Logarithms Exercise 2

1a) $3\log_7 5$
$= \log_7 5^3$
$7^{\log_7 125}$
$= 125$

b) $\dfrac{10^{4\log 5} - \log 10^{27}}{\log_5 5 - \log_8 1}$
$= \dfrac{10^{\log 625} - \log 10^{27}}{\log_5 5 - \log_8 1}$
$= \dfrac{625 - 27}{1 - 0}$
$= \dfrac{598}{1}$
$= 598$

c) $\dfrac{\log 1 - \log_2 1024}{5\log_6 36}$
$= \dfrac{\log 10^0 - \log_2 2^{10}}{\log_6 6^{10}}$
$= \dfrac{0 - 10}{10}$
$= -1$

d) $\log_6 4 + \log_6 9$
$= \log_6 (4 \cdot 9)$
$= \log_6 36$
$= \log_6 6^2$
$= 2$

e) $\log_{15} 1575 - \log_{15} 7$
$= \log_{15} (1575 \div 7)$
$= \log_{15} 225$
$= \log_{15} 15^2$
$= 2$

f) $\log 625 + \log 16$
$= \log (625 \cdot 16)$
$= \log 10000$
$= \log 10^4$
$= 4$

g) $\log_6 14 + \log_6 15 - \log_6 35$
$= \log_6 (14 \cdot 15) - \log_6 35$
$= \log_6 210 - \log_6 35$
$= \log_6 (210 \div 35)$
$= \log_6 6$
$= 1$

h) $\dfrac{\log_{14} 8 + \log_{14} 343}{\log_{19} 1083 - \log_{19} 3}$
$= \dfrac{\log_{14} (8 \cdot 343)}{\log_{19} (1083 \div 3)}$
$= \dfrac{\log_{14} 2744}{\log_{19} 361}$
$= \dfrac{\log_{14} 14^3}{\log_{19} 19^2}$
$= \dfrac{3}{2}$
$= 1\frac{1}{2}$

i) $\log_{49} 7 + \log_{243} 27 - \log_{25} 125$
$= \frac{1}{2}\log_7 7 + \frac{3}{5}\log_{27} 27 - \frac{3}{2}\log_{125} 125$
$= \frac{1}{2}(1) + \frac{3}{5}(1) - \frac{3}{2}(1)$
$= \frac{1}{2} + \frac{3}{5} - \frac{3}{2}$
$= -\frac{2}{5}$

j) $(\log_3 7)(\log_7 3)$
$= \dfrac{\log 7}{\log 3} \times \dfrac{\log 3}{\log 7}$
$= 1$

k) $(2\log_2 7)(\log_7 8 + \log_7 4)$
$= (\log_2 49)(\log_7 (8 \cdot 4))$
$= (\log_2 49)(\log_7 32)$
$= \dfrac{\log 49}{\log 2} \times \dfrac{\log 32}{\log 7}$
$= \dfrac{\log 32}{\log 2} \times \dfrac{\log 49}{\log 7}$
$= \log_2 32 \cdot \log_7 49$
$= \log_2 2^5 \cdot \log_7 7^2$
$= 5 \cdot 2$
$= 10$

l) $(\log_3 5)(\log_5 7)(\log_7 9)$
$= \dfrac{\log 5}{\log 3} \times \dfrac{\log 7}{\log 5} \times \dfrac{\log 9}{\log 7}$
$= \dfrac{\log 9}{\log 3}$
$= \log_3 9$
$= \log_3 3^2$
$= 2$

Logarithms Ex 2

2a) $\dfrac{10^{\log m^2} - 10^{2\log m^2}}{m^{\log 100}} = (1-m)(1+m)$

LS $= \dfrac{10^{\log m^2} - 10^{2\log m^2}}{m^{\log 100}}$
$= \dfrac{10^{\log m^2} - 10^{\log m^4}}{m^{\log 10^2}}$
$= \dfrac{m^2 - m^4}{m^2}$
$= 1 - m^2$

