Laboratorul 2

1. a) Scieți o funcție care estimează prin simulări repetate probabilitatea ca într-un grup de n persoane cel puţin două să aibă aceeaşi zi de naştere, pentru $n \in \mathbb{N}^*$ dat ca parametru de intrare. Puteţi folosi:

```
[ ]: from random import randint
     help('random.randint')
     set?
```

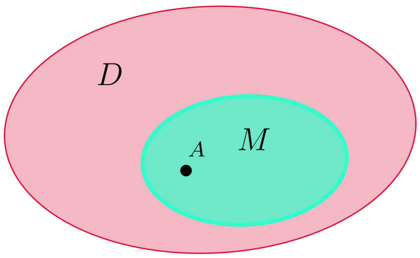
b) Scieți o funcție care calculează probabilitatea ca într-un grup de n persoane cel puţin două să aibă aceeaşi zi de naştere.

c) Reprezentați grafic funcțiile pentru $n \in \{2, 3, \ldots, 50\}$. Puteţi folosi:

```
[ ]: from matplotlib.pyplot import plot, grid, title, show
     help('matplotlib.pyplot.plot')
```

```
[ ]: title('Plot test')
     xs = range(10)
     ys = [x*x/100 for x in xs]
     plot(xs,ys,'r*')
     grid()
     show()
```

Probabilitatea geometrică
Măsura unei mulţimi corespunde lungimii în $\mathbb{R}$, ariei în $\mathbb{R}^2$, volumului în $\mathbb{R}^3$.
Fie $M \subset D \subset \mathbb{R}^n$, $n \in \{1, 2, 3\}$, mulţimi cu măsură finită.
Alegem aleator un punct $A \in D$ (în acest caz spaţiul de selecţie este D). Probabilitatea geometrică a evenimentului "$A \in M$" este $P(A \in M) := \dfrac{\text{măsura}(M)}{\text{măsura}(D)}$.



2. a) Generaţi $N \in \{500, 1000, 2000\}$ puncte uniform aleatoare într-un pătrat. Afişaţi frecvenţa relativă a punctelor care:

i) sunt în interiorul cercului tangent laturilor pătratului.

ii) sunt mai apropiate de centrul pătratului decât de vârfurile pătratului.

iii) formează cu vârfurile pătratului două triunghiuri ascuţitunghice şi două triunghiuri obtuzunghice.

b) Reprezentaţi grafic pătratul şi punctele pentru fiecare caz.

c) Comparaţi frecvenţele relative obţinute cu probabilităţile geometrice corespunzătoare.

Puteți folosi:

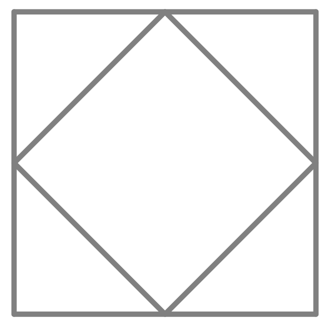
```
[ ]: from matplotlib.pyplot import axis, plot, show
     from random import random
     from math import dist
     help('random.random')
     help('math.dist')
```

```
[ ]: axis('square')
     axis((0, 1, 0, 1))
     F=[random(),random()]
     plot(F[0],F[1],'ro')
     show()
```

c) Fără a restrânge generalitatea, vom rezolva cerinţele problemei într-un pătrat de latură 1.

i) Probabilitatea geometrică este raportul dintre aria discului şi aria pătratului, adică $\frac{\pi}{4}$.

ii) Probabilitatea geometrică este raportul dintre aria pătratului cu vârfurile date de mijloacele pătratului iniţial şi aria pătratului iniţial, adică $\frac{1}{2}$, deoarece: un punct este mai aproape de centru decât de vârfuri dacă şi numai dacă se află în intersecţia semiplanelor, care conţin centrul pătratului, determinate de mediatoarele segmentelor care au un capăt centrul pătratului şi celălalt capăt câte un vârf al pătratului.



iii) Probabilitatea geometrică este raportul dintre aria "petalelor"şi aria pătratului iniţial, unde "petalele" sunt date de intersecţiile semicercurilor cu centrele pe mijloacelele laturilor şi de rază $\frac{1}{2}$. Fie p aria unei petale şi q aria complementului a două petale într-un semidisc. Aria unui semidisc este $\frac{\pi}{8}$, deci $2p+q=\frac{\pi}{8}$. Aria pătratului este $1=4p+4q$. Deci $\frac{\pi}{2}=4p+(4p+4q)=4p+1$, de unde rezultă că probabilitatea cerută este $4p=\frac{\pi}{2}-1$.