

Física Geral e Experimental I



Educação a Distância
Cruzeiro do Sul Educacional
Campus Virtual

Material Teórico



Energia Potencial e Conservação de Energia

Responsável pelo Conteúdo:

Prof. Dr. José Agostinho Gonçalves de Medeiros
Prof. Ms. Eduardo Landulfo

Revisão Textual:

Profa. Esp. Vera Lídia de Sá Cicarone

UNIDADE

Energia Potencial e Conservação de Energia



- Introdução
- Energia mecânica
- Energia Potencial Elástica
- Forças Conservativas e não Conservativas
- Forças Dissipativas e Energia Mecânica
- Forças Conservativas e Energia Potencial



Objetivo de APRENDIZADO

Nesta unidade, apresentaremos os conceitos de energia potencial, que pode ser compreendida como a energia associada à configuração de um sistema de corpos que interagem entre si. Além disso, veremos que as energias potencial e cinética estão, de alguma maneira, interligadas, posto que, quando consideramos a soma delas, percebemos que há uma conservação dessa soma, chamada de *energia mecânica do sistema*.

A leitura do Conteúdo Teórico com atenção é essencial para compreender os conceitos apresentados. É usual encontrarmos conceitos que, a princípio, divergem do que observamos no dia a dia; em especial, sistemas conservativos são difíceis de serem observados. Nesta unidade, o estudo do movimento dos corpos será apresentado sob uma nova visão, considerando a conservação da energia em um sistema fechado. Esta nova abordagem facilita bastante o cálculo de alguns parâmetros do movimento.

Não deixe de utilizar todos os recursos disponíveis e acessar os links sugeridos no texto.

Tenha atenção às atividades avaliativas propostas e ao prazo de sua realização. Nesta Unidade V, temos Atividades de Sistematização e Fórum de discussões.

Contextualização



Fonte: Wikimedia Commons

No final do século XIX, começou o desenvolvimento industrial no Brasil. Parte dos lucros obtidos pelos cafeicultores foi investida na criação de indústrias, principalmente em São Paulo e Rio de Janeiro. Fábricas de tecidos, calçados e outros produtos. A mão de obra usada nessas fábricas era, principalmente, formada por imigrantes.

A indústria é uma atividade econômica que surgiu na Primeira Revolução Industrial, no fim do século XVIII e início do século XIX, na Inglaterra, e que tem por finalidade transformar matéria-prima em produtos comercializáveis, utilizando, para isso, força humana, máquinas e energia.

A indústria está baseada na transformação da energia; qualquer processo produtivo depende de energia. São muitos os processos que possibilitam que a energia transformada seja utilizada. Por exemplo, podemos converter calor em movimento; movimento em energia elétrica; energia cinética em energia potencial; e energia potencial em energia cinética. As usinas hidroelétricas são baseadas na conversão de energia potencial em energia cinética e depois em energia elétrica. Podemos considerar que todo avanço tecnológico observado nas últimas décadas e que impulsionou o desenvolvimento das indústrias está fundamentado nos princípios básicos de conservação de energia.

Introdução



Tratam-se dos processos que envolvam sistemas de corpos que interagem entre si, através de uma força, considerada interna ao sistema, ainda que externa aos corpos envolvidos.

Quando estudamos a energia cinética dos sistemas vimos que essa nada mais era que a soma algébrica da energia cinética individual de cada corpo que compunha o sistema, de modo que eram tratados de forma independente.

Consideremos agora um livro e o planeta Terra, que interagem via força gravitacional, ou seja, pela atração mútua entre os dois corpos, posto que a força gravitacional atrairá o livro para o centro da Terra. Se, agora, erguermos lentamente o livro, de tal modo esse mude de cota (altura) em relação ao solo, teremos:

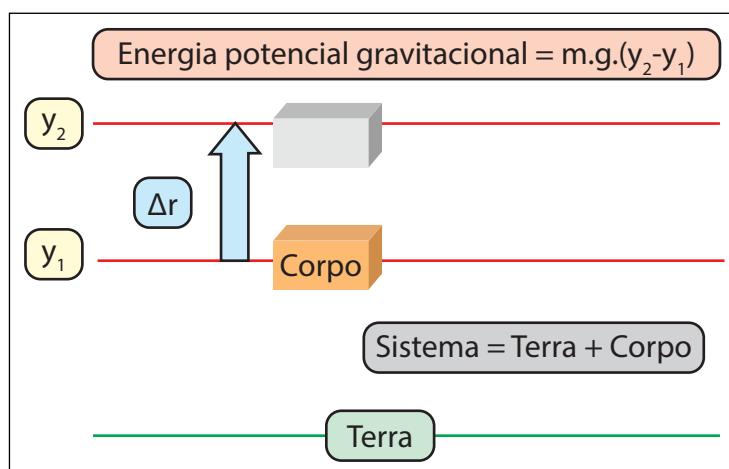
$$\Delta y = y_2 - y_1$$

Como vimos na Unidade anterior, há aqui um trabalho realizado em $W = Fd$, de modo que o trabalho da força gravitacional será:

$$W = m \cdot g \cdot y_2 - m \cdot g \cdot y_1$$

Como o deslocamento se deu de maneira lenta, não houve variação de energia cinética, nem de energia interna do sistema. Essa forma de armazenamento de energia, que em princípio poderia ser convertida em energia cinética, chamamos de *energia potencial*.

Figura 1. Diagrama do sistema de Energia potencial Terra + Corpo



Atenção

O sistema em questão é a Terra + corpo.

De um ponto de vista mais conceitual, temos que o trabalho é dado por:

$$W = \vec{F} \cdot \Delta \vec{r} = \vec{P} \cdot \Delta \vec{r} = m \cdot g \cdot \hat{j} \cdot (y_2 - y_1) \hat{j} = m \cdot g \cdot \Delta y$$

Este trabalho não se reflete em um aumento na energia cinética do sistema, mas sim em uma transferência de energia potencial gravitacional, que chamaremos de U_g , ou simplesmente U .

$$\mathbf{U}_g \equiv \mathbf{m} \cdot \mathbf{g} \cdot \mathbf{y}$$

A energia potencial gravitacional apenas dependerá da altura do objeto em relação ao solo. A mesma quantidade de trabalho será realizada se o objeto for levantado ou empurrado.

Se aplicássemos o mesmo raciocínio ao trabalho realizado a um objeto que tivesse deslocamento na vertical e na horizontal, teríamos:

$$W = \vec{F} \cdot \Delta \vec{r} = \vec{P} \cdot \Delta \vec{r} = m \cdot g \cdot \hat{j} \cdot [(x_2 - x_1) \hat{i} + (y_2 - y_1) \hat{j}] = m \cdot g \cdot \Delta y$$

Onde não há termo que envolva x, uma vez que $\hat{j} \cdot \hat{i} = 0$



Importante

É sempre conveniente tornar uma das cotas com referência no solo, isto é, uma das cotas pode ser zero.

Exemplo: Um objeto de 7kg cai de uma altura de 0,5m. Qual a energia potencial no momento da queda?

- a. 15 J.
- b. 20 J.
- c. 30 J.
- d. 34 J.
- e. 44 J.

Ora, considerando o chão como referência, temos que $\mathbf{U} = \mathbf{m} \cdot \mathbf{g} \cdot \mathbf{h} = 7 \times 9,8 \times 0,5 = 34,3 \text{ J}$, ou aproximadamente **34 J**.

Energia mecânica



Quando um sistema ganha energia potencial gravitacional, ao deixarmos o objeto retornar à sua posição original haverá um trabalho realizado pela força gravitacional, que é igual a:

$$W = m \cdot \vec{g} \cdot \Delta \vec{r} = -mg \cdot \hat{j}(y_1 - y_2) \hat{j} = m \cdot g \Delta y$$

Do teorema do trabalho-energia cinética, o trabalho realizado converte-se em energia cinética e assim:

$$\Delta K = -\Delta U_g$$

Ou:

$$\Delta K + \Delta U_g = 0$$

Afirmo que a soma das energias armazenadas no sistema é zero. Isto significa que o sistema objeto-Terra está isolado, portanto, é conservativo.

