Ejemplos: verificación de fbfs en Cálculo Cuantificacional (L1)

Enseñe una secuencia de *reglas de formación* de fbfs del Cálculo Cuantificacional L_1, de manera que pueda verificarse si las cadenas de signos presentadas hacen parte de L_1.

1) $\forall x\ \mathrm{p}(x, y) \rightarrow \mathrm{q}(z)$

Una solución.

1 p, q son símbolos que pertenecen a A_{p_1} que se emplean para representar predicados (atributos o relaciones).

2 x, y y z son símbolos pertenecientes a A_v que pueden emplearse para representar uno de los tipos de términos: las variables (individuos no especificados).

3 Con base en la RFC1 y lo estipulado en 1 y 2, $\mathrm{p}(x, y)$ y $\mathrm{q}(z)$ son fbfs, respectivamente. (representarán formas proposicionales simples, o átomos, o literales)

4 Puesto que en 3 se estableció que $\mathrm{p}(x, y)$ es una fbf, la RFC2 permite afirmar que $\forall x\ \mathrm{p}(x, y)$ es una fbf. (representará una forma proposicional universalmente cuantificada)

5 Dado que $\forall x\ \mathrm{p}(x, y)$ y $\mathrm{q}(z)$ son fbfs (ver 4 y 3, respectivamente), entonces por RFP6 la secuencia de signos $\forall x\ \mathrm{p}(x, y) \rightarrow \mathrm{q}(z)$ es una fbf. (representa una forma proposicional compuesta de tipo condicional)

2) $\forall x\ \mathrm{p}(x, \mathrm{q}(a))$

1 p, q son símbolos que pertenecen a A_{p_1} que se emplean para representar predicados (atributos o relaciones).

2 a es un símbolo pertenecientes a A_c que pueden emplearse para representar uno de los tipos de términos: las constantes (individuos especificados).

3 x es un símbolo pertenecientes a A_v que pueden emplearse para representar uno de los tipos de términos: las variables (individuos no especificados).

4 Con base en la RFC1 y lo estipulado en 1 y 2, $\mathrm{q}(a)$ es fbf. (representará una forma proposicional simple, o átomo, o literal).

5 La secuencia de símbolos $\mathrm{p}(x, \mathrm{q}(a))$ inicia con un símbolo de predicado p, lo que remite al empleo de la RFC1. Esta regla obliga que los argumentos, cuando los tenga, deben responder a un símbolo, o secuencia de símbolos, que representen *términos*. Aunque x, según el paso 3, es un *tipo de término **aceptado***, ese no es el caso de $\mathrm{q}(a)$ pues, al iniciar con un signo de predicado…q, él y lo que lo acompañe no corresponde a ninguno de las 3 posibilidades de representar términos.

6 Puesto que la RFC1, ni las RFP1-RFP7, RFC2-RFC3 posibilitan verificar la secuencia $\mathrm{p}(x, \mathrm{q}(a))$, y dado que la RFC4, en el cálculo cuantificacional, determina que aquellas son las únicas disponibles, puede afirmarse que no habría necesidad de continuar el proceso de verificación. Así pues, la secuencia de símbolos $\forall x\ \mathrm{p}(x, \mathrm{q}(a))$ es una fórmula mal formada.

3) $\forall b$ p$(x) \land \neg\exists z$ r

1 p, r son símbolos que pertenecen a A_{p_1} que se emplean para representar predicados (atributos o relaciones).

2 b es un símbolo pertenecientes a A_c que pueden emplearse para representar uno de los tipos de términos: las constantes (individuos especificados).

3 x y z son símbolos pertenecientes a A_v que pueden emplearse para concretar uno de los tipos de términos: las variables (individuos no especificados).

4 Con base en la RFC1 y lo estipulado en 1 y 3, p(x) es fbf. (representará una forma proposicional simple, o átomo, o literal).

5 Según la RFC2, el símbolo que le sigue al cuantificador universal tiene que pertenecer a A_v (un símbolo de variable); pero según 2, b es un signo de constante. Lo anterior permite afirmar que la RFC2 no puede aplicarse.

6 Finalmente, ninguna de las RFP1-RFP7, RFC1-RFC3 posibilita verificar la secuencia buscada, y dado que la RFC4, en el cálculo cuantificacional, determina que aquellas son las únicas disponibles, puede afirmarse que no habría necesidad de continuar el proceso de verificación. Así pues, la secuencia de símbolos $\forall b$ p$(x) \land \neg\exists z$ r es una fórmula mal formada.

4) $\forall\neg x\ (\exists z\ \mathrm{r}(x, c, w) \land \mathrm{s}(y))$

1 s, r son símbolos que pertenecen a A_{p_1} que se emplean para representar predicados (atributos o relaciones).

