Física Geral e Experimental I

Educação a Distância
Cruzeiro do Sul Educacional
Campus Virtual

Material Teórico

Gravitação

Responsável pelo Conteúdo:
Prof. Dr. José Agostinho Gonçalves de Medeiros
e Prof. Ms. Eduardo Landulfo

Revisão Textual:
Prof. Ms. Claudio Brites

UNIDADE Gravitação

- Introdução
- Lei da Gravitação Universal
- Leis de Kepler e Movimento dos Planetas
- Energia Potencial Gravitacional
- Velocidade de Escape

Objetivo de APRENDIZADO

Nesta unidade, vamos apresentar os conceitos de gravitação universal e as suas implicações no dia a dia.

A proposta desta aula é informá-lo a respeito dos conceitos de gravitação universal e de suas implicações. Com esses conceitos, é possível explicar os movimentos dos corpos celestes e também o movimento de todos os corpos na superfície de nosso planeta. É importante lembrar que os movimentos dos corpos celestes são observados a partir da superfície da Terra, que está em movimento também.

Ao final desta aula, esperamos que seja capaz de interpretar, conceituar e calcular:

- Força gravitacional;
- Massa gravitacional;
- Energia potencial gravitacional.

Contextualização

Para se familiarizar um pouco com o conteúdo que estudaremos, acesse o link abaixo, que trata do conhecidíssimo Cometa Halley:

http://pt.wikipedia.org/wiki/Cometa_Halley

Introdução

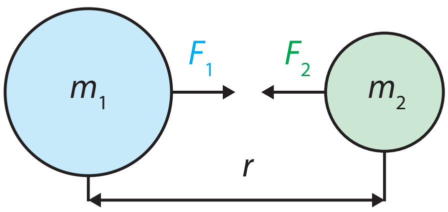
Poucos de nós, habitantes de grandes cidades, temos a rara chance de observar à noite o céu cheio de estrelas, os planetas do sistema solar e, eventualmente, um cometa, meteorito e, até, os satélites artificiais colocados na órbita da Terra. O movimento desses corpos celestes intriga a humanidade por milênios, eles já foram tidos (e ainda são) como arautos de presságios, profecias e até mesmo como entidades dignas de adoração. Os mais próximos e visíveis, o Sol e a Lua, estão no centro dessa história da Ciência e, não fosse o céu acima de nós transparente, o que impediria a observação dos corpos celestes, a Ciência atual teria uma evolução de conceitos diferente do que foi.

solarsystem.nasa.gov

Curiosamente, povos ocidentais e orientais, entre eles podemos dar destaque aos gregos, conseguiram manter registros e rastrear com precisão e acurácia os movimentos dos astros, criando, a partir desses registros, calendários lunares e solares como forma de marcação do tempo. No entanto, entender o que fazia as estrelas e os planetas se moverem era um mistério até 1687, quando Isaac Newton trouxe à luz do conhecimento as forças por trás desses movimentos intrincados, que tem a precisão de um relógio sofisticado.

Lei da Gravitação Universal

O processo de concepção da lei da Gravitação Universal ocorreu a Newton de maneira heurística, isto é, ele encontrou a solução para um problema, que há séculos intrigava a humanidade, de forma intuitiva e inconsciente – muitos atribuem a esse acontecimento a figura de uma maçã, que teria caído sobre sua cabeça, fazendo com que, de um estalo, surgisse a ideia. O fato é que, como o próprio Newton afirmou, "[...] ele havia se apoiado nos ombros



$$F_1 = F_2 = G\frac{m_1 \times m_2}{r_2}$$

de gigantes" e, assim, sua ideia foi muito mais uma síntese do que já havia, mas necessitava ser consolidado. Em 1687, no seu tratado Principia, ele afirmou que: "Cada partícula no Universo é atraída pelas partículas a sua volta por uma força que é diretamente proporcional ao produto das massas das duas partículas, e inversamente proporcional ao quadrado da distância entre elas". Assim, se tivermos duas massas m_1 e m_2, que estejam separadas por uma distância r, a força gravitacional entre elas vai ser:

$$\boldsymbol{F} = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$$

Onde G é uma constante chamada de constante universal gravitacional, medida experimentalmente, e seu valor no SI é:

$$G = 6,673 \times 10^{-11}\ N.m^2 / kg^2$$

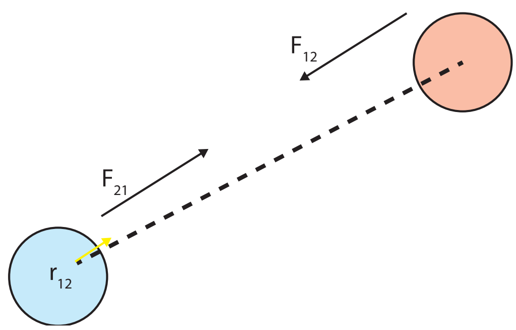
Algumas considerações importantes:

- A força gravitacional é sempre atrativa;
- A sua forma é tida como uma lei com o inverso do quadrado (da distância);
- Por ser uma força, a atração da gravidade é totalmente definida além do módulo, pela direção e pelo sentido;
- A força exercida em um corpo é a reação da força exercida em outro corpo, isto é: $\mathbf{F_{12} = - F_{21}}$;
- A força gravitacional exercida sobre uma distribuição de massa com simetria esférica por uma partícula externa é a mesma se a massa estiver concentrada no centro da distribuição;
- Como o nome da lei sugere, ela é *universal*, isto é, é válida em qualquer ponto do Universo e explica o movimento dos corpos celestes, dos sistemas solares e das galáxias.

