

红外图像处理技术 之图像恢复

航空航天学院
陆哲明/郑阳明

內容

- 11.1 图像恢复(复原)概念
- 11.2 图像退化模型
- 11.3 图像复原模型
- 11.4 逆滤波复原法
- 11.5 维纳滤波复原法
- 11.6 去除由匀速运动引起的模糊
- 11.7 图像的几何校正
- 11.8 红外相关增强复原技术

11.1 图像恢复(复原)概念

• 11.1.1 图像退化

- ✓ 概念：图像在形成、传输和记录过程中，由于成像系统、传输介质和设备的不完善，使图像的质量变坏，这一过程称为图像的退化。
- ✓ 表现：图像模糊、失真、噪声等。
- ✓ 原因：传感器噪声、摄像机未聚焦、物体与摄像设备之间的相对移动、大气湍流效应、光学系统的绕射、成像光源或射线的散射、光学系统的像差、传感器特性的非线性、感光胶卷的非线性和胶片颗粒噪声、摄像扫描所引起的几何失真等。

• 11.1.2 图像恢复：

- ✓ 概念：图像的复原就是要尽可能恢复退化图像的本来面目，它是沿图像降质的逆向过程进行。即：**明确图像退化原因，建立数学模型，沿逆过程恢复图像**。
- ✓ 目的：改善给定的图像质量并尽可能恢复原图像。
- ✓ 典型思路：根据**图像退化的先验知识**建立一个退化模型，以此模型为基础，采用各种**逆退化处理方法**进行恢复，使图像质量得到改善。可见，图像复原主要取决于对图像退化过程的先验知识所掌握的精确程度。
- ✓ 主要方法：**逆滤波恢复、Wiener滤波恢复、运动模糊恢复、几何失真恢复、代数方法恢复、功率谱均衡恢复、约束最小平方恢复、最大后验恢复、最大熵恢复**。



用巴特沃思带阻滤波器复原受正弦噪声干扰的图像



用维纳滤波器恢复受大气湍流严重影响的图像

✓ 图像复原的一般过程：**弄清退化原因→建立退化模型→反向推演→恢复图像**

- ✓ 对图像复原结果的评价已确定了一些准则，这些准则包括**最小均方准则**、加权均方准则和最大熵准则等，这些准则都是用来规定复原后的图像与原图像相比较的质量标准。

• 11.1.3 图像复原和图像增强的区别联系

- ✓ 二者的目的都是为了改善图像的质量。

✓ **图像增强不考虑图像是如何退化的**，只通过试探各种技术来增强图像的视觉效果。因此，图像增强可以不顾增强后的图像是否失真，只要看得舒服就行。

✓ **图像复原需知道图像退化的机制和过程的先验知识**，据此找出一种相应的逆过程，从而得到复原的图像。

✓ 如果图像已退化，应先作复原处理，再作增强处理。

11.2 图像退化模型

- 11.2.1 一般退化模型** $x(t) \xrightarrow{H[\cdot]} y(t)$
- ✓ 系统的输入输出表示法 $f(x,y) \xrightarrow{H[\cdot]} g(x,y)$
- ✓ $f(x,y)$ 是成像物体, $g(x,y)$ 退化图像, H 是成像系统的点扩散函数, $n(x,y)$ 是噪声, 则一般的退化模型可表示为。

$$g(x,y) = H[f(x,y)] + n(x,y)$$
- ✓ 模型根据 H 分类: 线性和非线性、时变和非时变、集中参数和分布参数、连续和离散。
- 线性系统 H : 两个输入之和的响应等于两个响应之和。

$$H[k_1 f_1(x,y) + k_2 f_2(x,y)] = k_1 H[f_1(x,y)] + k_2 H[f_2(x,y)]$$
- 时不变系统 H : 系统参数不随时间变化。
- 位移不变系统 H : 系统的响应只与该点数值有关, 而与该点的位置无关。

$$f(0,0) = f(\alpha, \beta) \Rightarrow g(0,0) = g(\alpha, \beta)$$

$$H[f(x,y)] = g(x,y) \Rightarrow H[f(x-\alpha, y-\beta)] = g(x-\alpha, y-\beta)$$

- 11.2.2 线性位移不变退化模型**
- ✓ 系统的冲激响应
- 一维冲激函数 $\delta(t)$

$$\begin{cases} \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt = 1 \\ \delta(t) = 0 & t \neq 0 \end{cases}$$
- 二维冲激函数 $\delta(x,y)$

$$\begin{cases} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \delta(x,y) dx dy = 1 \\ \delta(x,y) = 0 & x \neq 0 \text{ 或 } y \neq 0 \end{cases}$$
- 冲激函数的取样性质

$$f(t_0) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \delta(t-t_0) dt$$

$$f(\alpha, \beta) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x,y) \delta(x-\alpha, y-\beta) d\alpha d\beta$$
- 冲激响应: 系统在冲激函数 $\delta(x,y)$ 的作用下的响应, 记为 $h(x,y)$

- ✓ 不考虑噪声时, 线性位移不变系统的图像退化模型

$$g(x,y) = H[f(x,y)] \quad f(x,y) \xrightarrow{H[\cdot]} g(x,y)$$

$$= H \left[\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(\alpha, \beta) \delta(x-\alpha, y-\beta) d\alpha d\beta \right] \xrightarrow{\text{根据冲激函数的抽样性质}}$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} H[f(\alpha, \beta) \delta(x-\alpha, y-\beta)] d\alpha d\beta \xrightarrow{\text{根据线性系统的性质}}$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(\alpha, \beta) H[\delta(x-\alpha, y-\beta)] d\alpha d\beta \xrightarrow{\text{称该运算为卷积}}$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(\alpha, \beta) h(x-\alpha, y-\beta) d\alpha d\beta \xrightarrow{\text{卷积符号 *}}$$

$$= f(x,y) * h(x,y) \xrightarrow{\text{卷积符号 *}}$$
- 一维连续卷积的定义

$$f(t) * h(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau) h(t-\tau) d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau) f(t-\tau) d\tau$$
- 一维离散卷积的定义

$$f(n) * h(n) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} f(m) h(n-m) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} h(m) f(n-m)$$

