

SEMINARIO 3

ALGEBRA DE CONMUTACIÓN. FUNCIONES DE CONMUTACIÓN.

TECNOLOGÍA Y ORGANIZACIÓN DE COMPUTADORES

1º Grado en Ingeniería Informática.

SEMINARIO 3.

ALGEBRA DE CONMUTACIÓN.

FUNCIONES DE CONMUTACIÓN.

Resumen:

- En este seminario se tratarán aspectos relacionados con los fundamentos matemáticos, que son la base del proceso de análisis y diseño, de los sistemas digitales.

Indice:

- 1. Algebra de Boole.
- 2. Funciones de conmutación.
- 3. Representación de Funciones.
- 4. Implementación de Funciones.
- 5. Ejercicios.

- Bibliografía:

[HAY96] [LLOR03] [GAJS97] [MAN03] [NEL96] [ROT04][WAK06]

SEMINARIO 3.

ALGEBRA DE CONMUTACIÓN.

FUNCIONES DE CONMUTACIÓN.

Indice:

- 1. Algebra de Boole.
- 2. Funciones de conmutación.
- 3. Representación de Funciones.
- 4. Implementación de Funciones.
- 5. Ejercicios.

1. Álgebra de Boole. Postulados.

Un conjunto **B** se dice que tiene estructura de Álgebra de Boole si cumple los siguientes Postulados:

- **Postulado 1. Número de elementos.** El conjunto **B**, debe contener al menos dos elementos distintos entre sí.

$$\exists x, y \in B / x \neq y$$

- **Postulado 2. Leyes de composición interna.** En el conjunto **B** se definen dos leyes de composición interna denominadas *Suma Lógica* u *Operación OR* (+) y *Producto Lógico* u *Operación AND* (·)

$$\forall x, y \in B$$

$$a) x + y \in B$$

$$b) x \cdot y \in B$$

1. Álgebra de Boole. Postulados.

- **Postulado 3. Existencia de Elementos Neutros.** Existen en **B** el elemento neutro correspondiente a la operación OR, denominado 0 y el elemento neutro correspondiente a la operación AND, denominado 1, diferentes entre sí, únicos y tales que:
 - a) $\exists 0 \in B / \forall x \in B, x + 0 = 0 + x = x$
 - b) $\exists 1 \in B / \forall x \in B, x \cdot 1 = 1 \cdot x = x$
 - c) $0 \neq 1$
- **Postulado 4. Propiedad Conmutativa.** Para cada x e y elementos de **B**:
 - a) $\forall x, y \in B, x + y = y + x$
 - b) $\forall x, y \in B, x \cdot y = y \cdot x$
- **Postulado 5. Propiedad Distributiva.** Para cada x, y, z elementos de **B**:
 - a) $\forall x, y, z \in B, x + (y \cdot z) = (x + y) \cdot (x + z)$
 - b) $\forall x, y, z \in B, x \cdot (y + z) = (x \cdot y) + (x \cdot z)$

1. Álgebra de Boole. Postulados.

- **Postulado 6. Propiedad Asociativa.** Para cada x, y, z elementos de B :

$$\text{a) } \forall x, y, z \in B, x + (y + z) = (x + y) + z$$

$$\text{b) } \forall x, y, z \in B, x \cdot (y \cdot z) = (x \cdot y) \cdot z$$

- **Postulado 7. Existencia de Complementos.** Para cada x en B existe un elemento único denotado por \overline{x} , denominado elemento opuesto o complemento de x tal que

$$\text{a) } \forall x \in B, \exists \overline{x} \in B / x + \overline{x} = \overline{x} + x = 1$$

$$\text{b) } \forall x \in B, \exists \overline{x} \in B / x \cdot \overline{x} = \overline{x} \cdot x = 0$$

1. Álgebra de Boole. Postulados.

- Los postulados del Álgebra de Boole tienen dos enunciados paralelos, de manera que se cumple el **principio de dualidad**:

Si en una expresión que es cierta se sustituyen 0 por 1, o + por \cdot , y viceversa, en todos los lugares en que aparezca, se obtiene otra expresión, llamada dual, que también es cierta.

- Cada teorema que se puede demostrar mediante álgebra de Boole, tiene un dual que también es verdad.

1. Álgebra de Boole. Teoremas.

TEOREMA 1: Leyes de Absorción :

$$\text{a) } x + 1 = 1$$

$$\text{c) } x \cdot x = x$$

$$\text{e) } x + (x \cdot y) = x$$

$$\text{b) } x \cdot 0 = 0$$

$$\text{d) } x + x = x$$

$$\text{f) } x \cdot (x + y) = x$$

$$\text{g) } x + (\bar{x} \cdot y) = x + y$$

$$\text{i) } (x \cdot y) + (\bar{x} \cdot z) + (y \cdot z) = (x \cdot y) + (\bar{x} \cdot z)$$

$$\text{h) } x \cdot (\bar{x} + y) = x \cdot y$$

$$\text{j) } (x+y) \cdot (\bar{x}+z) \cdot (y+z) = (x+y) \cdot (\bar{x}+z)$$

TEOREMA 2: Los elementos 0 y 1 son distintos, y complementarios el uno del otro:

$$0 \neq 1 \quad ; \quad \bar{0} = 1 \quad ; \quad \bar{1} = 0$$

1. Álgebra de Boole. Teoremas.

TEOREMA 3: El complemento del complemento de cada elemento es el propio elemento.

$$\overline{\overline{X}} = X$$

TEOREMA 4: Leyes de De Morgan:

$$\overline{A+B+\dots+Z} = \overline{A} \cdot \overline{B} \cdot \dots \cdot \overline{Z}$$

$$\overline{A \cdot B \cdot \dots \cdot Z} = \overline{A} + \overline{B} + \dots + \overline{Z}$$

SEMINARIO 3.

ALGEBRA DE CONMUTACIÓN.

FUNCIONES DE CONMUTACIÓN.

Indice:

- 1. Algebra de Boole.
- 2. Funciones de conmutación.
- 3. Representación de Funciones.
- 4. Implementación de Funciones.
- 5. Ejercicios.

2. Funciones de conmutación. Definición.

VARIABLE DE CONMUTACIÓN: Variable que en un determinado instante puede tomar el valor lógico 0 ó 1.

LITERAL: Es una variable o su complemento.

FUNCIÓN DE COMMUTACIÓN: Es una aplicación del conjunto producto cartesiano

$$f : B^n \rightarrow B$$

$$(x_{n-1}, x_{n-2}, \dots, x_0) \rightarrow f(x_{n-1}, x_{n-2}, \dots, x_0) \in B$$

siendo $B = \{0, 1\}$.

2. Funciones de conmutación.

Representación con Tablas de Verdad.

- **Tablas Verdad:**

- Para una función de conmutación de n -variables, una Tabla de Verdad es una tabla con 2^n filas (una por cada una de las combinaciones de entradas) en la que se representan TODOS los valores de la función, para todos y cada uno de sus valores de entradas.

Tabla verdad

x	y	z	f(x,y,z)
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	0

- **Ejemplo:**

2. Funciones de conmutación de una variable.

- **Función de conmutación de 1 variable:** $(n=1): \{0,1\} \rightarrow \{0,1\}$

		Asignación de valores			
Variable	x	$f_0(x)$	$f_1(x)$	$f_2(x)$	$f_3(x)$
Combinaciones	0	0	0	1	1
	1	0	1	0	1

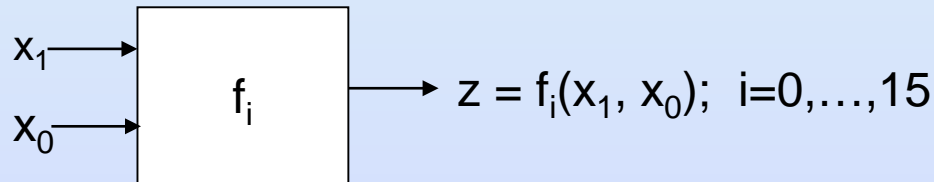
Combinaciones posibles de dos valores

Funciones constantes: $f_0 = 0 ; f_3 = 1$

Funciones de una variable: $f_1 = x ; f_2 = \bar{x}$

2. Funciones de conmutación de dos variables.

- Función de conmutación de 2 variables ($n=2$, $2^2=4$ combinaciones): $\{00, 01, 10, 11\} \rightarrow \{0,1\}$



Entradas		Funciones posibles															
x_1	x_0	f_0	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5	f_6	f_7	f_8	f_9	f_{10}	f_{11}	f_{12}	f_{13}	f_{14}	f_{15}
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
0	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
1	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1
1	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1

2. Funciones de conmutación de dos variables.

Funciones constantes: $f_0 = 0 ; f_{15} = 1$

Funciones de una variable: $f_5 = x_0 ; f_{10} = \bar{x}_0 ; f_3 = x_1 ; f_{12} = \bar{x}_1$

Funciones de dos variables (OR):

$$f_7 = x_1 + x_0 ; f_{11} = x_1 + \bar{x}_0$$

$$f_{13} = \bar{x}_1 + x_0 ; f_{14} = \bar{x}_1 + \bar{x}_0 = \overline{x_1 \cdot x_0}$$

Funciones de dos variables (AND):

$$f_1 = x_1 \cdot x_0 ; f_2 = x_1 \cdot \bar{x}_0$$

$$f_4 = \bar{x}_1 \cdot x_0 ; f_8 = \bar{x}_1 \cdot \bar{x}_0 = \overline{x_1 + x_0}$$

Funciones XOR y XNOR: $f_6 = (\bar{x}_1 \cdot x_0) + (x_1 \cdot \bar{x}_0) = x_1 \oplus x_0$

$$f_9 = (\bar{x}_1 \cdot \bar{x}_0) + (x_1 \cdot x_0) = \overline{x_1 \oplus x_0}$$

2. Funciones de conmutación de más de dos variables.

- El conjunto de las **funciones de conmutación** se puede considerar como caso particular del álgebra de Boole, en la que se pueden definir las funciones **suma lógica** (OR), el **producto lógico** (AND), y la **negación** o complemento (NOT).
- Esta estructura, recibe el nombre de **Álgebra de Conmutación** de las Funciones de n-variables.
- Para implementar funciones de número de variables superior a dos, se pueden utilizar funciones de dos variables y las propiedades del Álgebra de Boole sobre el conjunto de funciones de dos variables.

2. Funciones de conmutación incompletamente especificadas.

- Una función de conmutación de n -variables se dice que es (o que está) incompletamente especificada cuando sobre ella concurren alguna de estas circunstancias:
 - Existen algunos valores de sus variables para los cuales se desconoce el valor que tome la función en esas condiciones
 - Existen algunos valores de sus variables que no se pueden presentar. Por tanto, no importa el valor que pueda tomar la función para dicho valor de entrada.
 - Que aún existiendo todos los valores posibles de sus entradas, sea irrelevante o que no importe el valor que pueda tomar la función para dicho valor de entrada.

