

Übungsblatt 12 zur Kryptographie und Kodierungstheorie

Michael Heep (1272000)

9. Februar 2021

Aufgabe 1

a) Mit $d(C) = d \Rightarrow d(x, y) \geq d$ erhält man:

$$\sum_{x, y \in C} d(x, y) \geq \sum_{x, y \in C} d$$

Die Menge aller Paare von Kodewörtern ist $|C \times C| = |C|^2 = m^2$. Es sind jedoch $|C| = m$ viele Paare der Gestalt (x, x) darunter, für die $d(x, x) = 0$ gilt. Es folgt:

$$\begin{aligned} \sum_{x, y \in C} d &= (|C \times C| - |\{(x, x) | x \in C\}|) d \\ &= (|C|^2 - |C|) d \\ &= (m^2 - m) d \\ &= m(m - 1) d \end{aligned}$$

woraus die Behauptung folgt.

b) w_i bezeichnet die Anzahl aller Kodewörter, die an der i -ten Stelle eine 1 stehen haben. Es gibt demnach $|C| - w_i = m - w_i$ viele Kodewörter, die sich an eben dieser Stelle unterscheiden und eine 0 dort haben und für die Summe der Hamming-Abstände jeweils +1 bedeuten. Nun gibt es $w_i \cdot (m - w_i)$ solche Paare für die i -te Stelle. Das Summe aller Gewichte lässt sich also dann über folgende Summe berechnen:

$$\sum_{i=1}^n w_i(m - w_i)$$

Aufgabe 2

Aufgabe 3