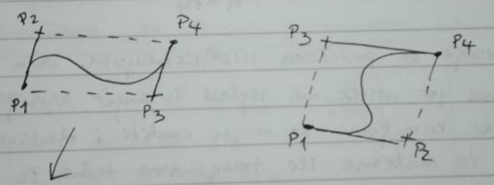
OSVRT NA 2. PREDAVANJE
BEZIER KRIVULJA

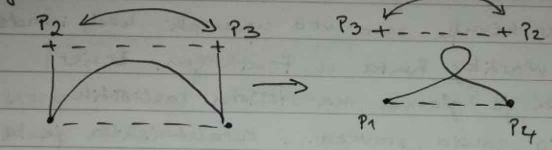
Bezier krivulja je glavna krivulja svih vektorskih dizajna i vektorske grafike. Bezier krivulju smo već upoznali kod izrade svog vlastitog fonta u Fontforgeu. Bezier krivulja je glavna na tržištu različitih krivulja, zavoja, pravaca.... Karakteristika je ta što na temelju postavljanja četiri točke možemo unaprijed predvidjeti rasprostiranje te krivulje što je za dizajnere jako vizualno povoljno. Samo sa 4 točke krivulja ima svoju punu funkcionalnost. Postoji matematička veza između točaka P_1 i P_2 te P_3 i P_4.



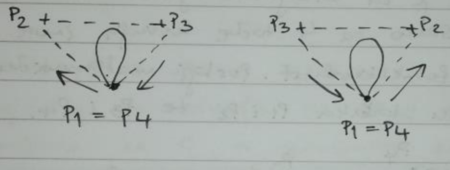
Poligon nam predstavlja jedan zatvoreni prostor unutar kojega moramo nacrtati krivulje.
Zakonitost govori da će se tijelo krivulje uvijek rasprostirati unutar poligona omeđenog sa 4 točke na način da će P_1 i P_2 činiti tangentu na točku P_1 krivulje, a dužina P_3 i P_4 činiti tangentu u točki P_4 na krivulju. Izgled krivulje ovisi o indeksu točke.
Bezier krivulja u vekt. grafici pripada porodici PREDVIDLJIVIH krivulja.

Mihaela Dujmović

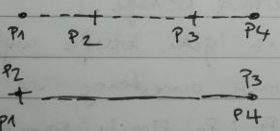
To znači da mi unaprijed možemo predvidjeti rasprostiranje krivulje i to je velika prednost u odnosu na sve ostale krivulje u vekt. grafici.



Zamijenimo li položaj točaka tako će se petlja raspetljati.

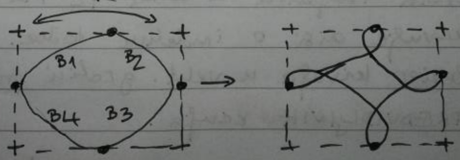


Tok krivulje se podešava INDEKSACIJOM. Ona je jako bitna jer utječe na izgled i smjer krivulje. Sa Bezier krivuljom se mogu raditi i dužine tako što će materne ili tangentne točke P2 i P3 biti bilo gdje na pravcu $\overline{P_1 P_4}$



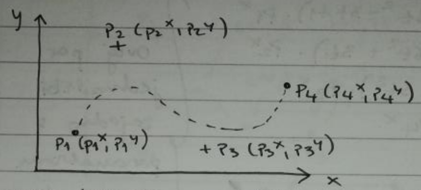
→ Tako se dužine rade u svim softverima za vektorsku grafiku.

KRUŽNICA SA BEZIER KRIVULJOM (zamjenom točaka se dobije rozeta)



Mihaela Dujmović

MATEMATIČKI IZVOD BEZIER KRIVULJE



Bezier krivulja je definirana s 8 brojeva. svaka točka ima 2 broja – x i y.
Bezier krivulja je parametarska krivulja trećeg stupnja. Parametarske krivulje se lako programiraju.

KRIVULJE U JEDNOJ DIMENZIJI

Najčešće se krivulja u jednoj dimenziji označava sa c, a parametar sa t.

$$\boxed{\begin{array}{l} \qquad\qquad 1\times 4 \qquad\qquad 4\times 4 \qquad\qquad 4\times 1 \\ c(t) = \left[t^3 \cdot t^2 \cdot t \cdot 1 \right] \cdot B \cdot \begin{bmatrix} P1 \\ P2 \\ P3 \\ P4 \end{bmatrix} \\ \text{Bezier matrica} \\ \downarrow \\ \begin{array}{cc} B = \begin{bmatrix} -3 & 3 & -3 & 1 \\ 3 & -6 & 3 & 0 \\ -3 & 3 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} & \begin{array}{l} \Sigma=0 \\ \Sigma=0 \\ \Sigma=0 \\ \Sigma=1 \end{array} \\ \quad\;\; \Sigma=0 \;\; \Sigma=0 \;\; \Sigma=0 \;\; \Sigma=1 & \end{array} \end{array}}$$

Matematička definicija Bezier krivulje samo za jednu dimenziju.
Suma svih redaka je 0 osim zadnjeg 1 i svih stupaca je suma 0 samo je zadnjeg 1.

