Introdução à Análise de dados em FAE **(11/06/2024)**

Lista de exercícios 6

Professores: Sandro Fonseca, Eliza Melo, Maurício Thiel, Diego Torres e Bruno M. *Name:* Miguel Lopes

EXERCÍCIO 3

$$P_\mu(P_0, P_1, P_2, P_3) = (E, \vec{p})$$

$$P_\mu = mU_\mu = (\gamma m, \gamma m\vec{v}) = (\gamma m, \gamma m\vec{v}) = (E, \vec{p})$$

$$P \cdot P = P_\mu P^\mu = (E, \vec{p})\,(E, -\vec{p}) = E - \vec{p}^2 = m^2c^2$$

$$E^2 = m^2 + p^2$$

Momento do fóton e do elétron antes da colisão:

$$P_\gamma = \left(\frac{h\nu_\gamma}{\lambda}, \frac{h\nu_\gamma}{\lambda}, 0, 0\right) \qquad P_m = (mc^2, 0, 0, 0)$$

Momento do fóton depois da colisão:

$$P_{\gamma'} = \left(\frac{h\nu_\gamma}{\lambda}, \frac{h\nu_\gamma \cos\theta}{\lambda}, \frac{h\nu_\gamma \sin\theta}{\lambda}, 0\right)$$

Podemos igualar os momentos antes e depois da colisão segundo a lei da conservação do momento:

$$P_\gamma + P_m = P_{\gamma'} + P'_m$$

$$(P_\gamma + P_m - P_{\gamma'})^2 = {P'}^2_m$$

$$P_\gamma + P_m + P_{\gamma'} + P'_m + 2P_m(P_\gamma - P_{\gamma'}) - 2P_\gamma P'_\gamma = {P'}^2_m$$

Substituindo P pelos seus valores:

$$m^2 + 2m\left(\frac{\lambda' - \lambda}{\lambda\lambda'}\right) - 2 \cdot 1 \cdot 1(1 - \cos\theta) = m^2c^2$$

Multiplicando a equação por $\lambda\lambda'/mc$ temos a equação do efeito compton:

$$\lambda' = \lambda + \left(\frac{h\lambda(1 - \cos\theta)}{mc}\right)$$

EXERCÍCIO 5

Sendo as variáveis de Mandelstam:

$$s = (p_A + p_B)^2$$
$$t = (p_A - p_C)^2$$
$$u = (p_A - p_D)^2$$

Com p_A e p_B sendo os quadrimomentos antes da colisão e com p_C e p_D os quadrimomentos depois da colisão.

$$s = (p_A + p_B)^2 = p_A^2 + p_B^2 + 2p_A \cdot p_B$$
$$t = (p_A - p_C)^2 = p_A^2 + p_C^2 - 2p_A \cdot p_C$$
$$u = (p_A - p_D)^2 = p_A^2 + p_D^2 - 2p_A \cdot p_D$$

Como para o quadrimomento $p_i^2 = m_i^2$, temos que s, t e u ficam assim:

$$s = m_A^2 + m_B^2 + 2p_A \cdot p_B$$
$$t = m_A^2 + m_C^2 - 2p_A \cdot p_C$$
$$u = m_A^2 + m_D^2 - 2p_A \cdot p_D$$

Somando s+t+u, temos:

$$s + t + u = (m_A^2 + m_B^2 + 2p_A \cdot p_B) + (m_A^2 + m_C^2 - 2p_A \cdot p_C) + (m_A^2 + m_D^2 - 2p_A \cdot p_D)$$

$$s + t + u = 3m_A^2 + m_B^2 + m_C^2 + m_D^2 + 2p_A \cdot p_B - 2p_A \cdot p_C - 2p_A \cdot p_D$$

Levando em consideração a conservação do momento, temos:

$$p_A + p_B = p_C + p_D$$

$$p_A \cdot (p_A + p_B) = p_A \cdot (p_C + p_D)$$

$$p_A \cdot p_B = p_A \cdot p_C + p_A \cdot p_D - m_A^2$$

Substituindo $p_A \cdot p_B$ em $s + t + u$ ficamos com:

$$s + t + u = 3m_A^2 + m_B^2 + m_C^2 + m_D^2 + 2p_A \cdot p_C + 2p_A \cdot p_D - 2m_A^2 - 2p_A \cdot p_C - 2p_A \cdot p_D$$

$$s + t + u = m_A^2 + m_B^2 + m_C^2 + m_D^2$$

s

EXERCÍCIO 7

a)

A energia de centro de massa ($\sqrt{s}$) é:

$$s = (E_\mathrm{e} + E_\mathrm{p})^2 - (\vec{p}_\mathrm{e} + \vec{p}_\mathrm{p})^2$$

Onde E_e é a energia dos elétrons e E_p a dos prótons.
Despesando a massa das partículas, pois são muito pequenas em relação a energia dos feixes temos:

$$\vec{p}_\mathrm{e} \approx E_\mathrm{e}$$
$$\vec{p}_\mathrm{p} \approx E_\mathrm{p}$$

De modo que:

$$s = (E_\mathrm{e} + E_\mathrm{p})^2 - (E_\mathrm{e} - E_\mathrm{p})^2$$

$$s = (E_\mathrm{e} + E_\mathrm{p})^2 - E_\mathrm{e}^2 - E_\mathrm{p}^2 + 2E_\mathrm{e}E_\mathrm{p} = 4E_\mathrm{e}E_\mathrm{p}$$

Logo, a energia de centro de massa é dada por:

$$\sqrt{s} = \sqrt{4E_\mathrm{e}E_\mathrm{p}} = 2\sqrt{E_\mathrm{e}E_\mathrm{p}}$$

Com $E_\mathrm{e} = 27.6\,\mathrm{GeV}$ e $E_\mathrm{p} = 920\,\mathrm{GeV}$ a equação fica:

$$\sqrt{s} = 2\sqrt{27.6 \times 920} = 2\sqrt{25392} \approx 2 \times 159.26 = 318.52\,\text{GeV} \approx 320\,\text{GeV}$$

Portanto, $\sqrt{s} \approx 320\,\text{GeV}$.

Devido a conservação de momento e energia, podemos considerar que no centro de massa contribuem igualmente para a energia.

$$E_{\text{e}}^{\text{CM}} = E_{\text{p}}^{\text{CM}} = \frac{\sqrt{s}}{2} = \frac{320\,\text{GeV}}{2} = 160\,\text{GeV}$$

EXERCÍCIO 14

$$p + p \to p + p + p + \bar{p}$$

- Próton no início:

$$p_1 = (E_1, \mathbf{p_1})$$

- Próton final:

$$p_2 = (m_p, \mathbf{0})$$

como o quadrimomento é conservado, podemos dizer que o estado inicial é igual ao estado final

$$P_{\text{i}} = p_1 + p_2 = (E_1 + m_p, \mathbf{p_1})$$

Considerando todas as partículas no repouso, temo:

$$P_{\text{f}} = 4(m_p, \mathbf{0})$$

$$(E_1 + m_p, \mathbf{p_1}) = (4m_p, \mathbf{0})$$

$$(E_1 + m_p, \mathbf{p_1})^2 = (4m_p, \mathbf{0})^2$$
$$E^2 + 2mE_1 + m^2 - p^2 = 16m^2$$

$$2mE + 2m^2 = 16m^2$$
$$E_1 = 7m_p$$

Energia mínima $E_1 = 7m_p$