2. Funciones de conmutación incompletamente especificadas.

- **Ejemplo:**

Obtenga la tabla de verdad de una función de conmutación que detecte los números primos (no considerar el 0) para un dato BCD.

$X_3 X_2 X_1 X_0$		f
0 0 0 0	0	0
0 0 0 1	1	1
0 0 1 0	2	1
0 0 1 1	3	1
0 1 0 0	4	0
0 1 0 1	5	1
0 1 1 0	6	0
0 1 1 1	7	1
1 0 0 0	8	0
1 0 0 1	9	0
1 0 1 0	10	-
1 0 1 1	11	-
1 1 0 0	12	-
1 1 0 1	13	-
1 1 1 0	14	-
1 1 1 1	15	-

SEMINARIO 3.

ALGEBRA DE CONMUTACIÓN.

FUNCIONES DE CONMUTACIÓN.

Indice:

- 1. Algebra de Boole.
- 2. Funciones de conmutación.
- 3. Representación de Funciones.
- 4. Implementación de Funciones.
- 5. Ejercicios.

3. Representación de funciones de conmutación.

Representación con Tablas de Verdad.

- **Tablas Verdad:**

- Para una función de conmutación de n -variables, una Tabla de Verdad es una tabla con 2^n filas (una por cada una de las combinaciones de entradas) en la que se representan TODOS los valores de la función, para todos y cada uno de sus valores de entradas.

Tabla verdad

x	y	z	f(x,y,z)
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	0

- **Ejemplo:**

3. Representación de funciones de conmutación. Expresiones Algebraicas.

- **Expresiones Algebraicas:**

- Para una función de conmutación de n-variables, una expresión algebraica es una expresión matemática utilizando variables (o sus complementos) y las funciones básicas del Álgebra de Boole (AND , OR, NAND, NOR, XOR y XNOR).
- Una misma función puede expresarse mediante diferentes expresiones algebraicas equivalentes.

- **Ejemplo:**

$$f(x, y, z) = x \cdot (y + z) = (x \cdot y) + (x \cdot z)$$

3. Representación de funciones de conmutación. Expresiones Algebraicas.

- **Variable de Conmutación:** Variable que en un determinado instante puede tomar el valor lógico 0 ó 1.
- **Literal:** una variable de conmutación o su complemento.
- **Término producto:** literales conectados por el operador AND.
- **Término suma:** literales conectados por el operador OR.
- **Término producto normal:** Es un término producto el que no aparece repetido ningún literal.
- **Término suma normal:** Es un término suma en el que no aparece repetido ningún literal.
- **Minterm** (término producto canónico): Para un conjunto de n variables es un término producto normal en el que aparecen todos los n literales sin estar repetidos, una y sólo una vez.
- **Maxterm** (término suma canónico): Para un conjunto de n variables es un término suma normal en el que aparecen todos los n literales sin estar repetidos, una y sólo una vez.

3. Representación de funciones de conmutación. Expresiones Algebraicas. Concepto de MINTERM.

Para un Álgebra de Conmutación de 3 variables.

X	Y	Z	MINTERMS	Símbolo	m ₀	m ₁	m ₂	m ₃	m ₄	m ₅	m ₆	m ₇
0	0	0	$\overline{X}\overline{Y}\overline{Z}$	m ₀	1	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	$\overline{X}\overline{Y}Z$	m ₁	0	1	0	0	0	0	0	0
0	1	0	$\overline{X}Y\overline{Z}$	m ₂	0	0	1	0	0	0	0	0
0	1	1	$\overline{X}YZ$	m ₃	0	0	0	1	0	0	0	0
1	0	0	$X\overline{Y}\overline{Z}$	m ₄	0	0	0	0	1	0	0	0
1	0	1	$X\overline{Y}Z$	m ₅	0	0	0	0	0	1	0	0
1	1	0	$XY\overline{Z}$	m ₆	0	0	0	0	0	0	1	0
1	1	1	XYZ	m ₇	0	0	0	0	0	0	0	1

Ejemplo de un Minterm:

$$\begin{bmatrix} xyz \\ 001 \end{bmatrix} \Rightarrow m_{1=001} = \overline{x} \cdot \overline{y} \cdot z$$

3. Representación de funciones de conmutación. Expresiones Algebraicas. Concepto de MAXTERM.

Para un Álgebra de Conmutación de 3 variables.

X	Y	Z	MAXTERMS	Símbolo	M ₀	M ₁	M ₂	M ₃	M ₄	M ₅	M ₆	M ₇
0	0	0	$X + Y + Z$	M ₀	0	1	1	1	1	1	1	1
0	0	1	$X + Y + \bar{Z}$	M ₁	1	0	1	1	1	1	1	1
0	1	0	$X + \bar{Y} + Z$	M ₂	1	1	0	1	1	1	1	1
0	1	1	$X + \bar{Y} + \bar{Z}$	M ₃	1	1	1	0	1	1	1	1
1	0	0	$\bar{X} + Y + Z$	M ₄	1	1	1	1	0	1	1	1
1	0	1	$\bar{X} + Y + \bar{Z}$	M ₅	1	1	1	1	1	0	1	1
1	1	0	$\bar{X} + \bar{Y} + Z$	M ₆	1	1	1	1	1	1	0	1
1	1	1	$\bar{X} + \bar{Y} + \bar{Z}$	M ₇	1	1	1	1	1	1	1	0

Ejemplo de un Maxterm:

$$\begin{bmatrix} xyz \\ 001 \end{bmatrix} \Rightarrow M_{1=001} = (x + y + \bar{z})$$

Obsérvese además que:

$$M_j = \bar{m}_j$$

$$\bar{m}_1 = \overline{\bar{x} \cdot \bar{y} \cdot z} = x + y + \bar{z} = M_1$$

3. Representación de funciones de conmutación. Expresiones Algebraicas. Teorema de Shannon.

- **Teorema de Shannon:**

- *Toda función conmutación se puede expresar como una suma única de minterms. Esta forma se denomina “forma canónica” de la función expresada como suma de minterms.*
- *Toda función conmutación se puede expresar como un producto único de maxterms. Esta forma se denomina “forma canónica” de la función expresada como producto de maxterms.*

3. Representación de funciones de conmutación. Expresiones Algebraicas. Teorema de Shannon.

X,Y,Z	F(X,Y,Z)
0 0 0	d0
0 0 1	d1
0 1 0	d2
0 1 1	d3
1 0 0	d4
1 0 1	d5
1 1 0	d6
1 1 1	d7

Cualquier función de conmutación **F** de **n** variables puede expresarse como una **suma única de minterms**.

$$F(x, y, z) = d_0m_0 + d_1m_1 + d_2m_2 + d_3m_3 + d_4m_4 + d_5m_5 + d_6m_6 + d_7m_7$$

$$F(x, y, z) = \sum d_i \cdot m_i$$

Ejemplo

X,Y,Z	g(X,Y,Z)
(0) 0 0 0	1 = d0
(1) 0 0 1	0 = d1
(2) 0 1 0	0 = d2
(3) 0 1 1	1 = d3
(4) 1 0 0	1 = d4
(5) 1 0 1	0 = d5
(6) 1 1 0	0 = d6
(7) 1 1 1	0 = d7

$$g(x, y, z) = m_0 + m_3 + m_4 =$$

$$= \bar{x} \cdot \bar{y} \cdot \bar{z} + \bar{x} \cdot y \cdot z + x \cdot \bar{y} \cdot \bar{z} =$$

$$= \sum m_i(0, 3, 4)$$

3. Representación de funciones de conmutación. Expresiones Algebraicas. Teorema de Shannon.

X,Y,Z	F(X,Y,Z)
0 0 0	d0
0 0 1	d1
0 1 0	d2
0 1 1	d3
1 0 0	d4
1 0 1	d5
1 1 0	d6
1 1 1	d7

Cualquier función de conmutación **F** de **n** variables puede expresarse como una **producto único de maxterms**.

$$F(x, y, z) = (d_0 + M_0) \cdot (d_1 + M_1) \cdot (d_2 + M_2) \cdot (d_3 + M_3) \cdot (d_4 + M_4) \cdot (d_5 + M_5) \cdot (d_6 + M_6) \cdot (d_7 + M_7)$$

$$F(x, y, z) = \prod M_i (d_i + M_i)$$

Ejemplo

X,Y,Z	g(X,Y,Z)	
(0) 0 0 0	1 = d0	$g(x, y, z) = M_1 \cdot M_2 \cdot M_5 \cdot M_6 \cdot M_7$
(1) 0 0 1	0 = d1	
(2) 0 1 0	0 = d2	
(3) 0 1 1	1 = d3	
(4) 1 0 0	1 = d4	$= (x + y + \bar{z}) \cdot (x + \bar{y} + z) \cdot (\bar{x} + y + \bar{z}) \cdot (\bar{x} + \bar{y} + z) \cdot (\bar{x} + \bar{y} + \bar{z})$
(5) 1 0 1	0 = d5	
(6) 1 1 0	0 = d6	
(7) 1 1 1	0 = d7	
		$= \prod M_i (1, 2, 5, 6, 7)$

3. Representación de funciones de conmutación. Expresiones Algebraicas.

- Los **minterms** de una función determinada son los correspondientes a las entradas para las que la función es "1". Los minterms realizan los "unos" de la función.
- Los **maxterms** de una función determinada son los correspondientes a las entradas para las que la función es "0". Los maxterms realizan los "ceros" de la función.

3. Representación de funciones de conmutación. Mapas de Karnaugh.

- **Mapas de Karnaugh:**

- Para una función de conmutación de n -variables, un mapa de Karnaugh es una tabla con 2^n celdas o casillas, cada una de ellas con la misión de albergar un valor de la función.
- Cada celda o casilla está unívocamente identificada por n coordenadas.
- Si la función de conmutación tiene un número de variables par ($n = 2k$) el mapa estará formado por 2^k filas y 2^k columnas.
- Si la función de conmutación tiene un número de variables impar ($n = 2k+1$) el mapa estará formado por $2^{\text{int}(k/2)}$ filas y $2^{\text{int}(k/2)+1}$ columnas, o viceversa, siendo $\text{int}(k/2)$ la parte entera de $K/2$.