Mihaela Dujmović

KRIVULJA U DVIJE DIMENZIJE

$$\begin{aligned} x(t) = & (-t^3 + 3t^2 - 3t + 1) \cdot P_1^x \\ & + (3t^3 - 6t^2 + 3t) \cdot P_2^x \\ & + (-3t^3 + 3t^2) \cdot P_3^x \\ & + t^3 \cdot P_4^x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y(t) = & (-t^3 + 3t^2 - 3t + 1) \cdot P_1^{\cancel{x}} \\ & + (3t^3 - 6t^2 + 3t) \cdot P_2^y \\ & + (-3t^3 + 3t^2) \cdot P_3^y \\ & + t^3 \cdot P_4^y \end{aligned}$$

Ovaj par jednadžbi zajedno s parametrom t stvara točkice x i y od t i crta cijelu krivulju

U prethodne jednadžbe uvrštavamo:

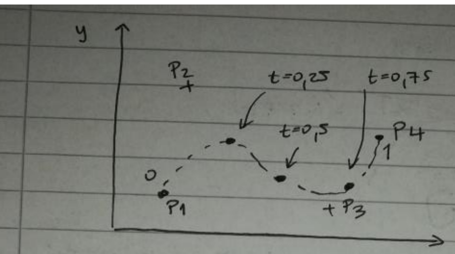
$t = 0 \quad \left.\begin{aligned} x(0) &= P_1^x \\ y(0) &= P_1^y \end{aligned}\right\} P_1$ → kada se u ove 2 jedn uvrsti da je $t=0$ dobije se početna točka P_1

$t = 1 \quad \left.\begin{aligned} x(1) &= P_4^x \\ y(1) &= P_4^y \end{aligned}\right\} P_4$ → kada se u jednadžbe uvrsti da je $t = 1$ dobije se točka P_4

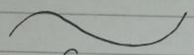
Sve točke koje čine krivulju se crtaju s parametrom t koji mora biti između 0 i 1 s 0 se crta prva točka, a s 1 zadnja.

$t \in [0,1]$ Parametar t koji čini ovu parametarsku krivulju trećeg stupnja mora biti element zatvorenog intervala od 0 do 1.

Mihaela



Δt - jako važna faza jer se Δt [s] definira gustoća točaka u Bezier krivulji

Δt 

$\Delta t = 0{,}1$

11 t-ova

$$\begin{cases} \Delta t = 0{,}1 \\ t_0 = 0 \\ t_1 = t_0 + \Delta t = 0{,}1 + 0{,}1 = 0{,}1 \\ t_2 = 0{,}2 \end{cases}$$

$t_3 = 0{,}3$

$\vdots$

$t_{10} = 1{,}0$

$\Delta t \in [0,1]$

$\Delta t = 0{,}01 \rightarrow 101$ t-ova

$\underbrace{\Delta t = 0{,}001 \rightarrow 1001 \text{ t-ova}}_{\frac{1}{\Delta t} + 1}$

Broj točaka ako imamo zadan Δt

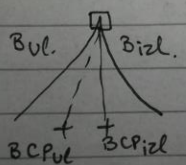
SPOJNE BEZIER TOČKE

Njih koriste različiti softveri, npr. Illustrator

3 su vrste spojnih Bezier točaka

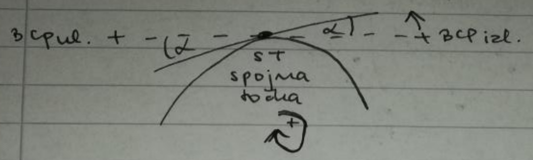
1. KUTNI SPOJ

- unijek se u softverima označava kvadratićem pa znamo da je riječ o kutnom spoju



Definicija kutnog spoja je nezavisnost. BCPizl. nije u nikakvoj funkc. vezi s BCPul. Tako možemo dizajnirati jednu krivulju i to neće utjecati na izlaz niti na ulaz krivulje

(2.) KRIVULJNI SPOJ

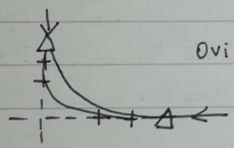


Kada mičemo BCP izl. gore / dolje, automatski će se to preko spojne točke reflektirati na pomake BCP ul. i obrnuto.

(3.) TANGENTNI SPOJ

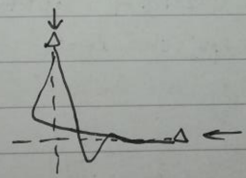
U softverima se označava s Δ

Da bi spoj bio idealan moramo upotrijebiti tangente. Rješava idealne krivulje.



Ovi plusevi na tangenti rade barijeru da nikad ne napravimo krivi potez, infleksiju ili neko titranje da ne dođe do

ovoga :



Mihaela
Šujmović