- ✓ 若受加性噪声 $n(x,y)$ 的干扰, 则退化图像可表示为

$$g(x,y) = f(x,y) * h(x,y) + n(x,y)$$
- 利用线性的位移不变模型优点: 可把线性系统中的许多数学工具如线性代数用于求解图像复原问题, 从而得到简捷的公式和快速的运算方法。
- ✓ 线性位移不变系统模型使用条件: 当退化不严重时, 可作为图像退化的近似模型来复原图像。在很多应用中有较好的复原结果, 且计算大为简化。
- ✓ 实际上, 非线性和位移变的情况能更加准确而普遍地反映图像复原问题本质, 但在数学上求解困难。
- ✓ 只有在要求很精确情况下才用位移变的模型去求解, 其求解也常以位移不变的解法为基础加以修改而成。

- 11.2.3 离散退化模型** $f(x,y) \xrightarrow{h(x,y)} g(x,y)$
- ✓ 离散退化模型:

$$g(x,y) = \sum_{m=0}^{N-1} \sum_{n=0}^{N-1} f(m,n) h(x-m, y-n) + n(x,y)$$
- ✓ 离散退化模型的矩阵表示:

$$g = Hf + n \quad \text{二维离散卷积 } f(x,y) * h(x,y)$$
- ✓ H 为 $N^2 \times N^2$ 分块循环矩阵:

$$H = \begin{bmatrix} H(0) & H(N-1) & \cdots & H(1) \\ H(1) & H(0) & \cdots & H(2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ H(N-1) & H(N-2) & \cdots & H(0) \end{bmatrix} \quad H(i) = \begin{bmatrix} h(i,0) & h(i,N-1) & \cdots & h(i,1) \\ h(i,1) & h(i,0) & \cdots & h(i,2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ h(i,N-1) & h(i,N-2) & \cdots & h(i,0) \end{bmatrix}$$

- 11.2.4 线性位移不变降质算子 h**
- ✓ 运动模糊: 通常在拍摄过程中, 相机或物体移动造成的运动模糊可用一维均匀邻域像素灰度的平均值来表示

$$h(i) = \begin{cases} \frac{1}{L}, & \text{if } -\frac{L}{2} \leq i \leq \frac{L}{2} \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$
- 大气扰动模糊: 这种模糊经常出现在遥感和航空摄影中, 由于曝光时间过长引起的模糊可用高斯点扩散函数来表示:

$$h(i,j) = K \exp\left(-\frac{i^2 + j^2}{2\sigma^2}\right)$$
- 式中 K 是一个归一化常数, 保证模糊的总大小为单位值, σ^2 可以决定模糊的程度。

✓ **均匀不聚焦模糊**: 这是由于相机聚焦不准确引起的，虽然不聚焦由许多参数决定，如相机焦距、相机孔大小、形状、物体和相机之间的距离等，但在研究中为简单起见，用下列函数表示聚焦不准引起的模糊

$$h(i, j) = \begin{cases} \frac{1}{\pi R^2}, & \text{if } \sqrt{i^2 + j^2} \leq R \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

✓ **均匀二维模糊**: 这是最常见的一种模糊，可以用来近似聚焦不准引起的模糊。

$$h(i, j) = \begin{cases} \frac{1}{L^2}, & \text{if } -\frac{L}{2} \leq i, j \leq \frac{L}{2} \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

✓ 通常模糊算子相当于一个低通滤波器，因此当模糊算子作用于原始图像时，会引起图像中边缘和轮廓的模糊。7×7均匀二维模糊算子作用于图像 Camera 的结果如下图所示



原始图像

7×7均匀二维
模糊算子作用
后的结果

11.3 图像复原模型

• 11.3.1 图像的退化/复原过程模型

✓ 图像 $f(x,y)$ 被线性操作 $h(x,y)$ 所模糊，并叠加噪声 $n(x,y)$ ，构成了退化后的图像 $g(x,y)$ 。退化后的图像与复原滤波器卷积得到复原的图像 $\hat{f}(x,y)$ 。

• 11.3.2 图像恢复的性能指标

✓ 模糊信噪比(BSNR, the Blurred Signal-to-Noise Ratio): 表示由模糊和叠加噪声引起的降质程度

$$\text{BSNR} = 10 \cdot \log_{10} \left(\frac{\frac{1}{MN} \sum_{i,j} [y(i,j) - \bar{y}(i,j)]^2}{\sigma_n^2} \right)$$

σ_n^2 是叠加噪声 $n(i,j)$ 的方差
 $y(i,j) = g(i,j) - n(i,j)$
 $\bar{y}(i,j) = E(y)$ 是 $y(i,j)$ 的期望值

✓ ISNR (the Improvement in SNR) : ISNR 只是评价图像恢复算法好坏的一个客观指标，ISNR 高并不一定主观视觉效果好。

$$\text{ISNR} = 10 \cdot \log_{10} \left(\frac{\sum_{i,j} [f(i,j) - g(i,j)]^2}{\sum_{i,j} [f(i,j) - \hat{f}(i,j)]^2} \right)$$

