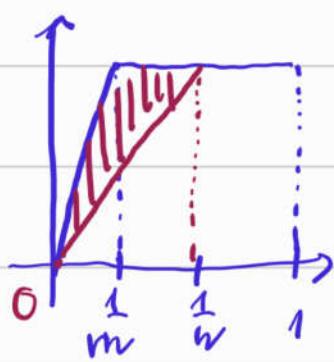


\*  $C[0, 1]$  với metric phân hò là không dày



$$\Rightarrow d(x_m, x_n) = \int_0^1 |x_m(t) - x_n(t)| dt$$

= diện tích phân hò giữa 2 đồ thị thì hàn

$$x_m(t) \text{ và } x_n(t) = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{n} - \frac{1}{m} \right) \xrightarrow{n, m \rightarrow \infty} 0.$$

nên dày là dày Cauchy.

+) Gửi  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n(t) = x(t)$ .

$$t=0: x_n(0)=0 \text{ nên } x(0)=0.$$

$$t \neq 0, \exists N_0 \text{ sao cho } \frac{1}{N_0} < t.$$

$$\forall n \geq N_0: \frac{1}{n} < \frac{1}{N_0} < t \text{ nên } x_n(t) = 1$$

suy ra  $x(t) = 1$ .

Vậy  $x(t) = \begin{cases} 0 & t=0 \\ 1 & t \in (0, 1] \end{cases}$   $x \notin C[0, 1]$  nên  $(C[0, 1], g) \neq$  không dày.

⑯ Cmr tập số thực  $(\mathbb{R}, g)$  ;

$g(x, y) = |\arctan x - \arctan y|$ . hò phai không metric dày. Tín bao dày. (bài số 2)

$$\text{Phản ứng: } x_n = \tan\left(\frac{\pi}{2} - \frac{1}{n}\right)$$

$$\therefore g(x_m, x_n) = \left| \left( \frac{\pi}{2} - \frac{1}{m} \right) - \left( \frac{\pi}{2} - \frac{1}{n} \right) \right| = \left| \frac{1}{m} - \frac{1}{n} \right| \xrightarrow{m, n \rightarrow \infty} 0$$

nên  $\{x_n\}$  là dày Cauchy

+) Gửi  $\exists \lim_{n \rightarrow \infty} x_n = x \in \mathbb{R}$

$$g(x_n, x) = |\arctan x - \left( \frac{\pi}{2} - \frac{1}{n} \right)|$$

khi  $n \rightarrow \infty$   $0 = |\arctan x - \frac{\pi}{2}| \rightarrow f(x)$ .

+) Bao dày  $\widehat{\mathbb{R}} = \mathbb{R} \cup \{-\infty, +\infty\}$ .

$$\hat{f}(x,y) = \begin{cases} f(x,y) & x, y \neq \pm\infty \\ |\arctan y + \frac{\pi}{2}| & x = -\infty, y \neq \infty \\ |\arctan y - \frac{\pi}{2}| & x = +\infty, y \neq -\infty \\ n & x = \pm\infty, y = \pm\infty \end{cases}$$

(20)  $(X, f) = \{ f \in \mathcal{B}(X) \text{ bị chặn trên } X$   
 (i.e.  $m_f \leq f(x) \leq M_f \quad \forall x \in X\}$ )

$$f(f, g) = \sup_{x \in X} |f(x) - g(x)|, \quad f, g \in \mathcal{B}(X)$$

f xđinh v<sup>+</sup>  $|f(x) - g(x)|$  bị chặn trên X.

a) f metric trên X  $\Leftrightarrow (X, f)$  dày.

b) Cố định  $a \in X$ .  $\theta: X \rightarrow B(X)$

$$x \mapsto \theta(x) = f \in \mathcal{B}(X)$$

$$f(y) = \theta(x)(y) = d(x, y) - d(y, a)$$

Cmr  $\theta: X \rightarrow \theta(X)$  dày đc.

$\theta(X)$  bao dày au' X.

BTVN: 16+20

$$\downarrow d(x, A).$$