Київський національний університет імені Тараса Шевченка
Факультет комп'ютерних наук та кібернетики

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №1

З курсу "Комп'ютерне моделювання"

Варіант 7

Виконав:
Студент 3 курсу, групи МІ-32
Спеціальності "Комп'ютерні науки"
Статнік Михайло Михайлович

Київ - 2023

Постановка задачі

Побудувати таблиці функції Лобачевського $F(x) = -\int_0^x ln(cos(t))dt$ з 2 правильними значущими цифрами на проміжку [0; π/2] з кроком π/36, побудувати графік функції. Використати формулу середніх прямокутників, правило Рунге.

Теоретичні відомості

Формула середніх прямокутників. Якщо у формулі Ньютона-Котеса відкритого типу взяти один вузол $\dfrac{a+b}{2}$, отримаємо формулу середніх прямокутників

$$\int_a^b f(x)dx \approx (b-a)f\left(\frac{a+b}{2}\right),$$

з оцінкою залишкового члена

$$|R(f)| \leqslant \frac{M_2(b-a)^3}{24}.$$

Складена формула з оцінкою залишкового члена:

$$\int_a^b f(x)dx \approx h\Big(f(x_{\frac{1}{2}}) + f(x_{\frac{3}{2}}) + \ldots + f(x_{n-\frac{1}{2}})\Big), \tag{9}$$

$$|R(f)| \leqslant \frac{M_2(b-a)h^2}{24}. \tag{10}$$

Враховуючи зауваження про симетричне розташування вузлів, алгебраїчний степінь точності квадратурної формули дорівнює 1. Порядок точності складеної формули середніх прямокутників – 2, а на одному проміжку – 3.

Обчислення інтеграла із заданою точністю. Алгоритм обчислення інтеграла з заданою точністю ε за допомогою правила Рунге:

1) Наближено обчислюємо інтеграл з кроками h та $\dfrac{h}{2}$, оцінюємо похибку за формулою (16).

2) Якщо $\dfrac{\left|I_{\frac{h}{2}} - I_h\right|}{2^p - 1} > \varepsilon$, то наближено обчислюємо інтеграл з кроком $\dfrac{h}{4}$ і обчислюємо похибку $|I - I_{\frac{h}{4}}|$.

