

# **Física Geral e Experimental I**



**Educação a Distância**  
Cruzeiro do Sul Educacional  
**Campus Virtual**



# Material Teórico



Trabalho e Energia Cinética

## **Responsável pelo Conteúdo:**

Prof. Dr. José Agostinho Gonçalves de Medeiros  
Prof. Ms. Eduardo Landulfo

## **Revisão Textual:**

Prof. Ms. Claudio Brites



# UNIDADE

## Trabalho e Energia Cinética



- Introdução
- Trabalho de uma força
- Trabalho realizado por uma força variável
- Força numa mola
- Potência



### Objetivo de APRENDIZADO

Nesta unidade iremos apresentar os conceitos de trabalho de uma força e de uma energia cinética e a relação entre eles.

A leitura do conteúdo teórico com atenção é essencial para compreender os conceitos apresentados – é usual encontrarmos conceitos que a princípio divergem do que observamos no dia a dia. Uma análise mais cuidadosa dos modelos teóricos apresentados explica não só o que podemos observar como também prevê resultados que não observamos por conta das nossas limitações. Os exemplos e exercícios resolvidos ajudam a consolidar os conceitos estudados.

Não deixe de utilizar todos os recursos disponíveis e acessar aos links sugeridos no texto.

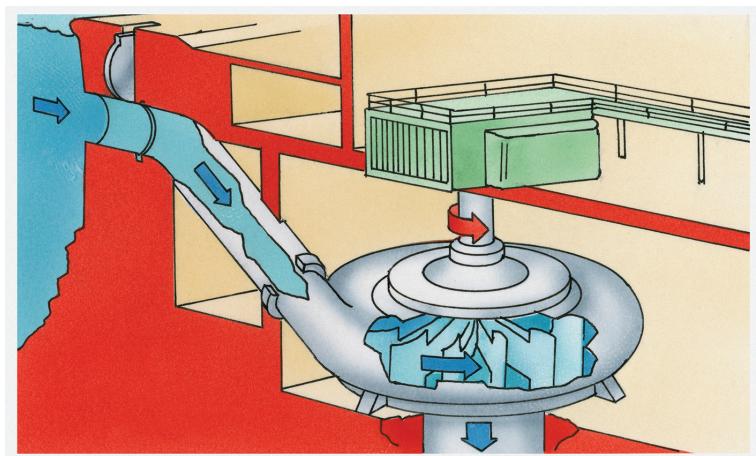
Tenha atenção às atividades avaliativas propostas e ao prazo de realização delas. Nesta unidade temos atividades de sistematização e de aprofundamento.

## Contextualização

Os avanços tecnológicos permitem que as pessoas tenham um estilo de vida totalmente diferente do estilo de vida de algumas décadas atrás, pois a informação e a imagem estão disponíveis quase que instantaneamente – e todas essas facilidades necessitam de energia para funcionar.

O Brasil, com 87% da sua matriz energética proveniente de hidroelétricas, periodicamente tem vivido tempos difíceis na geração da energia e pode chegar à beira de um colapso por conta do baixo nível dos reservatórios nas usinas do Sudeste, afinal esse tipo de fonte de energia depende das chuvas. O resto da energia é produzido pelas centrais termoelétricas (10%) e pelos reatores das centrais nucleares de Angra dos Reis (2%).

A maior parte da nossa matriz energética transforma energia cinética em energia elétrica, podemos incluir nessa categoria as usinas hidroelétricas, termoelétricas e nucleares. O que difere entre elas é a forma utilizada para movimentar as turbinas.



Fonte: Thinkstock/Getty Images

A usina hidrelétrica de Itaipu é uma usina hidrelétrica binacional localizada no Rio Paraná, na fronteira entre o Brasil e o Paraguai. Suas turbinas são do tipo francis com potência nominal de 715 MW e vazão nominal de 645 metros cúbicos por segundo e com uma altura de 196 metros.



