SAÉ2.02 : Mesurer et caractériser un signal ou un système

L'objectif de ces trois séances de SAE2.02 est de vous familiariser avec les fonctionnalités de bases d'un **tableur**. Vous aurez l'occasion d'utiliser, entre autres, **LibreOffice Calc** et **Excel** lors de votre formation.

Nous utiliserons les fonctionnalités **graphiques** d'un tableau pour vous faire découvrir quelques spécificités de **dispositifs de transmissions** ainsi que quelques **caractéristiques de signaux**.

Nous vous invitons à parcourir les documents disponibles en **SAE1.03** si vous avez besoin de vous rafraîchir la mémoire sur la bonne utilisation d'un tableur.

1 Remarques

L'évaluation finale se déroulera sur **LibreOffice Calc**.
Un fichier .ods (Calc) vous sera donné.
Il y aura **plusieurs feuilles** (onglets) contenant les exercices à faire.

Vous avez le droit à une **calculatrice non-programmable**.
Aucun document n'est autorisé.

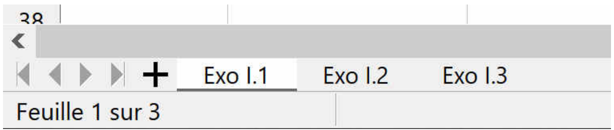
L'épreuve durera **1h15**.

2 Exercices

Chaque exercice doit être fait sur une **feuille** dédiée.

Vous pouvez ajouter des feuilles vides à l'aide du bouton "+". Vous pouvez dupliquer/renommer une feuille en faisant un clic droit sur le nom actuel de la feuille.

Votre document doit avoir la structure suivante :



Pour chaque exercice, vous devez réaliser **un (ou plusieurs) tableau** de valeurs appropriées qui permet de tracer **le graphe** demandé et de répondre aux différentes questions.
Le tableau et le graphe doivent être **correctement annotés** et **mis en forme**.

N'hésitez pas à nous demander plus de précisions. Vous pouvez aussi chercher des conseils sur **internet** (il y a de nombreux tutoriels sur l'utilisation des tableurs).

Sauvegardez régulièrement votre travail ! Personne n'est à l'abri d'une mauvaise surprise …

Exercice I.1 (Remise en forme !)

Cet exercice a pour but de vous faire reprendre en main **LibreOffice Calc** (votre tableur préféré !).

On considère la différence de potentiel s définie par $s(t) = \sqrt{3}\cos(3\,t) + \sqrt{2}\sin(2\,t)$ (en Volts).

Suite à la ressource **R1.13**, vous savez que s est une **fonction périodique** ET vous savez déterminer sa **période** (Propriété 51). Vous êtes aussi familier avec les opérations **Atténuation**/**Amplification** (Définition 25) et **Compression**/**Dilatation** (Définition 33).

Q1 – **Tracer le graphe** de s. Le graphe doit présenter **3 périodes** du signal s (mais pas plus de 4 périodes). N'oubliez pas de correctement **annoter** votre <u>tableau de mesure</u> ainsi que votre <u>graphe</u>.

Q2 – Donner la **valeur de la période** T_0 de s à $0{,}01s$ près (obtenue de manière graphique).
Bonus : N'hésitez pas à vérifier que cette période est cohérente avec celle donnée par la théorie.

Q3 – Donner la **valeur de A** $\in \mathbb{R}_+^*$ telle que l'amplitude crête à crête de $t \to A \times s(t)$ soit de $1\,V$.
Indication : Chercher la valeur du maximum et du minimum de s.

