Fakulteta za matematiko in fiziko

Iterativne numerične metode v lienarni algebri

2.domača naloga

Miha Avsec

16. februar 2018

Naloga je bila samostojno reševana s programom Matlab 2016a.

1.naloga

Množenje z matriko A implementiramo tako, da računamo produkt

$$Ax = \alpha Qx + 1/ne(d^t x) + (1-\alpha)1/nee^T x.$$

Na ta način ne potrebujemo polne matrike A, da bi izračunali produkt. Dominantne lastne vrednosti izračunamo s pomočjo potenčne in Arnoldijeve metode, ki smo jih implementirali na vajah. Opazimo, da so ne glede na izbiro parametra α dominantne lastne vrednosti vedno 1. Ne potenčna ne arnoldijeva metoda ne skonvergirata niti do natančnosti 10^{-3} po 150 korakih. A vidimo, da pri Arnoldijevi metodi potrebujemo manj korakov, a je le ta počasnejša. Najbolj natančna in ekonomična pa je vgrajena matlabova metoda.

2.naloga

Območje $(0,3)\times(0,3)$ skrčimo na $(0,1)\times(0,1)$ tako, da $(0,1)\times(0,1)$ razdelimo na 9 delov. V vsakem delu posebaj izberemo n delilnih točk. To je ekvivalentno temu, da imamo v notranjosti $n-2$ točk na robu pa 2 točki. Ko zlepimo vseh 9 kosov skupaj dobimo območje v vsako smer $3n-2$ delilnih točk, ker se v notranjih na robu odsekov $(i,i+1)\times(j,j+1)$ delilne točke ujemajo. Funkciji lik1(n) in lik2(n) tako vrneta matriki oštevilčenih točk velikosti $(3n-2)^2$. S pomočjo funkcije delsq potem rešimo diferencialni enačbi. Pri primerjavi najmanjših lastnih vrednosti vidimo da se le te razlikujejo za manj kot 10^{-10}.

3.naloga

Matriko A zapišemo kot incidenčno matriko povezav, kjer $(i,j)-ti$ element pomeni verjetnost prehoda iz $i-tega$ v $j-to$ vozlišče. Pri čemer so vozlišča urejena po stolpcih na naslednji način

$$(0,0),\ldots,(0,m-1),(1,0),\ldots,(1,m-2),\ldots$$

4.naloga

Jacobijevom matriko generiramo tako, da najprej izračunamo vse odvode, ki so različni od 0. Za u so to le odvodi po $u_{i,j}, u_{i+1,j}, u_{i-1,j}, u_{i,j-1}, u_{i,j+1}, v_{i,j}$. Podobno pride tudi za v. Prav tako opazimo, da je Jacobijeva matrika brez naddiagonale in poddiagonale v resnici bločna matrika z bloki velikosti $2n$. Zato zgeneriramo posamezen blok, ki ga potemo vstavimo na prava mesta v matriki. Na koncu pa dodamo še obe zunanji diagonali, ki imata prav tako iste elemente, ki se ponavljajo. Nato naredimo funkcijo, ki v odvisnosti od parametra L generira Jacobijevo matriko in še funkcijo, ki vrne 1, če je največja realna lastna vrednost matrike, ki jo podamo kot argument, večja kot 0 in -1 sicer. Nato na kompoziciji teh dveh funkcij poženemo bisekcijo. Kot rešitev dobimo vrednost $L = 0.7236$.