Fonte: IHA Central Office/Wikimedia Commons

Toda essa energia é consequência do aproveitamento da energia cinética do movimento da água, que movimenta as turbinas as quais finalmente convertem essa energia em energia elétrica – o que, como dito, possibilita o uso de grande parte da tecnologia que utilizamos diariamente.

## Introdução



Todos os processos que ocorrem no Universo envolvem energia, sua transferência ou transformação. Pode-se imaginar a energia como a moeda de troca nos processos físicos. Apesar disso, o conceito de energia é difícil de ser explicado, pois a sua ideia é abstrata e parece não estar presente nas atividades que praticamos no dia a dia, embora saibamos que eletricidade e combustível são ingredientes para se obter energia, que as economias mundiais são muito influenciadas pela disponibilidade dela para, por exemplo, iluminar as ruas, aquecer ou resfriar os lares, transportar pessoas e mercadorias e no cuidado com nossa saúde e aparência, ou seja, a **energia** permeia totalmente o modo de vida da sociedade contemporânea.



Fonte: Thinkstock/Getty Images

Atualmente o governo e as indústrias procuram fontes alternativas de energia. Muitos dos processos de geração de energia envolvem a transformação da energia cinética de translação em energia cinética de rotação e, consequentemente, em energia elétrica. Nesse contexto, podemos citar as usinas hidroelétricas, termoelétricas, nucleares e eólicas, dentre outras.

Na Física, ao enunciar o que é Energia, temos:

[...] a energia é uma propriedade de objetos, transferíveis entre eles via interações fundamentais, que pode ser convertida na sua forma, mas não pode ser criada ou destruída. O joule é a unidade no sistema internacional, que é baseada na quantidade de trabalho mecânico transferido para mover um objeto de uma distância igual a 1 metro quando aplicada uma força de 1 newton.

O termo energia foi usado pela primeira vez por Aristóteles, no século IV a.C., energia, que significava atividade ou operação, ou seja, possuía um significado mais amplo do que o atual. Só no século XVII, Leibniz, contemporâneo de Newton, utilizou o conceito de energia ligado à velocidade ao quadrado de um objeto multiplicado pela sua massa.

Como teremos a oportunidade de ver, consegue-se classificar a energia com base na interação em questão, por exemplo: em Mecânica temos a **energia cinética**, relacionada ao movimento de um corpo, e a **energia potencial**, relacionada à posição do mesmo; há a **energia elétrica**, proveniente do campo elétrico; a **energia magnética**, do campo magnético; e a **energia nuclear**, presente nos campos da força nuclear forte e da força fraca; temos, ainda, a energia relacionada aos fenômenos térmicos, mas, neste caso, não há uma interação clara e sim um processo de transferência de energia.

Nesta unidade nos manteremos concentrados nas energias mecânica, cinética e potencial.

## Trabalho de uma força



Historicamente, em 1826, o matemático francês Gaspard-Gustave Coriolis criou o termo **trabalho de uma força** como sendo o “peso levantado a uma dada altura”, baseando-se nas máquinas térmicas a vapor utilizadas para retirar água de minas de carvão em baldes. A unidade de trabalho é o newton.metro (Nm) ou joule (J).

O trabalho (**W**) realizado por uma força vai ser o produto da força (**F**) pelo deslocamento  $\Delta r$ . Veja aqui que temos o produto escalar de dois vetores:

$$W = \vec{F} \cdot \Delta \vec{r}$$

O produto escalar de dois vetores quaisquer é dado por:

$$C = \vec{A} \cdot \vec{B} = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z$$

Veja que o resultado desse produto vai ser um número, isto é, um escalar. Se conhecermos o ângulo formado entre os dois vetores ( $\theta$ ), então o produto é dado por:

$$C = |A| \cdot |B| \cos\theta$$

O produto escalar de dois vetores paralelos vai ser:

$$C = |A| \cdot |B| \cos 0^\circ = |A| \cdot |B|$$

E o produto escalar de dois vetores perpendiculares entre si vai ser:

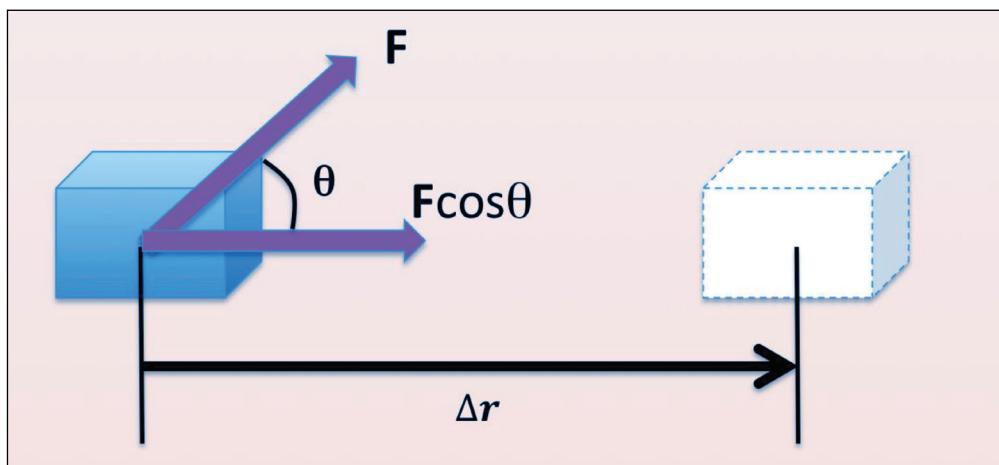
$$C = |A| \cdot |B| \cos 90^\circ = 0$$

Dessa maneira, quando trabalharmos com os vetores, teremos as seguintes identidades:

$$\hat{i} \cdot \hat{i} = \hat{j} \cdot \hat{j} = \hat{k} \cdot \hat{k} = 1 \quad e \quad \hat{i} \cdot \hat{j} = \hat{i} \cdot \hat{k} = \hat{j} \cdot \hat{k} = 0$$

Assim, o módulo do **trabalho**, se conhecermos o ângulo entre a força aplicada e o vetor deslocamento, será dado por:

$$W = |F| \cdot |\Delta r| \cdot \cos\theta$$



Fonte: Eduardo Landulfo

### Exemplo:

Uma faxineira puxa um aspirador com uma força de módulo  $F = 50,0 \text{ N}$  em um ângulo de  $30^\circ$ . O trabalho realizado pela força exercida sobre o aspirador quando ele se desloca 3 m para a direita é de:

- a) 150 J
- b) 75 J
- c) 130 J
- d) 100 J
- e) 90 J

### Resolução:

$$W = |F| \cdot |\Delta r| \cdot \cos\theta$$

$$W = 50,0 \text{ N} \cdot 3,00 \text{ m} \cdot \cos 30^\circ = 129,904 \approx 130 \text{ N.m ou } 130 \text{ J}$$

Observe que as forças normal e peso não exercem trabalho uma vez que elas formam um ângulo de  $90^\circ$  com o deslocamento, e  $\cos 90^\circ = 0$ .

### Exemplo:

O produto escalar do vetor  $A = 20\hat{i} + 10\hat{j}$  por  $B = 2\hat{i} - 5\hat{j}$  é igual a:

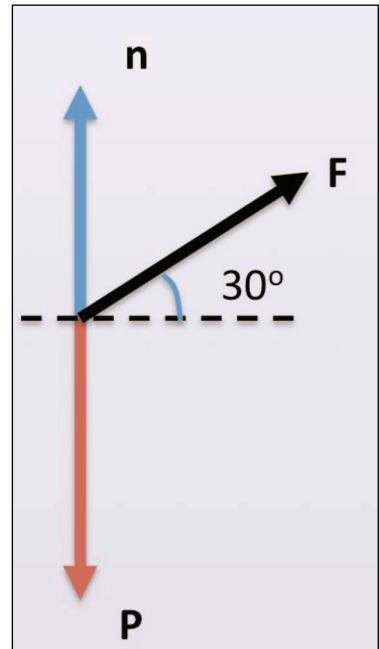
- a) 90
- b) 50
- c) -10
- d) 7
- e) 15

**Resposta: c)**

$$A \cdot B = A_x \hat{i} \cdot B_x \hat{i} + A_y \hat{j} \cdot B_y \hat{j} = 20 \cdot 2 \cdot \hat{i} \cdot \hat{i} + 10 \cdot (-5) \cdot \hat{j} \cdot \hat{j}$$

$$\text{Como } \hat{i} \cdot \hat{i} = \hat{j} \cdot \hat{j} = 1$$

$$A \cdot B = 40 - 50 = -10$$

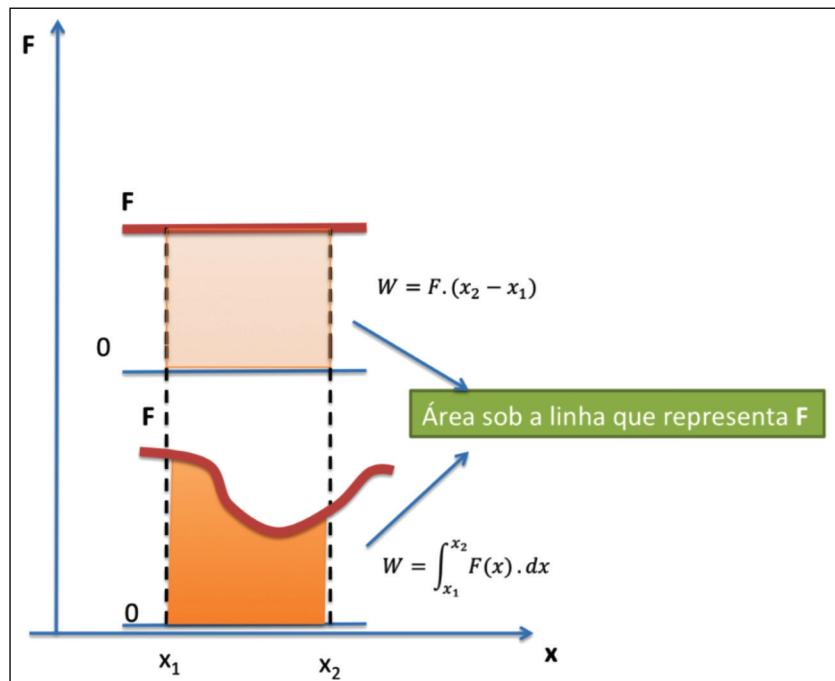


Fonte: Eduardo Landulfo

## Trabalho realizado por uma força variável



Se a força aplicada ao objeto não for constante, não será mais possível utilizar a expressão  $W = |F| \cdot |\Delta r| \cdot \cos\theta$  para calcular o trabalho realizado, pois essa expressão só é válida quando  $\mathbf{F}$  não variar em módulo e direção. Nesse caso, vamos ter que utilizar as ferramentas do cálculo e, em alguns casos, resolver o problema graficamente, como veremos a seguir.



Fonte: Eduardo Landulfo

Como vimos anteriormente, ao termos uma força constante, se fizermos um gráfico de  $F$  vs.  $x$ , teremos que o trabalho  $W$  é numericamente igual à área abaixo da linha delimitada pelo início e pelo fim do deslocamento ( $x_1$  e  $x_2$ ), então:

$$W = F \cdot (x_2 - x_1)$$

Agora, se a força for variável e, portanto, a linha deixar de ser uma reta horizontal, teremos uma curva, mas, ainda assim, a área abaixo dela corresponde ao trabalho realizado, só que agora a expressão passa a ser:

$$W = \int_{x_1}^{x_2} F(x) \cdot dx$$

Se mais de uma força atuar em um **sistema de partículas**, então, o trabalho realizado será igual ao trabalho realizado pela força resultante, podemos reescrever:

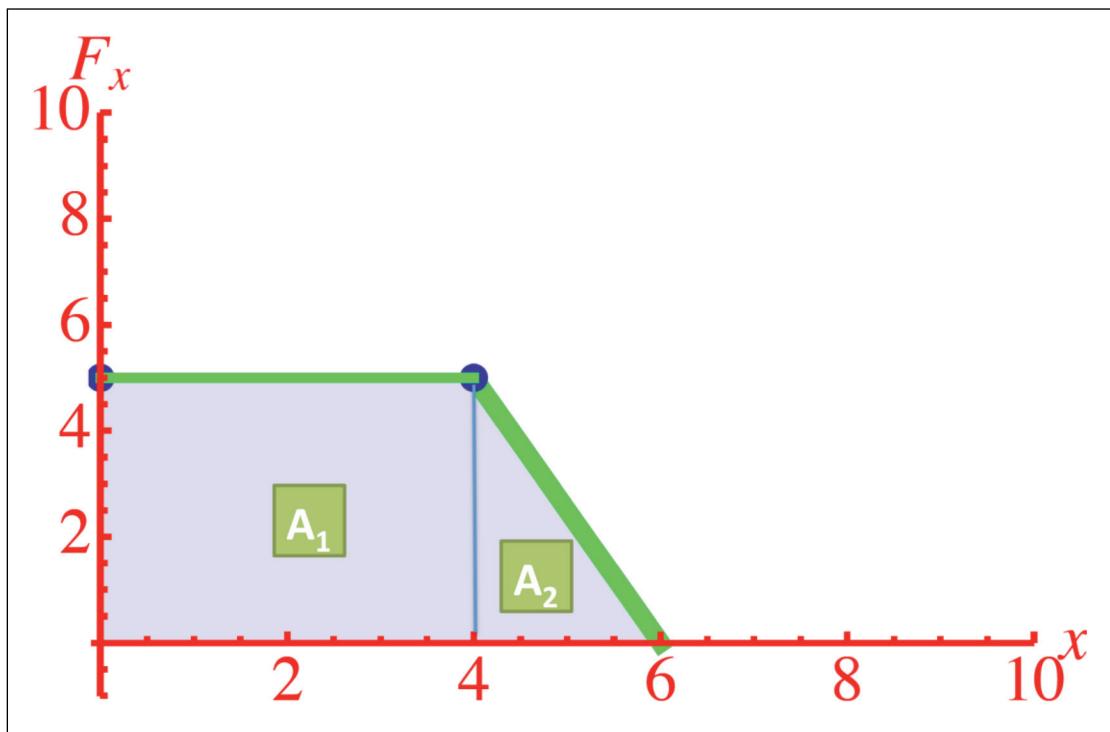
$$\sum W = W_R = \int_{x_1}^{x_2} \left( \sum F(x) \right) \cdot dx$$

Alternativamente, se a área abaixo da curva for de fácil cálculo, podemos aplicar diretamente no gráfico de  $F$  vs.  $x$ .

**Exemplo:**

Uma força atuando numa partícula varia com  $x$  conforme mostra o gráfico abaixo. O trabalho resultante entre as posições  $x = 0$  e  $x = 6$  m é:

- a) 20 J
- b) 5 J
- c) 30 J
- d) 25 J
- e) 10 J



Fonte: Eduardo Landulfo

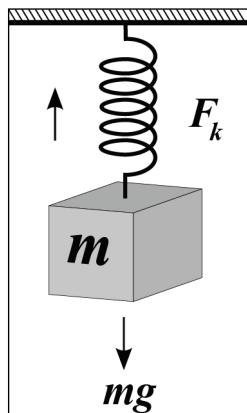
As áreas  $A_1$  e  $A_2$  correspondem ao trabalho total dessa força. A área  $A_1$  vai ser  $4 \times 5 = 20$  J e a área  $A_2 = \frac{2 \times 5}{2} = 5$  J, portanto, a área total será:  $20 + 5 = 25$  J.

