2. domača naloga

Kviz bo pokrival naslednje teme: konveksne funkcije in njihove lastnosti, regularnostni pogoji, KKT pogoji, teorija dualnosti, splošni in konveksni optimizacijski problemi, prediktor-korektor metode notranjih točk. Večina vprašanj bo teoritičnih.

Dan je linearni program

$$
\begin{aligned}
\min \quad & 2x_1 + 3x_2 + 3x_3 + 4x_4 \\
& x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 4 \\
& x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 = 5 \\
& 2x_2 + x_3 + 2x_4 = 5 \\
& x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0.
\end{aligned}
$$

Algoritem: Prediktor-korektor metoda notranjih točk.

Naj bo (x_0, y_0, s_0) *tak, da velja* $(x_0, s_0) > 0$*, naj bo* $\varepsilon > 0$ *želena natančnost algoritma in* σ *dan parameter. Definiramo* $(x, y, s) = (x_0, y_0, s_0)$ *in vpeljemo* $\tau = \frac{1}{n}\langle x, s\rangle$.

Dokler $\max(\langle x, s\rangle, \|Ax - b\|, \|A^T y + s - c\|) > \varepsilon$

(Prediktor) Rešimo sistem

$$
\begin{pmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & A^T & I \\ S & 0 & X \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta x_1 \\ \Delta y_1 \\ \Delta s_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b - Ax \\ c - A^T y - s \\ -x \circ s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_p \\ r_d \\ r_c \end{pmatrix}.
$$

(Korektor) Rešimo sistem

$$
\begin{pmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & A^T & I \\ S & 0 & X \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta x_2 \\ \Delta y_2 \\ \Delta s_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b - Ax \\ c - A^T y - s \\ \sigma\tau e - x \circ s - \Delta x_1 \circ \Delta s_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_p \\ r_d \\ r_c' \end{pmatrix}.
$$

Poiščemo taka parametra α_p *in* α_d*, da velja*

$$
\begin{aligned}
x + \alpha_p \Delta x_2 > 0, \\
s + \alpha_d \Delta s_2 > 0.
\end{aligned}
$$

Izračunamo

$$
\begin{aligned}
x &= x + \alpha_p \Delta x_2, \\
y &= y + \alpha_d \Delta y_2, \\
s &= s + \alpha_d \Delta s_2
\end{aligned}
$$

in posodobimo $\tau = \frac{1}{n}\langle x, s\rangle$.

Naj bo $\sigma = 0.5$. Za začetni strogo pozitiven vektor x_0 izberite vektor samih enic in za dualni vektor `y0 = 0.5*ones(3,1)`. Uporabite prediktor-korektor metodo notranjih točk in izračunajte optimalno rešitev na natančnost $\varepsilon = 10^{-6}$. Pri izračunu velikosti korakov α_p in α_d začnite z 1 in zmanjšujte s faktorjem 0.8 dokler ustrezna vektorja nista strogo pozitivna. Kolikšno je število potrebnih iteracij? *Rešitev: 23.*