RS $= (1-m)(1+m)$
$= 1 + m - m - m^2$
$= 1 - m^2$

$\because$ LS = RS
$\therefore \dfrac{10^{\log m^2} - 10^{2\log m^2}}{m^{\log 100}} = (1-m)(1+m)$

b) $\log_3\left(1\frac{4}{11}\right) - \log_3\left(\frac{2}{21}\right) - \log_3\left(\frac{35}{66}\right) = 3$

LS $= \log_3\left(1\frac{4}{11}\right) - \log_3\left(\frac{2}{21}\right) - \log_3\left(\frac{35}{66}\right)$
$= \log_3\left(1\frac{4}{11} \div \frac{2}{21} \div \frac{35}{66}\right)$
$= \log_3 27$
$= \log_3 3^3$
$= 3$

RS = 3

$\because$ LS = RS
$\therefore \log_3\left(1\frac{4}{11}\right) - \log_3\left(\frac{2}{21}\right) - \log_3\left(\frac{35}{66}\right) = 3$

c) $\log_2 9 = \dfrac{1}{\log_9 2}$

LS $= \log_2 9$
$= \dfrac{\log 9}{\log 2}$

RS $= \dfrac{1}{\log_9 2}$
$= \dfrac{\log 2}{\log 9}$

$\frac{1}{3}$

$\because$ LS $\neq$ RS
$\therefore \log_2 9 \neq \dfrac{1}{\log_9 2}$

d) $\log_{2^{500}}(2^{1000}) = 500$

LS $= \log_{2^{500}}(2^{1000})$
$= \frac{1000}{500}\log_2 2$
$= 2\log_2 2$
$= 2(1)$
$= 2$

RS = 500

$\because$ LS $\neq$ RS
$\therefore \log_{2^{500}}(2^{1000}) \neq 500$

e) $m^{\log_b n} = n^{\log_b m}$

LS $= m^{\log_b n}$
$=$

RS $= m^{\frac{\log_m n}{\log_m b}}$
$= (m^{\log_m n})^{\frac{1}{\log_m b}}$
$= n^{\frac{1}{\log_m b}}$
$= n^{\frac{\log_m m}{\log_m b}}$

$\because$ LS = RS
$\therefore m^{\log_b n} = n^{\log_b m}$

Logarithms Ex 2

3) $63 = 3^2 \cdot 7$

$\log 3 + \log 3 + \log 7$
$= \log (3 \cdot 3 \cdot 7)$
$= \log 63$

$m + m + n$
$= 2m + n$

4) $\dfrac{\log(a^4 b)}{\log(ab^3)}$
$= \dfrac{\log a + \log a + \log a + \log a + \log b}{\log a + \log b + \log b + \log b}$
$= \dfrac{2+2+2+2+3}{2+3+3+3}$
$= \dfrac{11}{11}$
$= 1$

5a) $\log_x 729 = 3$
$x^3 = 729$
$x = \sqrt[3]{729}$
$x = 9$

b) $\log_x 729 = 2$
$x^2 = 729$
$x = \sqrt{729}$
$x = 27$

c) $4^x = 13^x$

As x increases, the two values get farther apart so the only possible value of x will be 0.

$4^0 = 13^0$
$1 = 1$

d) $7^x = 11^{x+2}$
$\dfrac{7^x}{11^x} = 121$
$\left(\dfrac{7}{11}\right)^x = 121$
$\log_{\frac{7}{11}} 121 = x$
$x \approx -10.61$

Round to 3 decimal places

e) $6^x = 5^{2x+1}$
$x\log 6 = (2x+1)(\log 5)$
$\log 5 = x(\log 6 - 2\log 5)$
$\dfrac{\log 5}{\log 6 - 2\log 5} = x$
$x \approx -1.128$

