

Física Geral e Experimental I



Educação a Distância
Cruzeiro do Sul Educacional
Campus Virtual

Material Teórico



Movimento Unidimensional

Responsável pelo Conteúdo:

Prof. Dr. José Agostinho Gonçalves de Medeiros
Prof. Ms. Eduardo Landulfo

Revisão Textual:

Profa. Esp. Vera Lídia de Sá Cicarone

UNIDADE

Movimento Unidimensional



- Introdução
- Grandezas e Unidades importantes no estudo do movimento
- Movimento Unidimensional
- Velocidade Média Vetorial e Escalar



Ao fim desta aula esperamos que seja capaz de interpretar, conceituar e calcular:

- Movimento retilíneo;
- Velocidade;
- Aceleração;
- Equações do movimento.

A leitura do Conteúdo Teórico com atenção é essencial para compreender os conceitos apresentados, é usual encontrarmos conceitos que a princípio divergem do que observamos no dia a dia. Uma análise mais cuidadosa dos modelos teóricos apresentados explica não só o que podemos observar como também prever resultados que não observamos por conta das nossas limitações. Os exemplos e exercícios resolvidos ajudam a consolidar os conceitos estudados.

Não deixe de utilizar todos os recursos disponíveis e acessar aos links sugeridos no texto.

Tenha atenção às atividades avaliativas propostas e ao prazo de realização das mesmas. Nesta Unidade temos Atividades de Sistematização e Atividade de Aprofundamento.

Lembre-se de que essas atividades são pontuadas e possuem prazos de entrega.

Contextualização

Atualmente estamos acostumados a conviver com os radares instalados nas vias públicas em todas as grandes cidades. A função do radar é educativa e visa condicionar os condutores a observar as leis de trânsito. Ele mede a velocidade média do veículo ao passar por uma série de sensores ou pelo tempo decorrido por uma onda eletromagnética para percorrer uma distância conhecida. Os conceitos utilizados são os definidos no estudo do movimento unidimensional. O texto a seguir mostra os princípios de funcionamento de dois diferentes tipos de radares de trânsito.

Como funcionam os radares de trânsito

Autoridades em diversos países fazem uso da tecnologia dos radares para controlar a velocidade dos veículos nas vias públicas. Para esta finalidade existem basicamente dois tipos de radares.

Radar Fixo



Fonte: Thinkstock/Getty Images

O primeiro e mais utilizado é o radar fixo, onde na via são instalados três sensores também chamados de laços detectores, formando um campo magnético. Estes sensores são ligados a um computador e a uma câmera que geralmente ficam alocados em um poste na lateral da pista. Quando o veículo passa pelo primeiro sensor, o campo magnético é interrompido até que o mesmo passe pelo segundo sensor, então o sistema automaticamente calcula a **velocidade** de acordo com este **tempo** de interrupção utilizando

o efeito Doppler. Se a velocidade do veículo for superior a permitida então uma imagem é capturada pela câmera e armazenada no computador, de maneira a servir como prova da infração. Durante a noite, as câmeras funcionam com um sistema infravermelho o qual permite uma boa visualização da placa e do veículo mesmo com pouca luminosidade, sem que o infrator perceba que foi multado.

- » Como o medidor de velocidade faz para distinguir qual veículo excedeu a velocidade se muitos passam ao mesmo tempo sobre a via?

Os medidores de veículos automotores baseiam-se na medição do tempo de passagem de um veículo entre dois sensores instalados sob o asfalto. Como a distância entre esses sensores é fixa e conhecida, se medirmos o tempo de passagem de um determinado veículo sobre esses sensores, teremos a velocidade. Cada conjunto de sensores de uma faixa é identificada no sistema de processamento do medidor de velocidade de veículos automotores, ou seja, está associado a uma determinada faixa na via. Portanto, o sistema de medição, reconhece a faixa onde a velocidade limite da via foi ultrapassada e assim, o veículo infrator. O sistema fotográfico ou de registro de imagem, sempre é acionado quando em alguma faixa a velocidade limite é ultrapassada.

No Brasil, o item 5.18 do Regulamento Técnico Metrológico aprovado pela Portaria Inmetro nº 115/98 estabelece que quando dois ou mais veículos com velocidades distintas entrarem na área de medição, o medidor de velocidade não deverá fornecer resultado de medida.

Radar Móvel

O segundo tipo de radar utilizado no trânsito é o móvel, que pode funcionar de duas formas: a primeira é um modelo italiano que utiliza dois feixes de laser e em função do **tempo** de interrupção dos feixes o computador dispara a câmera, caso a **velocidade** medida for superior a permitida, e a segunda é um modelo holandês que emite uma micro-onda oblíqua em um ângulo de 20 graus em relação à pista; o computador então calcula o **tempo** que a onda leva para fazer o **percurso**, e quando é interrompida calcula a **velocidade** do veículo da mesma forma que os outros radares. Os dois modelos utilizam uma máquina fotográfica comum e filmes coloridos de 35 mm e 36 poses idênticos ao que usamos no dia-a-dia.

Os radares móveis são capazes de monitorar até três faixas de trânsito ao mesmo tempo, entretanto, não conseguem registrar a imagem de mais de um veículo passando pelo ângulo de fiscalização no momento do disparo e durante a noite a câmera utiliza um flash para que a imagem do infrator seja capturada.

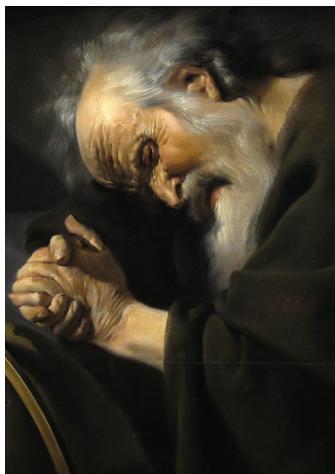


Fonte: Thinkstock Getty Images

Introdução



Heráclito



Fonte: Johannes Moreelse, óleo sobre tela, 1630.