Desta maneira, definimos que a soma das energias potencial e cinética é igual a uma constante denominada *energia mecânica*.

$$E_{mec} = K + U$$

Podemos ainda escrever explicitamente:

$$K_2 + U_2 = K_1 + U_1$$

Onde U pode ser qualquer energia potencial, como veremos mais adiante. No caso de U ser a energia potencial gravitacional, temos:

$$\frac{1}{2}m.v_2^2 + m.g.y_2 = \frac{1}{2}m.v_1^2 + m.g.y_1$$

Os índices 1 e 2 podem ser trocados por 1 = inicial (i) e 2 = final (f), podendo ainda y ser trocado por h:

$$\frac{1}{2}m.v_f^2 + m.g.h_f = \frac{1}{2}m.v_i^2 + m.g.h_i$$



Energia Potencial Elástica

É, por exemplo, quando consideramos um bloco mais uma mola. A força que a mola exerce no bloco é dada por:

$$\mathbf{F}_s = -\mathbf{k} \cdot \mathbf{x}$$

Lembre-se que na Unidade anterior vimos que o trabalho realizado por uma força externa aplicada em um sistema como o descrito acima é dada por:

$$W = \frac{1}{2}kx_f^2 - \frac{1}{2}kx_i^2$$

Nesta situação, as coordenadas inicial e final x do bloco são medidas em relação a sua posição de equilíbrio, $x = 0$. Aqui, novamente, o trabalho realizado no sistema é igual à diferença entre os valores inicial e final de uma expressão que depende da configuração desse sistema. Assim, a energia potencial elástica associada ao sistema bloco mais mola é definida como:

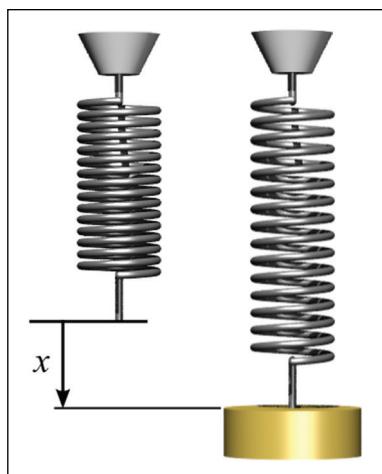
$$U_s \equiv \frac{1}{2}kx^2$$

A energia potencial elástica pode ser idealizada como a energia armazenada em uma mola esticada ou comprimida. Quando liberada a energia potencial é convertida em energia cinética. Como a energia potencial elástica é proporcional a x^2 , então será sempre positiva.

Exemplo:

Na questão abaixo, verifique a alternativa correta:

Figura 2.



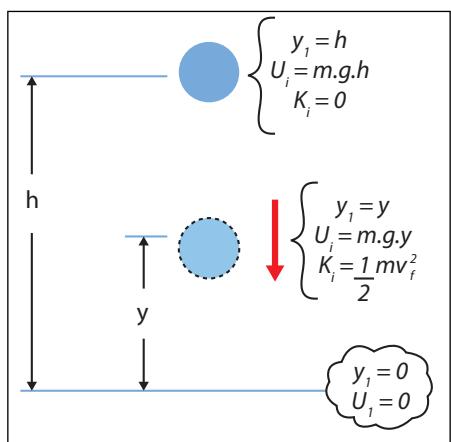
Uma bola é presa a uma mola suspensa na vertical. Quando liberada, distende-se da sua posição de equilíbrio e a bola oscila para cima e para baixo. Considerando as formas de energia presentes no sistema *bola, mola e Terra*, as formas de energia presentes são

- a. cinética e potencial elástica.
- b. cinética e potencial gravitacional.
- c. cinética, elástica e gravitacional.
- d. elástica e gravitacional.
- e. apenas cinética.

Veja que as três formas estão presentes, potencial gravitacional (força peso), potencial elástica (mola) e cinética (a movimentação da mola).

Em uma nova questão, considere:

Figura 3.



Fonte:Eduardo Landulfo

Uma bola de massa m é solta de uma altura h acima do solo. A sua velocidade em uma altura y entre o solo e h terá uma velocidade de :

- a. $\sqrt{2gy}$
- b. \sqrt{gh}
- c. $\sqrt{2g(h-y)}$

- d. \sqrt{gy}
- e. \sqrt{gh}

Para a resolução desta questão, considere que no topo (h) temos:

$$\begin{aligned}y_i &= h \\U_i &= m \cdot g \cdot h \\K_i &= 0\end{aligned}$$

Em y temos:

$$\begin{aligned}y_i &= y \\U_i &= m \cdot g \cdot y \\K_i &= \frac{1}{2}mv_f^2\end{aligned}$$

