Seminarul 5

1. O variabilă aleatoare continuă X are funcţia de densitate $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ cxe^{-x}, & x > 0. \end{cases}$

Determinaţi $c \in \mathbb{R}$ şi apoi calculaţi:

a) funcţia de repartiţie a lui X;

b) probabilitatea evenimentului $\{|X - 3| > 2\}$;

c) probabilitatea evenimentului $\{X < 3\}$, ştiind că are loc evenimentul $\{X > 1\}$.

Valoarea medie a unei v.a. continue X, care are funcţia de densitate f, este

$$E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} tf(t)dt, \text{ dacă } \int_{-\infty}^{\infty} |t|f(t)dt < \infty.$$

2. Timpul (în secunde) de descărcare completă a unui condensator este o variabilă aleatoare T care are distribuția exponențială cu parametrul $\lambda > 0$: $T \sim Exp(\lambda)$. Determinați parametrul λ, știind că $E(T) = 5$ (secunde), apoi calculați probabilitatea evenimentului E: “condensatorul se descarcă complet după cel puțin 4 secunde”.

3. Un circuit are trei condensatoare, care funcţionează independent unele de altele. Timpul de descărcare completă a fiecărui condensator are distribuţia exponenţială cu valoarea medie de 3 secunde. Ştiind că cele trei condensatoare sunt grupate în circuit aşa cum indică
a) figura A (în paralel),
b) figura B (în serie),
determinaţi valoarea medie a timpului de funcţionare a circuitului.

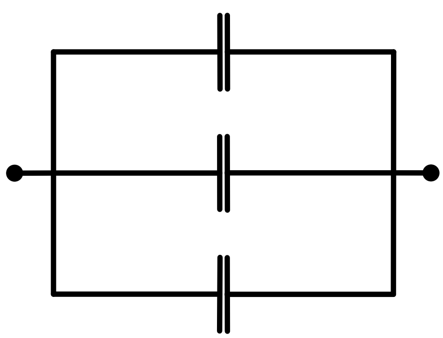

Figura A

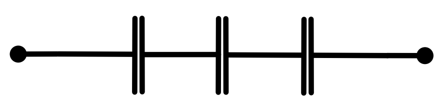

Figura B

4. Ce probabilitate estimează valoarea p din codul de mai jos? Calculaţi probabilitatea teoretică corespunzătoare.

```
[ ]: from scipy.stats import randint, uniform
     N=10000
     u = randint.rvs(0,10,size=N)
     y = uniform.rvs(loc=0,scale=3,size=N)*(u<=3)+uniform.rvs(loc=3,scale=6,size=N)*(u>3)
     p = sum((y>=2)&(y<=5))/N
```

Observaţie: Toate metodele `rvs` din codul de mai sus generează valori pentru variabile aleatoare independente.

5. Funcţia de repartiţie $F : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ a unei variabile aleatoare continue X are expresia:

$$F(x) = \begin{cases} ax^2 + bx + c, & 0 \le x < 2 \\ d, & x < 0 \\ e, & x \ge 2. \end{cases}$$

Determinaţi $a, b, c, d, e \in \mathbb{R}$, dacă: i) $P(1 < X < 2) = \dfrac{1}{2}$; ii) $E(X) = 1$.