Miguel Ángel Chávez García

Cálculo Diferencial e Integral III

Espacio vectorial

Teorema: El espacio $\mathbb{R}^n$ es un espacio vectorial, con la suma y producto por escalar.

Teorema: $< x, y >= \sum_{i=1}^{n} x_i y_i, x, y \in \mathbb{R}^n$ es producto interior.

Lema de Cuchy-Schwartz:

$| < x, y > | \leq \|x\|_2 \|y\|_2 , \forall x, y \in \mathbb{R}^n$

Teorema: $\|x\|_2 , x \in \mathbb{R}^n$ es una norma.

Teorema: $|x_i| \leq \|x\|_2 \leq \|x\|_\infty , x \in \mathbb{R}^n$

Topología del espacio

Teorema conjuntos abiertos:
1. El conjunto vacío y el total es abierto.
2. La intersección finita de conjuntos abiertos es abierta
3. La unión arbitraria de abiertos es abierta.

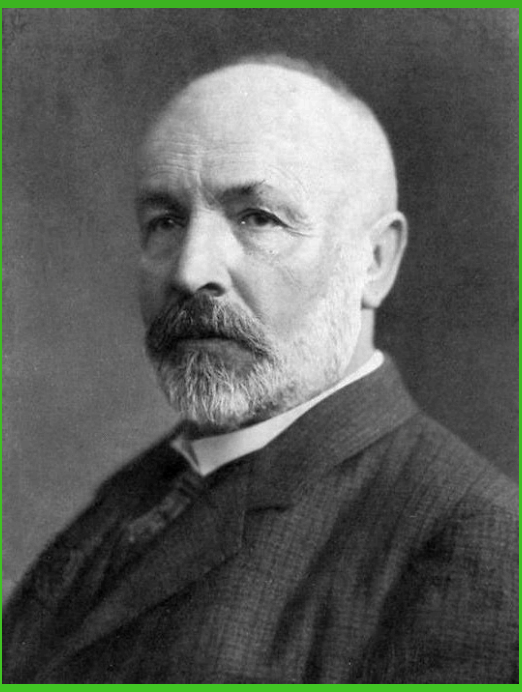
Teorema conjuntos cerrados:
1. El conjunto vacío y el total es cerrado.
2. La intersección arbitraria de conjuntos cerrados es cerrada.
3. La unión finita de cerrados es cerrada.

Características

Teorema:
1. Un conjunto es cerrado si y sólo si contiene a su frontera.
2. Un conjunto es cerrado si y sólo si contiene a su conjunto derivado.

Teorema celdas nidificadas: La intersección de celdas nidificadas no es vacía.

Teorema Bolzano- Weierstrass: Todo conjunto no finito y acotado tiene un punto de acumulación.



Compacidad y conexo

Teorema Heine - Borel: Un conjunto en el espacio de dimensión n es compacto si y sólo si es cerrado y acotado.

Teorema de intersección de Cantor: La intersección anidada de compactos tiene un punto que se encuentra en cada uno de dichos conjuntos.

Teorema: El espacio de dimensión n es conexo.

Infografía resultados unidades 1 y 2