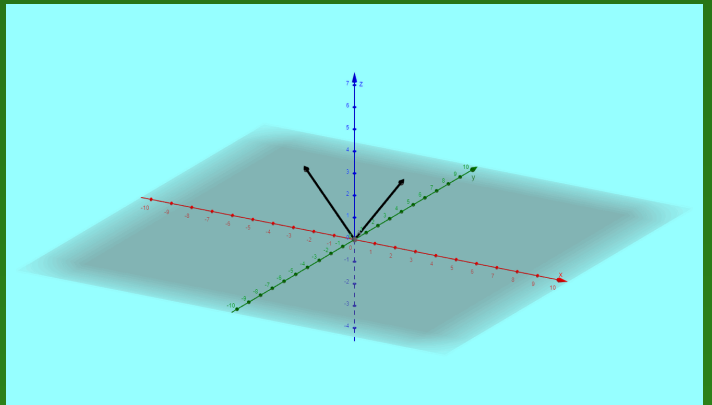


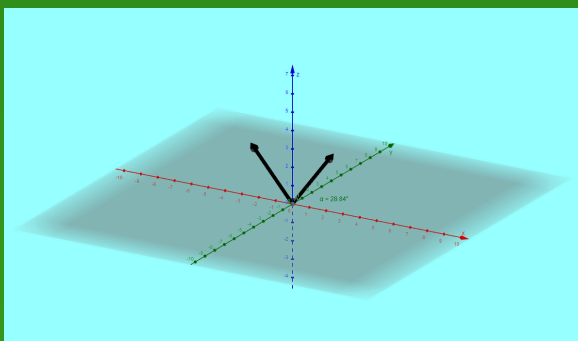
# Cálculo Diferencial e Integral III

## Espacio vectorial

Espacio vectorial  $\mathbb{R}^n$  con sus operaciones de suma  $+$  y producto por un escalar  $*$  Lo cual permite realizar algunas operaciones entre vectores y escalares que se encuentren en un campo



## Producto interior



El producto interior es una función

$$\langle \cdot, \cdot \rangle: \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$$

$$1. \langle x, x \rangle \geq 0 \forall x \in \mathbb{R}^n$$

y es cero si el vector es cero.

2. Simetría

$$3. \langle \lambda x, y \rangle = \langle x, \lambda y \rangle = \lambda \langle x, y \rangle, \lambda \in \mathbb{R}$$

$$4. \langle x + y, z \rangle = \langle x, z \rangle + \langle y, z \rangle$$

$$5. \langle x, y + z \rangle = \langle x, y \rangle + \langle x, z \rangle$$

Si cumple lo anterior se denomina producto interior definido positivo. Si cumple las propiedades de 2 al 5 se denomina producto interior.

## Norma

Norma es una función

$$\| \cdot \|_2: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$$

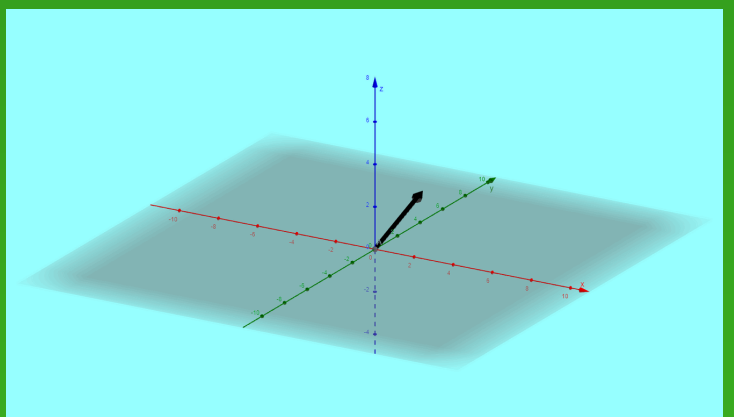
que satisface: 1.

$\| x \|_2 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}^n$  y es cero si y sólo si el vector es cero.

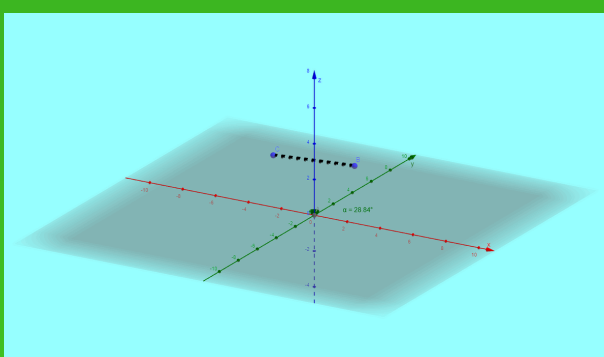
$$2. \| \alpha x \|_2 = |\alpha| \| x \|_2, \forall \alpha \in \mathbb{R}.$$

3. Desigualdad del triángulo

$$\| x + y \|_2 \leq \| x \|_2 + \| y \|_2$$



## Distancia



Distancia es una función

$$d: \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$$

que satisface lo siguiente:

1.  $d(x, y) \geq 0$  y es cero si y sólo si los vectores son iguales.

$$2. d(x, y) = d(y, x)$$

$$3. d(x, y) \leq d(x, z) + d(z, y)$$