Panta rei ou “tudo flui”, “tudo se move”, frase associada ao filósofo grego Heráclito de Éfeso, que viveu por volta de 480 a.C., ou seja, 2500 anos atrás, é bem apropriada aos dias de hoje, em que vivenciamos e vemos quase tudo a nossa volta em movimento ou se transformando. Na natureza, o movimento seja o mais óbvio a se observar, e, como mencionado acima, é algo que já foi percebido há muito tempo.

Na Grécia antiga, o estudo do movimento confundia-se com o da Física e assim era chamado. O conceito de movimento é também um conceito de mudança de estado, tamanho, cor, forma, etc. Um movimento pode ser interno ou externo a um corpo.

Observe a foto abaixo: quais e quantos elementos estão em mudança?



Percebe-se, ainda, que o movimento pode ocorrer em diversas etapas e que pode ser provocado por uma máquina ou pode ser voluntário, como, por exemplo, quando caminhamos.

A Física vem estudando os movimentos desde sua “criação”, isto é, a própria Física, nos seus primórdios, servia para estudar a essência e o mecanismo do movimento. O estudo dos movimentos foi concebido por Galileu Galilei (1564 – 1642). Na época, ele vivia em Pisa, Itália, e, segundo boatos, ele largava objetos do topo da torre que lá existe até hoje para observar o movimento.

Galileu é, por muitos, considerado o cientista que iniciou o *método científico* ou *experimental*, pois, após conceber uma teoria, ele elaborava experimentos para comprová-la ou não. A partir dessas experiências e de seus resultados, a teoria podia ser aperfeiçoada e expressa em fórmulas e equações matemáticas. Esse processo é cíclico e, hoje, é o mais aceito entre os cientistas, pois, por meio dele, a ciência se desenvolve e as teorias são melhoradas e padronizadas.

Muitos acham que sempre foi assim, mas, antes de Galileu, os fatos científicos eram da esfera não só dos pensadores, mas também dos religiosos ou da Igreja Católica. A separação entre os pontos de vista dos cientistas e dos religiosos foi litigiosa a princípio e envolveu até a criação de um “tribunal” para julgar se as novas teorias não iam contra os dogmas da Igreja. Segundo os historiadores, esse foi um período entre o fim da Idade Média e o início do Renascimento.

O experimento mais famoso de Galileu é aquele em que ele supôs que, ao deixar cair uma pena e uma bala de canhão ao mesmo tempo, isto é, simultaneamente, as duas, sem o efeito da resistência do ar, atingiriam o solo ao mesmo tempo. Curiosamente, comprovar tal fato é, ainda hoje, muito difícil e, como vemos no vídeo disponível no *link* abaixo, foi preciso que o homem fosse à Lua para comprová-lo.



Explore

Veja mais em: http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/3/3c/Apollo_15_feather_and_hammer_drop.ogg

O que vemos então é que, em Física, ao se elaborar uma teoria, é preciso ajustar as condições em que o experimento será realizado, ou seja, é preciso realizar aproximações e considerações que, às vezes, parecem afastar-nos da situação real. Por exemplo, voltando ao experimento de Galileu, seria necessário:

1. desprezar a forma do objetos em questão → objetos são **partículas**;
2. esquecer a resistência do ar → queda ocorre no **vácuo**;
3. desconsiderar a rotação da Terra → **peso constante**.

Sem essas considerações e aproximações, o problema ficaria complicado demais, e tentar compreendê-los seria muito difícil. Mas o limite do quanto devemos idealizar o problema deve ser determinado pelo bom senso, pois só assim, ao realizarmos um experimento, poderemos concluir se, ao desprezar ou aproximar determinada condição, houve ou não exagero. A Física e algumas das áreas tecnológicas são assim, inclusive a Engenharia.

Grandezas e Unidades importantes no estudo do movimento



Como mencionamos, a Física é uma ciência de experimentação, ou seja, de medidas que envolvem números e unidades. Isso porque é preciso garantir que um experimento, ao ser realizado em qualquer parte do mundo, dê, em princípio, os mesmos resultados. Assim, uma quantidade ou um número que usamos para expressar um fenômeno observado na natureza recebe o nome de **grandeza física**. Ao atribuirmos uma **unidade** a essa grandeza, estamos, na verdade, comparando o que foi medido com um padrão de referência. Os padrões de referência são listados e organizados pelos sistemas de unidades criado pelos cientistas e engenheiros em todo o mundo. O sistema que iremos utilizar chama-se **Sistema Internacional** ou, simplesmente, **SI**. No Brasil, o sistema de unidades e padrões são organizados pelo INMETRO (Instituto Nacional de Metrologia, Qualidade e Tecnologia). Saiba mais acessando os links abaixo.

- » http://www.inmetro.gov.br/inovacao/publicacoes/si_versao_final.pdf
- » <http://www.inmetro.gov.br/>

No estudo do movimento, as grandezas e unidades mais relevantes e importantes são: **Tempo, Comprimento e Massa**.

Tempo

O segundo (s) é definido no SI como a unidade padrão de tempo:

"Um segundo é o tempo de duração de 9.192.631.770 – nove bilhões cento noventa e dois milhões seiscentos e trinta e um mil setecentos e setenta – vibrações da radiação emitida pela transição eletrônica entre os níveis hiperfinos do estado fundamental do átomo de césio 133".