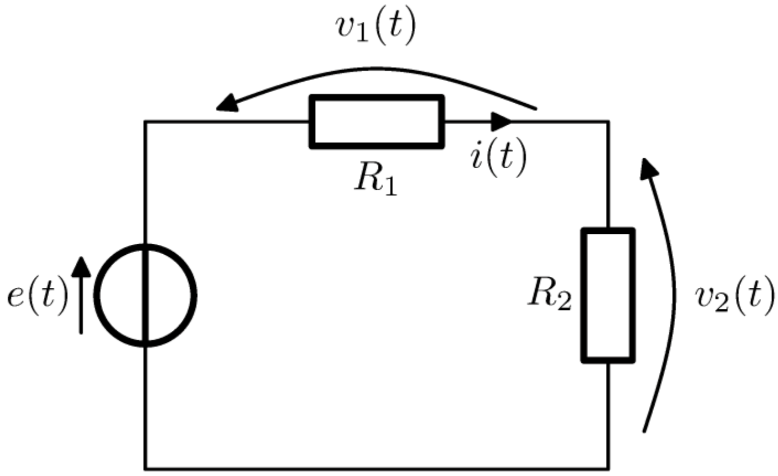
Q4 – Donner la **valeur de α** $\in \mathbb{R}_+^*$ telle que la période de $t \to s(\alpha t)$ soit de $10\,s$.

Exercice I.2 (Puissance dissipée par une résistance)

La ressource **R1.04** a été l'occasion d'étudier des circuits linéaires en régime permanant. Vous vous êtes aussi familiarisés avec un composant actif spécifique : l'amplificateur opérationnel.

On considère le circuit ci-contre avec :

- $e(t) = E_0 = 10\ V$
- $R_1 = 10\ k\Omega$



Q1 – Tracer l'évolution de la **puissance dissipée par $\boldsymbol{R_2}$** (en W) pour $R_2 \in [5\ k\Omega\,; 15\ k\Omega]$.
N'oubliez pas de correctement **annoter** votre tableau de mesure ainsi que votre graphe.

Q2 – Pour quelle **valeur de $\boldsymbol{R_2}$** est-ce que la puissance dissipée par R_2 est maximale.
Bonus : A l'aide de **R2.14**, trouver cette valeur de R_2 par le calcul (étude de fonction, extremum).

Exercice I.3 (Nombres Complexes)

Suite à la ressource **R1.14**, vous vous êtes familiarisés avec les **nombres complexes**. En particulier, vous savez manipuler la **représentation cartésienne** et la **représentation exponentielle** d'un nombre complexe.

On considère les nombres complexes suivants :

$z_1 = 3 + \sqrt{5}\, j \qquad z_2 = -\pi + e^2\, j \qquad z_3 = \cos\left(\frac{\pi}{12}\right) - j \sin\left(\frac{\pi}{5}\right)$

$z_4 = \ln(\pi) \exp\left(-j\,\frac{\pi}{5}\right) \qquad z_5 = \exp(3 - 7j) \qquad z_6 = (-3 + j) \exp\left(-j\,\frac{\pi}{3}\right)$

Vos réponses doivent être disponible dans un tableau correctement **annoté**.

Pour faciliter votre travail, LibreOffice Calc met à votre disposition de nombreuses fonctions pour créer des nombres complexes et déterminer leurs caractéristiques. N'hésitez pas à utiliser "**Assistant Fonctions**" pour découvrir comment utiliser les fonctions qui font intervenir le champ "COMPLEXE".

Q1 – Déterminer la **partie réelle** et la **partie imaginaire** des nombres complexes z_1 à z_6.

Q2 – Placer dans un **graphe** les nombres complexes z_1 à z_6.
Faites en sorte que le nom du nombre complexe soit visible en tant qu'**étiquette** du point placé.

Procédure pour que les étiquettes "textes" soient correctement affichées :
Vous devez faire un clic-droit sur un point placé et choisir "insérer des étiquettes de données".
Vous devez faire un clic-droit sur une étiquette et choisir "formatter les étiquettes de données".
Dans le menu "Etiquettes de données" → "Attributs de texte", vous devez **décocher** "Valeur en tant que nombre" et **cocher** "Catégorie".

Q3 – Déterminer le **module** des nombres complexes z_1 à z_6.

Q4 – Déterminer l'**argument** des nombres complexes z_1à z_6 en **degrés** ET en **radians**.

Q5 – Déterminer la **forme exponentielle** du nombre complexe

$$z_7 = z_1 + z_2 \times z_3 + \frac{z_4}{z_5 \times z_6}$$

On s'intéresse à la fonction complexe $f: \theta \to \frac{1}{1+\theta} \exp(j\,\theta)$,avec θ exprimé en radian.

