

Laborator 2

Logică matematică și computațională

Cuprins

- Aritmetica în Prolog
- Recursivitate în Prolog
- Liste în Prolog

Material suplimentar

- Capitolul 2 - Capitolul 6 din *Learn Prolog Now!*.

Aritmetica în Prolog

Exemplu

```
?- 3+5 = +(3,5).
```

```
true
```

```
?- 3+5 = +(5,3).
```

```
false
```

```
?- 3+5 = 8.
```

```
false
```

Explicații:

- $3+5$ este un termen.
- Prolog trebuie anunțat explicit pentru a îl evalua ca o expresie aritmetică, folosind predicate predefinite în Prolog, cum sunt `is/2`, `:=/2`, `>/2` etc.

Exercițiu. Analizați următoarele exemple:

```
?- 3+5 is 8.
```

```
false
```

```
?- X is 3+5.
```

```
X = 8
```

```
?- 8 is 3+X.
```

```
is/2: Arguments are not sufficiently instantiated
```

```
?- X=4, 8 is 3+X.
```

```
false
```

Exercițiu. Analizați următoarele exemple:

?- X is 30-4.

X = 26

?- X is 3*5.

X = 15

?- X is 9/4.

X = 2.25

Aritmetica în Prolog

Operatorul `is`:

- Primește două argumente
- Al doilea argument trebuie să fie o expresie aritmetică validă, cu toate variabilele inițializate
- Primul argument este fie un număr, fie o variabilă
- Dacă primul argument este un număr, atunci rezultatul este `true` dacă este egal cu evaluarea expresiei aritmetice din al doilea argument.
- Dacă primul argument este o variabilă, răspunsul este pozitiv dacă variabila poate fi unificată cu evaluarea expresiei aritmetice din al doilea argument.

Totuși, nu este recomandat să folosiți `is` pentru a compara două expresii aritmetice, ci operatorul `==`.

Exercițiu. Analizați următoarele exemple:

`?- 8 > 3.`

`true`

`?- 8+2 > 9-2.`

`true`

`?- 8 < 3.`

`false`

`?- 8 >= 3.`

`true`

`?- 8 == 3.`

`false`

`?- 8 \= 3.`

`true`

Operatorii aritmetici predefiniți în Prolog sunt de două tipuri:

- funcții
- relații (predicate)

- Adunarea și înmulțirea sunt exemple de funcții aritmetice.
- Aceste funcții sunt scrise în mod uzual și în Prolog.

Exemplu

$$2 + (-3.2 * X - \max(17, X)) / 2 ** 5$$

- $2**5$ înseamnă 2^5
- Exemple de alte funcții disponibile:
`min/2`, `abs/1` (modul), `sqrt/1` (radical), `sin/1` (sinus)
- Operatorul `//` este folosit pentru împărțire întreagă.
- Operatorul `mod` este folosit pentru restul împărțirii întregi.

Relații

- Relațiile aritmetice sunt folosite pentru a compara evaluarea expresiilor aritmetice (e.g, $X > Y$)
- Exemple de relații disponibile:
 $<$, $>$, $=<$, $>=$, $=\backslash=$ (diferit), $==$ (aritmetic egal)
- **Atenție** la diferența dintre $==$ și $=$:
 - $==$ compară două expresii aritmetice
 - $=$ caută un unificator

Exemplu

```
?- 2 ** 3 == 3 + 5.
```

```
true
```

```
?- 2 ** 3 = 3 + 5.
```

```
false
```

Exercițiul 1: distanța dintre două puncte

Definiți un predicat `distance/3` pentru a calcula distanța dintre două puncte din plan. Punctele sunt date ca perechi de coordonate.

Exemple:

```
?- distance((0,0), (3,4), X).
```

```
X = 5.0
```

```
?- distance((-2.5,1), (3.5,-4), X).
```

```
X = 7.810249675906654
```

Recursivitate

Bază de cunoștințe

În laboratorul trecut, am folosit următoarea bază de cunoștințe:

```
parent(bob, lisa).  
parent(bob, paul).  
parent(bob, mary).  
parent(juliet, lisa).  
parent(juliet, paul).  
parent(juliet, mary).  
  
parent(peter, harry).  
parent(lisa, harry).  
parent(mary, dony).  
parent(mary, sandra).
```

Am definit un predicat `ancestor_of(X,Y)` care este adevărat dacă `X` este un strămoș al lui `Y`.

Definiția recursivă a predicatului `ancestor_of(X,Y)` :

```
ancestor_of(X,Y) :- parent(X,Y).
```

```
ancestor_of(X,Y) :- parent(X,Z), ancestor_of(Z,Y).
```

Exercițiul 2: numerele Fibonacci

Scrieți un predicat `fib/2` pentru a calcula, pentru orice n , numărul de pe poziția n din șirul Fibonacci. Secvența de numere Fibonacci este definită prin: $F_0 := 1$, $F_1 := 1$, iar, pentru orice $n \geq 2$,

$$F_n := F_{n-1} + F_{n-2}.$$

Exemple:

```
?- fib(1,X).
```

```
X=1.
```

```
true
```

```
?- fib(5,X).
```

```
X=8.
```

```
true
```

```
?- fib(2,X).
```

```
X=2.
```

```
true
```


Exercițiul 2 (cont.)