O padrão de tempo atual, conforme estabelecido pelo Sistema Internacional de Unidades, tem por base os princípios da relatividade e tem por padrão periódico as oscilações da radiação eletromagnética. Anteriormente, a unidade de tempo e a unidade de comprimento em vigor eram pré-estabelecidas por conceitos independentes, e a velocidade da luz era medida experimentalmente, sendo especificados, portanto, seu valor e o valor da incerteza experimental. Com o princípio da constância da velocidade da luz, tal valor, abreviado em Física pela letra c , passou a ser definido de forma exata; e no SI: $c = 299.792.458$ metros por segundo. Veja o link abaixo:

- » <http://pcdsh01.on.br/HoraLegalBrasileira.asp>



Fonte: Wikimedia Commons

Exemplo: O tempo necessário para a luz percorrer 1,00 km é de:

- a) $3,336 \times 10^{-6}$ s
- b) $3,336 \times 10^{-8}$ s
- c) $3,336 \times 10^{-3}$ s
- d) $3,336 \times 10^{-5}$ s
- e) $3,336 \times 10^{-4}$ s

Resposta: a)

Resolução:

Dados

$$c = 299.792.458$$

$$s = 1,00 \text{ km}$$

$$t = s/c$$

$$1,00 \text{ km} = 1000 \text{ m} = 10^3 \text{ m}$$

$$299.792.458 = 2,99792458 \times 10^8 \text{ m/s}$$

DICA

$$\frac{10^x}{10^y} = 10^{x-y}$$

$$t = \frac{10^3}{2,99792458 \times 10^8}$$

$$t = \frac{1}{2,99792458} \times 10^{-5} = 0,336 \times 10^{-5} = 3,336 \times 10^{-6} \text{ s}$$

Comprimento

O metro (m) padrão atribuído, desde 1960, “pelos institutos de pesos e medidas” é “o mesmo comprimento, equivalente a 1 metro, percorrido pela luz no vácuo, durante o intervalo de tempo correspondente a 1/299 792 458 segundo.” É uma das unidades básicas do SI. Antes, de 1889 a 1960, uma barra de platina-irídio era utilizada como protótipo do metro. A medida chegou a ser definida por convenção, com base nas dimensões da Terra, equivalente à décima milionésima parte do quadrante de um meridiano terrestre. Porém, a crescente demanda de mais precisão do referencial e a possibilidade de sua reprodução mais imediata levaram os parâmetros da unidade básica a serem reproduzidos em laboratório da forma mencionada acima. Sobre o assunto, veja o link abaixo:

» http://pt.wikipedia.org/wiki/Sistema_m%C3%A9trico

Exemplo: Os Estados Unidos não aderiram ao SI, e lá os carros têm sua velocidade medida em milhas por hora. Sabe-se que uma 1 milha = 1,609 km. O limite de velocidade em quilômetros por hora, na imagem abaixo é de:

- a. 68,8 km/h
- b. 64,4 km/h
- c. 40,0 km/h
- d. 80,0 km/h
- e. 60,0 km/h



Fonte: Thinkstock/Getty Images

Resposta: b)

Resolução:

Dados:

40 milhas/h

1 milha = 1,609

40 milhas = x

$$x = \frac{40 \times 1,609}{1} = 64,36 \approx 64,4 \text{ km/h}$$

Lembrete



km: é o símbolo utilizado para representar a palavra quilômetro.

Massa

O **quilograma** é a unidade de massa no SI, e seu padrão é um cilindro específico de platina e irídio. O padrão é mantido em um local acondicionado numa cidade próxima a Paris, Sèvres, onde se encontra a sede do Sistema Internacional de Pesos e Medidas.

Lembrete



o **grama** é um submúltiplo do quilograma e é igual a 0,001 kg ou 1×10^{-3} kg.

Exemplo: O protótipo padrão do quilograma é um cilindro com 39,0 mm de altura e 39,0 mm de diâmetro. A sua densidade é de:

- a. $2,15 \times 10^{-4} \text{ kg/m}^3$
- b. $2,15 \times 10^{-5} \text{ kg/m}^3$
- c. $2,15 \times 10^4 \text{ kg/m}^3$
- d. $21,5 \times 10^{-6} \text{ kg/m}^3$
- e. $215 \times 10^4 \text{ kg/m}^3$

Resposta: c)



Fonte: Greg L/Wikimedia Commons

Resolução:

Dados:

$$\text{Diâmetro } D = 39,0 \text{ mm; Raio } R=D/2=19,5 \text{ mm}$$

$$\text{Altura } h = 39,0 \text{ mm}$$

$$\text{Massa do Padrão de 1 kg } m = 1 \text{ kg}$$

$$\text{Densidade } \rho = m/V \text{ e } V = \pi R^2 \cdot h$$

$$\rho = \frac{1 \text{ kg}}{\pi \times 19,5 \text{ mm}^2 \times 39,0 \text{ mm}} = 0,0000214643 \frac{\text{kg}}{\text{mm}^3}$$

$$\rho = 2,14643 \times 10^{-5} \frac{\text{kg}}{\text{mm}^3}$$

$$\text{Mas } 1 \text{ mm} = 10^{-3} \text{ m, assim } (1 \text{ mm})^3 = (10^{-3} \text{ m})^3 = 10^{-3 \times 3} \text{ m}^3 = 10^{-9} \text{ m}^3$$

DICA

$$\rho = 2,14643 \times 10^{-5} \frac{\text{kg}}{10^{-9} \cdot \text{m}^3} \approx 2,15 \times 10^4 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$\frac{10^{-5}}{10^{-9}} = 10^{-5-(-9)} = 10^{-5+9} = 10^4$$

Movimento Unidimensional



Cinemática é o nome que se dá ao estudo do movimento em Física. O movimento mais simples de se estudar é aquele em que o objeto se desloca em linha reta, numa única dimensão. Daí ser chamado de movimento unidimensional. Há muitos exemplos na natureza e no dia a dia de utilização do movimento em uma dimensão apenas. Observe os exemplos abaixo.

