

# 信息设计导论

## 贝叶斯劝说框架与进展

赵万春

天津财经大学金融学院

2024 年 5 月 24 日



## ① 基础文献

## ② 例子：KG2011

## ③ 正规表述

## ④ 例子：王明等（2021，世界经济）

## ⑤ 贝叶斯劝说：正规表述

# 第一部分：入门

## 1 基础文献

## 2 例子：KG2011

问题引入与设定

贝叶斯劝说

## 3 正规表述

## 4 例子：王明等（2021，世界经济）

## 5 贝叶斯劝说：正规表述

## 1 基础文献

## 2 例子：KG2011

问题引入与设定

贝叶斯劝说

## 3 正规表述

## 4 例子：王明等（2021，世界经济）

## 5 贝叶斯劝说：正规表述

# 问题

法官（judge）、检察官（prosecutor）和嫌疑人（defendant）

- 法官的目标是公平断案
- 检察官的目标是将犯人判为有罪

检察官可以调查嫌疑人，获取私人信息。

- 如果有罪，检察官如实汇报对自己有利
- 如果无罪，检察官如实汇报会损害自己效用

那么，检察官能否通过设计信息结构，提高理性法官的平均定罪概率？

## 基础设定：行动集、支付与先验概率

嫌疑人有两种状态：有罪（Guilty）、无罪（Innocent）

$$\Omega = \{G, I\}$$

法官（Receiver）：定罪（convict）或释放（acquit）

法官的效用函数：

审判结果与状态相符时为 1

审判结果与状态不符时为 0

检察官（Sender）的效用函数取决于法官的行为：

法官选择“定罪”时为 1

法官选择“释放”时为 0

检察官的效用与事实情况无关，只和法官行为有关。

检察官与法官共享先验信念  $\Pr(G) = 0.3$ 、 $\Pr(I) = 0.7$

# 检察官行为、时点设定与基准模型

检察官可以调查，即选择一个信息结构  $\pi: \Omega \rightarrow \Delta(S)$ 。

检察官调查  $\rightarrow$  检察官向法官告知结果  $\rightarrow$  法官根据结果做出决策

基准模型 1：完全如实汇报，即令  $S = G$ ,

如果嫌疑人有罪 (guilty,  $G$ ), 检察官必然告知法官有罪, 即

$\pi(G | G) = 1$ ;

