

# Metoda Elementów Skończonych

## Nieustalona wymiana ciepła w układzie dwuwymiarowym na przykładzie ścianki trójwarstwowej

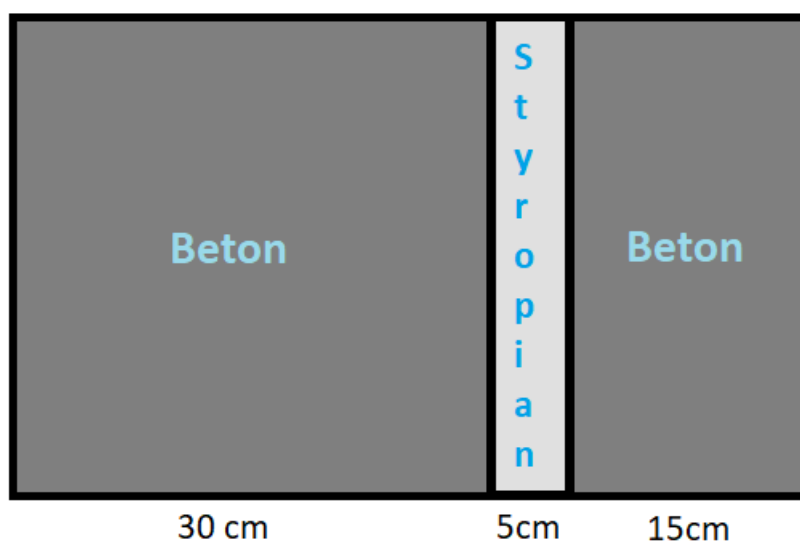
Michał Radziejowski, grupa projektowa 3.

### 1. Wstęp

Projekt MES przewiduje użycie programu mesowskiego dla uzyskania rozwiązania problemu przepływu ciepła przez trójwarstwową ścianę rzeczywistego(istniejącego) domu, składającą się z dwóch warstw betonu komórkowego, przedzielonymi pięciocentymetrową warstwą izolującą styropianu. Podstawowym założeniem jest umiejscowienie ściany jako części budynku, tworząc jej część wewnętrzną z temperaturą wew. wynoszącą 22.9°C oraz temperaturą zewnętrzną z temperaturą otoczenia -3°C. Zakładam, iż sama ściana ma temperaturę 10°C.

### 2. Materiały i opis ogólny

Rodzaj materiału	Grubość warstwy d[m]	Ciepło właściwe materiału $c[\frac{J}{kg \cdot ^\circ C}]$	Gęstość materiału $\rho[\frac{kg}{m^3}]$	Współczynnik przewodzenia ciepła $\lambda[\frac{W}{m \cdot ^\circ C}]$
Beton komórkowy	0.3	840	600	0,21
Styropian	0.05	1460	20	0,043
Beton komórkowy	0.15	840	600	0,21



Całkowita grubość ściany wyniesie  $0.3 + 0.05 + 0.15 = 0.5[m]$

Badany obszar ma wielkość 0.5[m]x0.5[m], natomiast siatka mes będzie mieć wielkość 50x50 elementów.

Przyjęto również zadane wcześniej dwie wartości temperatur brzegowych po wewnętrznej i zewnętrznej stronie, wraz z temperaturą początkową ściany. Sposób obliczenia współczynników  $\alpha$  został pokazany przy odpowiednim typie temperatury:

- Strona wewnętrzna budynku:

- temperatura = 22.9 °C

- współczynnik wewnętrzny  $\alpha = 4.397 \left[ \frac{W}{m^2 \cdot K} \right]$

Obliczany ze wzoru  $\alpha = \varphi^4 \sqrt{t_{f1} - v}$

Gdzie  $\varphi$  dla powietrza w zamkniętym pomieszczeniu ma wartość 2,32

- Ściana:

- temperatura = 10 °C

- Strona zewnętrzna budynku:

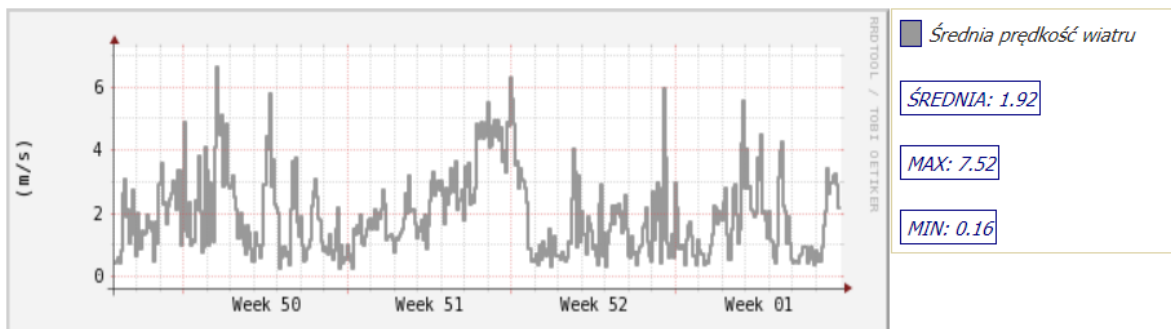
- temperatura = -3 °C

- współczynnik  $\alpha = 3.780 \left[ \frac{W}{m^2 \cdot K} \right]$

Obliczany ze wzoru  $\alpha = 7,34^{0,656} + 3,78e^{-1,91w}$

Gdzie  $w$  jest największą średnią miesięczną wartością prędkości wiatru w sezonie grzewczym. Przyjmuję ją za 2[m/s] bazując na danych udostępnionych na stronie serwisu meteo Wydziału Fizyki i Informatyki Stosowanej AGH.

Średnia prędkość wiatru - start wykresu 2017-12-08 00:00:00+01 (wykres miesięczny)



Ponadto, aby otrzymać dobre wyniki symulacji należało obliczyć stabilny krok czasowy dla jej przebiegu. Uznajemy, iż jest to dany odcinek czasowy w którym zmiana temperatury w zadanym elemencie jest najbardziej zbliżona do liniowej. Oblicza się go korzystając z następującego wzoru:

$$\Delta \tau = \frac{\left( \frac{B}{n_b} \right)^2}{\frac{1}{2} \cdot \frac{\lambda}{C \cdot \rho}}$$

Gdzie:

B – wielkość siatki[m]

$n_b$  – ilość węzłów na wielkości B

C – ciepło właściwe materiału  $\left[ \frac{J}{kg \cdot ^\circ C} \right]$

$\rho$  – gęstość materiału  $\left[\frac{kg}{m^3}\right]$

$\lambda$  – współczynnik przewodzenia  $\left[\frac{W}{m \cdot ^\circ C}\right]$

Wartości kroku czasowego dla materiałów używanych w symulacji:

dTauStyropian	135,814
dTauBeton	459,3573

W symulacji jako  $\Delta\tau$  została przyjęta wartość 120s, który był mniejszy od kroku czasowego poszczególnych materiałów, aby obniżyć czas obliczeń (w porównaniu do obliczonych  $\Delta\tau$ ), oraz zwiększyć stabilność. Czas symulacji ustawiono na 24 godziny, aby uzyskać jak najlepszy rozkład temperatur. Dla takich wartości symulacja potrwała około 1h.45min.

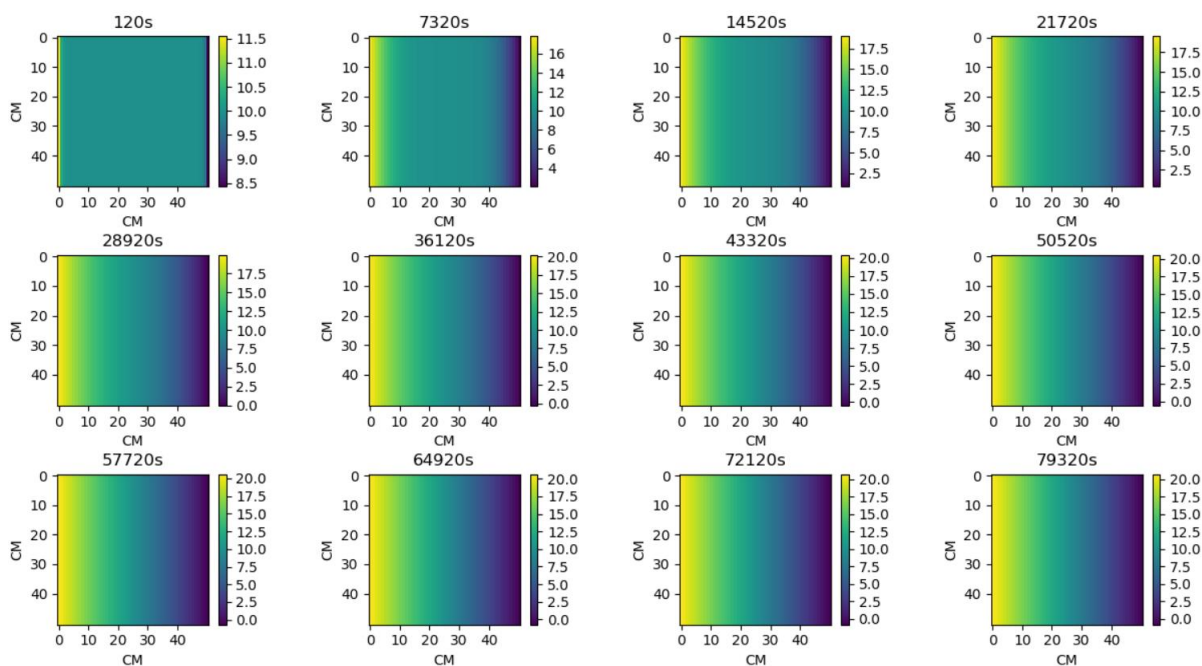
Sama symulacja została wykonana na zmodyfikowanym programie mesowskim pisanym jako zadanie na ćwiczenia projektowe. Kod programu został napisany w oparciu o materiały dostępne na stronie prowadzącego. Materiały zawierają opis problemu przepływu niestacjonarnego ciepła:

[http://home.agh.edu.pl/~pkustra/MES/FEM\\_transient\\_2d.pdf](http://home.agh.edu.pl/~pkustra/MES/FEM_transient_2d.pdf)

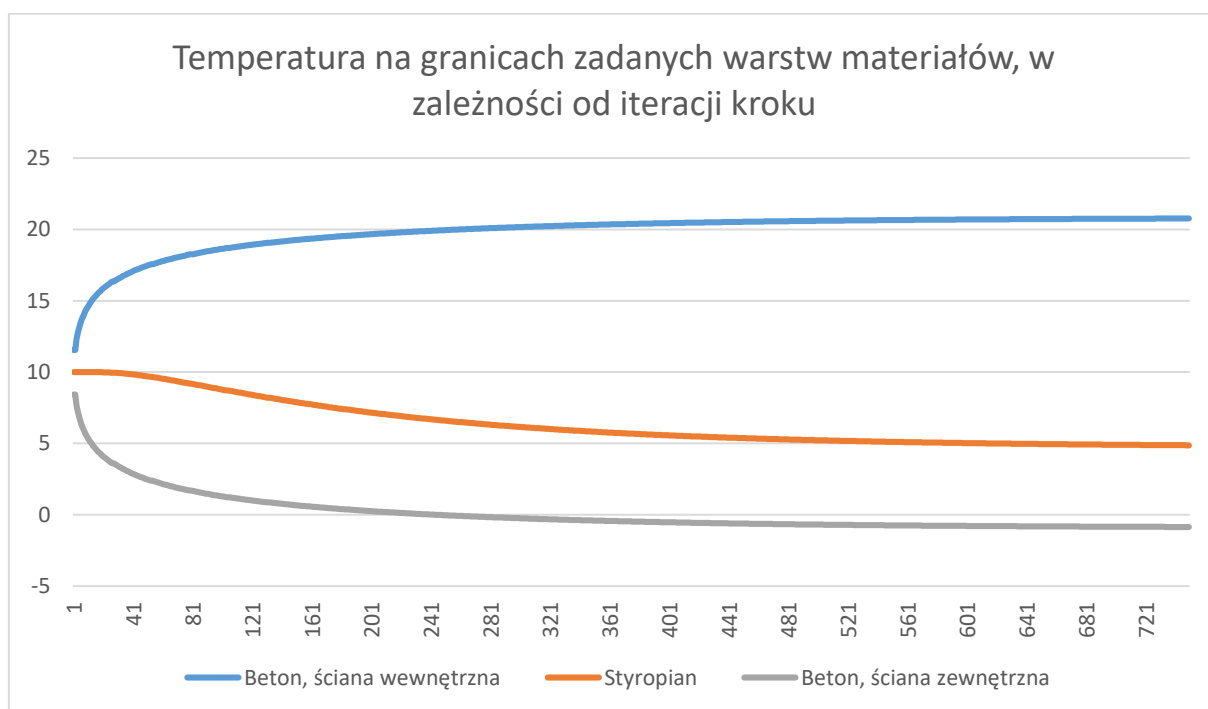
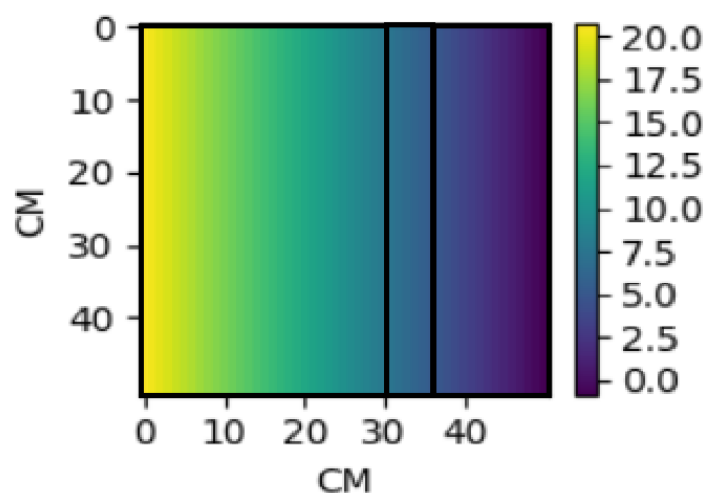
Oraz metodę obliczania Jakobianu potrzebnego do algorytmu MES2d, aby zadane elementy układu globalnego były przekształcane do znanego nam układu lokalnego:

<http://home.agh.edu.pl/~pkustra/MES/Jakobian.pdf>

### 3. Wyniki symulacji oraz ich analiza:



Ostatni wykres z nałożonymi warstwami materiałów



Do wygenerowania powyższych wykresów posłużyła mi biblioteka Matplotlib, oraz skrypt napisany w języku Python.

Zmiana temperatur na warstwach **w trakcie** trwania procesu:

Ściana zewnętrzna (beton): 9.3017 °C

Ściana wewnętrzna (beton): 9,2214 °C

Warstwa styropianu: 5,319 °C

## Analiza wyników:

- Zmiana temperatur na warstwie zewnętrznej i wewnętrznej ściany w fazie początkowej symulacji przebiegała znacząco szybciej, niż w dalszej części trwania procesu.
- Zarówno na granicy lewej jak i prawej ściany, różnica temperatur wynosiła około 9°C
- Przy około 200 kroku, wykresy temperatur ścian zaczynają odpowiednio wzrastać (wewnątrz) oraz maleć (zewnątrz) niemalże liniowo. Prędkość zmiany temperatury w stosunku to prędkości na początku symulacji znacząco zmalała.
- Temperatura warstwy styropianu malała stopniowo przez większą część symulacji, jednakże start zmiany nastąpił później niż w przypadku ścian zewnętrznych. Ewidentnie możemy przez to zaobserwować czas, potrzebny na dotarcie temperatury otoczenia z zewnątrz, do testowanej warstwy.
- Przy podziale na warstwy, możemy zaobserwować iż warstwy betonu przewodzą ciepło znacznie łatwiej, w przeciwieństwie do środkowej warstwy styropianu.

## 4. Wnioski

Ściana będąca głównym obiektem na którym została przeprowadzona symulacja z całą pewnością jest w stanie zabezpieczyć wnętrze przed spadkiem ciepła. Przy zadanych warunkach symulacji, oraz grubości warstw temperatura przy warstwie zewnętrznej nie maleje. Dzięki temu możemy wywnioskować, że zarówno dobrane materiały czyli beton komórkowy oraz styropian, jak i układ materiałów z których ściana została zbudowana, zapewniają odpowiedni komfort użytkowania w momencie gdy pod uwagę zostanie wzięty problem utraty ciepła. Część izolująca ze styropianem również dobrze spełnia swoją rolę, wspomagając izolowanie oraz blokowanie przepuszczania temperatury. Jako iż jest to rozwiązanie stosowane w moim bezpośrednim otoczeniu – wnioski o zadowalających rezultatach izolacji temperatury części mieszkalnej potwierdzają opinie mieszkańców domu zbudowanego w takim układzie.

Metoda Elementów Skończonych wykorzystana przy wyznaczaniu przepływu ciepła przez wyżej badaną ścianę, jest metodą numerycznej aproksymacji pozwalającą na przeprowadzenie zaawansowanych obliczeń układów równań różniczkowych. Poza symulacją przepływu ciepła, można przeprowadzić również symulację naprężeń, przemieszczeń czy odkształceń. Poprzez nałożenie odpowiednich warunków brzegowych na badany układ, jesteśmy w stanie stworzyć symulację która dużym

stopniu odzwierciedla rzeczywistość oraz otrzymać przybliżone wyniki dla skomplikowanych obliczeniowo procesów. Wartym jednak przypomnienia jest fakt, iż jak każda metoda aproksymacji nie jest metodą dokładną i należy opierać swoich badań tylko i wyłącznie na podstawie wyników MES.