Linha de Trem Metropolitanos



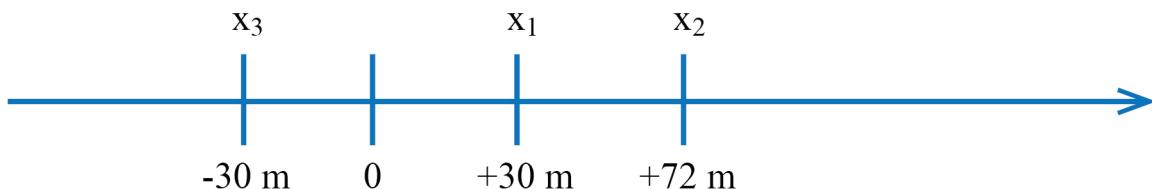
Fonte: Metro SP



Fonte: Asisouzair/Photobucket

Posição, Deslocamento e Espaço percorrido

Para definirmos a posição de um objeto, vamos precisar de uma referência chamada origem. A posição de um objeto seguirá a mesma lógica de um eixo cartesiano, em que temos a origem do eixo e os pontos à direita da origem positivos e à esquerda negativos.



No eixo orientado acima, temos 3 posições em tempos diferentes: x_1 , x_2 e x_3 . A posição em cada instante é em relação ao ponto O. Sendo assim:

$x_1 = +30\text{ m}$, $x_2 = +72\text{ m}$ e $x_3 = -30\text{ m}$. Normalmente, quando a coordenada é positiva, omitimos o sinal +; assim, temos $x_1 = 30\text{ m}$ e $x_2 = 72\text{ m}$. Há duas grandezas ou medidas com as quais podemos calcular o **deslocamento**, que é dado por:

$$\Delta x = x_f - x_i$$

onde x_f = espaço final e x_i = espaço inicial. Deste modo o **deslocamento** entre as posições 1 e 2 seria dado por:

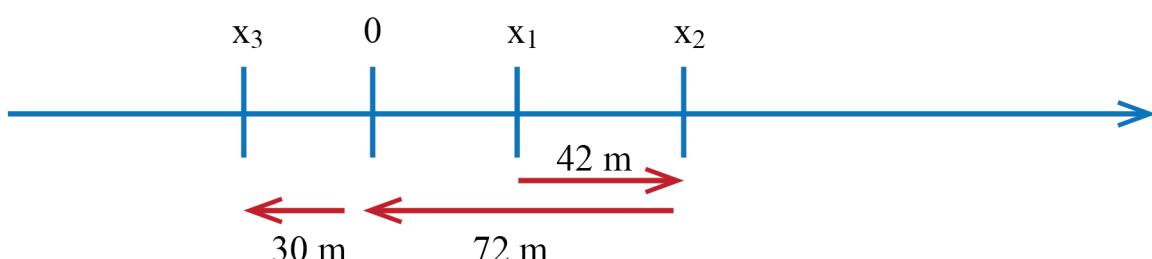
$$\Delta x_{1 \rightarrow 2} = x_2 - x_1 = 72 - 30 = 42\text{ m}$$

E entre x_3 e x_1 , o **deslocamento** seria dado por:

$$\Delta x_{1 \rightarrow 3} = x_3 - x_1 = -30 - 30 = -60\text{ m}$$

Percebemos que o deslocamento leva em conta o afastamento ou a aproximação da origem e o sentido, isto é, um valor negativo para o **deslocamento** indica que o movimento ocorre da direita para esquerda.

Já o **espaço percorrido** é, efetivamente, o quanto o objeto percorreu ou viajou e é sempre positivo. No exemplo mostrado acima, o espaço percorrido entre x_1 e x_3 vai ser $1 \rightarrow 2 = 42\text{ m}$; $2 \rightarrow O = 72\text{ m}$ e $O \rightarrow 3 = 30\text{ m}$, ou seja 144 m .



Ponto de referência	Quilometragem
A	25 km
B	45 km
C	12 km
D	32 km

Exemplo: Na tabela ao lado são fornecidos os pontos de parada de um veículo. O espaço percorrido e a distância viajada entre os pontos A e D são respectivamente de:

- a. 57 km e 73 km
- b. 7 km e 73 km
- c. 73 km e 57 km
- d. 7 km e 7 km
- e. 73 km e 73 km

Resposta: b)

Resolução:

Dados:

$$x_A = 25 \text{ km}$$

$$x_D = 32 \text{ km}$$

Deslocamento:

$$\Delta x_{A \rightarrow D} = x_D - x_A = 32 - 25 = 7 \text{ km}$$

Espaço Percorrido:

$A \rightarrow B = 20 \text{ km}$; $B \rightarrow C = 33 \text{ km}$ e $C \rightarrow D = 20 \text{ km}$, portanto o espaço percorrido = $20 + 33 + 20 = 73 \text{ km}$.

Velocidade Média Vetorial e Escalar



Se a execução do deslocamento ou espaço percorrido por um objeto ou partícula foi demorada, existe a possibilidade de se definirem duas grandezas:

- » A velocidade vetorial média:

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

onde Δx é o deslocamento da partícula, e, portanto, leva em conta o sentido do movimento.

A velocidade média escalar, que é calculada da mesma maneira, mas através do espaço percorrido, de modo que não importa o sentido do movimento.