3. Representación de funciones de conmutación. Mapas de Karnaugh.

B \ A	0	1
	0	1
0	0	2
1	1	3

2 Variables (AB)

C \ AB	00	01	11	10
	0	1	0	1
0	0	2	6	4
1	1	3	7	5

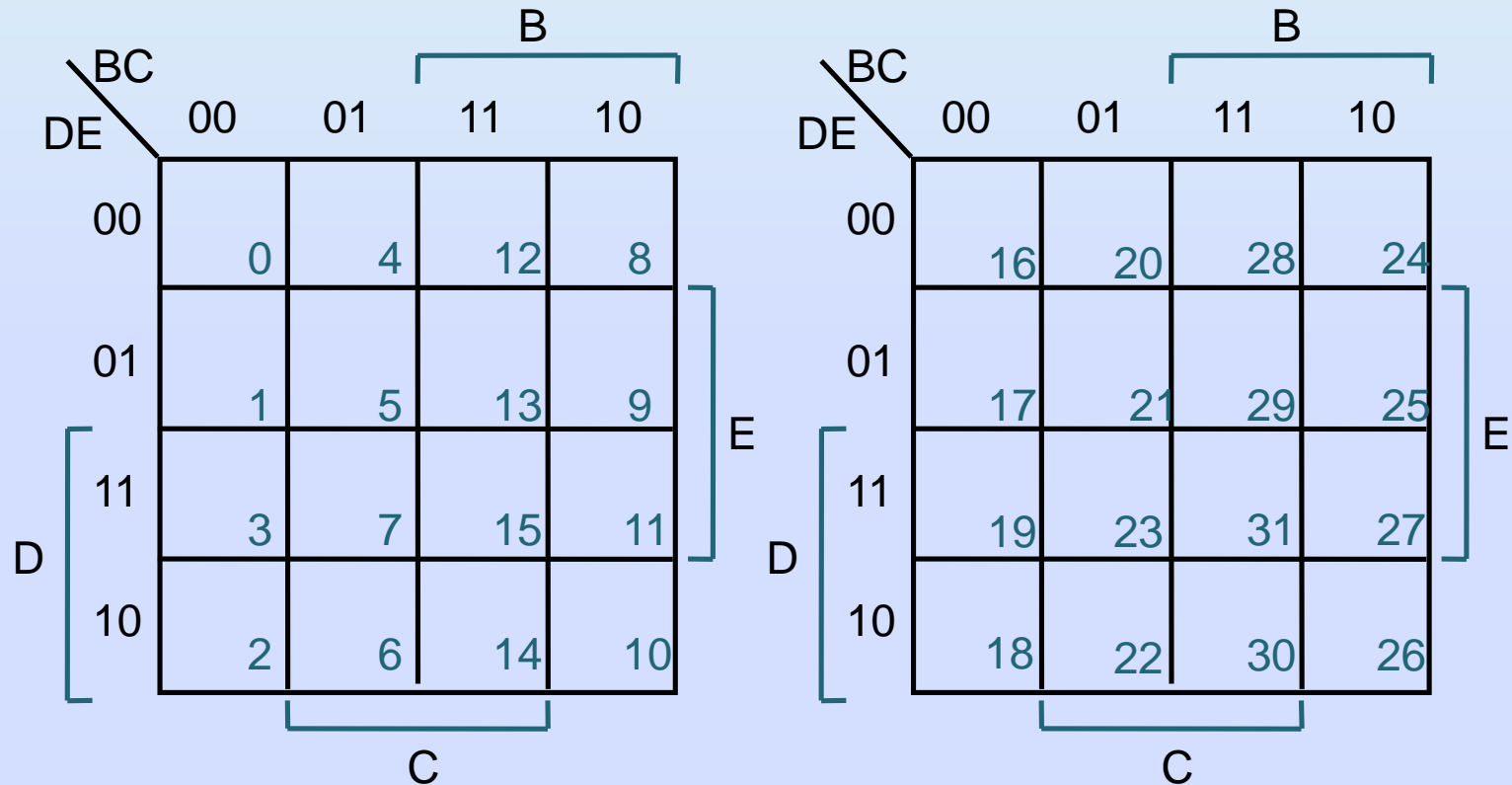
3 Variables (ABC)

CD \ AB	00	01	11	10
	0	1	0	1
00	0	4	12	8
01	1	5	13	9
11	3	7	15	11
10	2	6	14	10

4 variables (ABCD)

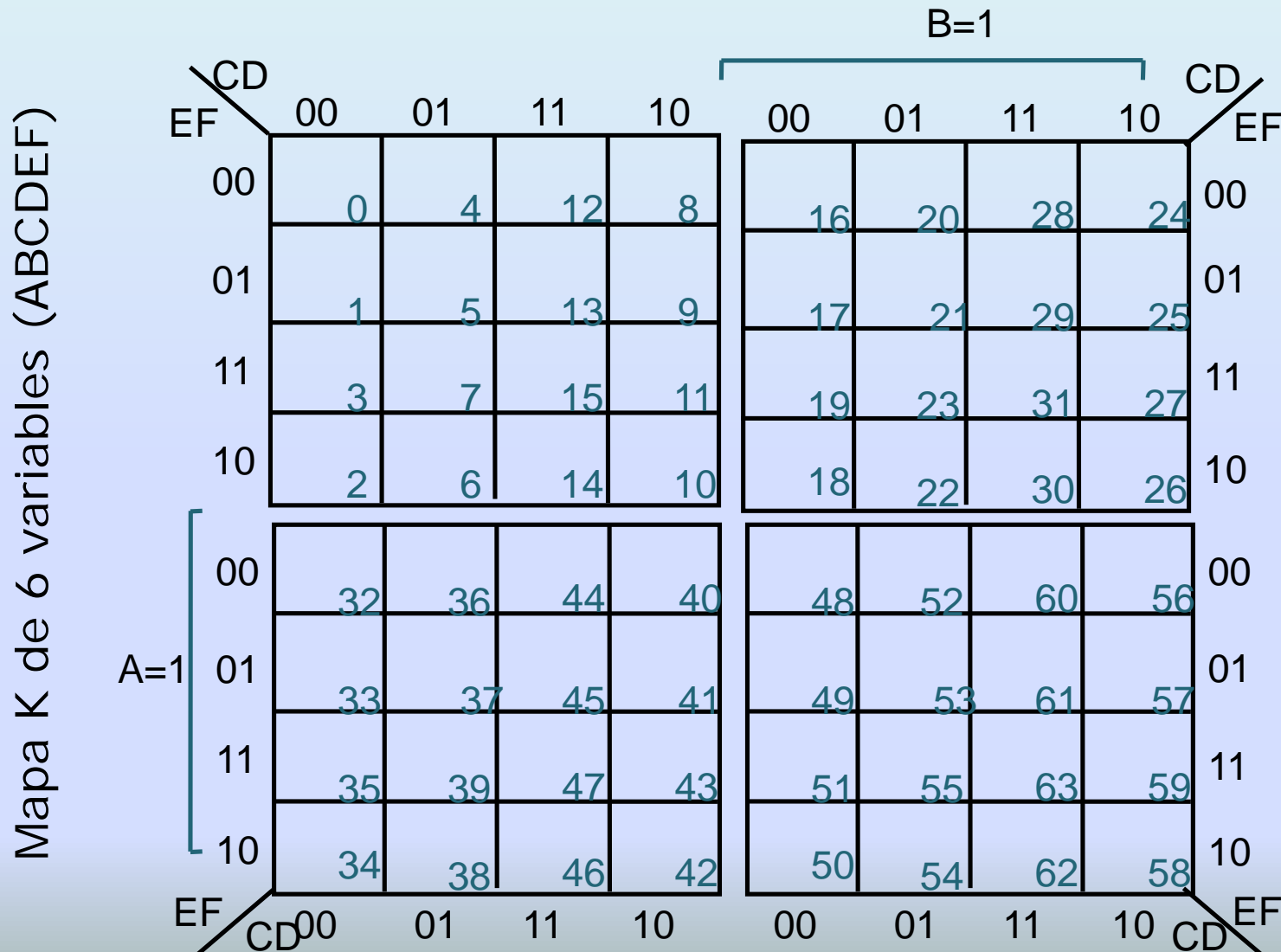
3. Representación de funciones de conmutación. Mapas de Karnaugh.

Mapa de Karnaugh de 5 variables (ABCDE)



A=1

3. Representación de funciones de conmutación. Mapas de Karnaugh.



3. Representación de funciones de conmutación. Mapas de Karnaugh.

- Otra forma de representar mapas de Karnaugh.

y 2 variables			3 variables				
x \ y	0	1	x \ yz	00	01	11	10
0	0	1	0	0	1	3	2
1	2	3	1	4	5	7	6

4 variables				
xy \ zk	00	01	11	10
00	0	1	3	2
01	4	5	7	6
11	12	13	15	14
10	8	9	11	10

5 variables								
xy \ zuv	000	001	011	010	110	111	101	100
00	0	1	3	2	6	7	5	4
01	8	9	11	10	14	15	13	12
11	24	25	27	26	30	31	29	28
10	16	17	19	18	22	23	21	20

3. Representación de funciones de conmutación.

Mapas de Karnaugh.

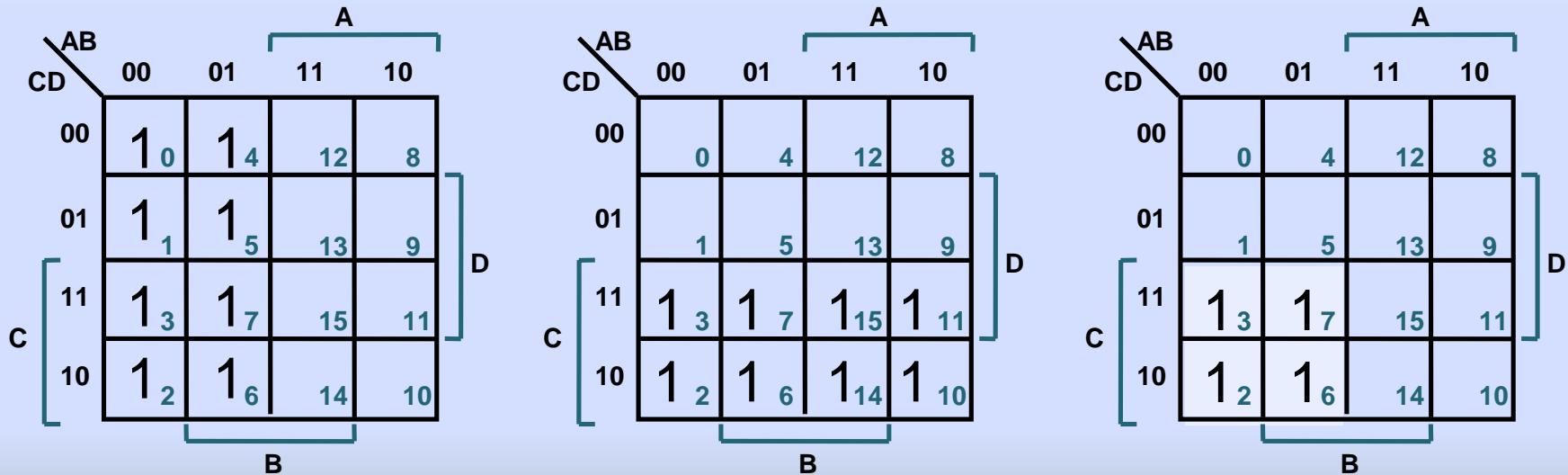
Identificación de términos producto y términos suma.

Los términos producto pueden identificarse en el mapa de Karnaugh como las regiones intersección que definen los literales que forman el término producto.