E no solo:

$$\begin{aligned}y_i &= 0 \\U_i &= 0\end{aligned}$$

Aplicando o princípio de conservação de energia, temos:

$$K_f + U_f = K_i + U_i$$

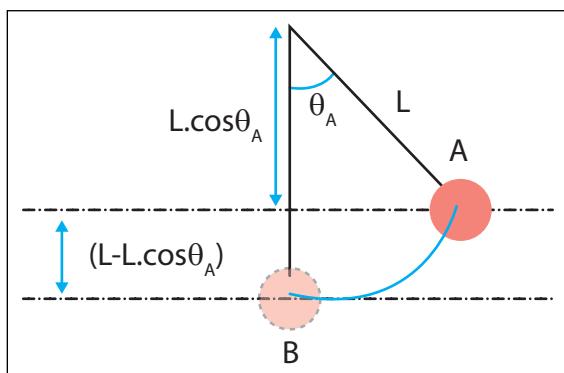
$$\frac{1}{2}mv_f^2 + m.g.y = 0 + m.g.h$$

$$v_f^2 = 2g(h - y)$$

$$v_f = \sqrt{2g(h - y)}$$

Em outro exemplo, considere:

Figura 4.



Fonte: Eduardo Landulfo

Um pêndulo consiste de uma massa m presa a uma corda de comprimento L . A esfera é solta do ponto A a partir do repouso, quando a corda forma um ângulo θ_A com a vertical. Assim, a velocidade no ponto mais baixo é :

- a. $\sqrt{2gL(1 - \cos \theta_A)}$
- b. $\sqrt{2gL(1 - \sin \theta_A)}$
- c. $\sqrt{2gL(1 + \cos \theta_A)}$
- d. $\sqrt{2gL(1 + \sin \theta_A)}$
- e. $\sqrt{2gL \cos \theta_A}$

Ora, ao medirmos as coordenadas y da esfera, temos que:

$$y_A = -L \cos \theta_A$$

$$y_B = -L$$

Ao aplicarmos o princípio de conservação de energia mecânica, temos:

$$K_B + U_B = K_A + U_A$$

$$\frac{1}{2}mv_B^2 - m.g.L = 0 - m.g.L \cos \theta_A$$

Logo :

$$v_B = \sqrt{2gL(1 - \cos \theta_A)}$$

Forças Conservativas e não Conservativas



Ocorrem quando um objeto se move para baixo, próximo à superfície da Terra.

O trabalho realizado pela força gravitacional não depende do fato de o objeto se mover em queda livre ou deslizar por um plano inclinado. Porém, se houver atrito entre o plano inclinado e o objeto, haverá perda de energia no processo. Em outras palavras, no caso do trabalho da força gravitacional, ele não depende do caminho traçado, mas, sim, de haver perda por atrito em um desses caminhos; se houver, forças dissipativas ou não conservativas afetarão o processo de conservação de energia. Em resumo, a força gravitacional é conservativa, enquanto a força de atrito não é conservativa.

Forças Conservativas

As *forças conservativas* possuem duas propriedades equivalentes, as quais:

1. O trabalho realizado por uma força conservativa em uma partícula se movendo entre dois pontos é independente do caminho tomado pela partícula;
2. O trabalho realizado por uma força conservativa se movendo em um circuito fechado é nulo. Isto é, se os pontos inicial e final forem os mesmos, teremos um circuito fechado e, portanto, trabalho zero.

A força gravitacional é um exemplo de força conservativa e a força elástica de uma mola também. Como vimos na Unidade anterior:

$$W_g = m \cdot g \cdot y_i - m \cdot g \cdot y_f$$

$$W_k = \frac{1}{2} k (x_i^2 - x_f^2)$$

Em ambos os casos, quando as coordenadas inicial e final forem iguais, ou seja, o circuito for fechado, os trabalhos serão nulos.

Em geral, o trabalho realizado por uma força conservativa atuando em um objeto membro de um sistema em que move-se de um ponto a outro é igual a energia potencial inicial menos a energia potencial final:

$$W = U_i - U_f = -\Delta U$$

Atenção:

$$\Delta U = U_f - U_i$$

Forças Não Conservativas

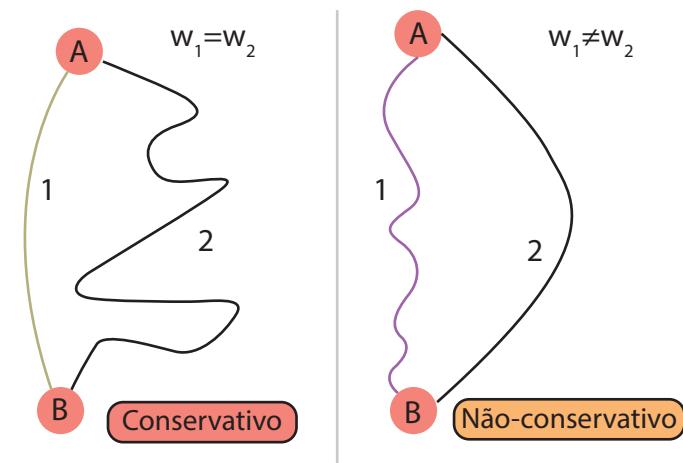
Uma força é não conservativa se não satisfazer as propriedades 1 e 2 das forças conservativas e acima descritas.

Forças não conservativas, também chamadas de forças dissipativas, causam uma mudança na energia mecânica de um sistema e se não forem consideradas, invalidam o princípio de conservação de energia.

Como já definida, a energia mecânica é uma soma das energias mecânicas e cinéticas dos membros de um sistema. Mas com a presença de uma força dissipativa, geralmente uma força de atrito, fazendo com que a energia interna do objeto de um sistema se transforme em energia interna, o que significaria um aumento de temperatura do objeto e da superfície que causa o atrito.

Assim, o caminho realizado pelo objeto faz com que a energia mecânica sofra perdas, dissipando-se.

Figura 5. Trabalhos realizados por uma força conservativa, que independem do caminho (esquerda), e por força não conservativas (direita)



Forças Dissipativas e Energia Mecânica



Como mencionado, se as forças que atuam em um objeto forem conservativas, então a energia mecânica se conserva. Porém, se forem dissipativas (não conservativas) a energia mecânica do sistema não se conserva, isto é, muda.

Se um objeto se desloca de uma distância d e a única força que fizer o trabalho for a força de atrito, então a variação na energia cinética será negativa, uma vez que com atrito, obviamente o objeto se moverá mais devagar:

$$W_f = \Delta K = -f_k d$$

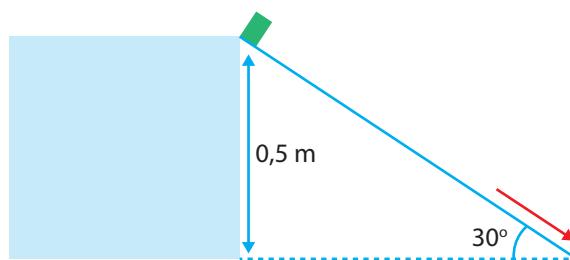
Todavia, se a força de atrito também ocasionar mudanças na energia potencial, então a energia mecânica será afetada e teremos:

$$\Delta E_{mec} = \Delta K + \Delta U = -f_k d$$

Exemplo:

Verifique a alternativa correta.

Figura 6.



Fonte: Eduardo Landulfo

Um bloco de 3kg desliza sobre uma rampa de 1m de comprimento e inclinada de 30° . Ao deslizar a rampa, o bloco em contato com essa sofre um atrito com magnitude de 5 N e após atingir o solo, ainda se desloca na horizontal. Assim, a velocidade do bloco ao atingir o fim da rampa será de :

- a. 2,54m/s.
- b. 3,54m/s.
- c. 4,54m/s.
- d. 1,54m/s.
- e. 0,54m/s.

Resolução:

No topo temos:

$$E_i = K_i + U_i = 0 + U_i = m \cdot g \cdot y_i$$

$$E_i = 3,9 \cdot 8,0 \cdot 5 = 14,7 \text{ J}$$

No solo:

$$E_f = K_f + U_f = \frac{1}{2} m \cdot v^2 + 0$$

$$E_f = \frac{1}{2} m \cdot v^2$$

Como há forças dissipativas, temos:

$$-f_k \cdot d = -5,0 \cdot 1,00 = -5 \text{ J}$$

E aplicando a equação:

$$\Delta E_{mec} = \Delta K + \Delta U = -f_k d$$

$$E_f - E_i = \frac{1}{2} m \cdot v_f^2 - m \cdot g \cdot y_i = -f_k \cdot d$$

$$\frac{1}{2} m \cdot v_f^2 = 14,7 - 5,0 = 9,7 \text{ J}$$

$$v_f^2 = \frac{19,4}{3,0} = 6,47 \text{ m}^2 / \text{s}^2$$

$$v_f = 2,54 \text{ m/s}$$

Forças Conservativas e Energia Potencial



Vimos que o trabalho realizado em um membro de um sistema por uma força conservativa não dependia do caminho realizado pelo membro em movimento. Assim, o trabalho dependia somente das coordenadas inicial e final. Como consequência, podemos definir a função energia potencial U como o trabalho realizado pela força conservativa igual à diminuição da energia potencial do sistema. Assim, em uma partícula que se move ao longo do eixo x , temos:

$$W_C = \int_{x_i}^{x_f} F_x dx = -\Delta U$$

Onde F_x é a componente de F na direção deslocamento. Isto é, o trabalho realizado pela força conservativa que atua entre os membros do sistema é igual ao valor negativo da variação na energia potencial.

$$\Delta U = U_f - U_i = - \int_{x_i}^{x_f} F_x dx$$

Portanto, quando F_x e dx estiverem no mesmo sentido, ΔU é negativa, que seria quando um objeto fosse baixado em um campo gravitacional ou quando um mola empurrasse o objeto para a posição de equilíbrio.

A expressão *energia potencial* implica que o sistema tenha a capacidade ou de ganhar energia cinética, ou de realizar trabalho quando libertado da influência de uma força conservativa exercida sobre um membro do sistema. Assim, podemos ainda definir a função energia potencial como:

$$U_f(x) = - \int_{x_i}^{x_f} F_x dx + U_i$$

Onde o valor de U_i pode frequentemente ser considerado zero conforme a configuração da referência do sistema.

Se o ponto de aplicação da força passar por deslocamentos infinitesimais dx , podemos expressar a mudança infinitesimal na energia potencial como:

$$dU = -F_x dx$$

$$F_x = -\frac{dU}{dx}$$

Vejamos uma aplicação direta da relação acima. Para tanto, tomemos a energia elástica potencial $U_e = \frac{1}{2}kx^2$, aplicando a definição para obter a força elástica:

$$F_e = -\frac{dU}{dx} = -\frac{d}{dx}\left(\frac{1}{2}kx^2\right) = -kx$$

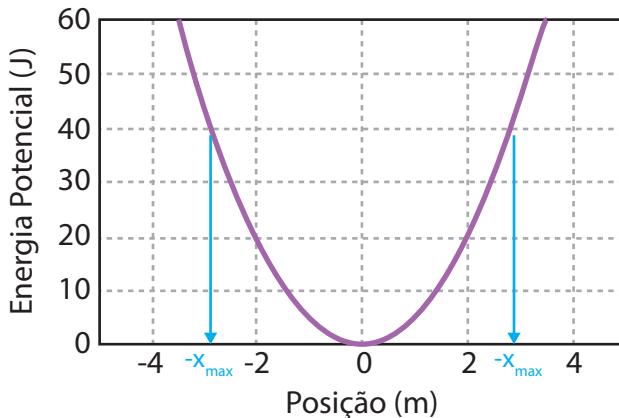
Que é a força elástica conhecida como a *Lei de Hooke*.

Diagramas de Energia

O movimento de um sistema pode ser frequentemente visualizado por um gráfico da energia potencial versus a posição. Assim, considere a função energia potencial de um sistema bloco mais mola, dada por $U_e = \frac{1}{2}kx^2$

O diagrama é dado pelo seguinte gráfico:

Gráfico 1.



Há diversas informações neste gráfico, algumas óbvias, outras nem tanto, a saber:

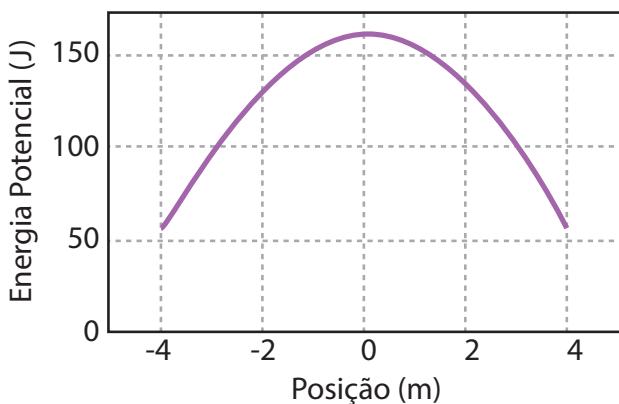
1. Quando o bloco está em repouso e em equilíbrio, $x = 0$ e a energia também é zero;
2. Se a força externa comprimir a mola, a inclinação da curva é negativa e x é negativo;
3. Se a força externa esticar a mola, a inclinação da curva é positiva e x é positivo.

