SDCTD DOMINATION - kratek opis projekta

Miha Novoselec, Nejc Rudež, Dimitrija Kostov

4. november 2024

1 Uvod

Tema naše naloge je SDCTD domination (šimultaneously dominating and complement total dominating"). Projekt bomo delali v programu Sage. Posamezne dele projekta bomo sproti objavljali na Github-u.

2 Osnovne definicije

Za razumevanje teme projekta navedemo nekaj osnovnih definicij. Ukvarjali se bomo z neusmerjenimi grafi $G = (V, E)$.

Definicija 1 *Dominacijska množica na grafu Podmnožica D vozlišč grafa $G = (V, E)$ je dominacijska množica na grafu, če velja, da je vsako vozlišče iz G vozlišče v D ali pa je sosed od vozlišča v D.*

Definicija 2 *Dominacijsko število grafa Dominacijsko število grafa je velikost najmanjše dominacijske množice na grafu. Označimo ga z $\gamma(G)$.*

Definicija 3 *Totalna dominacijska množica na grafu Podmnožica D vozlišč grafa $G = (V, E)$ je dominacijska množica na grafu, če velja, da je vsako vozlišče iz G sosed od vozlišča v D.*

Definicija 4 *Totalno dominacijsko število grafa Dominacijsko število grafa je velikost najmanjše totalno dominacijske množice na grafu. Označimo ga z $\gamma_t(G)$.*

Definicija 5 *SDCTD dominacijska množica Množico, ki hkrati dominira graf G in totalno dominira komplement grafa G (označujemo jo kot SDCTD množica) je množica D, ki hkrati je hkrati dominacijska množica na G in totalna dominacijska množica na $\overline{G}$.*

Definicija 6 *SDCTD število grafa G Minimalna kardinalnost SDCTD množice grafa G označimo z $\overline{\gamma}(G)$ in jo imenujemo SDCTD število grafa G.*

3 Načrt dela

Najprej bomo implementirali osnovni CLP, ki sprejme neusmerjen graf $G = (V, E)$ in vrne najmanjšo SDCTD množico D na grafu G.

$$\begin{aligned} & min \sum_{v \in V(G)} x_v \\ s.t. & \sum_{w \in N_G(v)} x_w + x_v \geq 1 \quad \text{za vsak } v \in V(G) \\ & \sum_{w \in N_{\overline{G}}(v)} x_w \geq 1 \quad \text{za vsak } v \in V(G) \\ & x_v \in 0, 1 \text{ za vsak } v \in V(G) \end{aligned}$$

CLP vrne $D = \{v \in V(G) : x_v = 1\}$.

V nalogi bomo nato predstavili rezultate, ki se bodo nanašali na lastnosti SDCTD število različnih grafov. V grobem se bomo ukvarjali z naslednjimi probelmi:

1. Želeli bomo ugotoviti, kakšni grafi reda n dosežejo največje (možno) in kateri najmanjše (možno) dominacijsko število.

2. How does this invariant behave with regard to the Cartesian product and other graph pro- ducts? Can you generate a Vizing-type conjecture?

3. Kaj se dogaja z $\overline{\gamma}(G)$, ko dodamo dodaten pogoj minimalne/maksimalne stopnje vozlišč grafa G.

4. Izračunali bomo $\overline{\gamma}(G)$ za grafe premera 2.

5. Ali lahko omejimo $\overline{\gamma}(G) + \overline{\gamma}(\overline{G})$ v odvisnosti od n.

Pri raziskovanju bomo za majhne grafe uporabljali sistematično iskanje, za večje pa stohastično iskanje.