$\dfrac{52}{63}$

Logarithms Exercise 2

1a) $3\log_7 5$
$= \log_7 5^3$

$7^{\log_7 125}$
$= 125$

b) $\dfrac{10^{4\log 5} - \log 10^{27}}{\log_5 5 - \log_8 1}$
$= \dfrac{10^{\log 625} - \log 10^{27}}{\log_5 5 - \log_8 1}$
$= \dfrac{625 - 27}{1 - 0}$
$= \dfrac{598}{1}$
$= 598$

c) $\dfrac{\log 1 - \log_2 1024}{5\log_6 36}$
$= \dfrac{\log 10^0 - \log_2 2^{10}}{\log_6 6^{10}}$
$= \dfrac{0 - 10}{10}$
$= -1$

d) $\log_6 4 + \log_6 9$
$= \log_6 (4 \cdot 9)$
$= \log_6 36$
$= \log_6 6^2$
$= 2$

e) $\log_{15} 1575 - \log_{15} 7$
$= \log_{15} (1575 \div 7)$
$= \log_{15} 225$
$= \log_{15} 15^2$
$= 2$

f) $\log 625 + \log 16$
$= \log (625 \cdot 16)$
$= \log 10000$
$= \log 10^4$
$= 4$

g) $\log_6 14 + \log_6 15 - \log_6 35$
$= \log_6 (14 \cdot 15) - \log_6 35$
$= \log_6 210 - \log_6 35$
$= \log_6 (210 \div 35)$
$= \log_6 6$
$= 1$

h) $\dfrac{\log_{14} 8 + \log_{14} 343}{\log_{19} 1083 - \log_{19} 3}$
$= \dfrac{\log_{14} (8 \cdot 343)}{\log_{19} (1083 \div 3)}$
$= \dfrac{\log_{14} 2744}{\log_{19} 361}$
$= \dfrac{\log_{14} 14^3}{\log_{19} 19^2}$
$= \dfrac{3}{2}$
$= 1\frac{1}{2}$

Logarithms Exercise 2

1a) $3\log_7 5$
$= \log_7 5^3$

$7^{\log_7 125}$
$= 125$

b) $\dfrac{10^{4\log 5} - \log 10^{27}}{\log_5 5 - \log_8 1}$
$= \dfrac{10^{\log 625} - \log 10^{27}}{\log_5 5 - \log_8 1}$
$= \dfrac{625 - 27}{1 - 0}$
$= \dfrac{598}{1}$
$= 598$

c) $\dfrac{\log 1 - \log_2 1024}{5\log_6 36}$
$= \dfrac{\log 10^0 - \log_2 2^{10}}{\log_6 6^{10}}$
$= \dfrac{0 - 10}{10}$
$= -1$

d) $\log_6 4 + \log_6 9$
$= \log_6 (4 \cdot 9)$
$= \log_6 36$
$= \log_6 6^2$
$= 2$

e) $\log_{15} 1575 - \log_{15} 7$
$= \log_{15} (1575 \div 7)$
$= \log_{15} 225$
$= \log_{15} 15^2$
$= 2$

f) $\log 625 + \log 16$
$= \log (625 \cdot 16)$
$= \log 10000$
$= \log 10^4$
$= 4$

g) $\log_6 14 + \log_6 15 - \log_6 35$
$= \log_6 (14 \cdot 15) - \log_6 35$
$= \log_6 210 - \log_6 35$
$= \log_6 (210 \div 35)$
$= \log_6 6$
$= 1$

h) $\dfrac{\log_{14} 8 + \log_{14} 343}{\log_{19} 1083 - \log_{19} 3}$
$= \dfrac{\log_{14} (8 \cdot 343)}{\log_{19} (1083 \div 3)}$
$= \dfrac{\log_{14} 2744}{\log_{19} 361}$
$= \dfrac{\log_{14} 14^3}{\log_{19} 19^2}$
$= \dfrac{3}{2}$
$= 1\frac{1}{2}$