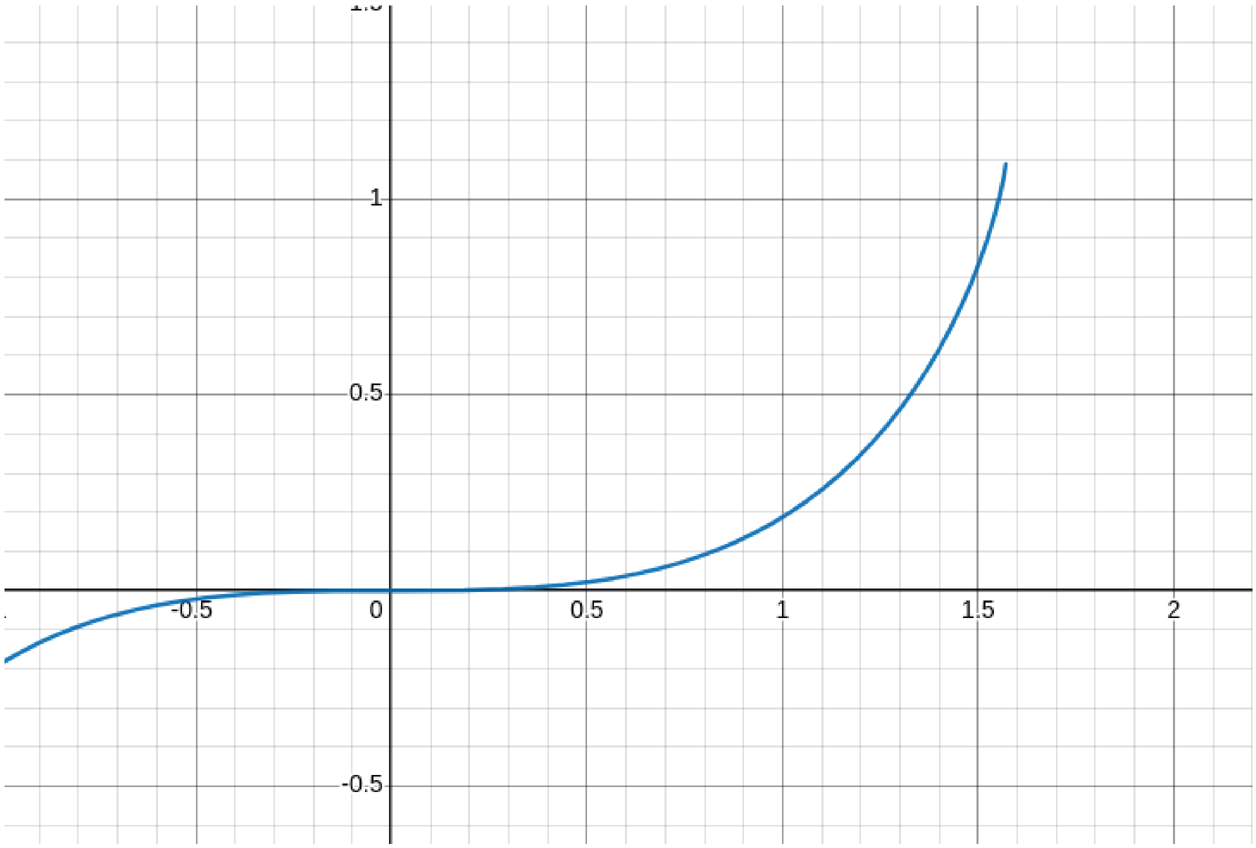
3) Процес обчислення інтеграла $I_{\frac{h}{2^i}}$, $i = 1, 2, ..., n$, з двічі меншим кроком продовжуємо, поки не виконається умова $\dfrac{\left|I_{\frac{h}{2^n}} - I_{\frac{h}{2^{n-1}}}\right|}{2^p - 1} \leqslant \varepsilon$.

4) Тоді $I \approx I_{\frac{h}{2^n}}$ з точністю ε.

В нашому випадку p = 2 (Порядок точності складеної формули середніх прямокутників). Тож форма в 3 пункті набуває вигляду

$$\frac{\left|I_{\frac{h}{2^n}} - I_{\frac{h}{2^{n-1}}}\right|}{3}$$

Графік функції



Результати роботи програми

a: 0

b: 1.57079632679490

precision: 2

The function under integral: -log(cos(x))

0.000 : 0.0e+00

0.087 : 1.1e-4

0.175 : 8.9e-4

0.262 : 3.0e-3

0.349 : 7.2e-3

0.436 : 1.4e-2
0.524 : 2.5e-2
0.611 : 3.9e-2
0.698 : 6.0e-2
0.785 : 8.6e-2
0.873 : 1.2e-1
0.960 : 1.6e-1
1.047 : 2.2e-1
1.134 : 2.8e-1
1.222 : 3.7e-1
1.309 : 4.7e-1
1.396 : 6.1e-1
1.484 : 7.9e-1
1.571 : 9.8e-1

Код Програми

https://github.com/Miha-s/computer_modeling_lab1

Висновок

Виконавши роботу ми побудувати таблиці функції Лобачевського $F(x) \; = \; -\int_{0}^{x} ln(cos(t))dt$ з 2 правильними значущими цифрами на проміжку [0; π/2] з кроком π/36 використовуючи формули середніх прямокутників та правило Рунге.
Ми навчилися застосовувати формулу Рунге у зв'язці з правилом Рунге що дало змогу обчислити результати інтегралу з необхідною точністю.