如果嫌疑人无罪 (innocent,  $I$ ), 检察官必然告知法官无罪, 即

$\pi(I | I) = 1$ 。

此时法官的支付恒为 1

检察官的收益是嫌疑人有罪的先验概率 0.3。



## 基准模型 2：不进行任何调查

无论是否有罪，检察官都告知法官同一个证据  $S = \{1\}$ 。即

$$\pi(1 | G) = \pi(1 | I) = 1$$

如果法官无论收到什么信号都判有罪，法官的期望收益为

$$\Pr(G) \times 1 + \Pr(I) \times 0 = 0.3$$

如果法官无论收到什么信号都判无罪，法官的期望收益为

$$\Pr(G) \times 0 + \Pr(I) \times 1 = 0.7$$

## 基准模型 2：不进行任何调查

无论是否有罪，检察官都告知法官同一个证据  $S = \{1\}$ 。即

$$\pi(1 | G) = \pi(1 | I) = 1$$

如果法官无论收到什么信号都判有罪，法官的期望收益为

$$\Pr(G) \times 1 + \Pr(I) \times 0 = 0.3$$

如果法官无论收到什么信号都判无罪，法官的期望收益为

$$\Pr(G) \times 0 + \Pr(I) \times 1 = 0.7$$

因此，法官必然选择判无罪，检察官支付为 0。

## 基准模型 2：不进行任何调查

无论是否有罪，检察官都告知法官同一个证据  $S = \{1\}$ 。即

$$\pi(1 | G) = \pi(1 | I) = 1$$

如果法官无论收到什么信号都判有罪，法官的期望收益为

$$\Pr(G) \times 1 + \Pr(I) \times 0 = 0.3$$

如果法官无论收到什么信号都判无罪，法官的期望收益为

$$\Pr(G) \times 0 + \Pr(I) \times 1 = 0.7$$

因此，法官必然选择判无罪，检察官支付为 0。

检察官选择如实披露比完全不披露更有利。

## 1 基础文献

## 2 例子：KG2011

问题引入与设定

贝叶斯劝说

## 3 正规表述

## 4 例子：王明等（2021，世界经济）

## 5 贝叶斯劝说：正规表述

## 检察官能否做得更好？

令  $S = \{g, i\}$ ,  $\pi$  满足

$$\pi(g | G) = 1, \pi(i | G) = 0$$

$$\pi(g | I) = \frac{3}{7}, \pi(i | I) = \frac{4}{7}$$

# 检察官能否做得更好？

令  $S = \{g, i\}$ ,  $\pi$  满足

$$\pi(g | G) = 1, \pi(i | G) = 0$$

$$\pi(g | I) = \frac{3}{7}, \pi(i | I) = \frac{4}{7}$$

此时，法官收到信号  $g$  并判有罪时，所获支付为

# 检察官能否做得更好？

令  $S = \{g, i\}$ ,  $\pi$  满足

$$\pi(g | G) = 1, \pi(i | G) = 0$$

$$\pi(g | I) = \frac{3}{7}, \pi(i | I) = \frac{4}{7}$$

此时，法官收到信号  $g$  并判有罪时，所获支付为

$$\text{judge's payoff} = \frac{\begin{array}{c} \text{有罪时收到信号 } g \text{ 的概率} \\ \pi(g | G) \Pr(G) \end{array}}{\begin{array}{c} \pi(g | G) \Pr(G) + \pi(g | I) \Pr(I) \\ \text{有罪时收到信号 } g \text{ 的概率} \quad \text{无罪时收到信号 } g \text{ 的概率} \end{array}}$$

# 检察官能否做得更好？

令  $S = \{g, i\}$ ,  $\pi$  满足

$$\pi(g | G) = 1, \pi(i | G) = 0$$

$$\pi(g | I) = \frac{3}{7}, \pi(i | I) = \frac{4}{7}$$

此时，法官收到信号  $g$  并判有罪时，所获支付为

$$\begin{aligned} \text{judge's payoff} &= \frac{\text{有罪时收到信号 } g \text{ 的概率}}{\pi(g | G) \Pr(G)} \\ &\quad \frac{\pi(g | G) \Pr(G)}{\pi(g | G) \Pr(G) + \pi(g | I) \Pr(I)} + \frac{\pi(g | I) \Pr(I)}{\pi(g | G) \Pr(G) + \pi(g | I) \Pr(I)} \\ &= \frac{1 \times 0.3}{1 \times 0.3 + \frac{3}{7} \times 0.7} = \frac{1}{2} \end{aligned}$$



# 检察官能否做得更好？

法官收到信号  $g$  并判无罪时，所获支付为

$$\text{judge's payoff} = \frac{\text{无罪时收到信号 } g \text{ 的概率} \cdot \pi(g | I) \Pr(I)}{\text{有罪时收到信号 } g \text{ 的概率} \cdot \pi(g | G) \Pr(G) + \text{无罪时收到信号 } g \text{ 的概率} \cdot \pi(g | I) \Pr(I)}$$

# 检察官能否做得更好？

法官收到信号  $g$  并判无罪时，所获支付为

$$\begin{aligned} \text{judge's payoff} &= \frac{\text{无罪时收到信号 } g \text{ 的概率}}{\pi(g|I) \Pr(I)} \\ &= \frac{\pi(g|G) \Pr(G)}{\text{有罪时收到信号 } g \text{ 的概率}} + \frac{\pi(g|I) \Pr(I)}{\text{无罪时收到信号 } g \text{ 的概率}} \\ &= \frac{\frac{3}{7} \times 0.7}{1 \times 0.3 + \frac{3}{7} \times 0.7} = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