Logarithms Exercise 2

1a) $3\log_7 5$
$= \log_7 5^3$

$7^{\log_7 125}$
$= 125$

b) $\dfrac{10^{4\log 5} - \log 10^{27}}{\log_5 5 - \log_8 1}$
$= \dfrac{10^{\log 625} - \log 10^{27}}{\log_5 5 - \log_8 1}$
$= \dfrac{625 - 27}{1 - 0}$
$= \dfrac{598}{1}$
$= 598$

c) $\dfrac{\log 1 - \log_2 1024}{5\log_6 36}$
$= \dfrac{\log 10^0 - \log_2 2^{10}}{\log_6 6^{10}}$
$= \dfrac{0 - 10}{10}$
$= -1$

d) $\log_6 4 + \log_6 9$
$= \log_6 (4 \cdot 9)$
$= \log_6 36$
$= \log_6 6^2$
$= 2$

e) $\log_{15} 1575 - \log_{15} 7$
$= \log_{15} (1575 \div 7)$
$= \log_{15} 225$
$= \log_{15} 15^2$
$= 2$

f) $\log 625 + \log 16$
$= \log (625 \cdot 16)$
$= \log 10000$
$= \log 10^4$
$= 4$

g) $\log_6 14 + \log_6 15 - \log_6 35$
$= \log_6 (14 \cdot 15) - \log_6 35$
$= \log_6 210 - \log_6 35$
$= \log_6 (210 \div 35)$
$= \log_6 6$
$= 1$

h) $\dfrac{\log_{14} 8 + \log_{14} 343}{\log_{19} 1083 - \log_{19} 3}$
$= \dfrac{\log_{14} (8 \cdot 343)}{\log_{19} (1083 \div 3)}$
$= \dfrac{\log_{14} 2744}{\log_{19} 361}$
$= \dfrac{\log_{14} 14^3}{\log_{19} 19^2}$
$= \dfrac{3}{2}$
$= 1\frac{1}{2}$

Logarithms Exercise 2

1a) $3\log_7 5$
$= \log_7 5^3$

$7^{\log_7 125}$
$= 125$

b) $\dfrac{10^{4\log 5} - \log 10^{27}}{\log_5 5 - \log_8 1}$
$= \dfrac{10^{\log 625} - \log 10^{27}}{\log_5 5 - \log_8 1}$
$= \dfrac{625 - 27}{1 - 0}$
$= \dfrac{598}{1}$
$= 598$

c) $\dfrac{\log 1 - \log_2 1024}{5\log_6 36}$
$= \dfrac{\log 10^0 - \log_2 2^{10}}{\log_6 6^{10}}$
$= \dfrac{0 - 10}{10}$
$= -1$

d) $\log_6 4 + \log_6 9$
$= \log_6 (4 \cdot 9)$
$= \log_6 36$
$= \log_6 6^2$
$= 2$

e) $\log_{15} 1575 - \log_{15} 7$
$= \log_{15} (1575 \div 7)$
$= \log_{15} 225$
$= \log_{15} 15^2$
$= 2$

f) $\log 625 + \log 16$
$= \log (625 \cdot 16)$
$= \log 10000$
$= \log 10^4$
$= 4$

g) $\log_6 14 + \log_6 15 - \log_6 35$
$= \log_6 (14 \cdot 15) - \log_6 35$
$= \log_6 210 - \log_6 35$
$= \log_6 (210 \div 35)$
$= \log_6 6$
$= 1$

h) $\dfrac{\log_{14} 8 + \log_{14} 343}{\log_{19} 1083 - \log_{19} 3}$
$= \dfrac{\log_{14} (8 \cdot 343)}{\log_{19} (1083 \div 3)}$
$= \dfrac{\log_{14} 2744}{\log_{19} 361}$
$= \dfrac{\log_{14} 14^3}{\log_{19} 19^2}$
$= \dfrac{3}{2}$
$= 1\frac{1}{2}$