Ejemplo 1:

$$T_p = \bar{A} \cdot C$$

$$\bar{A} \cdot C = \bar{A} \cdot C$$



3. Representación de funciones de conmutación.

Mapas de Karnaugh.

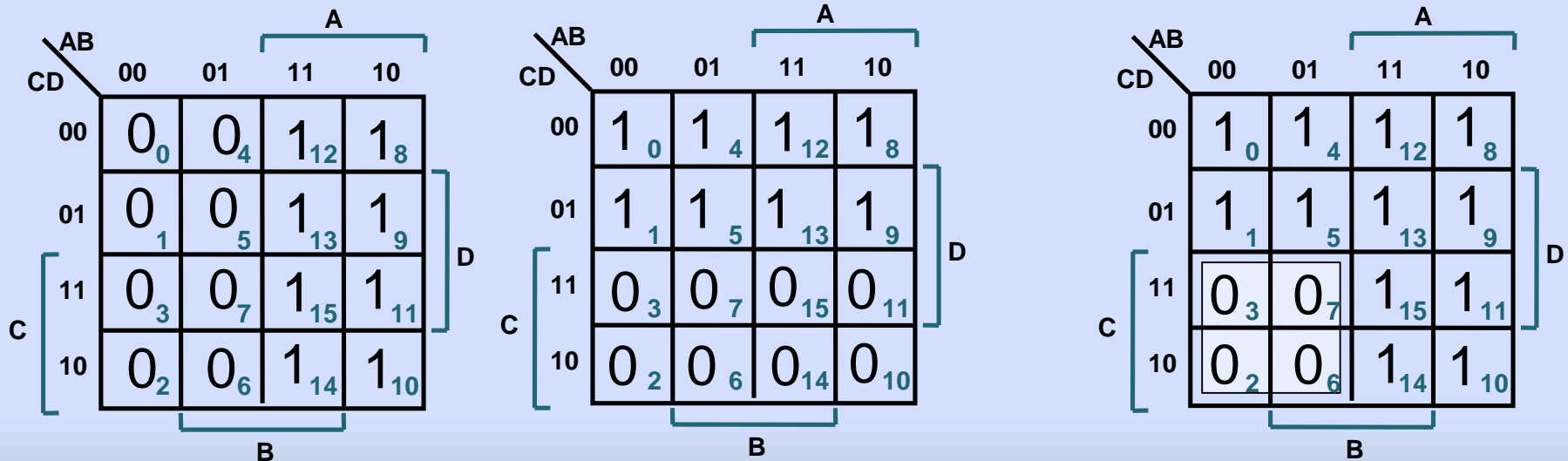
Identificación de términos producto y términos suma.

Un término suma puede obtenerse como el dual del correspondiente término producto, sustituyendo los literales por sus complementados y el producto por la suma.

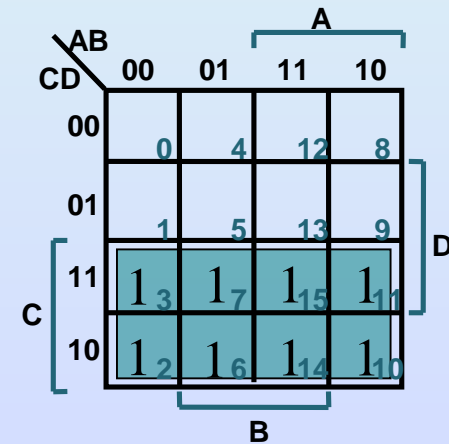
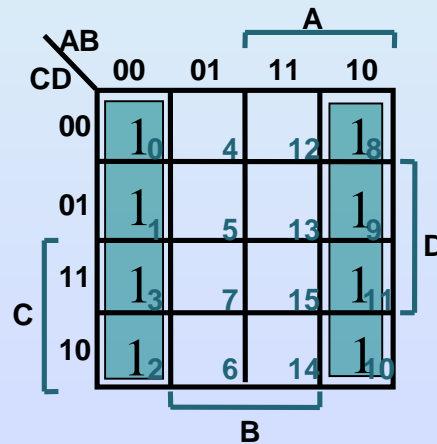
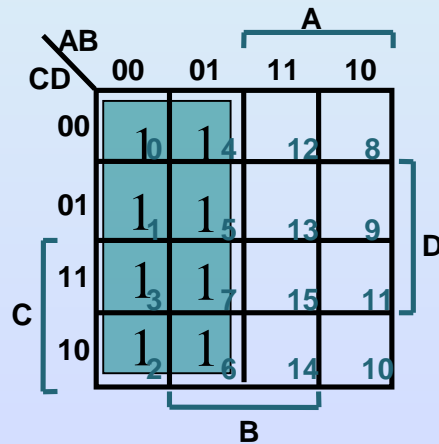
Ejemplo 2:

$$T_s = (A + \bar{C})$$

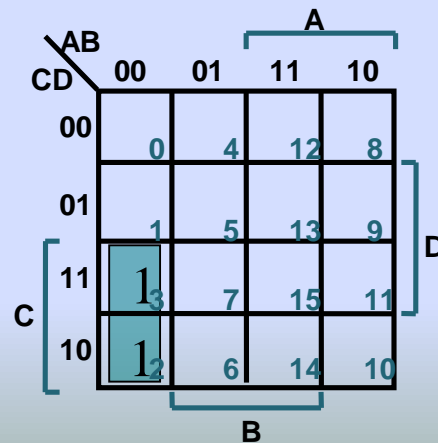
$$A + \bar{C} = (A + \bar{C})$$



3. Representación de funciones de conmutación. Mapas de Karnaugh.



$$T = \overline{A} \cdot \overline{B} \cdot C$$



Las casillas
sombreadas
indican valor
“1” y el resto
valor “0”

SEMINARIO 3.

ALGEBRA DE CONMUTACIÓN.

FUNCIONES DE CONMUTACIÓN.

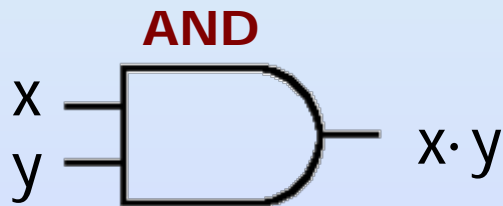
Indice:

- 1. Algebra de Boole.
- 2. Funciones de conmutación.
- 3. Representación de Funciones.
- 4. Implementación de Funciones.
- 5. Ejercicios.

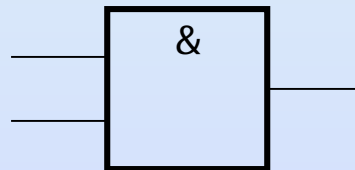
4. Implementación física de funciones de conmutación.

- La implementación del circuito lógico, a partir de una expresión booleana, dependerá de las puertas lógicas disponibles:
 - Con cualquier tipo de puerta lógica
 - A partir de una expresión de suma de productos:
 - puertas AND/OR
 - NAND/NAND
 - A partir de una expresión de producto de sumas:
 - Puertas OR/AND
 - NOR/NOR

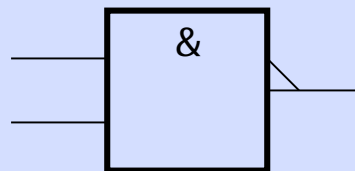
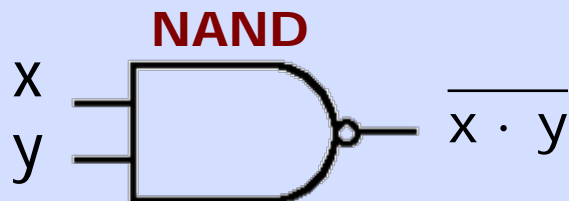
4. Implementación de funciones: puertas lógicas.



Símbolo IEEE



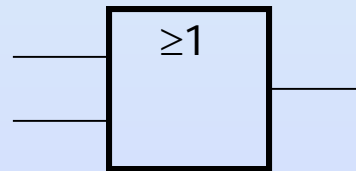
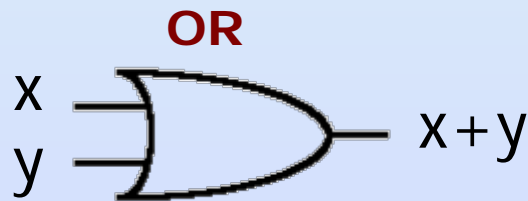
x	y	$x \cdot y$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1



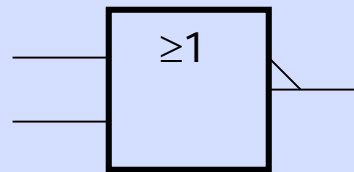
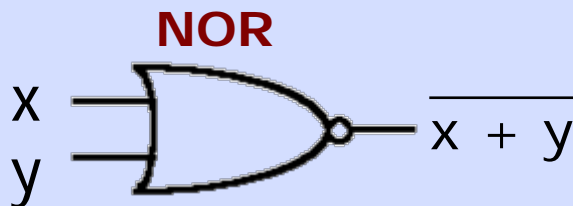
x	y	$\overline{x \cdot y}$
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

4. Implementación de funciones: puertas lógicas.

Símbolo IEEE



x	y	x+y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

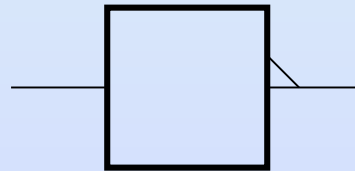
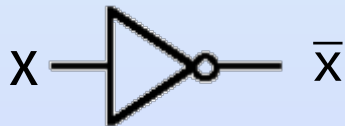


x	y	$\overline{x + y}$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

4. Implementación de funciones: puertas lógicas.

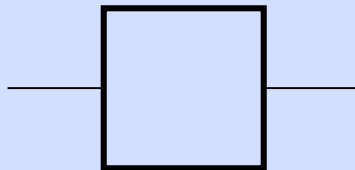
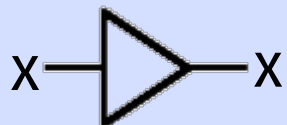
Símbolos IEEE

Inversor



x	\bar{x}
0	1
1	0

Buffer

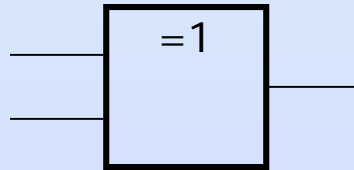


x	x
0	0
1	1

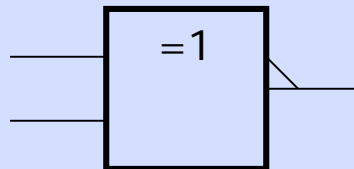
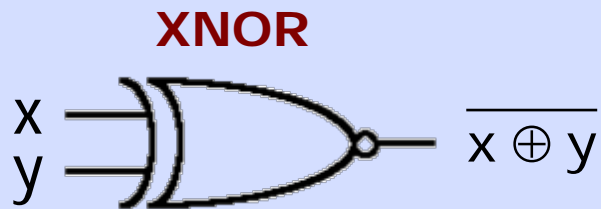
4. Implementación de funciones: puertas lógicas.



