

# Algorytmy i struktury danych.

## Laboratorium 04

Dr hab. Bożena Woźna-Szcześniak, prof. UJD

### Rekurencja

1. Podaj ślad obliczeń funkcji  $F(1), \dots, F(6)$  oraz sekwencję liczb drukowanych przez wywołanie  $F(1), \dots, F(6)$ . Uzasadnij krok po kroku co się dzieje:

```
public static void F(int n) {  
    if (n <= 0) return;  
    System.out.println(n);  
    F(n-2);  
    F(n-3);  
    System.out.println(n);  
}
```

2. Podaj ślad obliczeń funkcji  $F(1), \dots, F(6)$  oraz sekwencję liczb drukowanych przez wywołanie  $F(1), \dots, F(6)$ . Uzasadnij krok po kroku co się dzieje:

```
public static void F(int n) {  
    if (n <= 0) return;  
    F(n-3);  
    System.out.println(n);  
    F(n-2);  
    System.out.println(n);  
}
```

3. Podaj ślad obliczeń funkcji  $F(1), \dots, F(6)$  oraz sekwencję liczb drukowanych przez wywołanie  $F(1), \dots, F(6)$ . Uzasadnij krok po kroku co się dzieje:

```
public static void F(int n) {  
    if (n <= 0) return;  
    F(n-3);  
    F(n-2);
```

```

        System.out.println(n);
        System.out.println(n);
    }

```

4. Co oblicza następująca funkcja rekurencyjna:

```

public static int F(int a, int b) {
    if (b == 0)      return 0;
    if (b % 2 == 0) return F(a+a, b/2);
    return F(a+a, b/2) + a;
}

```

5. Co oblicza następująca funkcja rekurencyjna:

```

public static int F(int a, int b) {
    if (b == 0)      return 0;
    if (b % 2 == 0) return F(a+a, b/2);
    return F(a+a, b/2) + a;
}

```

6. Co oblicza następująca funkcja rekurencyjna:

```

public static int F(int a, int b) {
    if (b == 0) return 0;
    else return a + F(a, b-1);
}

```

Rozwiń ręcznie obliczenie dla  $F(1,6)$ .

7. Co oblicza następująca funkcja rekurencyjna:

```

public static int F(int n) {
    if (n == 0) return 0;
    if (n == 1) return 1;
    if (n == 2) return 1;
    return 2*F(n-2) + F(n-3);
}

```

Rozwiń ręcznie obliczenie dla  $F(6)$ .

8. Zaprojektuj i zaimplementuj funkcję rekurencyjną `public static void IntToBinary (int)`, która otrzymując liczbę całkowitą dodatnią wypisze jej reprezentację binarną. Przykładowo:

```

IntToBinary(8) zwraca: 1000
IntToBinary(366) zwraca: 101101110

```

9. Zaprojektuj i zaimplementuj funkcję rekurencyjną `public static void piramida(int level)`; której zadaniem jest rysowanie na ekranie piramidy typu:

```
*****
****
***
**
*
```

10. Zaprojektuj i zaimplementuj funkcję rekurencyjną `public static void piramida(int level)`; której zadaniem jest rysowanie na ekranie piramidy typu:

```
*
**
***
****
*****
```

11. Zaimplementuj funkcje rekurencyjne, która obliczają następująco zdefiniowane sumy:

- $H(n) = 1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \frac{1}{16} + \dots + \frac{1}{n^2}$  dla  $n > 0$
- $H(n) = 1 + 2 + 3 + \dots + n$ , dla  $n > 0$
- $H(n) = 0 + 2 + 4 + \dots + 2n$  dla  $n \geq 0$
- $H(n) = 1 + 4 + 10 + \dots + \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$  dla  $n > 0$

12. Zaprojektuj i zaimplementuj funkcję rekurencyjną `public static double zlotyPodzial(int n)`, która oblicza przybliżoną wartość złotego stosunku stosując następujący wzór rekurencyjny:

$$f(n) = \begin{cases} 1 & \text{if } n = 0 \\ 1 + 1/f(n-1) & \text{if } n > 0 \end{cases}$$

13. Dany jest pewien ciąg, którego kolejne wyrazy generowane są w sposób rekurencyjny:

$$f(n) = \begin{cases} -1 & \text{if } n = 1 \\ -f(n-1) \cdot n - 3 & \text{if } n > 1 \end{cases}$$

Zaprojektuj i zaimplementuj funkcję rekurencyjną, który znajdzie wartość  $n$ -tego wyrazu ciągu.

14. Zaprojektuj i zaimplementuj funkcję rekurencyjną, która dla podanej wysokości rysuje Trójkąt Pascala. Trójkąt Pascala dla 5 poziomów wygląda następująco:

```
    1
   1 1
  1 2 1
 1 3 3 1
1 4 6 4 1
```

15. Zaimplementuj funkcję rekurencyjną `public static void binaryNWD(int p, int q)`, która znajdzie największy wspólny dzielnik dwóch liczb całkowitych dodatnich przy użyciu binarnego algorytmu NWD, tj.:  $NWD(p, q) =$

- $p$  jeśli  $q = 0$
- $q$  jeśli  $p = 0$
- $2 * NWD(p/2, q/2)$  jeśli  $p$  i  $q$  są parzyste
- $NWD(p/2, q)$  jeśli  $p$  jest parzyste i  $q$  jest nieparzyste
- $NWD(p, q/2)$  jeśli  $p$  jest nieparzyste i  $q$  jest parzyste
- $NWD((p - q)/2, q)$  jeśli  $p$  i  $q$  są nieparzyste i  $p \geq q$
- $NWD(p, (q - p)/2)$  jeśli  $p$  i  $q$  są nieparzyste i  $p < q$

Porównaj efektywność wykonania z algorytmem prezentowanym na wykładzie.

16. Zaprojektuj i zaimplementuj algorytm z użyciem rekurencji, który odwróci tablicę liczb całkowitych.
17. Zaprojektuj i zaimplementuj algorytm z użyciem rekurencji, który rozwiązuje problem poszukiwania binarnego w tablicy uporządkowanej od wartości minimalnych do maksymalnych. Porównaj jego efektywność w stosunku do algorytmu iteracyjnego.