Por exemplo, a força que a Terra exerce sobre um objeto de massa *m*, nas proximidades da superfície da Terra, vai ser:

$$F = G\frac{M_T m}{R_T^2}$$

Onde M_E e R_T são a massa e o raio da Terra, respectivamente. A força exercida pela Terra é direcionada para o centro dela.



O raciocínio empregado por Newton implicava em comparar a aceleração da gravidade sentida por um objeto próximo da Terra, digamos uma maçã, com a aceleração da Lua em volta da Terra.

Newton notou que a razão das acelerações seria proporcional à razão do inverso das distâncias, assim:

$$\frac{a_{LUA}}{g} = \frac{\dfrac{1}{R_{Lua}^2}}{\dfrac{1}{R_T^2}} = \left(\frac{R_T}{R_L}\right)^2 \approx 0,000275$$

Dessa maneira, a aceleração sobre a Lua por conta da atração da Terra é de 0,000275 x 9,8 m/s^2 = 2,70 x 10^{-3} m/s^2, que é a aceleração centrípeta. Alternativamente, esse mesmo valor pode ser obtido pela definição:

$$a_{LUA} = \frac{v^2}{R_{Lua}}$$

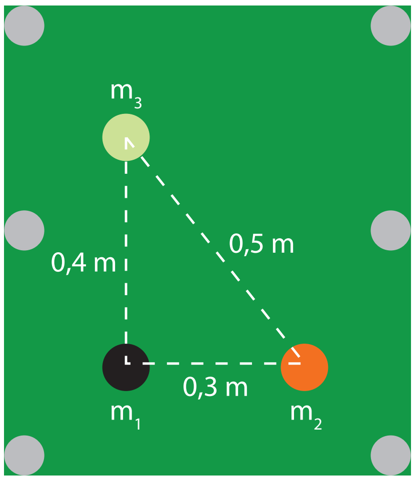
Onde v é a velocidade tangencial que, no caso de uma órbita circular, é igual a 2πr/T – em que T é o período para fazer uma órbita completa, ou seja T_{lua} = 27,32 dias, ou 27,32 x 86400 = 2,36 x 10^6 s. Assim, a aceleração vai ser:

$$a_{LUA} = \frac{\left(2\pi r/T\right)^2}{R_{LUA}}$$

Lembrando que *r* = R_{LUA}, o qual é a distância do centro da Terra ao centro da Lua.

$$a_{LUA} = \frac{\left(2\pi r/T\right)^2}{R_{LUA}} = \frac{4\pi R_{LUA}}{T^2}$$

$$a_{LUA} = \frac{4\pi \times 3,84 \times 10^8}{\left(2,36 \times 10^6\right)^2} \approx 2,72 \times 10^{-3}\, m/s^2$$



Uma concordância muito boa, sem dúvida, que dá crédito à teoria do inverso do quadrado.

Exemplo: 3 bolas de sinuca, com 300 g cada, estão dispostas numa mesa conforme o diagrama abaixo. A força resultante na bola 7 (preta) vai ser:

a) 4,65$\times$ 10^{-11} *N*

b) 5,65$\times$ 10^{-11} *N*

c) $6{,}65\times 10^{-11}\, N$

d) $7{,}65\times 10^{-11}$ N

e) $8{,}65\times 10^{-11}\, N$

Resposta d)

Resolução:

A força resultante vai ser aquela da soma vetorial: $\mathbf{R} = \mathbf{F}_{12}+\mathbf{F}_{13}$

$$\boldsymbol{F}_{21} = G\frac{m_2 m_1}{r_{21}^2}\hat{j}$$

$$\boldsymbol{F}_{21} = 6,67\times 10^{-11}\frac{0,3\times 0,3}{0,3^2}\hat{j} = 6,67\times 10^{-11}\, N$$

Esse resultado mostra que as forças gravitacionais entre objetos comuns do nosso dia a dia são extremamente pequenas.

$$\boldsymbol{F}_{31} = G\frac{m_3 m_1}{r_{31}^2}\hat{j}$$

$$\boldsymbol{F}_{21} = 6,67\times 10^{-11}\frac{0,3\times 0,3}{0,4^2}\hat{j} = 3,75\times 10^{-11}\, N$$

A força resultante vai ser, então:

$$\boldsymbol{F_R} = \boldsymbol{F}_{21} + \boldsymbol{F}_{31} = \left(6,67\,\hat{\boldsymbol{i}} + 3,75\hat{j}\right)\times 10^{-11}\, N$$

E o seu módulo vai ser:

$$F = \sqrt{F_{21} + F_{31}} = \sqrt{(3,75)^2 + (6,67)^2}\times 10^{-11} = 7,65\times 10^{-11}\, N$$