Num autódromo de corrida, se calcularmos a velocidade média vetorial e escalar, veremos que a primeira será igual a zero, uma vez que a posição final e inicial são as mesmas; já a velocidade escalar será bem diferente de zero.

Exemplo: Numa tabela similar à anterior, temos o valor das posições e o tempo em que elas ocorreram. As velocidades médias vetorial e escalar entre os pontos B e C são, respectivamente, em km/min:

- 7,78 e 7,78
- 7,78 e -7,78
- $-7,78 \times 10^{-1}$ e $7,78 \times 10^{-1}$
- $7,78 \times 10^{-1}$ e $-7,78 \times 10^{-1}$
- $-7,78 \times 10^{-2}$ e $-7,78 \times 10^{-2}$

Resposta: c)

Resolução:

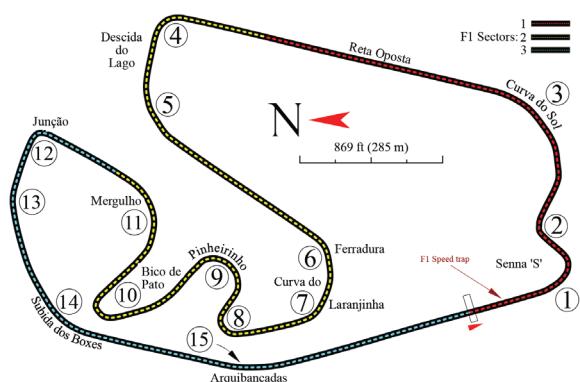
Dados:

$$x_B = 52 \text{ km}; t_B = 90 \text{ min}$$

$$x_C = 38 \text{ km}; t_C = 108 \text{ min}$$

Velocidade Média Vetorial:

$$\begin{aligned} v_{B \rightarrow C} &= \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_C - x_B}{t_C - t_B} = \\ &= \frac{38 - 52}{108 - 90} = \frac{-14}{18} = -0,777 \frac{\text{km}}{\text{min}} \approx -7,78 \times 10^{-1} \text{ km/min} \end{aligned}$$



Fonte: Will Pitanger/Wikimedia Commons

Posição	Quilometragem	Tempo
A	30 km	30 min
B	52 km	90 min
C	38 km	108 min
D	12 km	130 min

Velocidade Média Escalar :

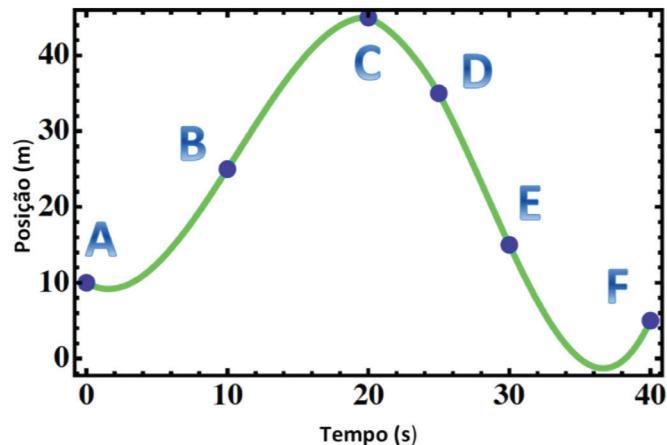
$$v_{B \rightarrow C} = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{|s_C - s_B|}{t_C - t_B} = \frac{14}{18}$$

$$\frac{14}{18} = 0,777 \frac{km}{min} \approx 7,78 \times 10^{-1} km / min$$

Velocidade Média: Método Gráfico

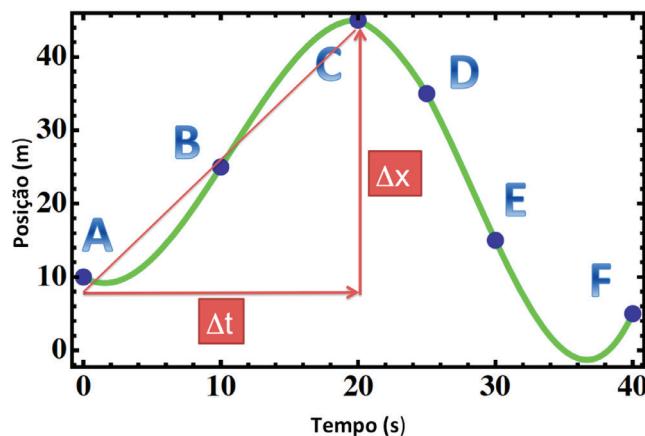
Uma forma alternativa de se obter a velocidade média é utilizar um gráfico de posição x tempo. Segundo uma tabela de posição pelo tempo, pode-se colocar o par (tempo, posição) num plano cartesiano conforme o exemplo abaixo:

Posição	Tempo(s)	Coordenada (m)
A	0	10
B	10	25
C	20	45
D	25	35
E	30	15
F	40	5



Veja que o gráfico acima ainda considera um movimento em uma dimensão; o formato da curva que une os pontos mostra como ela varia no tempo.