Q6 – Pour $\theta \in [0; 4\pi]$, tracer le **graphe** de f.
Indication : Tracer la partie imaginaire de $f(\theta)$ en fonction de la partie réelle de $f(\theta)$.

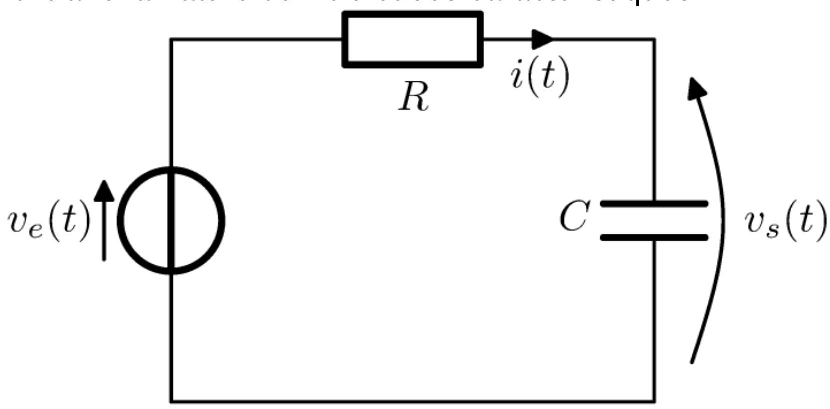
Exercice I.4 (Circuit RC)

La ressource **R2.05** vous a illustré la puissance des **nombres complexes** pour effectuer l'étude de systèmes linéaires en régime harmonique. Vous avez manipulé des amplitudes complexes, des impédances ainsi que des fonctions de transfert.

Le **diagramme de Bode** (en gain et en phase) vous permet de caractériser de manière graphique un filtre linéaire. Vous êtes capable d'en extraire la nature du filtre et ses caractéristiques.

On considère le circuit RC ci-contre avec $R = 10\ k\Omega$ et $C = 10\ nF$.

On note $v_e(t)$ la tension d'entrée et $v_s(t)$ la tension de sortie.



Q1 – Tracer le **diagramme de Bode** (réel) **en gain** du filtre RC.
Indication : N'oubliez pas d'utiliser une <u>échelle logarithmique</u> pour l'axe des abscisses.
On considère des fréquences $f \in [100\ Hz;\ 100kHz]$.

Q2 – Quelle est la **nature** du filtre.

Q3 – Ajouter sur le tracé précédent les **deux asymptotes** affines.
Indication : La fonction de transfert $\omega \to \left(j\frac{\omega}{\omega_0}\right)^n$, avec $(\omega, \omega_0) \in (\mathbb{R}_+^*)^2$ et $n \in \mathbb{Z}$, a pour diagramme de Bode en gain une droite de pente $n \times 20$ dB/décade qui coupe l'axe $0dB$ pour $\omega = \omega_0$.

Q4 – Donner la **fréquence** f_i où les deux asymptotes se croisent.

Q5 – Donner la valeur du **gain** G_i, en dB ET en échelle naturelle, du filtre pour $f = f_i$.

Q6 – Tracer le **diagramme de Bode** (réel) **en phase** du filtre RC.
On considère des fréquences $f \in [100\ Hz;\ 100kHz]$.

Q7 – Donner la valeur du **déphasage** ϕ_i, en degrés ET en radians, du filtre pour $f = f_i$.

Q8 – Tracer le **diagramme de Bode** (réel ET asymptotique) **en gain** du filtre lorsque $R = 100k\Omega$ et $C = 5nF$.
On considère des fréquences $f \in [10\ Hz;\ 10kHz]$.

Exercice I.5 (Filtre d'ordre 2)

On se propose d'étudier le filtre linéaire d'ordre 2 de fonction de transfert :

$$H(\omega) = \frac{H_0}{1 + jQ\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)}$$

où $H_0 = 5$, $Q = 10$ et $\omega_0 = 200\pi\ krad/s$.

Q1 – Tracer le **diagramme de Bode** (réel) **en gain** de $H(\omega)$.