E a sua direção:

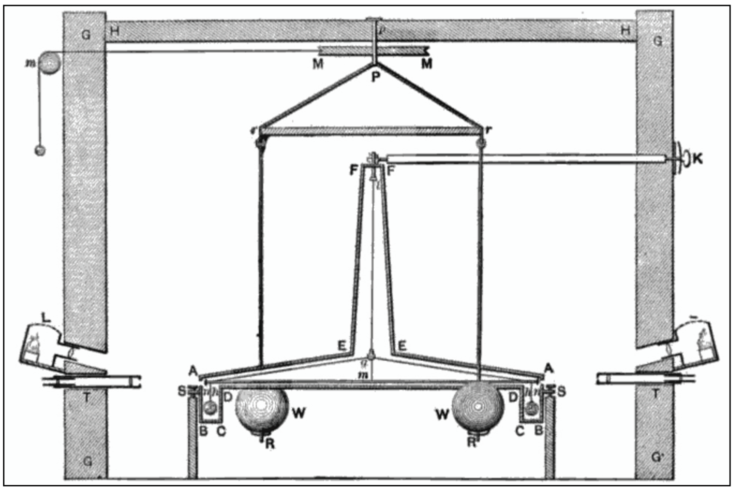
$$\tan^{-1}\frac{3,65}{6,67} = 29,3^o$$

Encontrando a Constante Gravitacional

A constante universal gravitacional G foi medida pela primeira vez em 1798 por Henry Cavendish (1731-1810).

O aparato construído por Cavendish era uma balança de torção composta por um bastão suspenso por um fio, com uma esfera de chumbo de 730 g presa em cada extremidade e duas esferas de 158 kg cada, próximas às esferas menores, suspensas por um sistema diferente. Esse experimento mediu a fraca atração gravitacional entre as esferas grandes e as pequenas. Essas atrações faziam com que os braços da balança de torsão sofressem uma rotação para um ângulo dado, assim era possível determinar a força entre os pares de massa. Como a ação da gravidade nas bolas menores era conhecida, a razão entre as forças peso e a força de torsão (torque) permitiu a ele obter a densidade da Terra a partir da lei de gravitação de Newton. Esse experimento permitiu a ele obter o valor de G e descobrir que a força gravitacional era proporcional ao produto das massas mM e inversamente proporcional à distância r.

George Wilson/ Wikimedia Commons



Queda livre e a força gravitacional

Em unidades passadas, vimos a definição da força peso como sendo:

$$P = m.g$$

$$m.g = G\frac{M_T.m}{R_T^2}$$

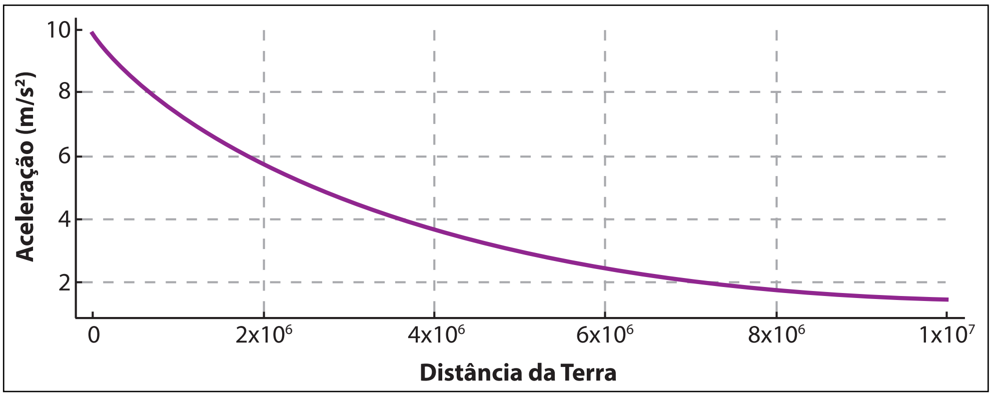
$$g = G\frac{M_T}{R_T^2}$$

Se considerarmos um objeto de massa m localizada a uma distância h acima da superfície de Terra, e nesse sentido consideramos r = R_T + h, o módulo da força vai ser:

$$F_g = G\frac{M_T.m}{r^2} = G\frac{M_T.m}{(R_T + h)^2}$$

Mas, a força gravitacional será igual à força peso e g o valor da aceleração de queda livre na altitude *h*:

$$g = \frac{GM_T}{(R_T + h)^2}$$



Exemplo: A Estação Espacial internacional opera em uma altitude de 350 km. A estação tem um peso equivalente na Terra de 4,22 x 10^6N. O seu peso na órbita atual é de:

a) $0{,}8\times 10^6\ N$

b) $1{,}8\times 10^6\ N$

c) $2{,}8\times 10^6\ N$

d) $3{,}8\times 10^6$ N

e) $4{,}8\times 10^6\ N$

Resposta d)

Resolução:

A massa da estação na Terra é de:

$$m = \frac{P}{g} = \frac{4,22 \times 10^6}{9,8} = 4,31 \times 10^5 \; kg$$

A aceleração da gravidade a 350 km (350000 m = 3,5 x 10^5 m) vai ser:

$$g = \frac{GM_T}{(R_T + h)^2} = \frac{6,67 \times 10^{-11} \times 5,98 \times 10^{24}}{(6,37 \times 10^6 + 3,5 \times 10^5)^2} \approx 8,83 \, m/s^2$$

O "novo" peso nessa altitude vai ser:

$$m.g = 4,31 \times 10^5 \times 8,83 = 3,8 \times 10^6 \;\; N$$

Exemplo: Dado o fato de que a aceleração da gravidade na superfície é g = 9,80 m/s², a densidade média do planeta vai ser:

a) 5,51 x 10^3 kg/m³

b) 4,51 x 10^3 kg/m³

c) 3,51 x 10^3 kg/m³

d) 2,51 x 10^3 kg/m³

e) 1,51 x 10^3 kg/m³

Resposta a)

Resolução:

$$\rho = \frac{M_T}{V_T}$$

$$g = G\frac{M_T}{R_T^2} \rightarrow M_T = \frac{gR_T^2}{G}$$

$$\rho_T = \frac{M_T}{V_T} = \frac{\left(gR_T^2 / G\right)}{\frac{4}{3}\pi R_E^3} = \frac{3}{4}\frac{g}{\pi G R_T}$$

Substituindo os valores:

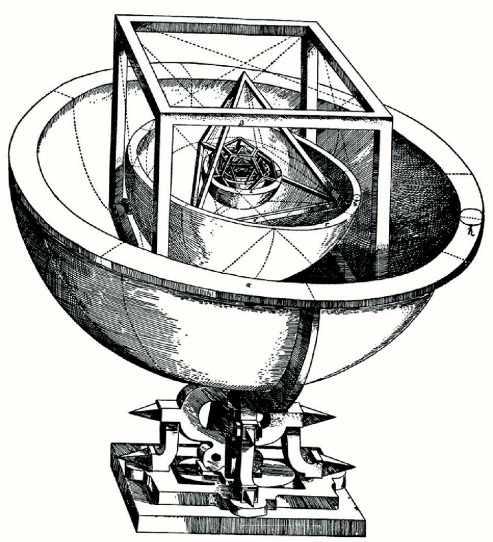
$$\frac{3}{4}\frac{9,8}{\pi \times 6,67 \times 10^{-11} \times 6,37 \times 10^6} \approx 5,51 \times 10^3 \, kg/m^3$$

Leis de Kepler e Movimento dos Planetas

Como mencionado, o movimento dos planetas, das estrelas e de outros objetos celestiais foi objeto de fascínio e observação por milênios. Nessa história, procurou-se desenvolver um modelo mecânico para o universo, que no início considerou a Terra como o centro do Universo (Ptolomeu, 150 d.C.). Essa ideia perdurou até 1543, quando o astrônomo polonês sugeriu que o Sol era o centro do Universo, e um novo modelo tomou lugar. Nesse contexto, o astrônomo dinamarquês Tycho Brahe, por meio de exaustivos estudos, pretendia desenvolver um modelo baseado em observações registradas em grandes tabelas bem detalhadas.

Wikimedia Commons

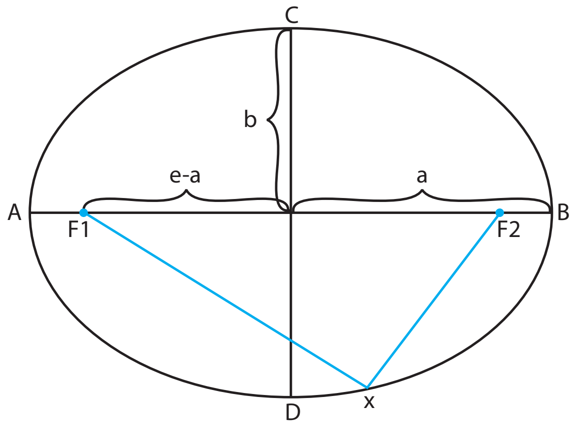
Kepler era assistente de Tycho e, após a morte do mestre, continuou a busca de uma solução matemática única para o movimento dos planetas e das estrelas. De início, ele se inspirou nos sólidos geométricos e na razão entre suas medidas. No entanto, não teve sucesso até concluir, a partir dos dados da órbita de Marte ao redor do Sol, que as órbitas seguiam leis – até bem mais simples do que ele imaginava – que podiam ser reduzidas a três afirmações, conhecidas como as **Leis de Kepler.**



Wikimedia Commons

Primeira lei de Kepler

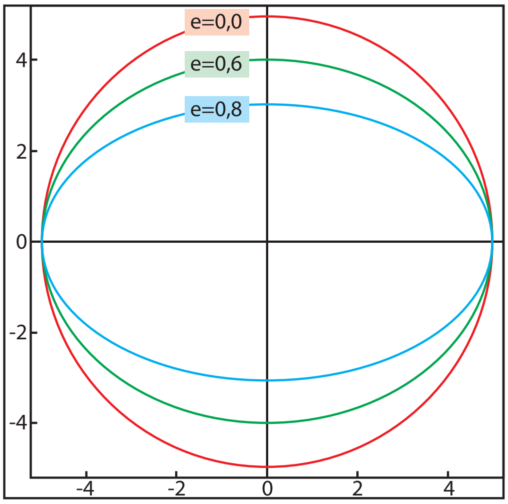
"Todos os planetas movem-se em órbitas elípticas com o Sol em um dos focos".



