

Valor esperado y varianza de una variable aleatoria

Jessica Nathaly Pulzara Mora
jessica.pulzara@udea.edu.co

Departamento de ingeniería de sistemas



Valor esperado

Valor esperado

Sea X una v.a continua (discreta) con f.d.p (f.m.p) $f_X(x)$ ($p(x)$). La esperanza de X , o el valor esperado de X , o el valor promedio de X , denotado como $E[X]$, se define así:

$$E[X] = \sum_x xp(x), \text{ si es v.a discreta}$$

$$E[X] = \int_{-\infty}^{\infty} xf_X(x)dx, \text{ si es v.a continua}$$

- Es usualmente denotado como μ o μ_X .
- Cuando $E[X] < \infty$, se dice que la esperanza existe.
- No existe si la integral no converge a un valor finito.

Propiedades

- $E[a] = a.$
- $E[aX + b] = E[aX] + E[b] = aE[X] + b.$
- Si $g(X)$ es función de X , entonces:

$$E[g(X)] = \sum_x g(x)p(x), \text{ si es v.a discreta}$$

$$E[g(X)] = \int_{-\infty}^{\infty} g(x)f_X(x)dx, \text{ si es v.a continua}$$

Varianza

Varianza

Sea $g(X) = (X - \mu_X)$, la varianza de X , denotada como $Var[X]$ o σ_X^2 o σ^2 , se define así:

$$Var[X] = E[(X - \mu_X)^2] = E[X^2] - (E[X])^2$$

Propiedades

- $Var[a] = 0$.
- $Var[aX + b] = a^2 Var[X]$.
- La raíz cuadrada de $Var[X]$ se llama **Desviación Estándar**, se denota como σ .

Ejemplo

Sea X una variable aleatoria que representa el número de clientes que llega a una tienda en un período de 1 hora. Dada la siguiente información:

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$p(x)$	0.05	0.10	0.10	0.10	0.20	0.25	0.10	0.05	0.05

Hallar el valor esperado y la varianza de la variable aleatoria.

Ejemplo

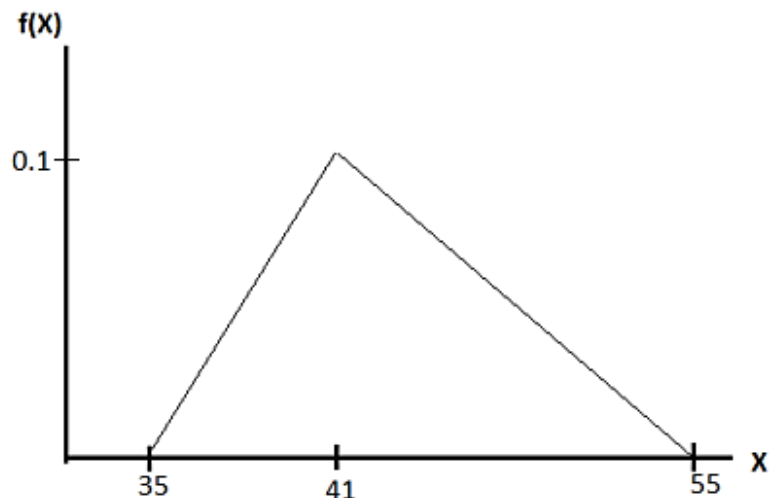
Sea X una variable aleatoria con f.d.p dada por:

$$f(x) = \begin{cases} kx(1-x) & \text{si } 0 < x < 1 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

Calcule $E[X]$ y $V[X]$

Ejemplo

Un ingeniero estudia la resistencia a la flexión de un material de acero sometido a la tensión. Los datos experimentales le permiten construir el siguiente gráfico de densidad.



Hallar la resistencia media teórica y su desviación estándar.