Se quisermos, por exemplo, calcular a velocidade média entre os instantes 0 e 20 s, isto é, entre as posições A e C, temos o que se encontra no gráfico abaixo:



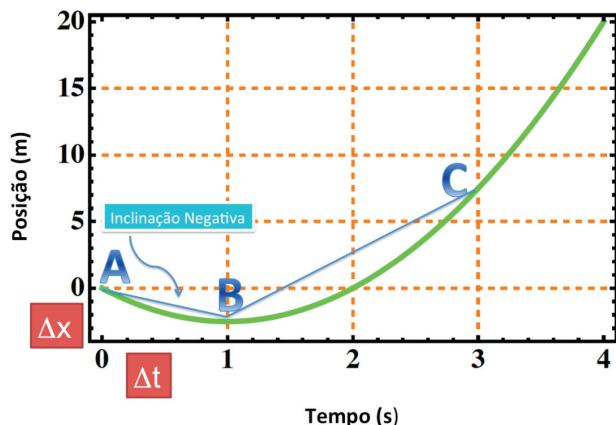
Vemos que a velocidade média (vetorial) entre os dois pontos vai ser a inclinação da hipotenusa do triângulo retângulo formado e que é, numericamente, igual a:

$$\frac{\Delta x}{\Delta t}$$

Exemplo: Uma partícula move-se ao longo do eixo x. A sua posição varia de acordo com a expressão: $x = -5t + 2,5t^2$ onde x está em metros e t em segundos. Veja que as unidades não foram colocadas, senão a expressão seria dada na forma: $x = -5,00 \frac{m}{s} \cdot t + 2,5 \frac{m}{s^2} \cdot t^2$. Verifique o gráfico da posição versus o tempo fornecido na figura abaixo. As velocidades médias entre os intervalos de $t = 0$ s e $t = 1$ s e $t = 1$ s e $t = 3$ s vão ser, respectivamente, de:

- a) -2,5 m/s e -2,5 m/s
- b) 2,5 m/s e 2,5 m/s
- c) -2,5 m/s e 7,5 m/s
- d) 2,5 m/s e -5 m/s
- e) -2,5 m/s e 5 m/s

Resposta: e)



Resolução:

Dados:

$$t=0 \text{ s}; t=1 \text{ s} \text{ e } t=3 \text{ s}$$

$$x = -5t + 2,5t^2$$

Entre **A** e **B**

$$\Delta x_{A \rightarrow B} = x_f - x_i = x_B - x_A$$

$$[-5(1) + 2,5(1)^2] - [-5(0) + 2,5(0)^2] = -2,5 \text{ m}$$

$$\Delta t_{A \rightarrow B} = t_f - t_i = t_B - t_A = 1 - 0 = 1 \text{ s}$$

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{-2,5}{1} = -2,5 \text{ m/s}$$

Entre **B** e **C**

$$\Delta x_{B \rightarrow C} = x_f - x_i = x_C - x_B$$

$$[-5(3) + 2,5(3)^2] - [-5(1) + 2,5(1)^2] = 7,5 - (-2,5) = 10 \text{ m}$$

$$\Delta t_{B \rightarrow C} = t_f - t_i = t_C - t_B = 3 - 1 = 2 \text{ s}$$

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{10}{2} = 5 \text{ m/s}$$

Velocidade Instantânea

Frequentemente, não desejamos saber só a velocidade média (tanto escalar como vetorial) de uma partícula, mas sim a velocidade instantânea. Hoje em dia, em um trânsito altamente monitorado por câmeras e radares, precisamos estar atentos à velocidade a todo instante e não somente na velocidade média ao longo de um percurso maior. Matematicamente o que ocorre é que a expressão:

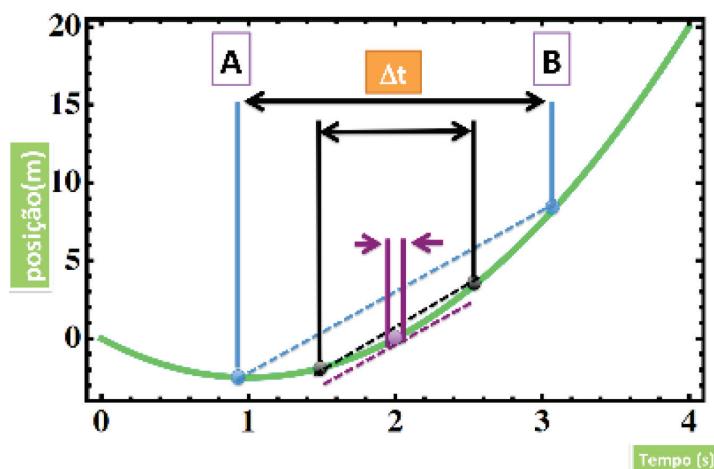
$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

passa a ser dada por :

$$v_x \equiv \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}$$

Que se lê como: o limite da razão $\frac{\Delta x}{\Delta t}$ em que Δt vai a “zero”, que é a definição da derivada de x em função de t .

Graficamente, a interpretação da velocidade instantânea torna esse conceito mais claro. Para sabermos a velocidade no instante $t = 2$ s, vemos que poderíamos tomar o intervalo entre $t = 1$ e 3 s (pontos A e B) e à medida que queremos obter em torno de $t = 2$ s, vemos que Δt vai para “zero” e que a reta que unia os pontos era secante à curva torna-se a tangente no ponto em torno de $t = 2$ s.