# 检察官能否做得更好？

法官收到信号  $g$  并判无罪时，所获支付为

$$\begin{aligned} \text{judge's payoff} &= \frac{\text{无罪时收到信号 } g \text{ 的概率}}{\pi(g|I) \Pr(I)} \\ &= \frac{\pi(g|G) \Pr(G)}{\text{有罪时收到信号 } g \text{ 的概率}} + \frac{\pi(g|I) \Pr(I)}{\text{无罪时收到信号 } g \text{ 的概率}} \\ &= \frac{\frac{3}{7} \times 0.7}{1 \times 0.3 + \frac{3}{7} \times 0.7} = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

如果收到信号  $i$ ，法官可以确定嫌疑人无罪。

# 检察官能否做得更好？

法官收到信号  $g$  并判无罪时，所获支付为

$$\begin{aligned}
 \text{judge's payoff} &= \frac{\text{无罪时收到信号 } g \text{ 的概率}}{\pi(g|I) \Pr(I)} \\
 &= \frac{\pi(g|G) \Pr(G)}{\text{有罪时收到信号 } g \text{ 的概率}} + \frac{\pi(g|I) \Pr(I)}{\text{无罪时收到信号 } g \text{ 的概率}} \\
 &= \frac{\frac{3}{7} \times 0.7}{1 \times 0.3 + \frac{3}{7} \times 0.7} = \frac{1}{2}
 \end{aligned}$$

如果收到信号  $i$ ，法官可以确定嫌疑人无罪。

假定判有罪和无罪的收益相同时，法官会选择对检察官有利的选项。

# 检察官的收益

检察官的收益完全取决于发出信号  $g$  的概率，即

$$prosecutor's payoff = \underbrace{\pi(g | G) \Pr(G)}_{\text{有罪时收到信号 } g \text{ 的概率}} + \underbrace{\pi(g | I) \Pr(I)}_{\text{无罪时收到信号 } g \text{ 的概率}} = 0.6$$

因此，只要检察官发出有罪信号，法官一定会判有罪。此时检察官的收益为 0.6。

# 检察官的收益

检察官的收益完全取决于发出信号  $g$  的概率，即

$$prosecutor's payoff = \underbrace{\pi(g | G) \Pr(G)}_{\text{有罪时收到信号 } g \text{ 的概率}} + \underbrace{\pi(g | I) \Pr(I)}_{\text{无罪时收到信号 } g \text{ 的概率}} = 0.6$$

因此，只要检察官发出有罪信号，法官一定会判有罪。此时检察官的收益为 0.6。

可以看出，不同情境下检察官的支付满足：

什么都不披露 (0) < 完全披露 (0.3) < 选择性披露 (0.6)

## 1 基础文献

## 2 例子：KG2011

## 3 正规表述

符号表达  
转译例子

## 4 例子：王明等（2021，世界经济）

## 5 贝叶斯劝说：正规表述

## 1 基础文献

## 2 例子：KG2011

## 3 正规表述

符号表达  
转译例子

## 4 例子：王明等（2021，世界经济）

## 5 贝叶斯劝说：正规表述



# 主体

信息发送者（Sender）和信息接受者（Receiver）

状态空间  $\Omega$  是有穷的，且无论是 S 还是 R 都观测不到具体的状态。

S 和 R 都了解先验概率  $p \in \Delta(\Omega)$

接受者可以采取行动所构成的集合  $A$  是紧集。

信息接受者 R 的效用函数:  $A \times \Omega \rightarrow \mathbb{R}$  满足连续性。

信息发送者 S 的效用函数:  $A \times \Omega \rightarrow \mathbb{R}$  满足连续性。

# 时间线与 partial implementation

- 1 信息发送者  $S$  选择信息结构  $\pi: \Omega \rightarrow \Delta(S)$
- 2 信息接受者  $R$  观测到信号  $S$  的实现，并进行贝叶斯更新，采取行动  $a \in A$