$f(i,j)$ — 原始图像
 $g(i,j)$ — 降质图像
 $\hat{f}(i,j)$ — 恢复图像

11.4 逆滤波复原法

• 11.4.1 原理阐述

$f(x,y) \rightarrow h(x,y) \rightarrow g(x,y) \rightarrow \hat{f}(x,y)$

对于线性位移不变系统而言

$$g(x,y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(\alpha, \beta) h(x-\alpha, y-\beta) d\alpha d\beta + n(x,y)$$

$$= f(x,y) * h(x,y) + n(x,y)$$

根据卷积定理（时域的卷积对应频域的乘积）：上式两边进行二维傅立叶变换得

$$F(u,v) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x,y) e^{-j2\pi(ux+vy)} dx dy$$

$$G(u,v) = F(u,v)H(u,v) + N(u,v)$$

式中 $G(u,v)$, $F(u,v)$, $H(u,v)$ 和 $N(u,v)$ 分别是 $g(x,y)$, $f(x,y)$, $h(x,y)$ 和 $n(x,y)$ 的二维傅立叶变换。 $H(u,v)$ 称为系统的传递函数。从频域角度看，它使图像退化，因而反映了成像系统的性能。

$F(u,v) \rightarrow H(u,v) \rightarrow G(u,v)$

在无噪声的理想情况下

$$G(u,v) = F(u,v)H(u,v)$$

则

$$F(u,v) = G(u,v)/H(u,v)$$

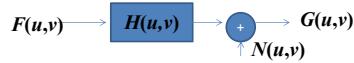
$1/H(u,v)$ 称为逆滤波器。对上式再进行傅立叶逆变换可得到 $f(x,y)$ 。但实际上碰到的问题都是有噪声，因而只能求 $F(u,v)$ 的估计值 $\hat{F}(u,v)$

$$\hat{F}(u,v) = F(u,v) - \frac{N(u,v)}{H(u,v)}$$

然后再作傅立叶逆变换得

$$\hat{f}(x,y) = f(x,y) - \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} [N(u,v)H^{-1}(u,v)] e^{j2\pi(ux+vy)} du dv$$

这就是逆滤波复原的基本原理。



• 11.4.2 方法归纳

- ✓ 对退化图像 $g(x,y)$ 作二维高斯傅立叶变换，得 $G(u,v)$
- ✓ 计算系统点扩散函数 $h(x,y)$ 的二维傅立叶变换，得到 $H(u,v)$ 。
- ✓ 计算 $\hat{F}(u,v) = G(u,v)/H(u,v)$
- ✓ 计算 $\hat{F}(u,v)$ 的逆傅立叶变换，求得 $\hat{f}(x,y)$ 。

• 11.4.3 病态问题：

- ✓ 若噪声为零，则采用逆滤波恢复法能完全再现原图像。
- ✓ 若噪声存在，而且 $H(u,v)$ 很小或为零时，则噪声被放大。这意味着退化图像中小噪声的干扰在 $H(u,v)$ 较小时，会对逆滤波恢复的图像产生很大的影响，有可能使恢复的图像和 $f(x,y)$ 相差很大，甚至面目全非。

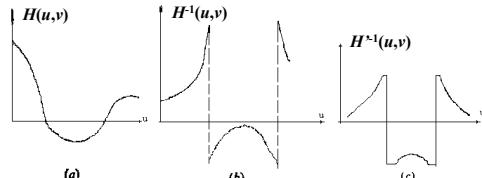
$$\hat{F}(u,v) = F(u,v) - \frac{N(u,v)}{H(u,v)}$$

• 11.4.4 病态问题解决方法：

- ✓ 唯一方法就是避开 $H(u,v)$ 的零点即小数值的 $H(u,v)$ 。

两种途径：

- 一是在 $H(u,v) = 0$ 及其附近，人为地仔细设置 $H^{-1}(u,v)$ 的值，使 $N(u,v)H^{-1}(u,v)$ 不会对产生太大影响。下图给出了 $H(u,v)$ 、 $H^{-1}(u,v)$ 同改进的滤波特性的一维波形，从中可看出与正常滤波的差别。



(a) 图像退化响应 (b) 逆滤波器响应 (c) 改进的逆滤波器响应

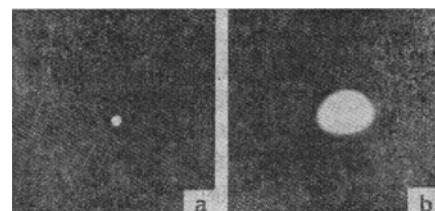
➢ 二是：使 $H(u,v)$ 具有低通滤波性质。

$$H^{-1}(u,v) = \begin{cases} \frac{1}{H(u,v)} & (u^2 + v^2) \leq D_0^2 \\ 0 & (u^2 + v^2) > D_0^2 \end{cases}$$

• 11.4.5 例子

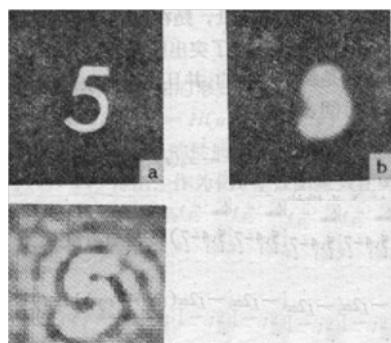
$f(x,y) \rightarrow h(x,y) \rightarrow g(x,y)$
令 $f(x,y) = \delta(x,y)$, 即 $F(u,v) = 1$ (冲激函数的傅立叶变换等于1)
则 $G(u,v) = H(u,v)F(u,v) \approx H(u,v)$

故：利用点光斑作为输入可近似得到系统的退化特性



(a) 点光源 $f(x,y)$

(b) 退化图像 $g(x,y)$



(a) 原图；(b) 退化图像；(c) $H(u,v)$

11.5 维纳滤波复原法

• 11.5.1 出发点

- ✓ 逆滤波复原方法数学表达式简单，物理意义明确。然而逆滤波复原方法对噪声极为敏感，要求信噪比较高，通常不满足该条件。
- ✓ 因此，在逆滤波理论基础上，不少人将图像信号近似看作平稳随机过程，希望找到一种方法，在有噪声条件下，从退化图像 $g(x,y)$ 复原出 $f(x,y)$ 的估计值，该估计值符合一定的准则。
- ✓ Wiener滤波恢复的思路是在假设图像信号可近似看作平稳随机过程的前提下，按照 **使恢复的图像与原图像 $f(x,y)$ 的均方差最小原则** 来恢复图像。