Exemplo: A posição de uma partícula é dada pela expressão $x = 40 - 8t^2$, em que a posição é dada em metros e o tempo em segundos. Pela definição, a velocidade média entre $t = 0,0$ s e $t = 2,0$ s e a velocidade instantânea são iguais a:

- a. 16 m/s e 32 m/s
- b. -16 m/s e 32 m/s
- c. 16 m/s e -32 m/s
- d. -16 m/s e -32 m/s
- e. -32 m/s e 32 m/s

Resposta: d)

Resolução:

$$\begin{aligned}\overline{v_x} &= \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x(2) - x(0)}{t_2 - t_0} \\ &= \frac{[(40 - 8 \cdot 2^2) - (40 - 8 \cdot 0^2)]}{2 - 0} = -\frac{32}{2} = -16 \text{ m/s}\end{aligned}$$

A posição em qualquer instante $x = 40 - 8t^2$ e a posição em $t + \Delta t$ é:

$$\begin{aligned}x(t + \Delta t) &= 40 - 8(t + \Delta t)^2 \\ &= 40 - 8(t^2 + 2t\Delta t + \Delta t^2) \\ &= 40 - 8t^2 - 16t\Delta t - 8\Delta t^2\end{aligned}$$

Assim:

$$\begin{aligned}\Delta x_{t \rightarrow t + \Delta t} &= x(t + \Delta t) - x(t) \\ &= 40 - 8t^2 - 16t\Delta t - 8\Delta t^2 - (40 - 8t^2) \\ &= 40 - 8t^2 - 16t\Delta t - 8\Delta t^2 - 40 + 8t^2 \\ &= -16t\Delta t - 8\Delta t^2\end{aligned}$$

Ao dividirmos a expressão acima por Δt e tomado o limite do resultado quando Δt vai a zero em qualquer instante t:

$$\begin{aligned}v_x &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{(-16t\Delta t - 8\Delta t^2)}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} (-16t - 8\Delta t) \\ v_x &= -16t\end{aligned}$$

Quando $t = 2,0$ s temos:

$$v_x = -16 \cdot 2 = -32 \text{ m/s}$$

Aceleração média e aceleração instantânea

Vimos nas situações anteriores que a posição de um objeto ou partícula variava no tempo t , assim, pudemos obter sua velocidade média em um período de tempo ou a velocidade instantânea num exato momento. No dia a dia sabemos que essas situações são raras e, se assistirmos a uma corrida, podemos perceber quanto a velocidade varia em uma volta apenas.



Explore

Vídeo: <https://www.youtube.com/watch?v=dmI36ASKnRs>

Vídeo: <https://www.youtube.com/watch?v=VGNRaNVDCTU>

A essa variação de velocidade no tempo chamamos de aceleração e, como no caso da velocidade, temos:

- » a aceleração entre dois instantes: **aceleração média**,
- » e a aceleração em um dado instante: **aceleração instantânea**.

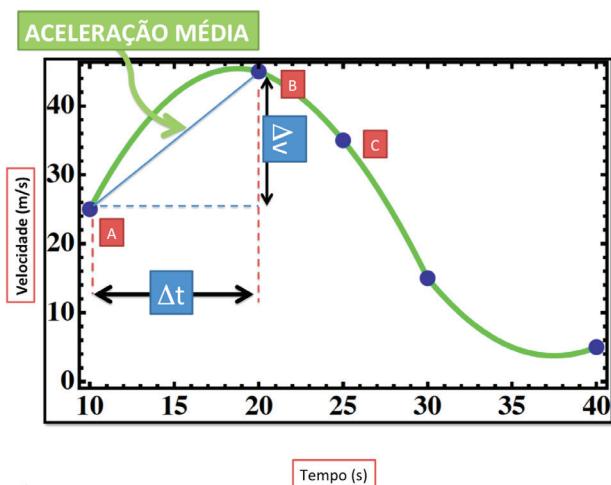
$$\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

A expressão acima é utilizada para o cálculo da aceleração média. Tomando-se o limite para um intervalo de tempo muito pequeno, temos:

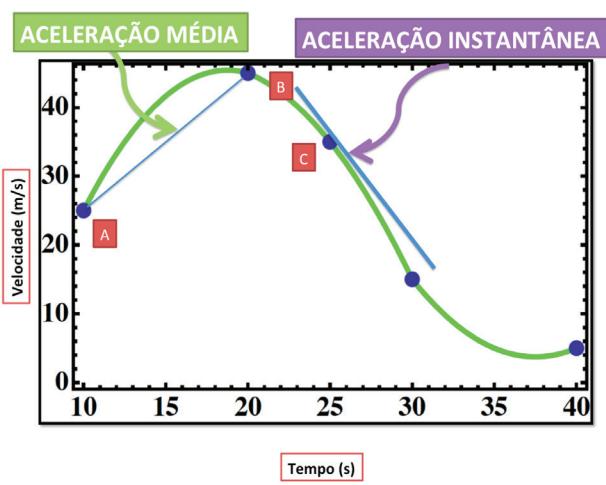
$$a_x \equiv \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt}$$

Sendo assim, a aceleração instantânea será aquela numericamente igual à derivada da velocidade em relação ao tempo. No gráfico abaixo, mostramos, agora, a velocidade x tempo e temos que a velocidade média é numericamente igual à inclinação que une dois pontos (**A** e **B**). Em um segundo gráfico, mostramos a velocidade instantânea no ponto **C** como sendo a reta tangente àquele ponto.

Aceleração Média entre os pontos A e B



Aceleração Instantânea no ponto C



Exemplo: A velocidade de uma partícula apresenta a relação

$v_x = (50 + 2.t - 3.t^2)$. A aceleração média entre os instantes $t = 0\text{ s}$ e $t = 3,0\text{ s}$, e a aceleração instantânea em $t = 2,5\text{ s}$ vão ser, respectivamente:

- a) 6 m/s^2 e 6 m/s^2
- b) -12 m/s^2 e -12 m/s^2
- c) 12 m/s^2 e 6 m/s^2
- d) -6 m/s^2 e -13 m/s^2
- e) 6 m/s^2 e -12 m/s^2

Resposta: d)

Resolução: A aceleração média é aquela entre $t = 0\text{ s}$ e $t = 3,0\text{ s}$. Substituímos os valores de $t=0$ e $t=3,0\text{ s}$ na equação das velocidades,

$$\bar{v}_{0 \rightarrow 3} = \frac{v(3) - v(0)}{3 - 0} = \frac{(50 + 2.3 - 3.3^2) - (50 + 2.0 - 3.0^2)}{3}$$