Q2 – Donner la **nature** de ce filtre.

Q3 – Donner la valeur du **gain maximal** G_m en dB ET en échelle naturelle.

Q4 – Ajouter les deux **asymptotes obliques** sur votre tracé.

Q5 – Quelle est la **fréquence d'intersection** f_i des deux asymptotes.

Q6 – Donner la valeur de la **bande passante** à $-3dB$, noté B, du filtre.
Indication : Déterminer les deux fréquences de coupure à $-3dB$ (où le gain du filtre vaut $G_m - 3dB$).

Q7 – Ajouter sur votre tracé le **diagramme de Bode** (réel) **en gain** lorsque $Q = 1/2$.

Exercice II.1 (Suite)

On considère la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par le terme général : $u_n = \sqrt{n+1} - \sqrt{n}$ pour $n \in \mathbb{N}$.

Q1 – Déterminer les 20 premiers **termes** de la suite.

Q2 – Tracer le **graphe** associé aux 20 premiers termes de la suite ("Dispersion (XY)" sans relier les points).

Q3 – Est-ce que la suite est croissante OU décroissante ?

Q4 – Déterminer la **limite** de la suite lorsque $n \to +\infty$.

Exercice II.2 (Suites récurrentes)

On considère la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par la relation suivante : $2u_{n+2} = 3u_{n+1} - u_n$ pour $n \in \mathbb{N}$, avec $u_0 = 1$ et $u_1 = -1$

Q1 – Déterminer les 20 premiers **termes** de la suite.

Q2 – Tracer le **graphe** associé aux 20 premiers termes de la suite ("Dispersion (XY)" sans relier les points).

Q3 – Déterminer la **limite** de la suite lorsque $n \to +\infty$.

On considère la suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par la relation suivante : $v_{n+2} = v_{n+1} - v_n$ pour $n \in \mathbb{N}$, avec $v_0 = 1$ et $v_1 = 2$

Q4 – Déterminer les 20 premiers **termes** de la suite.

Q5 – Tracer le **graphe** associé aux 20 premiers termes de la suite ("Dispersion (XY)" sans relier les points).

On considère la suite $(w_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par le terme général : $w_n = 2\cos\left(\frac{(n-1)\pi}{3}\right)$ pour $n \in \mathbb{N}$.

Q6 – Que pouvez-vous dire (par rapport à $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$) des 20 premiers termes de la suite $(w_n)_{n\in\mathbb{N}}$.

Exercice II.3 (Signal discret : Echelon)

La ressource **R2.13** vous a présenté différents signaux discrets dont l'échelon unitaire $(u[k])_{k\in\mathbb{Z}}$.

Q1 – Tracé le graphe du signal $u[k]$ pour $k \in [-4\,;4]$.

Q2 – Tracé le graphe du signal $(u[k] - u[k-2])$ pour $k \in [-4\,;4]$.

Q3 – Tracé le graphe du signal $(3u[k] - 2u[k-2] + u[1-k])$ pour $k \in [-4\,;4]$.

Exercice II.4 (Echantillonnage)

Dans la ressource **R2.06**, vous avez découvert l'importance de bien choisir la fréquence d'échantillonnage lors de la numérisation d'un signal.

On considère le signal sinusoïdal suivant : $s(t) = S_0 \sin(2\pi f_0 t + \phi_0)$
avec $S_0 = 2\,V$, $f_0 = 8\,kHz$ et $\phi_0 = \frac{\pi}{6}\,rad$.

Q1 – Tracer le **graphe du signal s**. Afficher exactement 5 périodes de s.

On considère l'échantillonnage uniforme de ce signal sinusoïdal à la fréquence F_{ech}.

Pour le tracé des signaux échantillonné suivants, vous pouvez "relier les points" dans un premier temps.

Q2 – Tracer le **graphe du signal s échantillonné** pour $F_{ech} = 8\,kHz$. Utiliser le même axe des temps qu'à la question Q1.
Que se passe-t-il ?

Q3 – Tracer le **graphe du signal s échantillonné** pour $F_{ech} = 7\,kHz$. Utiliser le même axe des temps qu'à la question Q1.

