línea punteada la regla de validez que empleó y las fbfs sobre las que la aplicó (mediante sus respectivos numerales) para justificar la existencia de la fbf que aparece en rojo.

Nota: Para referenciar la Reglas de validez usada en cada caso, emplee el [archivo](#) (Use la simbología TP__; o MP para Modus Ponens)

a.

1 $P \rightarrow (G \rightarrow T)$

2 $Q \rightarrow (T \rightarrow E)$

3 P

4 Q

5 $G \rightarrow T$ _____

6 $T \rightarrow E$ _____

7 $G \rightarrow E$ _____

¹ https://drive.google.com/file/d/1ooXQWdjdI4RXKJ_8XRGzFkaIVrvccrS7/view

b.

$$1 \neg W \rightarrow (\neg W \rightarrow (X \rightarrow W))$$

$$2 \neg W$$

$$3 \neg W \wedge \neg W \rightarrow (X \rightarrow W)$$

$$4. \neg W \rightarrow (X \rightarrow W)$$

$$5 X \rightarrow W$$

$$6 \neg X$$

5. Se le suministra un párrafo de tipo argumentativo, por lo que Ud. podrá identificar premisa(s) y conclusión. En cada ejercicio se le pide: 1. simbolizar cada premisa y la conclusión mediante una fbf del cálculo Lo; 2. con el empleo de tales fbfs, desarrollar una prueba que deduzca la conclusión; 3. tal proceso le exigirá escribir sobre las líneas punteadas: a) la fbf que no aparezca o b) la justificación para la existencia de la fbf que se encuentra a su izquierda. La justificación de una fbf hace referencia a la regla de validez que empleó y las fbfs sobre las que la aplicó (mediante sus respectivos numerales).

Notas: 1. Se le suministrará, en cada caso, la representación de las formas declarativas simples que deberá utilizar; 2. Como podrá observar, las letras empleadas no hacen parte del Alfabeto *Alfo*; sin embargo, asuma que sí pertenecen (en este caso, lo importante es que se respeten las reglas de formación *RFo*); 3. Cada número entre paréntesis **en el párrafo**, le ayuda a identificar una proposición que interviene en la argumentación

- a. (1) Un médico debe desconectar a un paciente moribundo de un respirador si y solo si el hecho de que los pacientes sean autodeterminantes es suficiente para que el médico deba seguir las órdenes del paciente. (2) Si un paciente moribundo rechaza el tratamiento, entonces el médico debe desconectar al paciente de un respirador y el paciente morirá pacíficamente. (3) Los pacientes son autodeterminantes. Por lo tanto, (4) si un paciente moribundo rechaza el tratamiento, el médico debe seguir las órdenes del paciente.

D: El médico debe desconectar a un paciente moribundo de un respirador

F: El médico debe seguir las órdenes del paciente

S: Los pacientes son autodeterminantes

R: El paciente moribundo (en el respirador) rechaza el tratamiento

P: El paciente (en el respirador) morirá pacíficamente

1 ----- Premisa (proposición (1))

2 ----- Premisa (proposición (2))

3 ----- Premisa (proposición (3))

∴ ----- Conclusión (proposición (4))

4 ----- Sustitución de 1: RFP7

5 $D \rightarrow (S \rightarrow F)$

6 ----- Doble sustitución en 5: RFP6

Taller Lógica Proposicional y otros conceptos básicos
Asignatura Matemáticas Discretas I 20231
Facultad de Ingeniería. Universidad de Antioquia

7 $\neg D \vee F \vee \neg S$	Sustituciones en 6: TP3 (conm. disy.) y TP23a (asoc. disy)
8 _____	TP5b entre 3 y 7
9 $\neg R \vee (D \wedge P)$	_____
10 _____	Sustitución de 9: TP24b (dist. disy-conj)
11 $\neg R \vee D$	_____
12 _____	TP5b entre 8 y 11
13 $R \rightarrow F$	_____

Ruta de argumentación alternativa 1:

7 $\neg S \vee (\neg D \vee F)$	_____
8 _____	Doble sustitución en 7: RFP6
9 $D \rightarrow F$	_____
10 _____	Sustitución de 2: TP29b
11 $R \rightarrow D$	_____
12 $R \rightarrow F$	_____

Ruta de argumentación alternativa 2:

6 _____	Sustitución de 5: TP33b
7 $D \rightarrow F$	_____
8 _____	Sustitución de 2: TP29b
9 $R \rightarrow D$	_____
10 _____	TP8 (silog. hipot.) entre 9 y 7

- b. (1) Si la población de tortugas marinas continúa disminuyendo o se comienzan los esfuerzos de rescate para salvar a las tortugas marinas de la extinción, se crearán santuarios de anidación y se detendrá la matanza indiscriminada de estos animales. (2) Si se crearán santuarios de anidación o se arrestará a los cazadores furtivos, entonces si se detiene la matanza indiscriminada de estos animales, la población de tortugas marinas no seguirá disminuyendo. Por lo tanto, (3) la población de tortugas marinas no seguirá disminuyendo.