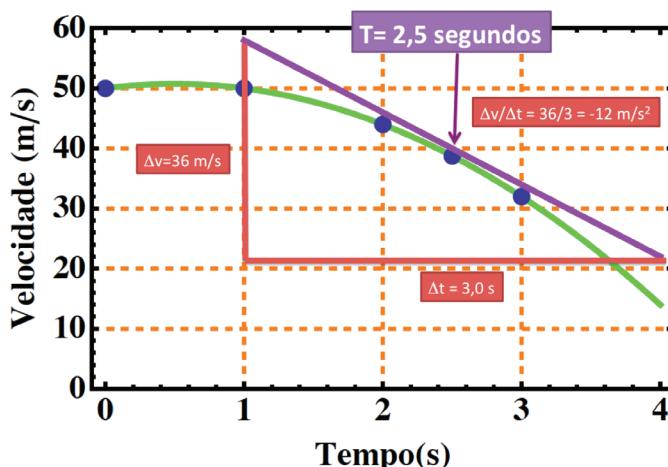
$$\bar{v}_{0 \rightarrow 3} = \frac{50 + 9 - 27 - 50}{3} = \frac{-18}{3} = -6\text{ m/s}^2$$

A aceleração instantânea pode ser obtida graficamente ao se traçar a tangente ao ponto em $t = 2,5$ segundos. A reta terá uma inclinação que é numericamente igual a -12 m/s^2 . É necessário neste caso uma leitura no gráfico, dos valores da velocidade em nos instantes 1 s e 4 s . Os valores obtidos são aproximados. O valor negativo é devido à inclinação da reta, que mostra que a velocidade diminui com o tempo.

Veremos que as equações da velocidade e da aceleração, podem ser obtidas analiticamente através da utilização das derivadas em relação ao tempo, a partir da equação da posição. Quando temos equações da posição que são polinômios em t :

$$x(t) = A + B.t + C.t^2 + \dots + W.t^n$$

em que A, B, C, W e n são constantes que não dependem do tempo. Para expressões desse tipo, as derivadas são obtidas através de uma regra bem simples, comumente chamada de regra do “tombo”.



Assim, se tivermos a expressão $x(t) = A \cdot t^n$:

$$\frac{dx}{dt} = n \cdot A \cdot t^{n-1}$$

Por exemplo, se $x(t) = 30 - 4 \cdot t^2$, a equação da velocidade $v(t)$ será obtida usando a regra acima $v(t)$.

$$\frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}(30 - 4 \cdot t^2) = \frac{d}{dt}(30) - \frac{d}{dt}(4 \cdot t^2)$$

$$\frac{dx}{dt} = 0 - 4 \cdot 2 \cdot t^{2-1} = -8t$$

Seguindo o mesmo raciocínio, a equação da aceleração será a derivada da v em relação a t .

$$a(t) = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dx}(-8t) = -8 \cdot 1 \cdot t^{1-1} = -8 \text{ m/s}^2$$

Material Complementar

Para complementar os conhecimentos adquiridos nesta Unidade, veja os vídeos indicados e consulte a bibliografia indicada.

Vídeos:

Definição das grandezas físicas:

- Tempo e Distância: <http://www.youtube.com/watch?v=dxT6CkjlbL8>
- Massa e Mol: <http://www.youtube.com/watch?v=czB1Z3gKaHI>

Sistema Internacional de Medidas:

<http://www.inmetro.gov.br/consumidor/unidLegaisMed.asp>

Videos Diversos: Movimento unidimensional – Fundação Lemann

http://www.fundacaolemann.org.br/khanportugues/ciencias/fisica/movimento_unidimensional

Bibliografia:

SERWAY, JEWETT Jr. **Princípios de Física, Vol. 1**. São Paulo - THOMPSON editora; 2004.

SEARS E ZEMANSKY. **Física I**. – 10a. Edição – São Paulo: Addison Wesley, 2003.

HALLIDAY, RESNICK, WALKER. **Física 1** – 6^a. Edição - Rio de Janeiro. LTC editora, 2002.

ALONSO, M. **Física 1**. – 1a. edição – São Paulo: Edgard Blucher, 1992

TIPLER, P.A. **Física. Vol. 1** - 4a Ed. LTC - Livros Técnicos e Científicos S.A. Rio de Janeiro – 2000

NUSSENZVEIG, H. M. **Curso de Física básica**, 4a ed. São Paulo: Edgard Blücher Ltda, 2002. V.

Referências

- SERWAY, JEWETT Jr. **Princípios de Física**, Vol.1. São Paulo - THOMPSON editora; 2004.
- SEARS E ZEMANSKY. **Física I.** – 10a. Edição – São Paulo: Addison Wesley, 2003.
- HALLIDAY, RESNICK, WALKER. **Física 1** – 6^a. Edição - Rio de Janeiro. LTC editora, 2002.
- ALONSO, M. **Física 1.** – 1a. edição – São Paulo: Edgard Blucher, 1992
- TIPLER, P.A. **Física**. Vol. 1 - 4a Ed. LTC - Livros Técnicos e Científicos S.A. Rio de Janeiro – 2000
- NUSSENZVEIG, H. M. **Curso de Física básica**, 4a ed. São Paulo: Edgard Blücher Ltda, 2002. V.

Anotações





Educação a Distância
Cruzeiro do Sul Educacional
Campus Virtual

www.cruzeirodosulvirtual.com.br
Campus Liberdade
Rua Galvão Bueno, 868
CEP 01506-000
São Paulo SP Brasil
Tel: (55 11) 3385-3000