Q4 – Tracer le **graphe du signal s échantillonné** pour $F_{ech} = 15\,kHz$. Utiliser le même axe des temps qu'à la question Q1.

Q5 – Tracer le **graphe du signal s échantillonné** pour $F_{ech} = 20\,kHz$. Utiliser le même axe des temps qu'à la question Q1.

Exercice II.5 (Numérisation)

Dans la ressource **R2.06**, vous avez vu comment **échantillonner** et **quantifier** un signal en vue d'éviter de perdre de l'information.

On travaille avec le signal suivant :

$$s : \ t \to S_0(1 + m\cos(2\pi f_m t)) \times \cos(2\pi f_p t)$$

où $S_0 = 4V$, $m = \frac{1}{2}$, $f_m = 200\,Hz$ et $f_p = 1\,kHz$.

Q1 – Tracer le **graphe du signal s** pour en faisant afficher exactement 3 périodes du signal $t \to S_0(1 + m\cos(2\pi f_m t))$.

On considère la fréquence d'échantillonnage $F_{ech} = 4kHz$.
L'instant de premier échantillonnage est $t_{ini} = 0\,s$.
Q2 - Déterminer la **suite d'échantillons** (u_n) formant le signal échantillonné.

Q3 – Faites en sorte que ces **échantillons soient visibles** sur votre tracé du graphe de s.

Nous allons maintenant quantifier les échantillons obtenus.
En annexe, vous trouverez la caractéristique combinée d'un CAN et d'un CNA.
V_e correspond à l'échantillon à l'entrée du CAN. V_r correspond à la tension quantifiée délivrée à la sortie du CNA.
Q4 – A partir de la caractéristique du CAN donné en annexe, déterminer le **code binaire** et la **tension quantifié** associés à chaque échantillon.
Indication : utiliser la fonction "SI"

Q5 – Tracer le **graphe du signal échantillonné-quantifié-bloqué** associé au signal s.

Q6 – Tracer le **graphe de l'erreur de quantification**.

Exercice II.6 (Traitement d'un signal numérisé)

Vous trouverez ci-dessous la suite binaire associée à un signal numérisé :
00100101111110111101010000100111101011000101110010111001011111011000001001111000
1101010000

En annexe, vous trouverez la caractéristique combinée d'un CAN et d'un CNA.
V_e correspond à l'échantillon à l'entrée du CAN. V_r correspond à la tension quantifiée délivrée à la sortie du CNA.

Q1 – Déterminer la **suite d'échantillons** (u_n) à partir de la caractéristique du CNA donné en annexe.

Q2 – Tracer le **graphe du signal échantillonné-quantifié** associé à (u_n).

On se propose de traiter les échantillons du signal à l'aide d'un filtre numérique.
On note $(s_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite des éléments en sortie du filtre.
Ces échantillons sont obtenus selon : $s_{n+1} = \frac{u_{n+1}-u_n}{2}$

Q3 – Déterminer la **suite d'échantillons** (s_n) associée à la sortie du filtre numérique.

Q4 – Tracer le **graphe du signal échantillonné-quantifié** associé à (s_n).

Exercice III.1 (Spectre d'un signal)

On se propose de déterminer le spectre du signal suivant :

$$s\ :\ t \rightarrow S_0 \cos(2\pi f_m t) \times \cos(2\pi f_p t)$$

où $S_0 = 5V$, $f_m = 200\ Hz$ et $f_p = 1\ kHz$.

On considère une fréquence d’échantillonnage $F_{ech} = 10\ kHz$.

Q1 – Déterminer les **instants d’échantillonnage** contenus dans l’intervalle $[\ 0\ \mathrm{s},\ \ 0{,}1\ \mathrm{s}]$.

Q2 – Déterminer les valeurs des **échantillons** de s (associés aux instants d’échantillonnage précédents).

Nous allons utiliser la section **Analyse de Fourier** d’OpenOffice Calc.