Símbolos IEEE



x	y	$x \oplus y$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0



x	y	$\overline{x \oplus y}$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

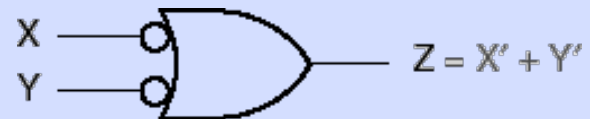
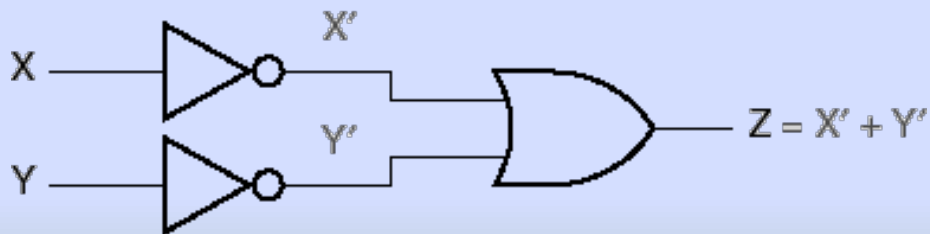
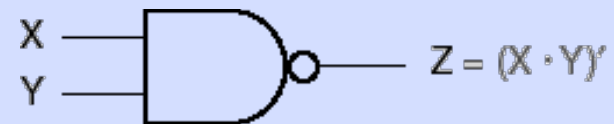
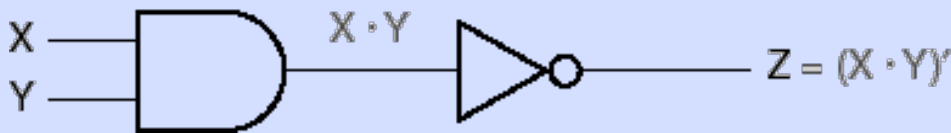
4. Implementación de funciones: puertas lógicas.

- Leyes de De Morgan:

$$\overline{x \cdot y} = \bar{x} + \bar{y}$$

x	y	\bar{x}	\bar{y}	$\overline{x \cdot y}$	$\bar{x} + \bar{y}$
0	0	1	1	1	1
0	1	1	0	1	1
1	0	0	1	1	1
1	1	0	0	0	0

- Equivalencia de símbolos de puerta NAND



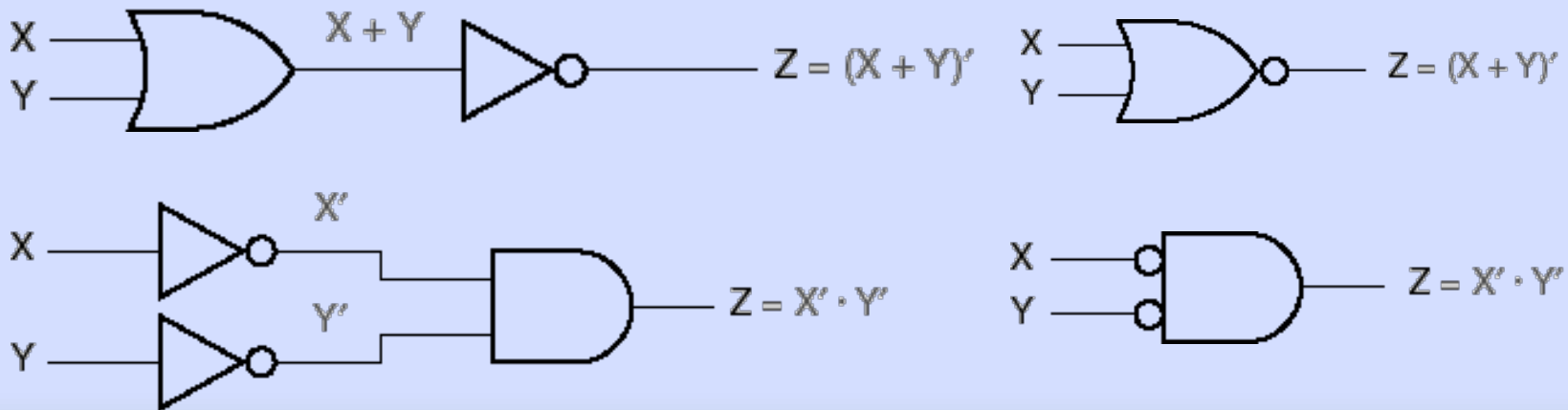
4. Implementación de funciones: puertas lógicas.

- Leyes de De Morgan:

$$\overline{x + y} = \bar{x} \cdot \bar{y}$$

x	y	\bar{x}	\bar{y}	$\overline{x + y}$	$\bar{x} \cdot \bar{y}$
0	0	1	1	1	1
0	1	1	0	0	0
1	0	0	1	0	0
1	1	0	0	0	0

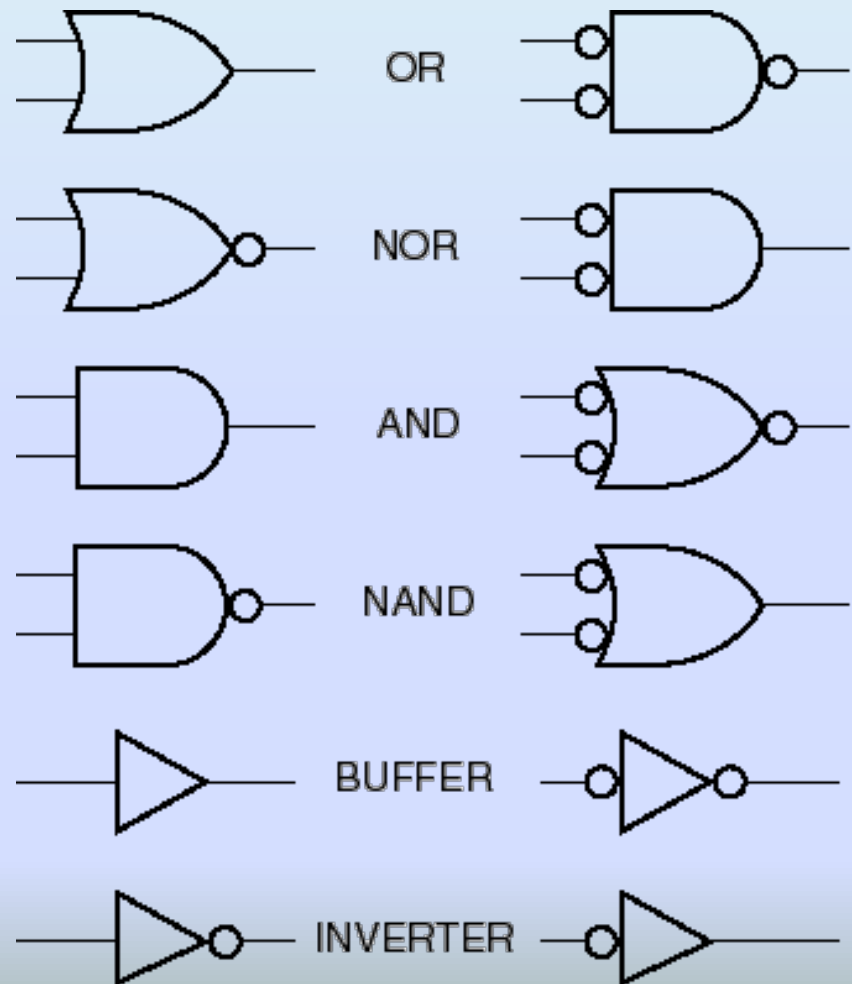
- Equivalencia de símbolos de puerta NOR



4. Implementación de funciones: puertas lógicas.

Símbolos equivalentes:

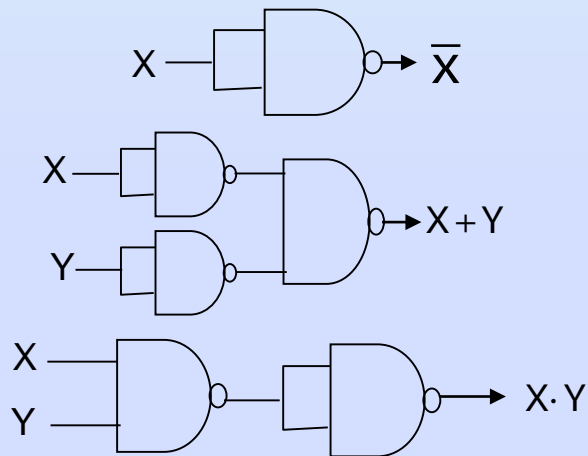
- La equivalencia de símbolos puede ser útil para la transformación de circuitos equivalentes (Bubble-to-bubble)
- Y facilitar la deducción y/o interpretación de un circuito



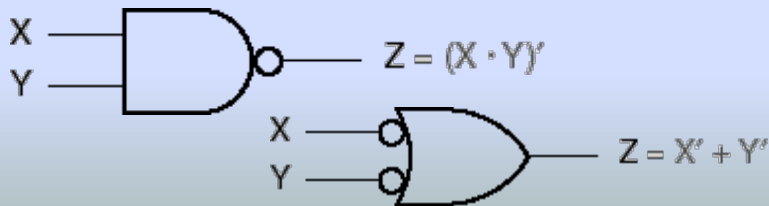
4. Equivalencias de puertas lógicas. Resumen.

Ley de DeMorgan: $\overline{X \cdot Y} = \bar{X} + \bar{Y}$ Ley DeMorgan: $\overline{X + Y} = \bar{X} \cdot \bar{Y}$

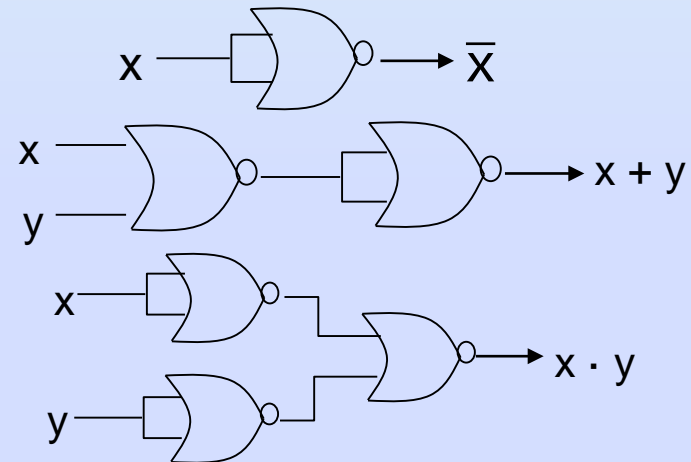
1. Equivalencia funcional:



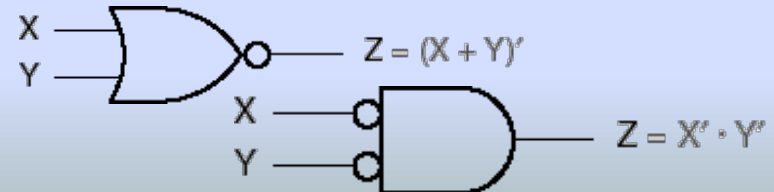
2. Equivalencia símbolos:



1. Equivalencia funcional:



2. Equivalencia símbolos:



SEMINARIO 3.