2 c es un símbolo pertenecientes a A_c que pueden emplearse para representar uno de los tipos de términos: las constantes (individuos especificados).

3 x, y y w son símbolos pertenecientes a A_v que pueden emplearse para representar uno de los tipos de términos: las variables (individuos no especificados).

4 Con base en la RFC1 y lo estipulado en 1, 2 y 3, s(y) y r(x, c, w) son fbfs. (cada una representará una fórmula proposicional simple).

5 Puesto que en 4 se estableció que r(x, c, w) es una fbf, la RFC3 permite afirmar que $\exists z$ r(x, c, w) es una fbf. (representará una forma proposicional existencialmente cuantificada)

6 De 4 y 5 se estableció que las fórmulas s(y) y $\exists z$ r(x, c, w) son bien formadas; de RFP5, su conjunción también es fbf, es decir, $\exists z$ r$(x, c, w) \land$ s(y).

7 Según la RFP4, agrupar entre paréntesis izquierdo y derecho la fbf de 6, produce una fbf: $(\exists z\ \mathrm{r}(x, c, w) \land \mathrm{s}(y))$.

8 Según la RFC2, sólo un tipo de símbolo puede ubicarse entre el cuantificador universal y la fbf que pretende cuantificar: un símbolo de variable; pero en $\forall\neg x\ (\exists z\ \mathrm{r}(x, c, w) \land \mathrm{s}(y))$ se introdujo un signo de negación antecediendo al símbolo de variable x. Puesto que no existe ninguna regla de formación en RF_1 que autorice la inserción de la negación en ese punto, la fórmula no puede denominársele "bien formada".

5) $\exists w\ (\neg \mathrm{t}(y) \vee \forall x \mathrm{q}(d, x, w) \rightarrow x)$

1 t, q son símbolos que pertenecen a A_{p_1} que se emplean para representar predicados (atributos o relaciones).

2 d es un símbolo pertenecientes a A_c que pueden emplearse para representar uno de los tipos de términos: las constantes (individuos especificados).

3 x, y y w son símbolos pertenecientes a A_v que pueden emplearse para representar uno de los tipos de términos: las variables (individuos no especificados).

4 Con base en la RFC1 y lo estipulado en 1, 2 y 3, $\mathrm{t}(y)$ y $\mathrm{q}(d, x, w)$ son fbfs. (cada una representará una fórmula proposicional simple).

5 Puesto que en 4 se estableció que $\mathrm{t}(y)$ es una fbf; la RFP2 permite afirmar que $\neg \mathrm{t}(y)$ es una fbf.

6 Dado que en 4 se estableció que $\mathrm{q}(d, x, w)$ es una fbf, la RFC2 permite afirmar que $\forall x \mathrm{q}(d, x, w)$ es una fbf. (representará una forma proposicional universalmente cuantificada)

7 Según 5, $\neg \mathrm{t}(y)$ es fbf; de acuerdo con 6, $\forall x \mathrm{q}(d, x, w)$ también lo es; luego, la RFP3 permite afirmar que $\neg \mathrm{t}(y) \vee \forall x \mathrm{q}(d, x, w)$.

8 La RFP6 establece que para construir una forma proposicional del tipo condicional, se requiere ubicar el símbolo $\rightarrow$ en medio de dos fbfs (una desempeña el papel de antecedente y la otra de consecuente). Sin embargo en la secuencia de signos $\neg \mathrm{t}(y) \vee \forall x \mathrm{q}(d, x, w) \rightarrow x$, el símbolo de condicional se ubicó en medio de una fbf (según 7: $\neg \mathrm{t}(y) \vee \forall x \mathrm{q}(d, x, w)$…su antecedente) y un signo de variable x como consecuente. No existe una regla de formación en RF_1 que afirme que cualquier signo de variable "por sí mismo" es una fbf. De lo anterior se puede decir, la secuencia $\neg \mathrm{t}(y) \vee \forall x \mathrm{q}(d, x, w) \rightarrow x$ no es una fbf.

9 Dado que en 8 la RFP6 no posibilitó verificar la secuencia $\neg \mathrm{t}(y) \vee \forall x \mathrm{q}(d, x, w) \rightarrow x$, que tampoco pueden hacerlo las reglas RFP1-RFP5, RFP7, RFC1-RFC3 y dado que la RFC4, en el cálculo cuantificacional, determina que aquellas son las únicas disponibles, puede afirmarse que no habría necesidad de continuar el proceso de verificación; y permite afirmar que la secuencia de símbolos $\exists w\ (\neg \mathrm{t}(y) \vee \forall x \mathrm{q}(d, x, w) \rightarrow x)$ es una fórmula mal formada.