

Zad. 1. Obliczyć gradienty (kierunki najszybszego wzrostu) funkcji we wskazanych punktach:

a) $f(x, y) = x^3 + y^3$, $(x_0, y_0) = (-1, 1)$, **b)** $f(x, y, z) = \frac{xy^2}{z^2}$, $(x_0, y_0, z_0) = (16, -3, 2)$,

Zad. 2. Obliczyć, pochodne funkcji w punkcie $(1, 1)$ w kierunku $\left[\frac{4}{5}, \frac{3}{5}\right]$:

a) $f(x, y) = x^2 - y^2$, **b)** $f(x, y) = \sqrt{xy}$, **c)** $f(x, y) = \sin(x - y)$.

Zad. 3. Znaleźć różniczki zupełne funkcji:

a) $f(x, y) = 2x^2y^3 - 5xy^2 + 6xy - 9x + 2y - 2$, **b)** $f(x, y) = \ln(2x + y^2)$.

Zad. 4. Korzystając z różniczki funkcji obliczyć przybliżoną wartość wyrażeń:

a) $0.98^{3.03}$, **b)** $\sqrt{1.97^4 + 3.02^2}$,

Zad. 5. Obliczyć maksymalny błąd bezwzględny oraz błąd względny przy wyznaczaniu objętości stożka o promieniu podstawy x i wysokości y przyjmując:

$$x = 3 \pm 0.2, \quad y = 2.2 \pm 0.1, \quad \pi = 3.14.$$

Zad. 6. Wyznaczyć pochodne cząstkowe pierwszego i drugiego rzędu funkcji:

a) $f(x, y) = x - y$, **b)** $f(x, y) = x^3 + 4xy^2 - y^3$, **c)** $f(x, y) = \frac{x}{y} + \frac{y}{x}$,

d) $f(x, y) = e^{x(x+y)}$, **e)** $f(x, y) = \ln(x^2 + y^2)$, **f)** $f(x, y, z) = xyz$.

Zad. 7. Wyznaczyć, jeżeli istnieją, ekstrema funkcji:

a) $f(x, y) = x^3 + 8y^3 - 6xy + 5$, **b)** $f(x, y) = (x - y)^2 + (y - 1)^3$,

c) $f(x, y) = xe^{x^2}$, **d)** $f(x, y) = (x^2 + y)e^{\frac{y}{2}}$, **e)** $f(x, y) = \sin x + \sin y + \sin(x + y)$,

f) $f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2$, **g)** $f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2 - xy + x + 2z$,

h) $f(x, y, z) = \sin x + \sin y + \sin z$. **i)** $f(x, y) = xy + \frac{2}{x} + \frac{4}{y}$

Zadania pochodzą, między innymi, z podręczników:

1. Gewert M., Skoczylas Z., Analiza matematyczna 1, przykłady i zadania.
2. Krysicki L., Włodarski L., Analiza matematyczna w zadaniach, cz. 1.