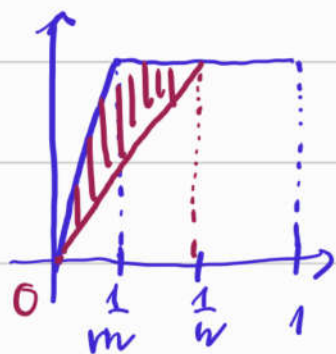


* $C[0,1]$ với metric phân k° là kgian đầy



$$*) d(x_m, x_n) = \int_0^1 |x_m(t) - x_n(t)| dt$$

= dtích phân kép giữa 2 đồ thị hàm

$\{x_n\}$

$$x_n(t) \text{ và } x_m(t) \leq \frac{1}{2} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{m} \right) \xrightarrow{n, m \rightarrow \infty} 0.$$

nên đây là dãy Cauchy.

+) Giải $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n(t) = x(t)$.

$$t=0: x_n(0)=0 \text{ nên } x(0)=0.$$

$$t \neq 0, \exists N_0 \text{ sao cho } \frac{1}{N_0} < t.$$

$$\forall n \geq N_0: \frac{1}{n} < \frac{1}{N_0} < t \text{ nên } x_n(t) = 1$$

$$\text{suy ra } x(t) = 1.$$

$$\text{Vậy } x(t) = \begin{cases} 0 & t=0 \\ 1 & t \in (0,1) \end{cases} \quad x \notin C[0,1] \text{ nên } (C[0,1], d) \text{ không đầy.}$$

(18) Cmr tập số thực (\mathbb{R}, f) ;

$f(x,y) = |\arctan x - \arctan y|$ k° phải kgian metric đầy. Tồn bao đầy. (bài số 2)

$$\text{Phan' ra: } x_n = \tan\left(\frac{\pi}{2} - \frac{1}{n}\right)$$

$$+) f(x_m, x_n) = \left| \left(\frac{\pi}{2} - \frac{1}{m}\right) - \left(\frac{\pi}{2} - \frac{1}{n}\right) \right| = \left| \frac{1}{m} - \frac{1}{n} \right| \rightarrow 0 \text{ khi } m, n \rightarrow \infty$$

nên $\{x_m\}$ là dãy Cauchy

(+) Giải $\exists \lim_{n \rightarrow \infty} x_n = x \in \mathbb{R}$

$$f(x_n, x) = \left| \arctan x - \left(\frac{\pi}{2} - \frac{1}{n}\right) \right|$$

khí $n \rightarrow \infty$ $0 = |\arctan x - \frac{\pi}{2}| \Rightarrow \nexists x$.

① Bao đầy $\hat{\mathbb{R}} = \mathbb{R} \cup \{-\infty, +\infty\}$.

$$\hat{f}(x, y) = \begin{cases} f(x, y) & x, y \neq \pm\infty \\ |\arctan y + \frac{\pi}{2}| & x = -\infty, y \neq \pm\infty \\ |\arctan y - \frac{\pi}{2}| & x = +\infty, y \neq \pm\infty \\ n & x = +\infty, y = -\infty \end{cases}$$

② $(X, \rho) = \{ f \in \mathcal{B}(X) \text{ bị chặn trên } X \}$
(i.e. $m_f \leq f(x) \leq M_f \quad \forall x \in X$)
 $\rho(f, g) = \sup_{x \in X} |f(x) - g(x)|, f, g \in \mathcal{B}(X)$

f xác định và $|f(x) - g(x)|$ bị chặn trên X .

a) ρ metric trên X và (X, ρ) đầy.

b) Có định $a \in X$. $\theta: X \rightarrow \mathcal{B}(X)$

$$x \mapsto \theta(x) = f \in \mathcal{B}(X)$$

$$f(y) = \theta(x)(y) = d(x, y) - d(y, a)$$

Cmr $\theta: X \rightarrow \mathcal{B}(X)$ đẳng cấu.

$\bar{\theta}(X)$ bao đóng của X .

BTVN: 16+20

$$\downarrow \\ d(x, A).$$