ALGEBRA DE CONMUTACIÓN.

FUNCIONES DE CONMUTACIÓN.

Indice:

- 1. Algebra de Boole.
- 2. Funciones de conmutación.
- 3. Representación de Funciones.
- 4. Implementación de Funciones.
- 5. Ejercicios.

Ejercicios.

Obtener las expresiones booleanas como términos producto de los cubos que se representan en los mapas de Karnaugh, que se muestran en las siguientes transparencias.

Truth Table

A B C D

0000	<input type="checkbox"/>
0001	<input type="checkbox"/>
0010	<input type="checkbox"/>
0011	<input type="checkbox"/>
0100	<input checked="" type="checkbox"/>
0101	<input type="checkbox"/>
0110	<input checked="" type="checkbox"/>
0111	<input type="checkbox"/>
1000	<input type="checkbox"/>
1001	<input type="checkbox"/>
1010	<input type="checkbox"/>
1011	<input type="checkbox"/>
1100	<input type="checkbox"/>
1101	<input type="checkbox"/>
1110	<input type="checkbox"/>
1111	<input type="checkbox"/>

Karnaugh Map

CD \ AB	A	
	B	D
0	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
1	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Equation Output

Truth Table

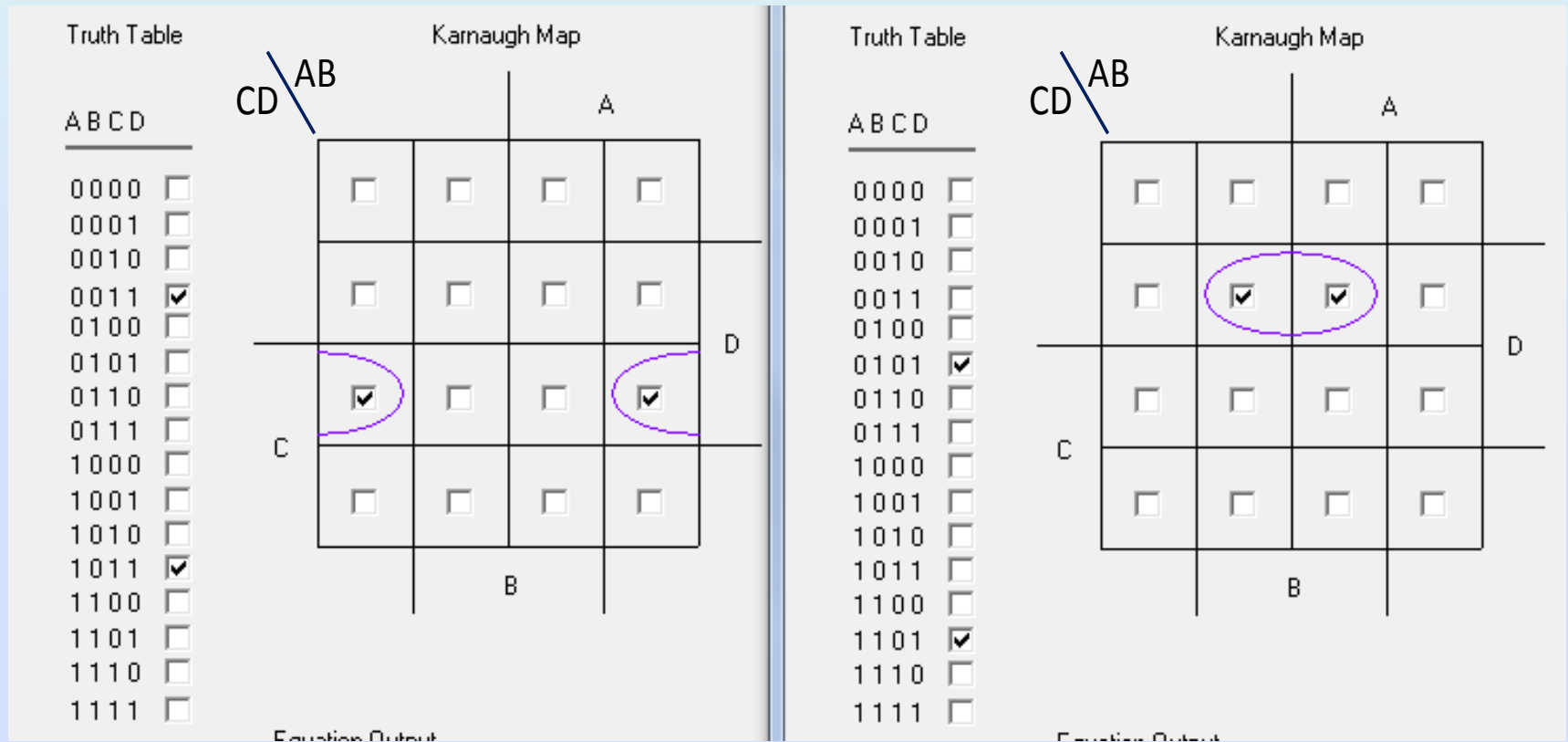
A B C D

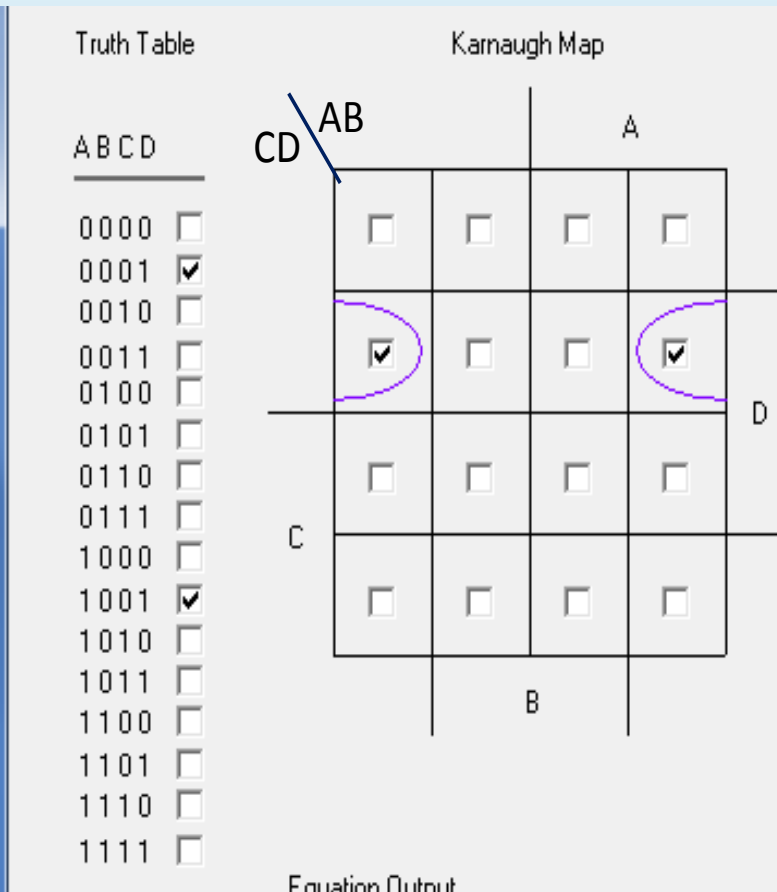
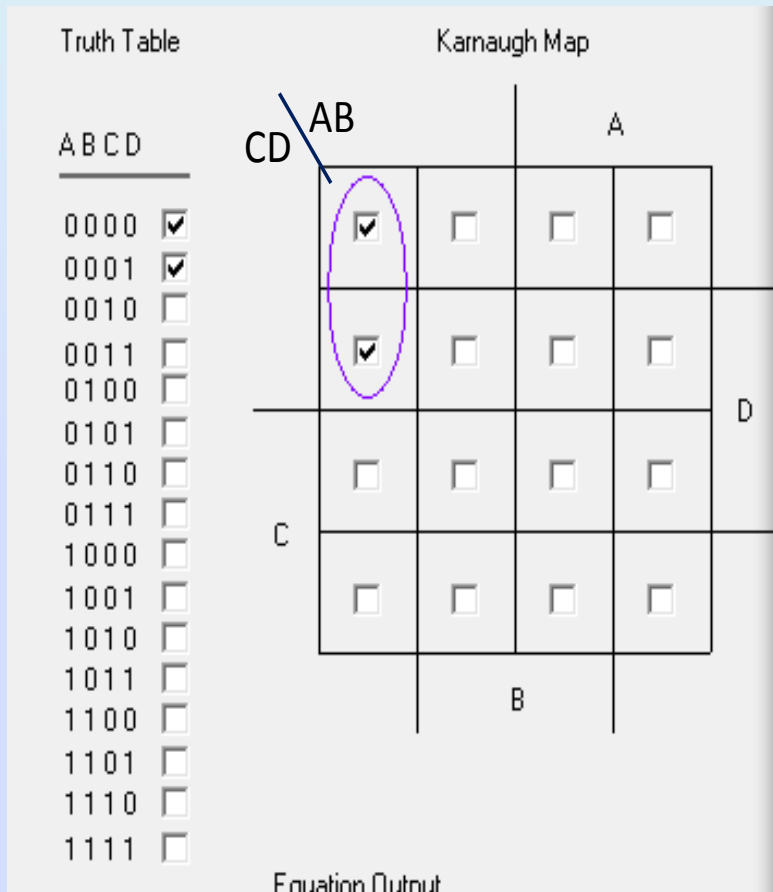
0000	<input type="checkbox"/>
0001	<input type="checkbox"/>
0010	<input type="checkbox"/>
0011	<input type="checkbox"/>
0100	<input type="checkbox"/>
0101	<input type="checkbox"/>
0110	<input type="checkbox"/>
0111	<input type="checkbox"/>
1000	<input type="checkbox"/>
1001	<input type="checkbox"/>
1010	<input type="checkbox"/>
1011	<input type="checkbox"/>
1100	<input type="checkbox"/>
1101	<input checked="" type="checkbox"/>
1110	<input type="checkbox"/>
1111	<input checked="" type="checkbox"/>