Em Geometria, uma elipse é um tipo de secção cônica. Se uma superfície cônica for cortada por um plano que não passe pela base e não intersecte as duas folhas do cone, a intersecção entre o cone e o plano é uma **elipse**. Em uma elipse, a diferença dos quadrados dos semieixos a e b é igual ao quadrado da distância de um dos focos ao centro da elipse:

$$a^2 - b^2 = c^2$$

Onde c = a.e, em que e é a excentricidade da elipse. Quando c = 0, a elipse torna-se um círculo.



Assim, valores maiores de excentricidade correspondem a elipses mais alongadas e tênues. O intervalo de e para uma elipse é $0<e<1$. No sistema solar, o valor de e varia bastante, por exemplo, o da Terra é 0,017 e o de Plutão é 0,25.

Segunda Lei de Kepler

"O vetor raio que liga o Sol a um planeta varre áreas iguais em intervalos iguais". A segunda lei é consequência da conservação de momento angular.

O torque exercido no planeta devido à força de atração do Sol vai ser zero porque F_g é paralelo ao vetor r.

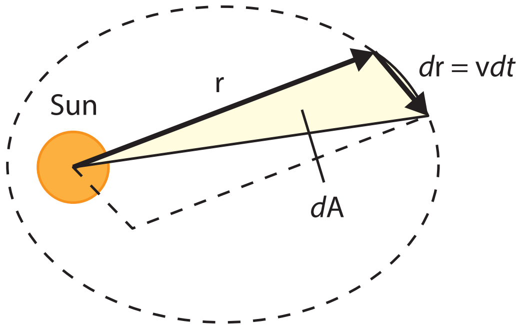
$$\tau = \boldsymbol{r} \times \boldsymbol{F} = 0$$

Mas o torque é definido também como a variação do momento angular $\boldsymbol{L}$ com o tempo, ou seja:

$$\tau = \frac{dL}{dt}$$

Se τ for zero, significa que o momento angular do planeta é constante.

Na figura ao lado, vemos que a área varrida pelo vetor *r* vai varrer uma área dA, que é metade da área $|\boldsymbol{r} \times d\boldsymbol{r}|$; mas o vetor d$\boldsymbol{r}$ é igual a $d\boldsymbol{r} = \boldsymbol{v}dt$. O momento angular do planeta é dado por:



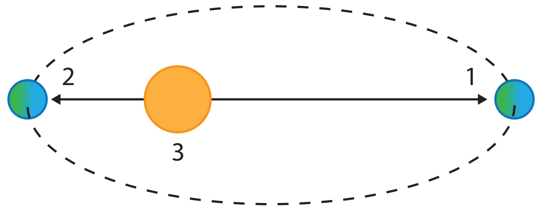
$$\boldsymbol{L} = \boldsymbol{r} \times \boldsymbol{p} = M_p \boldsymbol{r} \times \boldsymbol{p}$$

Assim,

$$\frac{dA}{dt} = \frac{L}{2M_P}$$

Onde **L** e M_P (massa do planeta) são constantes. Concluiu-se, então, que o vetor raio do Sol em relação ao planeta percorre áreas iguais em tempos iguais.

Em Astronomia, definem-se duas posições da Terra em relação ao Sol: *afélio* (mais longe do Sol) e *perifélio* (mais perto do Sol). Elas ocorrem em épocas distintas do ano, o afélio em 4 de Julho e o periélio em 3 janeiro.



Terceira Lei de Kepler

"O quadrado do período orbital de qualquer planeta é proporcional ao cubo do semieixo maior da órbita elíptica". Ao considerarmos uma órbita circular com raio r, e com aceleração centrípeta $\mathbf{a}_{cp} = v^2/r$, aplicando a lei de Gravitação e a segunda lei de Newton, temos:

$$\frac{GM_S m}{r^2} = m\frac{v^2}{r}$$

Mas a velocidade orbital pode ser expressa também como $2\pi r/T$, onde T é o período orbital do planeta, assim:

$$\frac{GM_S m}{r^2} = m\frac{\frac{4\pi^2 r^2}{T^2}}{r}$$

E isolando T^2, temos:

$$T^2 = \left(\frac{4\pi^2}{GM_s}\right) r^3$$

Essa equação é a formulação matemática da terceira lei de Kepler. Para qualquer planeta do sistema solar, utilizamos M_S, que é a massa do Sol. Se desejássemos fazer os cálculos com o sistema Terra-Lua, então iríamos trocar M_S por M_T, que é a massa da Terra.