解概念：子博弈精炼均衡/子博弈完美均衡。

定义：信号发送者偏好的子博弈完美均衡：当信号接受者  $R$  的两个选项无差异时，接受者会选择更有利于信号发送者的选项。

# 信念更新：后验信念

考虑任何信号发送者偏好的子博弈完美均衡 (Sender-preferred subgame perfect equilibrium)

给定后验信念  $q \in \Delta(\Omega)$  令集合  $A(q) \subset A$  为最大化信号接受者  $R$  期望收益的行动集合。（存在性源于 Weierstrass theorem）

$$A(q) = \arg \max_{a \in A} E_q[u_R(a, \omega)]$$





# 信号发送者的期望收益

给定后验信念  $q$  和信号接受者行动  $\hat{a}(q)$ ，令  $\hat{v}(q)$  为信号发送者  $R$  的期望收益：

$$\hat{v}(q) = E_q [u_S(\hat{a}(q), \omega)]$$

## 1 基础文献

## 2 例子：KG2011

## 3 正规表述

符号表达

转译例子

## 4 例子：王明等（2021，世界经济）

## 5 贝叶斯劝说：正规表述

# 基准假设

状态空间  $\Omega = \{G, I\}$ ,  $\omega \in \Omega$

信息发送者：检察官（prosecutor）

信息接受者：法官（judge）

行动集合：  $A = \{\text{判无罪 (acquit)}, \text{判有罪 (convict)}\}$



# 基准假设

状态空间  $\Omega = \{G, I\}$ ,  $\omega \in \Omega$

信息发送者：检察官（prosecutor）

信息接受者：法官（judge）

行动集合：  $A = \{\text{判无罪 (acquit)}, \text{判有罪 (convict)}\}$

先验概率：  $\Pr(G) = 0.3$ ,  $\Pr(I) = 0.7$

信号接受者  $R$  的效用函数：

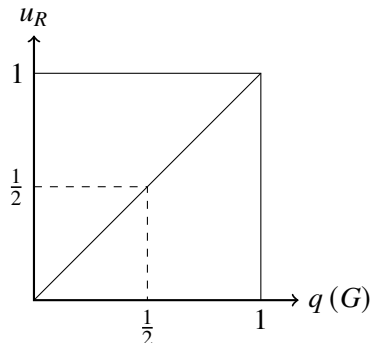
$$u_R(\text{acquit}, I) = u_R(\text{convict}, G) = 1; \quad u_R(\text{acquit}, G) = u_R(\text{convict}, I) = 0$$

信号发送者  $S$  的效用函数：

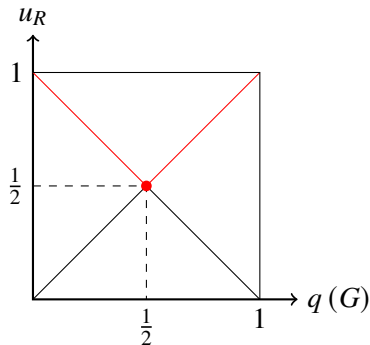
$$u_S(\text{acquit}, I) = u_S(\text{acquit}, G) = 0; \quad u_S(\text{convict}, G) = u_S(\text{convict}, I) = 0$$