## Força numa mola



Um sistema físico muito utilizado é o de uma mola presa a uma massa na qual há uma força que varia com a posição. Um bloco que pode estar na horizontal ou na vertical estica ou comprime essa mola e a força da mola aplicada ao bloco é dada por:

$$F_k = -k \cdot \Delta x$$



Fonte: Wikimedia Commons

Nessa fórmula,  $k$  é força constante ou a constante da mola e  $\Delta x$  é a variação do comprimento da mola em relação à posição de equilíbrio. Como a força da mola sempre busca fazer com que a mola retorne à posição de equilíbrio, pode-se denominar a força elástica como uma **força restauradora**.

O trabalho realizado por essa força será a de uma força variável, portanto, teremos:

$$W_k = \int_{x_i}^{x_f} F_k dx = \int_{-x_{max}}^0 (-kx) dx = \frac{1}{2} kx_{max}^2$$

O resultado é positivo porque a força é sempre na mesma direção do deslocamento. Se o bloco se deslocar de um deslocamento qualquer, digamos de  $x = x_i$  para  $x = x_f$ , o trabalho realizado pela força da mola no bloco será:

$$W_k = \int_{x_i}^{x_f} F_k dx = \int_{-x_i}^{x_f} (-kx) dx = \frac{1}{2} kx_f^2$$

## Energia cinética e o teorema trabalho-energia cinética

Como mencionamos, o trabalho é também um mecanismo de transferência de energia em um sistema. Um dos possíveis resultados ao realizar o trabalho em um sistema que varia sua velocidade  $v$ , portanto, varia uma quantidade definida como **energia cinética (K)**.

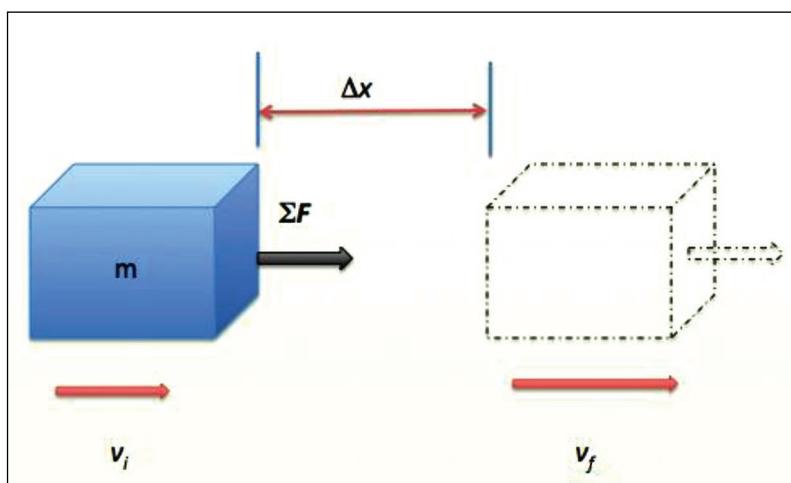
$$K = \frac{1}{2}m.v^2$$

Consideremos agora um sistema de um bloco com massa  $m$  que está sob a ação de uma força resultante  $F_R$  para a direita, o trabalho realizado por essa força, que faz com que o bloco se desloque na direção do vetor deslocamento  $\Delta r$ , é:

$$\sum W = \int_{x_i}^{x_f} \sum F dx$$

onde,

$$\sum F dx = F_R$$



Se, agora, utilizarmos que a força resultante  $F_R$  é igual a  $\mathbf{m} \cdot \mathbf{a}$ , podemos verificar que:

$$\sum W = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2 = \Delta K$$

que afirma que:

O trabalho realizado pelas forças resultantes em um sistema é responsável pela variação da energia cinética do mesmo.