C: La población de tortugas marinas (t.m.) continúa disminuyendo

I: Se detiene la matanza indiscriminada de tm

N: Se crean santuarios de anidación de tm

P: Se arrestan a los cazadores furtivos de tm

R; Se inician esfuerzos de rescate para salvar a las tm de la extinción

1 _____	Premisa
2 _____	Premisa
_____	Conclusión

3 _____	Sustitución de 1: TP29a
4 $C \rightarrow N \wedge I$	_____
5 $(N \rightarrow (I \rightarrow \neg C)) \wedge (P \rightarrow (I \rightarrow \neg C))$	_____
6 $N \rightarrow (I \rightarrow \neg C)$	_____

Taller Lógica Proposicional y otros conceptos básicos
Asignatura Matemáticas Discretas I 20231
Facultad de Ingeniería. Universidad de Antioquia

7	-----	Sustitución de 6: TP33
8	$C \rightarrow \neg C$	-----
9	-----	Sustitución de 8: RFP6
10	$\neg C$	-----

- c. (1) Si los trabajadores del asbesto demandan a sus empleadores, entonces si se otorgan daños punitivos, sus empleadores se declararán en bancarrota. (2) Si los trabajadores del asbesto demandan a sus empleadores, se otorgan daños punitivos. (3) Si los trabajadores del asbesto entran en contacto con la asbestosis, entonces demandarán a sus empleadores o estos se declararán en bancarrota. Por lo tanto, (4) los trabajadores del asbesto no se pondrán en contacto con la asbestosis o sus empleadores se declararán en quiebra.

A: los trabajadores del asbesto demandan a sus empleadores

P: Se conceden daños punitivos a los trabajadores del asbesto

B: Los empleadores de la industria del asbesto se declaran en bancarrota

C: Los trabajadores del asbesto entran en contacto con la asbestosis

1	-----	Premisa
2	-----	Premisa
3	-----	Premisa
	\therefore -----	Conclusión

4	$P \rightarrow (A \rightarrow B)$	-----
5	-----	TP8 (silog. Hipot.) entre 2 y 4
6	-----	Sustitución de 5: TP33c
7	$C \rightarrow (\neg A \rightarrow B)$	-----
8	$\neg A \rightarrow (C \rightarrow B)$	-----
9	$\neg(C \rightarrow B) \rightarrow \neg\neg A$	-----
10	$(C \wedge \neg B) \rightarrow A$	Sustit. en antec. de 9: TP14; sustit. en consec. de 9: TP11 (doble neg.)
11	$(C \wedge \neg B) \rightarrow B$	-----
12	-----	Sustit. de 11: RFP6
13	$(\neg C \vee \neg\neg B) \vee B$	-----
14	$\neg C \vee (B \vee B)$	Sustit. en 13: TP11 (doble neg.); sustit. en 13: TP23a (asoc. disy.)
15	-----	Sustit. en 14: TP2 (idemp. disy.)

Ruta de argumentación alternativa:

7	-----	Sustit. de 3: RFP6
8	-----	Sustit. en 7: TP3 (conm. disy.); sustit. en 7: TP23a (asoc. disy.)
9	$\neg A \vee B$	-----
10	-----	TP5a (silog. disy.) entre 8 y 9. (o TP5b (resolución) entre 8 y 9)
11	$\neg C \vee (B \vee B)$	-----
12	$\neg C \vee B$	-----

6. Se suministra la siguiente secuencia de signos: $q \leftrightarrow q \rightarrow \neg s_1 \wedge s$

Determine un conjunto de pasos en los que, al final de éste, Ud. indique: a) si **se trata de una fbf del cálculo proposicional**, b) si la respuesta anterior es afirmativa, determine un conjunto de pasos en los que, al final de estos, Ud. indique a **qué tipo de forma declarativa** corresponde esa secuencia de signos.