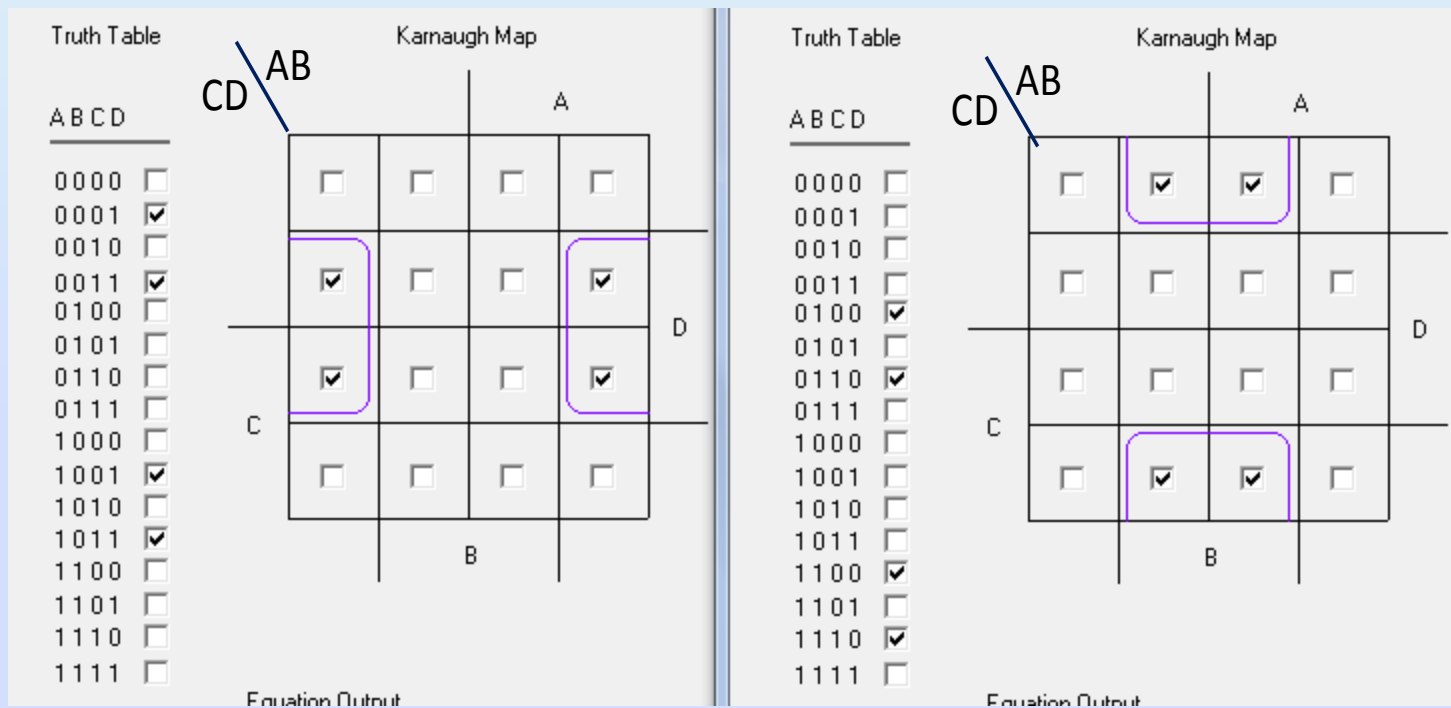
Karnaugh Map

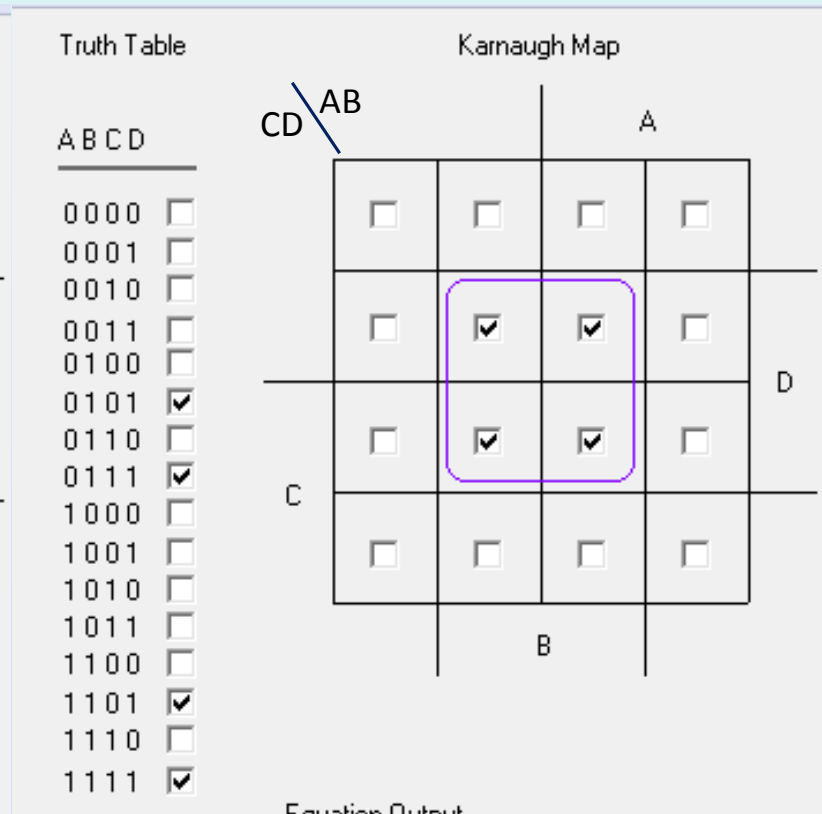
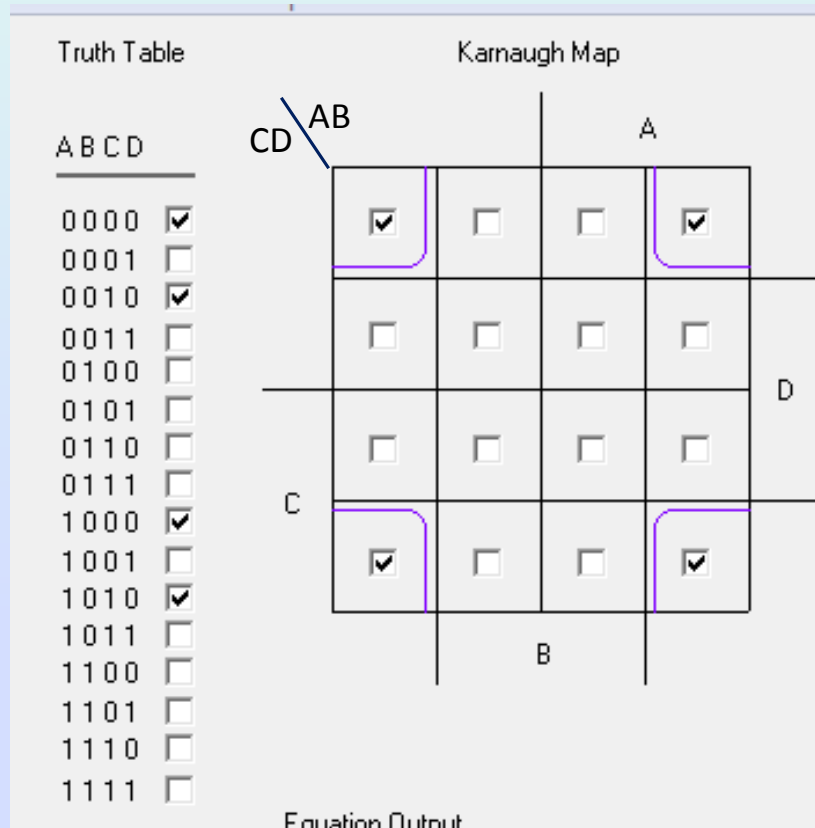
CD \ AB	A	
	B	D
0	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
1	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
2	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
3	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

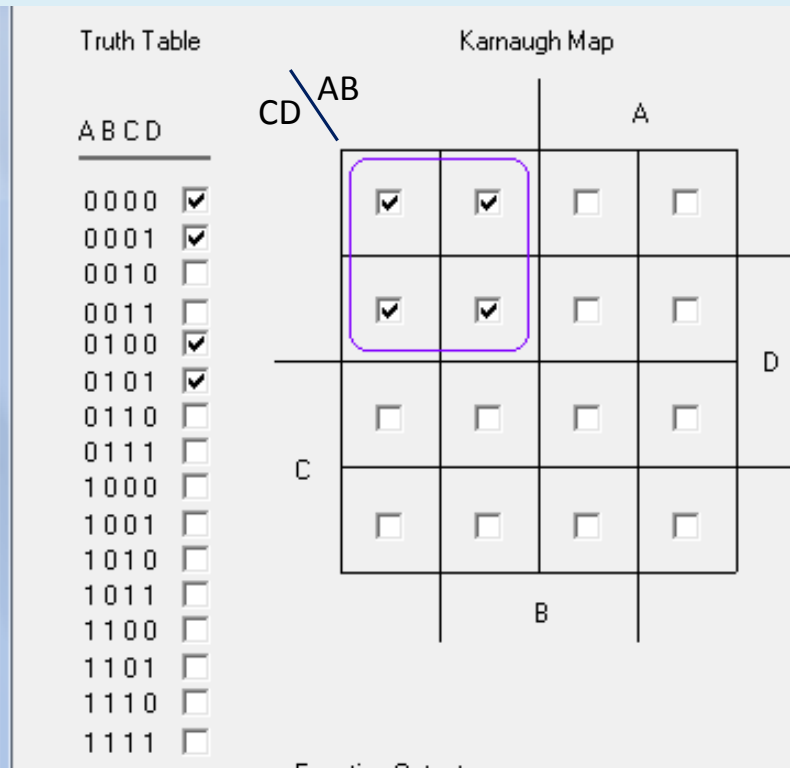
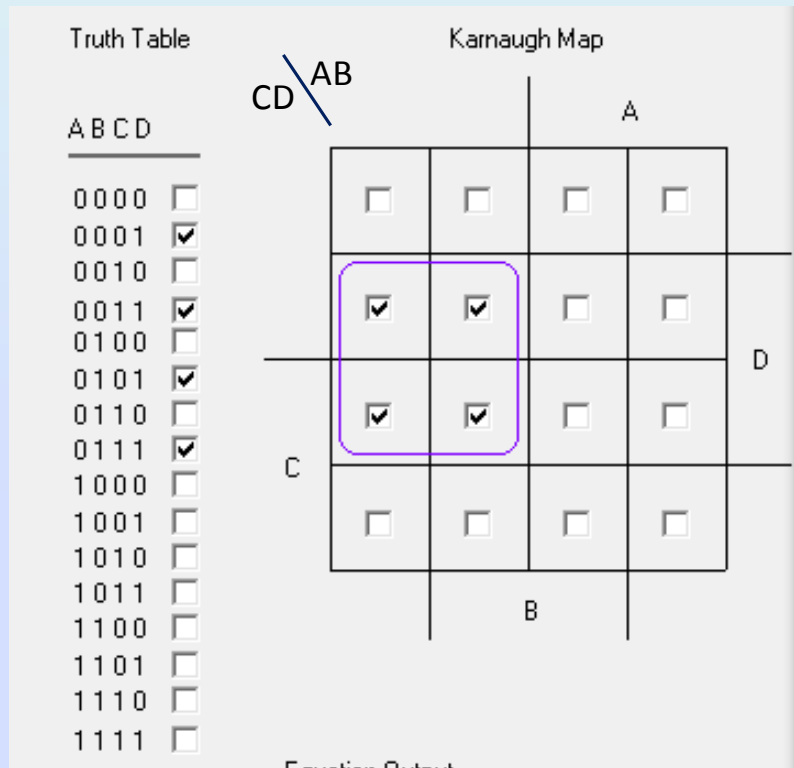
Equation Output

