

Miguelangel García Castillo - 202115260

Camilo Andrés Castillo - 201813097

Punto 5 (teórico)

¿Cuál es el orden de  $\mathcal{O}(h^k)$  de la aproximación?

$D_p = \text{Derivada progresiva}$

$$\begin{aligned} D_p &= f(x+h) \\ &= f(x) + hf'(x) + \frac{h^2}{2}f''(x) + \frac{h^3}{6}f'''(x) + \frac{h^4}{24}f^{(4)}(x) + \frac{h^5}{120}f^{(5)}(x) \\ &\quad + \frac{h^6}{720}f^{(6)}(x) \end{aligned}$$

$D_r = \text{Derivada regresiva}$

$$\begin{aligned} D_r &= f(x-h) \\ &= f(x) - hf'(x) + \frac{h^2}{2}f''(x) - \frac{h^3}{6}f'''(x) + \frac{h^4}{24}f^{(4)}(x) - \frac{h^5}{120}f^{(5)}(x) \\ &\quad + \frac{h^6}{720}f^{(6)}(x) \end{aligned}$$

Cuando la derivada es par, la derivada progresiva y regresiva se suman. En caso de que sea impar, se restan ambas derivadas.

$$\begin{aligned} D_p + D_r &= f(x+h) + f(x-h) = f(x) + h^2f''(x) + \frac{h^4}{12}f^{(4)}(x) + \frac{h^6}{360}f^{(6)}(x) \\ f^4(x) &= \frac{12 \left( f(x+h) + f(x-h) - f(x) - h^2f''(x) - \frac{h^6}{360}f^{(6)}(x) \right)}{h^4} \\ &= \frac{12(f(x+h) + f(x-h) - f(x) - h^2f''(x))}{h^4} - \frac{h^2}{30}f^{(6)}(x) \end{aligned}$$

$$\mathcal{O}(h^k) = \mathcal{O}(h^2) = \frac{h^2}{30}f^{(6)}(x)$$