# 后验信念：从法官行为开始的子博弈精炼

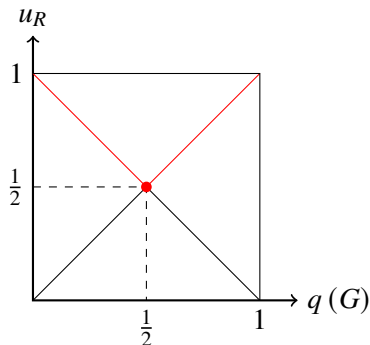
期望收益与“有罪”概率



# 最大化 Receiver 收益的集合 $A(q)$



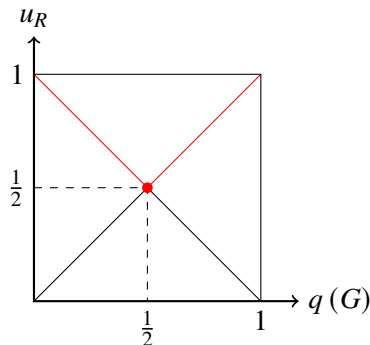
# 最大化 Receiver 收益的集合 $A(q)$



$$A(q) = \begin{cases} \{\text{acquit}\} & \text{if } q(G) < \frac{1}{2} \\ \{\text{convict}\} & \text{if } q(G) = \frac{1}{2} \\ \{\text{convict}\} & \text{if } q(G) > \frac{1}{2} \end{cases}$$

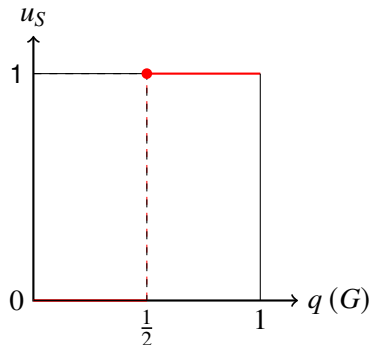
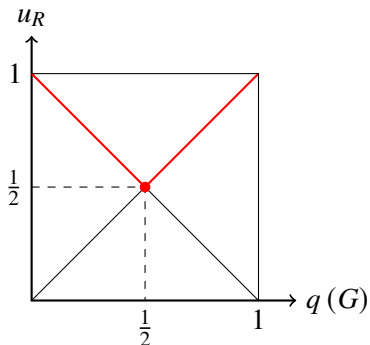
# Receiver 的行动 $\hat{a}(q)$

$$\hat{a}(q) = \begin{cases} \{acquit\} & \text{if } q(G) < \frac{1}{2} \\ \{convict\} & \text{if } q(G) \geq \frac{1}{2} \end{cases}$$



# 检察官的行动 $\hat{v}(q)$

检察官（Sender）的行动需要根据法官行动反推收益函数。



$$\hat{v}(q) = \begin{cases} 0 & \text{if } q(G) < \frac{1}{2} \\ 1 & \text{if } q(G) \geq \frac{1}{2} \end{cases}$$

- ① 基础文献
- ② 例子：KG2011
- ③ 正规表述
- ④ 例子：王明等（2021，世界经济）
  - 基准模型设定
  - 严格执行
  - 变通执行
- ⑤ 贝叶斯劝说：正规表述

# 问题导入

治理失灵现象普遍存在，但治理失灵被内生于治理体系中。

- 基层政府的选择性执行
- 政策治理的变通行为
- 消极执行与运动式执行

“非正式行为”为什么在上级政府具有纠偏能力时也会被制度化？



- ① 基础文献
- ② 例子：KG2011
- ③ 正规表述
- ④ 例子：王明等（2021，世界经济）
  - 基准模型设定
  - 严格执行
  - 变通执行
- ⑤ 贝叶斯劝说：正规表述

假定上级政府  $U$  和下级政府  $D$  政策集为  $X \in \{a, b\}$   
上级政府负责制定政策，下级政府负责执行政策。

- ① 基础文献
- ② 例子：KG2011
- ③ 正规表述
- ④ 例子：王明等（2021，世界经济）
  - 基准模型设定
  - 严格执行
  - 变通执行
- ⑤ 贝叶斯劝说：正规表述

- ① 基础文献
- ② 例子：KG2011
- ③ 正规表述
- ④ 例子：王明等（2021，世界经济）
  - 基准模型设定
  - 严格执行
  - 变通执行
- ⑤ 贝叶斯劝说：正规表述

- ① 基础文献
- ② 例子：KG2011
- ③ 正规表述
- ④ 例子：王明等（2021，世界经济）
- ⑤ 贝叶斯劝说：正规表述