• 11.5.2 公式推导

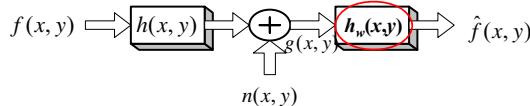
✓ 图像恢复准则： $f(x,y)$ 和 $\hat{f}(x,y)$ 之间的均方误差 e^2 达到最小，即

$$e^2 = \min E \{ [f(x,y) - \hat{f}(x,y)]^2 \}$$

✓ 采用线性滤波，寻找点扩散函数 $h_w(x,y)$ ，使得

$$\hat{f}(x,y) = h_w(x,y) * g(x,y)$$

$$\hat{F}(u,v) = H_w(u,v)G(u,v)$$



✓ 由 Andrews 和 Hunt 推导满足这一要求的传递函数为：

$$H_w(u,v) = \frac{H^*(u,v)}{|H(u,v)|^2 + P_n(u,v)/P_f(u,v)}$$

✓ 则有 $\hat{F}_{维纳}(u,v) = \frac{H^*(u,v)}{|H(u,v)|^2 + P_n(u,v)/P_f(u,v)} G(u,v)$

> 这里， $H^*(u,v)$ 是成像系统传递函数的复共轭； $H_w(u,v)$ 就是维纳滤波器的传递函数。 $P_n(u,v)$ 是噪声功率谱； $P_f(u,v)$ 是输入图像的功率谱。

> 与逆滤波复原方法的对比

$$\hat{F}_{逆}(u,v) = \frac{G(u,v)}{H(u,v)} = \frac{H^*(u,v)}{|H(u,v)|^2} G(u,v)$$

功率谱定义为
傅立叶变换
模的平方

• 11.5.3 复原步骤

- ✓ 计算图像 $g(x,y)$ 的二维离散傅立叶变换 $G(u,v)$ 。
- ✓ 计算点扩散函数 $h(x,y)$ 的二维离散傅立叶变换 $H(u,v)$ 。
- ✓ 估算图像的功率谱密度 P_f 和噪声的谱密度 P_n 。
- ✓ 计算图像的估计值 $\hat{F}(u,v)$ 。
- ✓ 计算 $\hat{F}(u,v)$ 的傅立叶逆变换，得恢复图像 $\hat{f}(x,y)$ 。

$$\hat{F}(u,v) = \frac{H^*(u,v)}{|H(u,v)|^2 + P_n(u,v)/P_f(u,v)} G(u,v)$$

$$\hat{F}(u,v) = H_w(u,v)G(u,v) = \frac{H^*(u,v)}{|H(u,v)|^2 + P_n(u,v)/P_f(u,v)} G(u,v)$$

• 11.5.4 方法特点

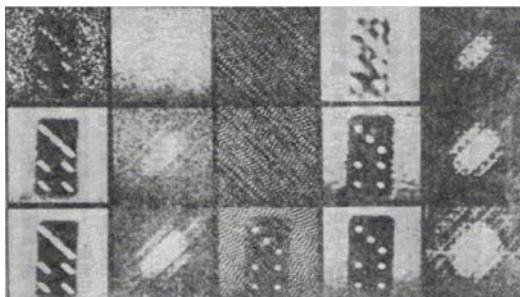
- ✓ 自动抑制噪声放大，即当 $H(u,v) \rightarrow 0$ 或幅值很小时，分母不为零，不会造成严重的运算误差。
- ✓ 在信噪比高的频域，即 $P_n(u,v) \ll P_f(u,v)$

$$H_w(u,v) = \frac{1}{H(u,v)}$$

✓ 在信噪比很小的频域，即 $|H(u,v)| \ll P_n(u,v)/P_f(u,v)$ ， $H_w(u,v) \rightarrow 0$

注：对于噪声功率谱 $P_n(u,v)$ ，可在图像 $f(x,y)$ 上找一块恒定亮度的区域，然后测定亮度图像 $g(x,y)$ 在该区域的功率谱作为 $P_n(u,v)$ 。

• 11.5.5 例子



(a)待恢复图 (b)傅立叶谱 (c)逆滤波 (d)Wiener滤波 (e)傅立叶谱

11.6 去除由匀速运动引起的模糊

• 11.6.1 背景

✓ 在获取图像过程中，由于景物和摄像机之间的相对运动，往往造成图像的模糊。其中由均匀直线运动所造成的模糊图像的恢复问题更具有普遍性和一般性。因为变速的、非直线的运动在某些条件下可以看成是均匀的、直线运动的合成结果。

✓ 设图像 $f(x,y)$ 有一个平面运动，令 $x_0(t)$ 和 $y_0(t)$ 分别为在 x 和 y 方向上运动的变化分量。 t 表示运动的时刻。记录介质的总曝光量是在快门打开到关闭的时间段 T 的积分。则模糊后的图像为

$$g(x,y) = \int_0^T f(x - x_0(t), y - y_0(t)) dt$$

$$f(x,y) \longrightarrow h(x,y) \longrightarrow g(x,y)$$

$$g(x, y) = \int_0^T f(x - x_0(t), y - y_0(t)) dt$$

• 11.6.2 恢复方法

✓ 令 $G(u, v)$ 为模糊图像 $g(x, y)$ 的傅立叶变换，对上式两边傅立叶变换得

$$\begin{aligned} G(u, v) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} g(x, y) \exp[-j2\pi(ux + vy)] dx dy \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \left\{ \int_0^T f[x - x_0(t), y - y_0(t)] dt \right\} \exp[-j2\pi(ux + vy)] dx dy \end{aligned}$$