## Potência



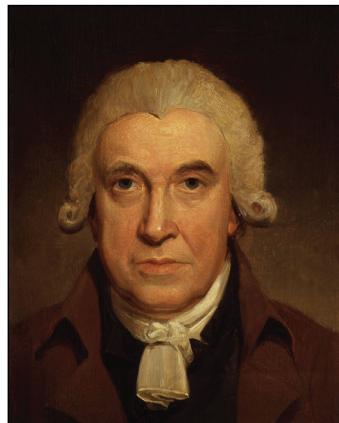
Na realização do trabalho de uma força, percebe-se que quando esse trabalho é realizado não precisamos definir se o é em 1 hora, 1 minuto ou em 1 segundo, ou seja, a realização do mesmo independe do tempo. No entanto, há situações em que necessitamos saber qual a duração da realização do trabalho e, para tanto, introduzimos o conceito de **potência**, que seria uma taxa temporal da realização de um trabalho definida como:

$$\bar{P}_{\text{média}} = \frac{\Delta W}{\Delta t}$$

Que é a potência média ou o trabalho médio realizado no tempo.

Se a taxa de realização de um trabalho variar, definimos a potência instantânea como:

$$P = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta W}{\Delta t} = \frac{dW}{dt}$$



Fonte: Wikimedia Commons

A unidade Si de potência é o **watt** (W), em homenagem ao inventor escocês James Watt.

Um watt equivale a 1 joule por segundo:  $1 \text{ W} = 1 \text{ J/s}$ . Temos, nos dias de hoje, a utilização frequente de  $1 \text{ kW} = 103 \text{ W}$  (quilowatt) e do  $\text{MW}$  – megawatt ( $1 \text{ MW} = 10^6 \text{ W}$ ). Utiliza-se também o cavalo-vapor (cv) e o horsepower (hp), sendo que  $1 \text{ cv} = 735,5 \text{ W}$  e  $1 \text{ hp} = 746 \text{ W}$ .

Uma forma alternativa de expressar a potência instantânea é pelo produto escalar do vetor força pelo vetor velocidade:

$$P = \vec{F} \cdot \vec{v}$$

## Material Complementar

Para complementar os conhecimentos adquiridos nesta unidade, leia o texto indicado e assista aos vídeos.



### Explore

**Vídeos diversos sobre:**

**Trabalho e Energia**

- [http://fundacoes.org.br/khanportugues/ciencias/fisica/trabalho\\_e\\_energia](http://fundacoes.org.br/khanportugues/ciencias/fisica/trabalho_e_energia)
- Energia**
- <http://eaulas.usp.br/portal/video.action?idItem=3657>

## Referências

- ALONSO, M. **Física 1.** São Paulo: Edgard Blucher, 1992.
- HALLIDAY, RESNICK, WALKER. **Física 1.** 6.ed. Rio de Janeiro: LTC, 2002.
- LANDULFO, EDUARDO. **Meio Ambiente & Física.** São Paulo. Senac, 2005.
- NUSSENZVEIG, H. M. **Curso de Física básica.** 4.ed. São Paulo: Edgard Blücher Ltda, 2002. V.
- SEARS & ZEMANSKY. **Física I.** 10.ed. São Paulo: Addison Wesley, 2003.
- SERWAY JR., JEWETT. **Princípios de Física.** São Paulo: Thompson, 2004. V.1
- TIPLER, P. A. **Física.** 4.ed. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos S. A.,2000.

# Anotações





**Educação a Distância**  
Cruzeiro do Sul Educacional  
*Campus Virtual*

www.cruzeirodosulvirtual.com.br  
Campus Liberdade  
Rua Galvão Bueno, 868  
CEP 01506-000  
São Paulo SP Brasil  
Tel: (55 11) 3385-3000



