0 1 2

ANALIZA MATEMATYCZNA I (Lista 10, 05.12.2022)

Całka nieoznaczona. Całkowanie przez podstawianie i przez części.

Zad. 1. Obliczyć całki:

a) $\int x(x-1)(x-2)dx$, b) $\int (x^2-x+1)^2 dx$, g) $\int \frac{x^4\,dx}{x^2+1}$

c) $\int \frac{(x+1)(x^2-3)}{3x^2}dx$, d) $\int \frac{\sqrt{x}-\sqrt[3]{x}}{x^2}dx$, h) $\int \operatorname{tg}^2 x\,dx$

e) $\int \frac{(e^x-1)(e^{2x}+1)}{e^x}dx$, f) $\int \frac{x(\sqrt{x}-x^2\sqrt[3]{x})}{\sqrt[4]{x}}dx$.

Zad. 2. Przyśpieszenie w danym ruchu prostoliniowym wyraża się wzorem

$$a = 12t^2 + 18\sin 3t - 2.$$

Wyznaczyć wzór określający prędkość v w zależności od czasu t, jeżeli dla $t=0$, prędkość $v=10$. Wyznaczyć również wzór na drogę x, jeżeli dla $t=0$ droga $x=5$.
(Uwaga. Prędkość v jest całką z przyśpieszenia a po czasie t, natomiast droga x jest całką z prędkości v po czasie t).

Zad. 3. Dane jest przyśpieszenie w ruchu prostoliniowym

$$a = 3t + \sin\frac{1}{2}t.$$

Wyznaczyć wzór określający prędkość v jako funkcję czasu t, jeżeli dla $t=0$, prędkość $v=v_0$. Wyznaczyć również wzór wyznaczający drogę x w zależności od czasu, jeżeli dla $t=0$ droga $x=x_0$.

Zad. 4. Obliczyć całki:

k) $\int \frac{\operatorname{tg} x}{\cos^2 x}dx$ a) $\int 3x^2(x^3+5)^9 dx$ (podstawienie $t=x^3+5$), b) $\int \frac{dx}{\sqrt{2x-3}}$ (podstawienie $t=\sqrt{2x-3}$),

c) $\int xe^{x^2}dx$ (podstawienie $t=x^2$), d) $\int x\sin x^2 dx$ (podstawienie $t=x^2$),

l) $\int \frac{dx}{e^x+1}$ e) $\int \sin^4 x\cos x dx$ (podstawienie $t=\sin x$), f) $\int \sin x\cos x dx$ (podstawienie $t=\sin x$),

m) $\int \sqrt{e^x-1}dx$ g) $\int x\sqrt{x-3}dx$, h) $\int \frac{1}{x\sqrt{x^2-2}}dx$, i) $\int \frac{x^3}{\sqrt{1-x^2}}dx$, j) $\int \frac{1}{\sqrt{x}-\sqrt[3]{x}}dx$.

Zad. 5. Stosując metodę całkowania przez części obliczyć całki:

m) $\int \frac{x\,dx}{\sin^2 x}$ a) $\int x\sin x dx$, b) $\int e^x\sin x dx$, c) $\int \ln x dx$, d) $\int (\ln x)^2 dx$,

e) $\int x^3\ln x dx$, f) $\int x^2e^x dx$, g) $\int x\cos x dx$, h) $\int x^2\sin x dx$.

$n^*)$ $\int \frac{dx}{(x^2+1)^2}$ i) $\int (2x^2-1)\cdot e^x dx$, j) $\int x\cdot\ln x dx$, k) $\int x\cdot\sin x\cos x dx$, l) $\int \frac{\ln x}{x^2}dx$.

Zad. 6. Obliczyć:

a) $\int (1-2x)^{100}dx$, b) $\int \frac{x(\sqrt{x}-x^2\cdot\sqrt[3]{x})}{\sqrt[4]{x}}dx$, c) $\int (\ln x)^2 dx$.

Zadania pochodzą, między innymi, z podręczników:

1. Gewert M., Skoczylas Z., Analiza matematyczna 1, przykłady i zadania.
2. Krysicki L. , Włodarski L., Analiza matematyczna w zadaniach, cz. 1.