✓ 改变积分次序，则有

$$G(u, v) = \int_0^T \left\{ \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f[x - x_0(t), y - y_0(t)] \exp[-j2\pi(ux + vy)] dx dy \right\} dt$$

✓ 由傅立叶变换的位移性质，可得

$$\begin{aligned} G(u, v) &= \int_0^T F(u, v) \exp\{-j2\pi[ux_0(t) + vy_0(t)]\} dt \\ &= F(u, v) \int_0^T \exp\{-j2\pi[ux_0(t) + vy_0(t)]\} dt \end{aligned}$$

$$f(x, y) \longrightarrow h(x, y) \longrightarrow g(x, y) \quad F(u, v) \longrightarrow H(u, v) \longrightarrow G(u, v)$$

$$G(u, v) = F(u, v) \int_0^T \exp\{-j2\pi[ux_0(t) + vy_0(t)]\} dt$$

$$\checkmark \text{ 令 } H(u, v) = \int_0^T \exp\{-j2\pi[ux_0(t) + vy_0(t)]\} dt$$

$$\checkmark \text{ 可得 } G(u, v) = F(u, v)H(u, v)$$

➢ 这是已知退化模型的傅立叶变换式。若 $x(t)$ 、 $y(t)$ 的性质已知，传递函数 $H(u, v)$ 可直接求出，因此， $f(x, y)$ 可恢复出来。

➢ 例如：由水平方向均匀直线运动造成的图像模糊的模型及其恢复用以下两式表示： $x_0(t) = \frac{at}{T}$, $y_0(t) = 0$

$$g(x, y) = \sum_{t=0}^{T-1} f[x - \frac{at}{T}, y] \cdot \Delta x$$

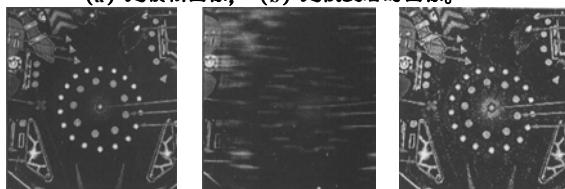
$$f(x, y) \approx A - m \{ [g[(x - ma), y] - g[(x - ma - 1), y]] / \Delta x \}$$

$$+ \sum_{k=0}^m \{ [g[(x - ka), y] - g[(x - ka - 1), y]] / \Delta x \} \quad 0 \leq x, \quad y \leq L$$



沿水平方向匀速运动造成的模糊图像的恢复处理例子。

(a) 是模糊图像，(b) 是恢复后的图像。



(a) 原始图像

(b) 模糊图像

(c) 复原图像

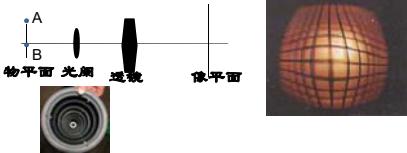
11.7 图像的几何校正

• 11.7.1 背景

✓ 图像在生成过程中，由于系统本身具有非线性或拍摄角度不同，会使图像出现歪斜变形产生几何失真。

➢ 桶形畸变和枕形畸变

□ 在物平面内放置均匀方格，把它照亮作为物，若把光圈（光圈就是控制光束通过多少的设备）放在物和透镜之间，可以看出，远光轴区域的放大率比光轴附近的小。在像平面内出现图中所示情景，称为桶形畸变。



□ 在使用广角镜头或使用变焦镜头的最广角端时，最容易察觉桶形失真现象。桶形畸变是由于视场边缘的放大率比中心部分低所引起的，即使缩小光圈也不能校正。



□ 将矩形物体拍成四边向内凹进形如枕头的影像，称镜头的这种像差为枕形畸变。在使用长焦镜头或使用变焦镜头的长焦端时，最容易察觉枕形失真现象。特别是在使用焦距转换器后，枕形失真很容易便会发生。



➢ 从太空中宇航员拍摄的地球上的等距平行线，其图像会变为歪斜或不等距；

➢ 用普通的光学摄影与雷达拍摄的同一地区的景物，二者在几何形状上有较大的差异。

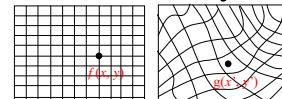
➢

✓ 几何失真一般分为系统失真和非系统失真。

➢ 系统失真是有规律的、能预测的；

➢ 非系统失真是随机的。

✓ 以一幅图像 $f(x, y)$ 为基准，用某设备对其进行实际拍摄得到图像 $g(x', y')$ ，通过研究两者之间的坐标关系以期校正该设备拍摄的其他图像的几何畸变，就叫做图像的几何畸变复原或者几何校正。



• 11.7.2 几何畸变的描述

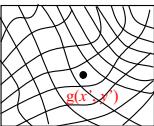
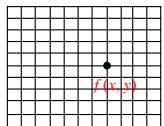
- ✓ 几何基准图像的坐标系统用 (x, y) 来表示
- ✓ 需要校正的图像的坐标系统用 (x', y') 表示
- ✓ 设两个图像坐标系统之间的关系可用解析式表示

$$x' = h_1(x, y)$$

$$y' = h_2(x, y)$$

➤ 通常 $h_1(x, y)$ 和 $h_2(x, y)$ 用多项式模型来表示：

$$x' = \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{N-1} a_{ij} x^i y^j$$



$$y' = \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{N-1} b_{ij} x^i y^j$$