Notas: 1. Sea ordenado: cada paso de su proceso ubíquelo en una fila (reglón) separada 2. No olvide indicar las Reglas de Formación aplicadas en los pasos pertinentes del proceso de verificación. 3. No olvide el empleo de paréntesis para precisar el operador analizado y su alcance en el proceso de clasificación de la fbf

7. Observe una deducción axiomática de uno de los dos sentidos de la Regla de validez **TP27b**

En algunos pasos de esta deducción hace falta: ***la justificación** que explique la existencia de la fbf correspondiente o ***la fbf misma**. El ejercicio consiste en agregar dicha información. Cíñase al uso de las reglas de validez de la Lógica Proposicional expuestas en el enfoque axiomático (Recuerde, no puede emplear como justificación en algún paso, la misma regla de validez que trata de probar, ni cualquiera de las posteriores en la lista de las Reglas de validez)

Deducción axiomática de: **Teorema P27b Negación de bi-condicionalidad**

$$\vdash \neg(P \leftrightarrow Q) \leftrightarrow (\neg P \leftrightarrow Q)$$

$$\vdash \neg(P \leftrightarrow Q) \rightarrow (\neg P \leftrightarrow Q)$$

$$1 \neg(P \leftrightarrow Q)$$

$$2 \neg((P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow P))$$

$$3 \text{-----}$$

Sustitución de 2: TP25b (DeMorgan)

$$4 (P \wedge \neg Q) \vee (Q \wedge \neg P)$$

$$5 (P \vee Q) \wedge (P \vee \neg P) \wedge (\neg Q \vee Q) \wedge (\neg Q \vee \neg P)$$

$$6 (P \vee Q) \wedge (\neg Q \vee \neg P) \wedge (P \vee \neg P) \wedge (\neg Q \vee Q)$$

Sustitución de 5: TP17 (Ley conmutativa)

$$7 ((P \vee Q) \wedge (\neg Q \vee \neg P)) \wedge ((P \vee \neg P) \wedge (\neg Q \vee Q))$$

Sustitución de 6: TP23b (Ley asociativa)

$$8 (P \vee Q) \wedge (\neg Q \vee \neg P)$$

$$9 \text{-----}$$

Sustituciones en 8: TP13 y RFP6

$$10 \text{-----}$$

Sustitución de 9: RFP7 (def. bi-condicional)

$$11 \neg(P \leftrightarrow Q) \rightarrow (\neg P \leftrightarrow Q)$$

8. Se suministra el siguiente conjunto de 4 fbfs del cálculo proposicional

$$R \rightarrow R \vee Q, \neg S \vee R, \neg T \vee \neg Q, S \wedge T$$

- a. Determine si esas fbfs son, o no, consistentes entre sí. Emplee **únicamente** el método de “Análisis de asignación de valores de verdad”

Notas. Sea claro, conciso y completo en su análisis; estudie detenidamente por dónde lo iniciará y la secuencia de fórmulas que irá visitando, eso podrá ayudarlo a reducir la labor.

- b. Ahora resuelva el mismo problema mediante el uso de tablas de verdad

Q	R	S									
0	0	0									
0	0	0									
0	0	1									
0	0	1									
0	1	0									
0	1	0									
0	1	1									
0	1	1									
1	0	0									
1	0	0									
1	0	1									
1	0	1									
1	1	0									
1	1	0									
1	1	1									
1	1	1									

Interpretación:

9. Determine que la fbf $(P \rightarrow (Q \rightarrow R)) \leftrightarrow (Q \rightarrow (P \rightarrow R))$ es en sí misma una regla de validez; es decir, es una forma declarativa que no requiere de premisas ni de ninguna otra fbf para defenderse a sí misma.
- a. Emplee el método de tabla de verdad” (la modalidad en la que se sienta más cómodo)

Nota: La solución no termina construyendo la tabla. Se requiere interpretarla adecuadamente. La cantidad de columnas puede ser distinta a la que observa. Esa cantidad dependerá de su propia solución; así que siéntase en libertad de modificarla si así lo considera.

Taller Lógica Proposicional y otros conceptos básicos
Asignatura Matemáticas Discretas I 20231
Facultad de Ingeniería. Universidad de Antioquia

P	Q	R					
0	0	0					
0	0	1					
0	1	0					
0	1	1					
1	0	0					
1	0	1					
1	1	0					
1	1	1					

Interpretación:

b. Ahora resuélvalo usando el método de Análisis de Asignaciones de Valores de Verdad