Miguelangel García Castillo - 202115260

Camilo Andrés Castillo - 201813097

Punto 5 (teórico)

¿Cuál es el orden de $\mathcal{O}(h^k)$ de la aproximación?

$$D_p = Derivada\ progresiva$$

$$D_p = f(x+h) = f(x) + hf'(x) + \frac{h^2}{2}f''(x) + \frac{h^3}{6}f'''(x) + \frac{h^4}{24}f^4(x) + \frac{h^5}{120}f^5(x) + \frac{h^6}{720}f^6(x)$$

$$D_r = Derivada\ regresiva$$

$$D_r = f(x-h) = f(x) - hf'(x) + \frac{h^2}{2}f''(x) - \frac{h^3}{6}f'''(x) + \frac{h^4}{24}f^4(x) - \frac{h^5}{120}f^5(x) + \frac{h^6}{720}f^6(x)$$

Cuando la derivada es par, la derivada progresiva y regresiva se suman. En caso de que sea impar, se restan ambas derivadas.

$$D_p + D_r = f(x+h) + f(x-h) = f(x) + h^2 f''(x) + \frac{h^4}{12}f^4(x) + \frac{h^6}{360}f^6(x)$$

$$f^4(x) = \frac{12\left(f(x+h) + f(x-h) - f(x) - h^2 f''(x) - \frac{h^6}{360}f^6(x)\right)}{h^4} = \frac{12\big(f(x+h) + f(x-h) - f(x) - h^2 f''(x)\big)}{h^4} - \frac{h^2}{30}f^6(x)$$

$$\mathcal{O}(h^k) = \mathcal{O}(h^2) = \frac{h^2}{30}f^6(x)$$