➤ 线性畸变：用来近似较小的几何畸变

$$x' = a_0 + a_1 x + a_2 y$$

$$y' = b_0 + b_1 x + b_2 y$$

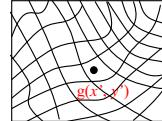
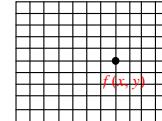
➤ 二次型畸变：更精确一些

$$x' = a_0 + a_1 x + a_2 y + a_3 x^2 + a_4 xy + a_5 y^2$$

$$y' = b_0 + b_1 x + b_2 y + b_3 x^2 + b_4 xy + b_5 y^2$$

- ✓ 若基准图像为 $f(x, y)$ ，畸变图像为 $g(x', y')$ 。几何校正的前提假设是：对于景物上的同一个点，假定其次度不变。

$$f(x, y) = g(x', y')$$

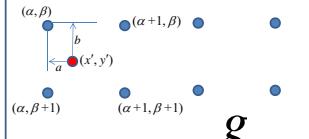
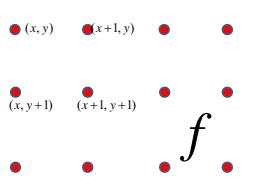


• 11.7.3 几何畸变的校正过程

- ✓ 基本的方法是先建立几何校正的数学模型；其次利用已知条件确定模型参数；最后根据模型对图像进行几何校正。通常分两步： $g(x', y') = f(h_1(x, y), h_2(x, y))$

➤ 确定图像空间坐标变换 h_1 和 h_2 的参数。

➤ 确定校正空间各像素的次度值（次度内插）：由于 x, y 与 $h_1(x, y), h_2(x, y)$ 有时不能同时为整数，因此需要次度插值。



f

g

✓ 常见的空间坐标变换

➤ 恒等变换： $x' = h_1(x, y) = x$ $y' = h_2(x, y) = y$

➤ 平移变换： $x' = x + x_0$ $y' = y + y_0$

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_1(x, y) \\ h_2(x, y) \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & x_0 \\ 0 & 1 & y_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$$

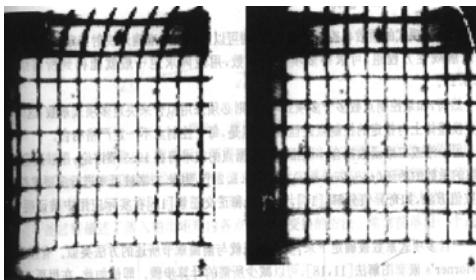
➤ 缩放变换 $x' = x/a$ $y' = y/b$

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_1(x, y) \\ h_2(x, y) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/c & 0 \\ 0 & 1/d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

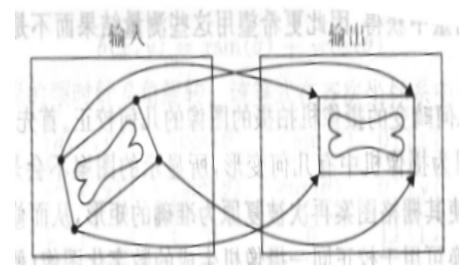
➤ 旋转变换

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_1(x, y) \\ h_2(x, y) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

➤ 一般变换



➤ 指定控制点变换

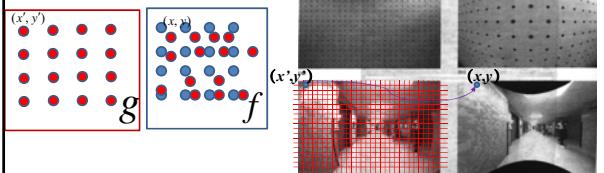


✓ 已知 $h_1(x,y)$ 和 $h_2(x,y)$ 条件下的几何校正

➢ 若我们具备先验知识 $h_1(x,y)$ 、 $h_2(x,y)$ ，则希望将几何畸变图像 $g(x',y')$ 恢复为基准几何坐标的图像 $f(x,y)$ ，几何校正方法可分为直接法和间接法两种。

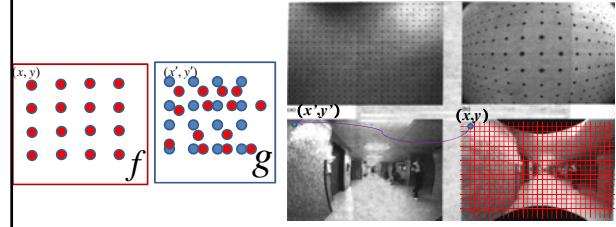
➢ **直接法：**先由 $\begin{cases} x' = h_1(x,y) \\ y' = h_2(x,y) \end{cases}$ 推出 $\begin{cases} x = h_1'(x',y') \\ y = h_2'(x',y') \end{cases}$ ，然后依次计算

算每个像素的校正坐标值，保持各像素灰度值不变，这样生成一幅校正图像，但其像素分布是不规则的，会出现像素挤压、疏密不均等现象，不能满足要求。因此最后还需对不规则图像通过灰度内插生成规则的栅格图像。



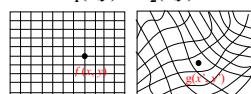
➢ **间接法：**设恢复的图像像素在基准坐标系统为等距网格的交叉点，从网格交叉点的坐标 (x,y) 出发算出在已知畸变图像上的坐标 (x',y') ，即 $(x',y') = [h_1(x,y), h_2(x,y)]$

虽然点 (x,y) 坐标为整数，但 (x',y') 一般不为整数，不会位于畸变图像像素中心，因而不能直接确定该点的灰度值，而只能由其在畸变图像的周围像素灰度内插求出，作为对应像素 (x,y) 的灰度值，据此获得校正图像。由于间接法内插灰度容易，所以一般采用间接法进行几何纠正。



✓ $h_1(x,y)$ 和 $h_2(x,y)$ 未知条件下的几何校正

➢ 在这种情况下，通常用基准图像和几何畸变图像上多对同名像素的坐标来确定 $h_1(x,y)$ 和 $h_2(x,y)$ 。



➢ 假定基准图像像素的空间坐标 (x,y) 和被校正图像对应像素的空间坐标 (x',y') 之间的关系用二元多项式来表示。

$$x' = \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{N-1} a_{ij} x^i y^j \quad y' = \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{N-1} b_{ij} x^i y^j$$