Na posição $x = 0$ o sistema está em *equilíbrio estável*. Nessas configurações de equilíbrio estável U_x é mínimo.

Observamos também que se o bloco tiver um deslocamento máximo x_{\max} , a energia total armazenada na mola fará com que o bloco se move e adquira energia cinética e perca uma quantidade de energia potencial equivalente. Como a energia total do sistema se mantém, o bloco oscila para frente e para trás entre os pontos $x = x_{\max}$ e $x = -x_{\max}$.

Tomemos agora outro gráfico como o seguinte:

Gráfico 2. Energia Potencial para equilíbrio instável.



Vemos que em $x = 0$ o sistema está na sua posição de equilíbrio, porém é um *equilíbrio instável*, pois se a partícula se deslocar à direita, $x > 0$, a força é positiva e a partícula acelera. Lembre-se que:

$$F_x = -\frac{dU}{dx}$$

Como a inclinação para $x > 0$ é negativa, F_x terá o sinal oposto. Se ao invés disso, a partícula for para a esquerda, $x < 0$, a força é negativa, pois a inclinação é positiva. Esses tipos de configurações sempre partem de um valor máximo de energia.

Se agora tivermos uma situação em que U é constante e assim sua derivada for zero, teremos então uma situação de *equilíbrio neutro*, como uma bola parada em um terreno horizontal e plano, por exemplo.

Material Complementar

Para complementar os conhecimentos adquiridos nesta unidade, veja os vídeos indicados e consulte a bibliografia sugerida.

Vídeos diversos: energia e conservação da energia



Explore

Trabalho e Energia

http://fundacoes.org.br/khanportugues/ciencias/fisica/trabalho_e_energia

Trabalho e Energia parte 2

<http://goo.gl/orx8IN>

Trabalho e Energia Conservação de Energia

<http://goo.gl/fveYDH>

Trabalho e Energia problema com Atrito

<http://goo.gl/PeZx5>

Bibliografia:

LANDULFO, EDUARDO. **Meio Ambiente & Física**. São Paulo, Editora Senac, 2005.

SEARS E ZEMANSKY. **Física I**. – 10a. Edição – São Paulo: Addison Wesley, 2003.

SERWAY, JEWETT Jr. **Princípios de Física**. Vol.1. São Paulo - THOMPSON editora; 2004.

HALLIDAY, RESNICK, WALKER. **Física 1** – 6^a. Edição - Rio de Janeiro. LTC editora, 2002.

ALONSO, M. **Física 1**. – 1a. edição – São Paulo: Edgard Blucher, 1992.

TIPLER, P.A. **Física**. Vol. 1 - 4a Ed. Rio de Janeiro: LTC - Livros Técnicos e Científicos S.A., 2000.

NUSSENZVEIG, H. M. **Curso de Física básica**, 4a ed. São Paulo: Edgard Blücher Ltda, 2002.

Referências

- ALONSO, M.; FINN, E. J. **Física:** um curso universitário. 2. ed. São Paulo: Edgard Blücher, 2011.
- CHAVES, A. **Física:** gravitação, fluídos, ondas e termodinâmica. Rio de Janeiro: LTC, 2007.
- HALLIDAY, D.; RESNICK, R. Fundamentos de **Física:** gravitação, ondas e termodinâmica. 9. ed. Rio de Janeiro: LTC- Livros Técnicos e Científicos, 2012.
- NUSSENZVEIG, H. M. **Curso de Física Básica:** fluídos, oscilações e ondas, calor. 4. ed. São Paulo: Edgard Blücher, 2002.
- SEARS, F. et al. **Física 2:** termodinâmica e ondas. 12. ed. São Paulo: Pearson Education, 2008.
- SERWAY, R. A. **Princípios da Física:** movimento ondulatório e termodinâmica. v. 2. São Paulo: Thomson Pioneira, 2004.
- YOUNG, H. D.; SEARS, F.; ZEMANSKY, M. W. **Física.** 12. ed. São Paulo: Addison Wesley, 2009.

Anotações





Educação a Distância
Cruzeiro do Sul Educacional
Campus Virtual

www.cruzeirodosulvirtual.com.br
Campus Liberdade
Rua Galvão Bueno, 868
CEP 01506-000
São Paulo SP Brasil
Tel: (55 11) 3385-3000