Cette dernière se trouve dans :
Données → Statistiques → Analyse de Fourier

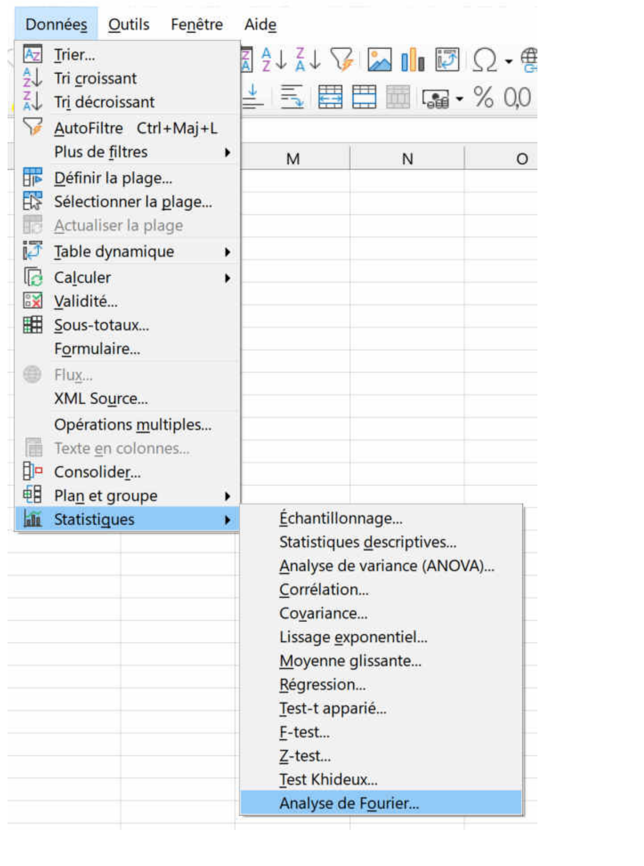
Comme **Plage d’entrée**, sélectionner les valeurs des échantillons (obtenus en Q2).

Vous devez aussi choisir une **cellule résultat**. Cette cellule détermine **où** le tableau résultat va être placé.

Je vous invite à choisir une cellule **3 lignes au-dessus** de la ligne contenant le premier échantillon de s.

Vous avez accès à autant de valeurs de la transformée de Fourier discrète que le nombre d’échantillons de s.

Chaque valeur de la transformée de Fourier discrète est donnée sous forme cartésienne (**partie réelle**, **partie imaginaire**).



Q3 – Donner le **nombre total d’échantillons**, noté N_{ech}.

On veut obtenir le spectre de puissance. Nous avons besoin des abscisses et des ordonnés des points à placer.

Chaque ligne de la transformée de Fourier discrète est associée à une fréquence.
La fréquence associée à la première ligne est $0\ \mathrm{Hz}$.
Les fréquences suivantes sont ensuite espacées entre elles de F_{ech}/N_{ech}.
Q4 – Déterminer la **fréquence** associée à chaque ligne de la transformée de Fourier discrète calculée.

Chaque ligne de la transformée de Fourier discrète est associée à une puissance moyenne normalisée.
Vous devez d’abord calculer le module de la transformée de Fourier discrète divisé par le nombre total d’échantillons. La puissance moyenne normalisée est le carré de la valeur précédente.
Q5 – Déterminer la **puissance moyenne normalisée** associée à chaque ligne de la transformée de Fourier discrète calculée.

Le spectre de puissance précédent est bilatéral. Nous voulons le spectre monolatéral (comme vu en cours/TD).
De manière simplifiée, vous devez multiplier par 2 la puissance moyenne normalisée obtenue à la question précédente. Vous devez ensuite garder la partie associée aux fréquences comprises dans l'intervalle $[\,0\ \mathrm{Hz},\ F_{ech}/2]$.

Q6 – **Tracer le graphe** du **spectre de puissance normalisée monolatéral**.

Q7 – Comparer ce spectre à la théorie.
Indication : Linéariser le produit de sinusoïde pour faire apparaître une somme de sinusoïde.
Utiliser ensuite l'approche vue dans le TD1 – III de R2.06.

Q8 – Reprenez l'étude en **augmentant le nombre d'échantillons**.