式中， N 为多项式的次数， a_{ij} 和 b_{ij} 为各项待定系数。

➢ **线性畸变校正**

□ 形式 $\begin{aligned} x' &= a_0 + a_1 x + a_2 y \\ y' &= b_0 + b_1 x + b_2 y \end{aligned}$

□ 求线性畸变参数：从基准图像上找出三个点 $(r_1, s_1), (r_2, s_2), (r_3, s_3)$ ，它们在畸变图像上对应的三个点坐标为 $(x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3)$ 。把坐标分别代入上式，并写成矩阵形式则可解立方程或矩阵求逆，得到 a_i 、 b_i 系数，这样 $h_1(x,y)$ 和 $h_2(x,y)$ 确定了，则可用已知 $h_1(x,y)$ 和 $h_2(x,y)$ 的间接法校正几何失真的图像。

$$\begin{aligned} r_1 &= a_0 + a_1 r_1 + a_2 s_1 \\ r_2 &= a_0 + a_1 r_2 + a_2 s_2 \\ r_3 &= a_0 + a_1 r_3 + a_2 s_3 \\ y_1 &= b_0 + b_1 r_1 + b_2 s_1 \\ y_2 &= b_0 + b_1 r_2 + b_2 s_2 \\ y_3 &= b_0 + b_1 r_3 + b_2 s_3 \end{aligned} \quad \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & r_1 & s_1 \\ 1 & r_2 & s_2 \\ 1 & r_3 & s_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & r_1 & s_1 \\ 1 & r_2 & s_2 \\ 1 & r_3 & s_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_0 \\ b_1 \\ b_2 \end{bmatrix}$$

➢ **二次型畸变校正**

□ 形式 $x' = a_0 + a_1 x + a_2 y + a_3 x^2 + a_4 xy + a_5 y^2$

$$y' = b_0 + b_1 x + b_2 y + b_3 x^2 + b_4 xy + b_5 y^2$$

□ 求二次型畸变参数：从基准图像上找六个点 $(r_1, s_1), (r_2, s_2), (r_3, s_3), (r_4, s_4), (r_5, s_5), (r_6, s_6)$ ，它们在畸变图像上对应的六个点坐标为 $(x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3), (x_4, y_4), (x_5, y_5), (x_6, y_6)$ 。把坐标分别代入上式，并写成矩阵形式则可解立方程或矩阵求逆，得到 a_i 、 b_i 系数，这样 $h_1(x,y)$ 和 $h_2(x,y)$ 确定了，则可用已知 $h_1(x,y)$ 和 $h_2(x,y)$ 的间接法校正几何失真的图像。

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & r_1 & s_1 & r_1^2 & r_1 s_1 & s_1^2 \\ 1 & r_2 & s_2 & r_2^2 & r_2 s_2 & s_2^2 \\ 1 & r_3 & s_3 & r_3^2 & r_3 s_3 & s_3^2 \\ 1 & r_4 & s_4 & r_4^2 & r_4 s_4 & s_4^2 \\ 1 & r_5 & s_5 & r_5^2 & r_5 s_5 & s_5^2 \\ 1 & r_6 & s_6 & r_6^2 & r_6 s_6 & s_6^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \\ a_5 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \\ y_5 \\ y_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & r_1 & s_1 & r_1^2 & r_1 s_1 & s_1^2 \\ 1 & r_2 & s_2 & r_2^2 & r_2 s_2 & s_2^2 \\ 1 & r_3 & s_3 & r_3^2 & r_3 s_3 & s_3^2 \\ 1 & r_4 & s_4 & r_4^2 & r_4 s_4 & s_4^2 \\ 1 & r_5 & s_5 & r_5^2 & r_5 s_5 & s_5^2 \\ 1 & r_6 & s_6 & r_6^2 & r_6 s_6 & s_6^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_0 \\ b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \\ b_5 \end{bmatrix}$$