Logarithms Exercise 2

1a) $3\log_7 5$
$= \log_7 5^3$

$7^{\log_7 125}$
$= 125$

b) $\dfrac{10^{4\log 5} - \log 10^{27}}{\log_5 5 - \log_8 1}$
$= \dfrac{10^{\log 625} - \log 10^{27}}{\log_5 5 - \log_8 1}$
$= \dfrac{625 - 27}{1 - 0}$
$= \dfrac{598}{1}$
$= 598$

c) $\dfrac{\log 1 - \log_2 1024}{5\log_6 36}$
$= \dfrac{\log 10^0 - \log_2 2^{10}}{\log_6 6^{10}}$
$= \dfrac{0 - 10}{10}$
$= -1$

d) $\log_6 4 + \log_6 9$
$= \log_6 (4 \cdot 9)$
$= \log_6 36$
$= \log_6 6^2$
$= 2$

e) $\log_{15} 1575 - \log_{15} 7$
$= \log_{15} (1575 \div 7)$
$= \log_{15} 225$
$= \log_{15} 15^2$
$= 2$

f) $\log 625 + \log 16$
$= \log (625 \cdot 16)$
$= \log 10000$
$= \log 10^4$
$= 4$

g) $\log_6 14 + \log_6 15 - \log_6 35$
$= \log_6 (14 \cdot 15) - \log_6 35$
$= \log_6 210 - \log_6 35$
$= \log_6 (210 \div 35)$
$= \log_6 6$
$= 1$

h) $\dfrac{\log_{14} 8 + \log_{14} 343}{\log_{19} 1083 - \log_{19} 3}$
$= \dfrac{\log_{14} (8 \cdot 343)}{\log_{19} (1083 \div 3)}$
$= \dfrac{\log_{14} 2744}{\log_{19} 361}$
$= \dfrac{\log_{14} 14^3}{\log_{19} 19^2}$
$= \dfrac{3}{2}$
$= 1\frac{1}{2}$

Logarithms Exercise 2

1a) $3\log_7 5$
$= \log_7 5^3$

$7^{\log_7 125}$
$= 125$

b) $\dfrac{10^{4\log 5} - \log 10^{27}}{\log_5 5 - \log_8 1}$
$= \dfrac{10^{\log 625} - \log 10^{27}}{\log_5 5 - \log_8 1}$
$= \dfrac{625 - 27}{1 - 0}$
$= \dfrac{598}{1}$
$= 598$

c) $\dfrac{\log 1 - \log_2 1024}{5\log_6 36}$
$= \dfrac{\log 10^0 - \log_2 2^{10}}{\log_6 6^{10}}$
$= \dfrac{0 - 10}{10}$
$= -1$

d) $\log_6 4 + \log_6 9$
$= \log_6 (4 \cdot 9)$
$= \log_6 36$
$= \log_6 6^2$
$= 2$

e) $\log_{15} 1575 - \log_{15} 7$
$= \log_{15} (1575 \div 7)$
$= \log_{15} 225$
$= \log_{15} 15^2$
$= 2$

f) $\log 625 + \log 16$
$= \log (625 \cdot 16)$
$= \log 10000$
$= \log 10^4$
$= 4$

g) $\log_6 14 + \log_6 15 - \log_6 35$
$= \log_6 (14 \cdot 15) - \log_6 35$
$= \log_6 210 - \log_6 35$
$= \log_6 (210 \div 35)$
$= \log_6 6$
$= 1$

h) $\dfrac{\log_{14} 8 + \log_{14} 343}{\log_{19} 1083 - \log_{19} 3}$
$= \dfrac{\log_{14} (8 \cdot 343)}{\log_{19} (1083 \div 3)}$
$= \dfrac{\log_{14} 2744}{\log_{19} 361}$
$= \dfrac{\log_{14} 14^3}{\log_{19} 19^2}$
$= \dfrac{3}{2}$
$= 1\frac{1}{2}$