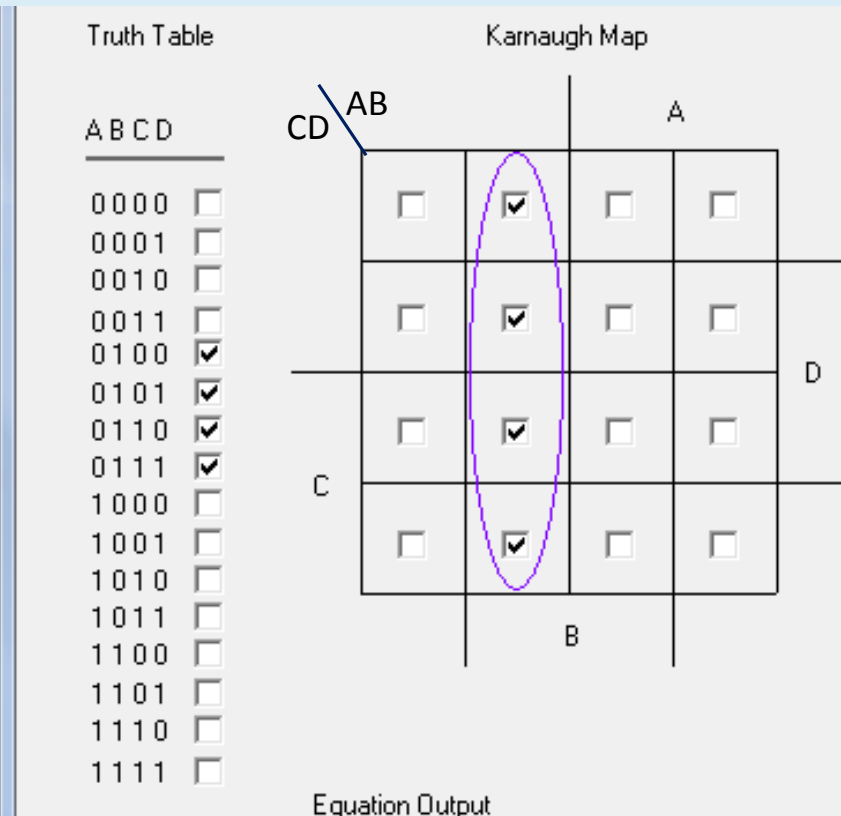
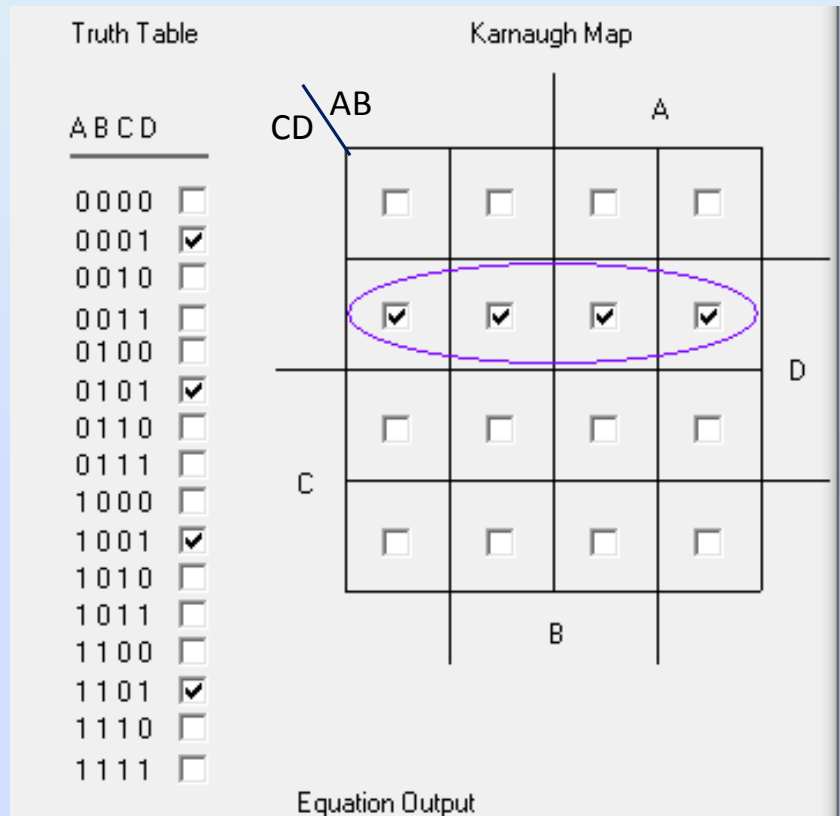


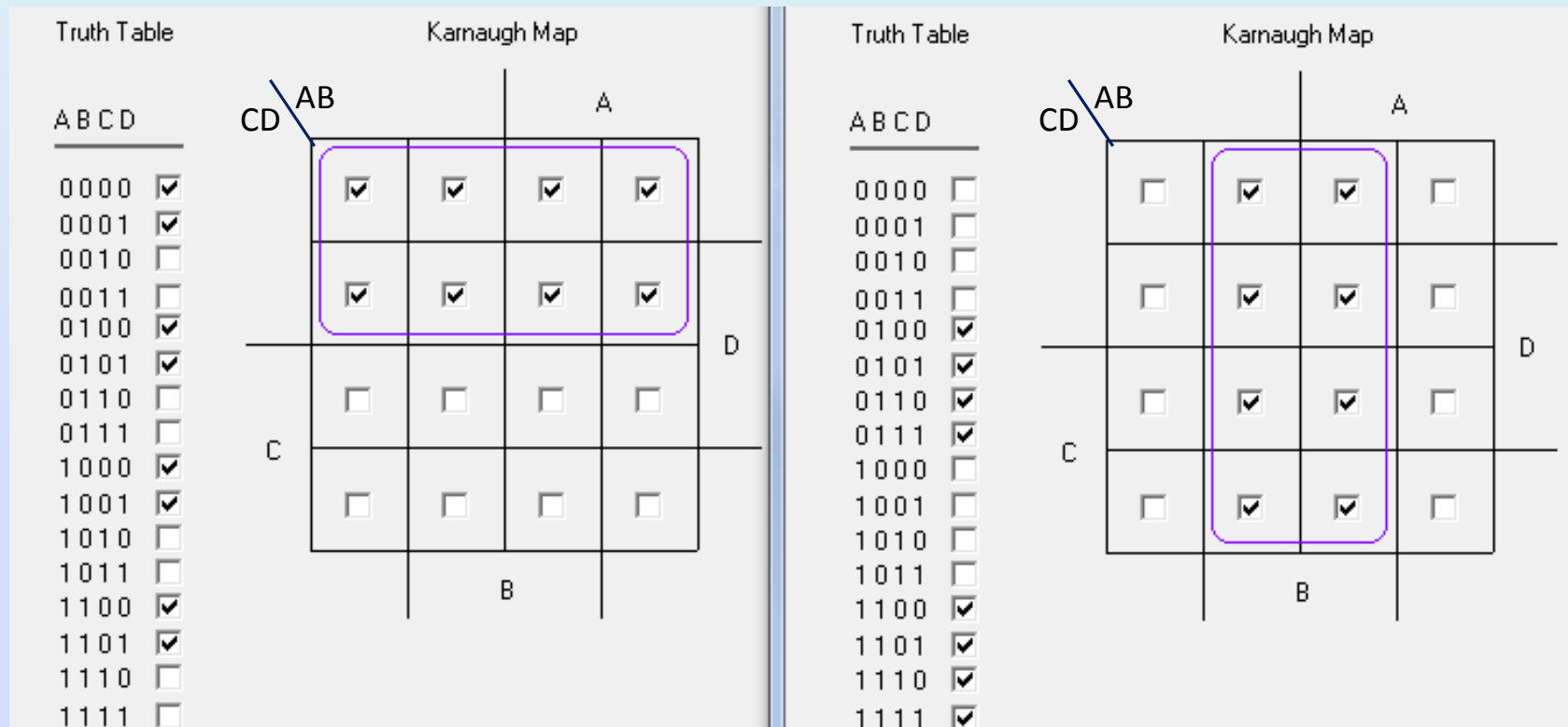












Truth Table

A	B	C	D	
0	0	0	0	<input checked="" type="checkbox"/>
0	0	0	1	<input type="checkbox"/>
0	0	1	0	<input checked="" type="checkbox"/>
0	0	1	1	<input type="checkbox"/>
0	1	0	0	<input checked="" type="checkbox"/>
0	1	0	1	<input type="checkbox"/>
0	1	1	0	<input checked="" type="checkbox"/>
0	1	1	1	<input type="checkbox"/>
1	0	0	0	<input checked="" type="checkbox"/>
1	0	0	1	<input type="checkbox"/>
1	0	1	0	<input checked="" type="checkbox"/>
1	0	1	1	<input type="checkbox"/>
1	1	0	0	<input checked="" type="checkbox"/>
1	1	0	1	<input type="checkbox"/>
1	1	1	0	<input checked="" type="checkbox"/>
1	1	1	1	<input type="checkbox"/>

Karnaugh Map

CD \ AB	A		D
	0	1	
0	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
1	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

Equation Output

Truth Table

A	B	C	D	
0	0	0	0	<input checked="" type="checkbox"/>
0	0	0	1	<input checked="" type="checkbox"/>
0	0	1	0	<input checked="" type="checkbox"/>
0	0	1	1	<input checked="" type="checkbox"/>
0	1	0	0	<input type="checkbox"/>
0	1	0	1	<input type="checkbox"/>
0	1	1	0	<input type="checkbox"/>
0	1	1	1	<input type="checkbox"/>
1	0	0	0	<input checked="" type="checkbox"/>
1	0	0	1	<input checked="" type="checkbox"/>
1	0	1	0	<input checked="" type="checkbox"/>
1	0	1	1	<input checked="" type="checkbox"/>
1	1	0	0	<input type="checkbox"/>
1	1	0	1	<input type="checkbox"/>
1	1	1	0	<input type="checkbox"/>
1	1	1	1	<input type="checkbox"/>

Karnaugh Map

CD \ AB	A		D
	0	1	
0	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
1	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
2	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
3	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

Equation Output

SEMINARIO 3

ALGEBRA DE CONMUTACIÓN. FUNCIONES DE CONMUTACIÓN.

TECNOLOGÍA Y ORGANIZACIÓN DE COMPUTADORES

1º Grado en Ingeniería Informática.