Os valores para cálculos com os planetas do sistema solar são fornecidos na tabela abaixo:

Planeta/ Satélite/ Estrela	Massa (kg) $x10^{24}$	Raio Médio (m) x 10^6	Período Orbital (s) x 10^6	Distância Do Sol (m) x 10^{11}	T^2/r^3 (s^2/m^3) x 10^{-19}
Mercúrio	0,318	2,43	7,60	0,579	2,97
Vênus	4,88	6,06	19,4	1,08	2,99
Terra	5,98	6,37	31,56	1,496	2,97
Marte	0,642	3,37	59,4	2,28	2,98
Júpiter	1900	69,9	374	7,78	2,97
Saturno	568	58,5	935	14,3	2,99
Urano	86,8	23,3	2640	28,7	2,95
Netuno	103	22,1	5220	45,0	2,99
Plutão	0,014	1,5	7820	59,1	2,96
Lua	0,0736	1,74	-	-	-
Sol	1991000	696	-	-	-

Exemplo:

A massa do Sol, considerando a órbita de Saturno e sua distância, é de:

a) 1,99 x 10^{28} kg

b) 1,99 x 10^{29} kg

c) 1,99 x 10^{30} kg

d) 1,99 x 10^{31} kg

e) 1,99 x 10^{32} kg

Resposta c)

Resolução:

Vemos que, para Saturno, temos:

$T = 935 \times 10^6$ s
$R = 14,3 \times 10^{11}$ m

Assim, da terceira lei de Kepler:

$$T^2 = \left(\frac{4\pi^2}{GM_s}\right) r^3$$

e isolando a M_S

$$M_S = \frac{4\pi^2 r^3}{GT^2}$$

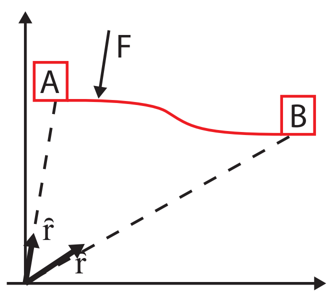
$$M_S = \frac{4\pi^2 \left(14,3 \times 10^{11}\right)^3}{6,67 \times 10^{-11} \times \left(935 \times 10^6\right)^2}$$

Energia Potencial Gravitacional

Em unidades passadas, mostramos que a energia potencial de um corpo nas proximidades da Terra seria *mgy*. Porém, essa expressão só é válida enquanto a força gravitacional for constante – situação que não se aplica a grandes distâncias, no caso de satélites e foguetes. Como vimos, a força gravitacional é conservativa, ou seja, o trabalho realizado pela força é independente do caminho tomado pelo objeto. A força gravitacional é uma força central, conectada ao centro de um objeto por um eixo radial de coordenada r. Assim, a força pode ser representada por:

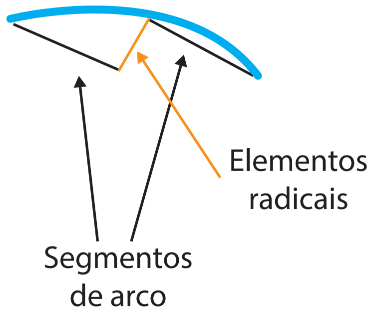
$$F(r)\hat{r}$$

Onde $\hat{r}$ é o vetor unitário direcionado – da origem em direção da partícula. Ao calcularmos o trabalho realizado pela força F ao longo do segmento radial, teremos:



$dW = \mathbf{F}.d\mathbf{r} = F(r)dr$

Ao detalharmos a trajetória descrita pela partícula de A e B, veremos que a trajetória pode ser quebrada por pequenos segmentos radiais e arcos, conforme a figura abaixo.



Assim, a força aplicada aos segmentos de arco vai ser perpendicular a eles e paralela aos elementos radiais, isso porque a força é central. E o trabalho de A para a B vai ser:

$$W = \int_{r_A}^{r_B} F(r)\,dr$$

E, como depende só dos vetores inicial e final, o trabalho vai ser independente do caminho percorrido.

Isso nos permite escrever a energia potencial gravitacional como sendo:

$$U_f - U_i = -\int_{r_i}^{r_f} F(r)\,dr$$

Mas, no caso da força gravitacional:

$$F(r) = -\frac{GM_T m}{r^2}$$

Onde o sinal de – evidencia o fato da força ser atrativa. Substituindo a expressão da energia potencial, temos:

$$U_f - U_i = GM_T m \int_{r_i}^{r_f} \frac{1}{r^2}\,dr = GM_T m \left[-\frac{1}{r}\right]_{r_i}^{r_f}$$

$$U_f - U_i = -GM_T m \left(\frac{1}{r_f} - \frac{1}{r_i}\right)$$

E podemos, assim, considerar de $U_i = 0$ quando $r_i = \infty$, assim:

$$U(r) = -\frac{GM_T m}{r}$$

Essa expressão pode ser estendida para qualquer par de objetos ou partículas e, portanto, para suas respectivas massas, m_1 e m_2:

$$U(r) = -\frac{Gm_1 m_2}{r}$$

Satélites e Energia Gravitacional

No lançamento de foguetes, satélites, ou na observação de cometas, planetas e outros objetos estelares, em geral, consideramos um sistema que tenha o Sol como referência, ou a Terra. Nesse contexto, consideramos que a massa do objeto costuma ser bem menor e a massa do sistema, que tenha o Sol ou a Terra, é tão grande que pode ser considerada um referencial inercial, ou seja, a energia do par é simplesmente a energia cinética do objeto mais a sua energia potencial:

$$E = K + U$$

$$E = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{GMm}{r}$$

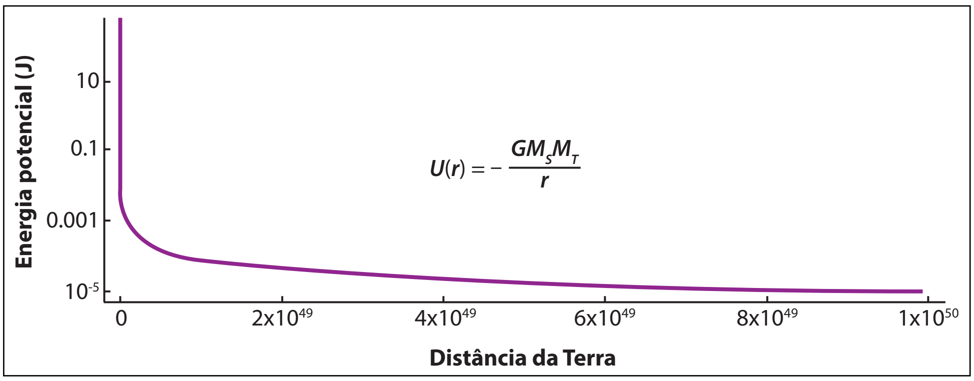
Essa expressão nos mostra que a energia do objeto pode ser positiva, zero ou negativa, dependendo do valor da velocidade. Mas, para um sistema "ligado" – como o caso da Terra-Sol ou Lua-Terra –, E é negativa, já que U vai a zero a medida que ***r*** aumenta.

Quando $E < 0$, aplicamos a segunda lei de Newton:

$$\frac{GMm}{r^2} = ma = \frac{mv^2}{r}$$

Se multiplicarmos os dois lados por ***r*** e dividirmos por 2, teremos:

$$\frac{GMm}{r^2} \times \frac{r}{2} = \frac{mv^2}{r} \times \frac{r}{2}$$



$$\frac{GMm}{2r} = \frac{mv^2}{2} = K$$

Assim,

$$E = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{GMm}{r}$$

passa a ser:

$$E = \frac{GMm}{2r} - \frac{GMm}{r} = -\frac{GMm}{2r}$$

Essa expressão é válida para órbitas circulares e para órbitas elípticas:

$$E = -\frac{GMm}{2a}$$

Onde **a** é o semieixo maior da elipse.

Exemplo: Um satélite de 600 kg de massa, ao ser manobrado, passa de uma órbita de 320 km para uma de 340 km, acima da superfície da Terra. A energia a ser gasta no processo é de:

a) $5{,}33 \times 10^8 J$

b) $5{,}33 \times 10^7 J$

c) $5{,}33 \times 10^6 J$

d) $5{,}33 \times 10^5 J$

e) $5{,}33 \times 10^4 J$

Resposta b)

Solução:

$r_i = R_T + 320$ km $= 6{,}37 \times 10^6 + 0{,}320 \times 10^6 = 6{,}69 \times 10^6$ m

$r_f = R_T + 340$ km $= 6{,}37 \times 10^6 + 0{,}340 \times 10^6 = 6{,}71 \times 10^6$ m

$$\Delta E = E_f - E_i$$

$$E = -\frac{GM_{Tm}}{2r}$$

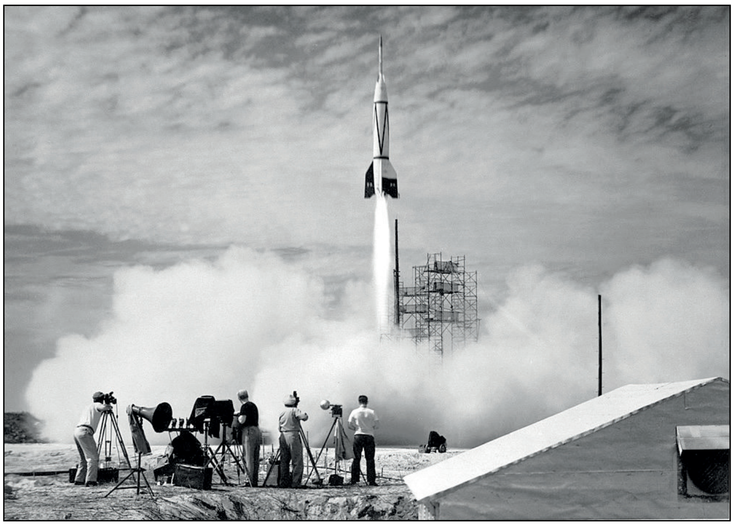
$$\Delta E = -\frac{GM_{Tm}}{2}\left(\frac{1}{r_f} - \frac{1}{r_i}\right)$$

$$\Delta E = -\frac{6{,}67 \times 10^{-11} \times 5{,}98 \times 10^{24} \times 600}{2}\left(\frac{1}{6{,}71 \times 10^6} - \frac{1}{6{,}69 \times 10^6}\right) \approx 5{,}33 \times 10^7 J$$

Velocidade de Escape

Com que velocidade eu devo lançar um objeto para que ele entre em órbita?