Programul scris anterior vă găsește răspunsul la întrebarea de mai jos?

```
?- fib(50,X).
```

Dacă da, felicitări! Dacă nu, încercați să găsiți o soluție mai eficientă!

- Pentru afișare se folosește predicatul `write/1`.
- Predicatul `nl/0` conduce la afișarea unei linii goale.

Exemplu

```
?- write('Hello World!'), nl.
```

```
Hello World!
```

```
true
```

```
?- X = hello, write(X), nl.
```

```
hello
```

```
X = hello
```

Exercițiul 3: afișarea unui pătrat de caractere

Scrieți un program în Prolog pentru a afișa un pătrat de $n \times n$ caractere pe ecran.

Denumiți predicatul `square/2`. Primul argument este un număr natural diferit de 0, iar al doilea un caracter care trebuie afișat.

Exemplu:

```
?- square(5, '*').
```

```
* * * * *
```

```
* * * * *
```

```
* * * * *
```

```
* * * * *
```

```
* * * * *
```

Liste

- Listele în Prolog sunt un tip special de date (termeni speciali).
- Listele se scriu între paranteze drepte, cu elementele despărțite prin virgulă.
- `[]` este lista vidă.

Exemplu

- `[elephant, horse, donkey, dog]`
- `[elephant, [], X, parent(X, tom), [a, b, c], f(22)]`

Head & Tail

- Primul element al unei liste se numește *head*, iar restul listei *tail*.
- Evident, o listă vidă nu are un prim element.
- În Prolog există o notație utilă pentru liste cu separatorul `|`, evidențiind primul element și restul listei.

Exemplu

```
?- [1, 2, 3, 4, 5] = [Head | Tail].
```

```
Head = 1
```

```
Tail = [2, 3, 4, 5]
```

Cu această notație putem să returnăm ușor, de exemplu, al doilea element dintr-o listă.

```
?- [quod, licet, jovi, non, licet, bovi] = [_, X | _].
```

```
X = licet
```

Exemplu (element_of/2)

- un predicat care verifică dacă o listă conține un anumit termen
- `element_of(X,Y)` trebuie să fie adevărat dacă `X` este un element al lui `Y`.

```
/* Dacă primul element al listei este termenul  
pe care îl căutăm, atunci am terminat. */
```

```
element_of(X,[X|_]).
```

```
% Altfel, verificăm dacă termenul se află în restul  
listei.
```

```
element_of(X,[_|Tail]) :- element_of(X,Tail).
```

```
?- element_of(a,[a,b,c]).
```

```
?- element_of(X,[a,b,c]).
```

Exemplu (concat_lists/3)

- un predicat care este poate fi folosit pentru a concatena două liste
- al treilea argument este concatenarea listelor date ca prime două argumente

```
concat_lists([], List, List).  
concat_lists([Elem | List1], List2, [Elem | List3]) :-  
    concat_lists(List1, List2, List3).
```

```
?- concat_lists([1, 2, 3], [d, e, f, g], X).  
?- concat_lists(X, Y, [a, b, c, d]).
```


În Prolog există niște predicate predefinite pentru lucrul cu liste. De exemplu:

- `length/2`: al doilea argument întoarce lungimea listei date ca prim argument
- `member/2`: este adevărat dacă primul argument se află în lista dată ca al doilea argument
- `append/3`: identic cu predicatul anterior `concat_lists/3`
- `last/2`: este adevărat dacă al doilea argument este identic cu ultimul element al listei date ca prim argument
- `reverse/2`: lista din al doilea argument este lista dată ca prim element în oglindă.

Exercițiul 4

A) Definiți un predicat `all_a/1` care primește ca argument o listă și care verifică dacă argumentul său este format doar din a-uri.

```
?- all_a([a,a,a,a]).
```

```
?- all_a([a,a,A,a]).
```

B) Scrieti un predicat `trans_a_b/2` care traduce o listă de a-uri într-o listă de b-uri. `trans_a_b(X,Y)` trebuie să fie adevărat dacă X este o listă de a-uri și Y este o listă de b-uri, iar cele două liste au lungimi egale.

```
?- trans_a_b([a,a,a],L).
```

```
?- trans_a_b([a,a,a],[b]).
```

```
?- trans_a_b(L,[b,b]).
```

Exercițiul 5: Operații cu vectori

A) Scrieți un predicat `scalarMult/3`, al cărui prim argument este un întreg, al doilea argument este o listă de întregi, iar al treilea argument este rezultatul înmulțirii cu scalari al celui de-al doilea argument cu primul.

De exemplu, la întrebarea

```
?-scalarMult(3, [2,7,4], Result).
```

ar trebui să obțineți `Result = [6,21,12]`.

Exercițiul 5 (cont.)

B) Scrieți un predicat `dot/3` al cărui prim argument este o listă de întregi, al doilea argument este o listă de întregi de lungimea primeia, iar al treilea argument este produsul scalar dintre primele două argumente.

De exemplu, la întrebarea

```
?-dot([2,5,6],[3,4,1],Result).
```

ar trebui să obțineți `Result = 32`.

Exercițiul 5 (cont.)

C) Scrieți un predicat `max/2` care caută elementul maxim într-o listă de numere naturale.

De exemplu, la întrebarea

```
?-max([4,2,6,8,1],Result).
```

ar trebui să obțineți `Result = 8`.