Essa é uma pergunta recorrente para os engenheiros da NASA, da ESA (Agência Espacial Europeia) e da própria AEB (Agência Espacial Brasileira) quando desejam colocar um foguete carregando um satélite em órbita. Com as considerações de energia, sabemos que na Terra a velocidade inicial $v = v_i$, a qual queremos encontrar, quando na superfície, isto é, $r_i = R_T$, e quando o objeto atingir a altitude máxima, $v = v_f = 0$ e $r_f = r_{max}$. Lançando essas considerações na equação de energia, temos:



NASA/U.S. Army/ Wikimedia Commons

$$\frac{1}{2}mv_i^2 - \frac{GM_Tm}{R_T} = \frac{GM_Tm}{r_{MAX}}$$

Ao isolarmos vi:

$$v_i^2 = 2GM_T\left(\frac{1}{R_T} - \frac{1}{r_{MAX}}\right)$$

Quando um objeto entra em órbita, consideramos que essa velocidade é a velocidade de escape, v_{esc}, e $r_{max} \to \infty$, e assim:

$$v_{esc} = \sqrt{\frac{2GM_T}{R_T}}$$

Essa velocidade para um objeto na Terra é de cerca de 40.000 km/h.

Material Complementar

Para complementar os conhecimentos adquiridos nesta unidade, veja os vídeos indicados e consulte a bibliografia apresentada.

Textos:

- Gravitação: As leis de Kepler e a lei da gravitação universal

Disponível em : http://educacao.uol.com.br/fisica/ult1700u10.jhtm

- Gravitação

Disponível em : http://www.alunosonline.com.br/fisica/gravitacao/

Vídeos Diversos: Mecânica e Gravitação Universal

- Lei da gravitação de Newton

http://fundacoes.org.br/khanportugues/ciencias/fisica/gravitacao

Videoaulas sobre as Leis da Gravitação em Geral:

http://www.youtube.com/watch?v=JXc0GOec7N8

http://www.youtube.com/watch?v=n1O02XBs0LE

http://www.youtube.com/watch?v=YCL14I8HOBQ

Vídeo sobre as Leis de Kepler

http://www.youtube.com/watch?v=JXc0GOec7N8&feature=related

http://www.youtube.com/watch?v=G3ICgfoTbkY&feature=related

http://www.youtube.com/watch?v=BP457lEdJPw

http://www.youtube.com/watch?v=v1EVhAp49vI

http://www.youtube.com/watch?v=65uVmLqJIBM

http://goo.gl/TskRLU

Bibliografia :

LANDULFO, EDUARDO. **Meio Ambiente & Física**, São Paulo. Editora Senac, 2005.

SERWAY, JEWETT Jr. **Princípios de Física**, Vol.1. São Paulo - THOMPSON editora; 2004.

SEARS E ZEMANSKY. **Física I**. – 10a. Edição – São Paulo: Addison Wesley, 2003.

HALLIDAY, RESNICK, WALKER. **Física 1** – 6ª. Edição - Rio de Janeiro. LTC editora, 2002.

ALONSO, M. **Física 1**. – 1a. edição – São Paulo: Edgard Blucher, 1992

TIPLER, P.A. Física. Vol. 1 - 4a Ed. LTC - **Livros Técnicos e Científicos S.A**. Rio de Janeiro – 2000

NUSSENZVEIG, H. M. **Curso de Física básica**, 4a ed. São Paulo: Edgard Blücher Ltda, 2002. V.

Referências

ALONSO, M.; FINN, E. J. **Física:** um curso universitário. 2. ed. São Paulo: Edgard Blücher, 2011.

CHAVES, A. **Física:** gravitação, fluídos, ondas e termodinâmica. Rio de Janeiro: LTC, 2007.

HALLIDAY, D.; RESNICK, R. **Fundamentos de Física:** gravitação, ondas e termodinâmica. 9. ed. Rio de Janeiro: LTC- Livros Técnicos e Científicos, 2012.

NUSSENZVEIG, H. M. **Curso de Física Básica:** volumes 1 e 2. 4. ed. São Paulo: Edgard Blücher, 2002.

SERWAY, R. A. **Princípios da Física:** v. 1. São Paulo: Thomson Pioneira, 2004.

YOUNG, H. D.; SEARS, F.; ZEMANSKY, M. W. **Física**. 12. ed. São Paulo: Addison Wesley, 2009.

Anotações

Educação a Distância
Cruzeiro do Sul Educacional
Campus Virtual

www.cruzeirodosulvirtual.com.br
Campus Liberdade
Rua Galvão Bueno, 868
CEP 01506-000
São Paulo SP Brasil
Tel: (55 11) 3385-3000

Universidade
Cruzeiro do Sul

UNICID
Universidade
Cidade de S. Paulo

UNIFRAN
Universidade
de Franca

UDF
Centro
Universitário

Módulo
Centro
Universitário