✓ 校正的第二步：次度插值问题

➢ 次度插值的策略：像素移交和像素填充。

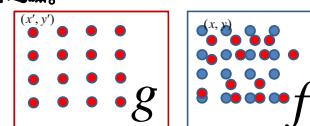
□ 像素移交：输入图像像素被映射到输出图像四个像素之间。

□ 像素填充：输出图像像素被映射到输入图像四个像素之间。

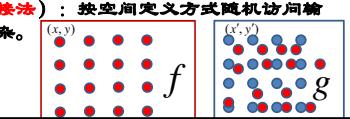
➢ 像素移交（针对直接法）的问题

□ 输入像素可能被映射到输出图像边界之外。

□ 多个输入像素位置映射到同一个输出像素位置，输出像素可能有遗漏。



➢ 像素填充问题（针对间接法）：按空间定义方式随机访问输入图像，可能有一些复杂。



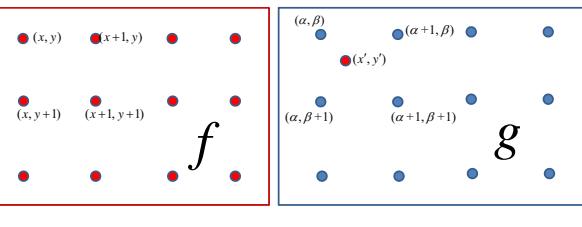
✓ 像素灰度内插方法

➤ 等级内插（最近邻法、最近邻插值）：输出像素的灰度值等于与它所映射到位置最近的输入像素灰度值。

□ 在待求像素的四邻点中，将距离这点最近的邻点灰度赋给待求像素。原来要求 $f(x, y) = g(x', y')$ ，由于 (x', y') 不是整数网格点

现在取近似值 $f(x, y) = g(\alpha, \beta)$

其中 (α, β) 是离 (x', y') 最近的畸变图像上的网格点



□ 该方法最简单，但校正后的图像有明显锯齿状，即存在灰度不连续性。

□ 相邻像素有细微变化时，最近邻插值可能会有人工痕迹。



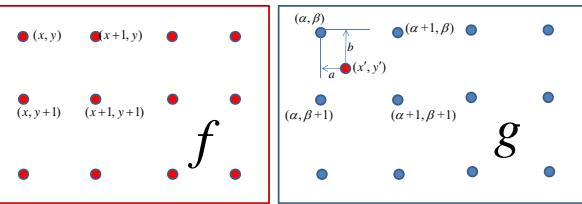
➤ 双线性内插法（双线性插值）：双线性内插法是利用待求像素四个邻点的灰度在二方向上作线性内插，计算比最近邻点法复杂些，计算量大。但没有灰度不连续性的缺点，结果令人满意。它具有低通滤波性质，使高频分量受损，图像轮廓有一定模糊。

(x', y') 落在 $(\alpha, \beta), (\alpha+1, \beta), (\alpha, \beta+1), (\alpha+1, \beta+1)$ 网格点中

$$\text{则: } f(x, y) = (1-a)(1-b)g(\alpha, \beta) + a(1-b)g(\alpha+1, \beta) + (1-a)bg(\alpha, \beta+1) + abg(\alpha+1, \beta+1)$$

$$a = x' - \alpha$$

$$b = y' - \beta$$

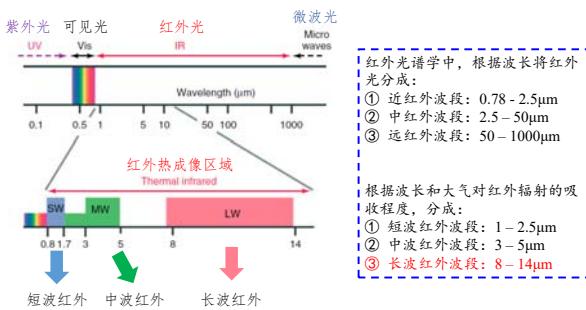


➤ 三次内插法：该算法计算量最大，但内插效果最好，精度最高。
➤ B样条插值和sinc插值函数内插

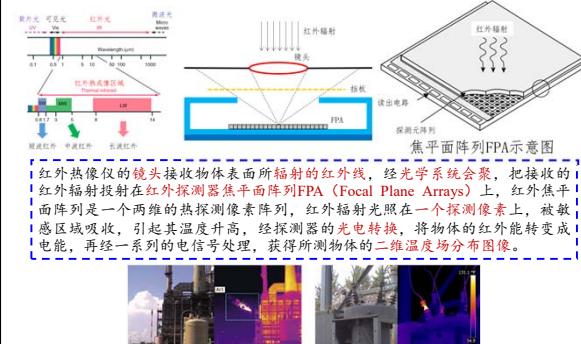
$$\sin c(w) = \frac{\sin w}{w}$$

➤ 几何畸变复原的一套方法也可以用于使图像畸变的工作中：在广告制作和计算机动画中常常要使物体变形。

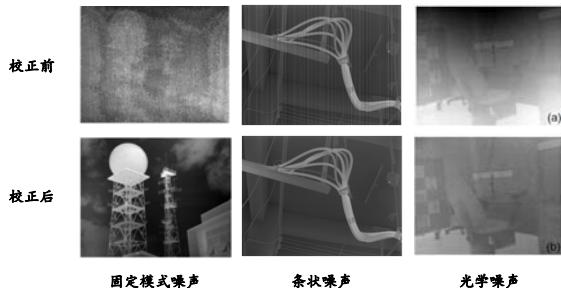
11.8 长波红外图像噪声消除



11.8 长波红外图像噪声消除

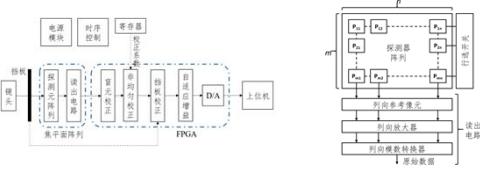


11.8 长波红外图像噪声消除



55

11.8 长波红外图像噪声消除



探究条状噪声的产生机理

目前大部分红外相机都采用行读出电路。每行的电信号通过参考像元补偿由自发热引起的微弱电信号，然后通过积分器放大信号，最后通过模数转换器ADC变成原始数字信号。

而列向的参考像元、列向放大器和列向模数转换器参数不可能完全一致。条状噪声由这三者的列间非均匀性耦合引起。

56

11.8 长波红外图像噪声消除

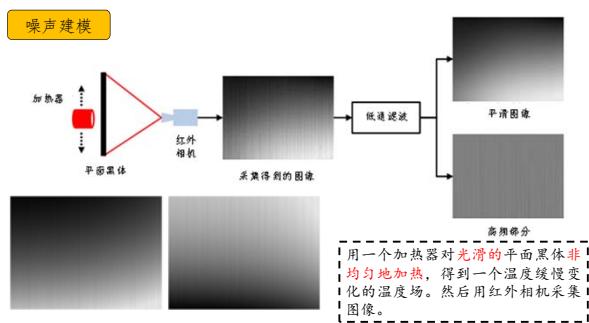


商业相机中一般使用周期性操作挡板来去除条状噪声。当环境温度变化剧烈的时候，短时间内就会出现明显的条状噪声。挡板会频繁中断采集过程。

- 1.限制了相机的帧率。
- 2.容易损失关键时间点的信息。无损检测、自动驾驶等任务中，挡板校正可能会错过重要时间点的信息，引起漏检。
- 3.需要额外的动力机构。带来额外的成本和功耗。

57

11.8 长波红外图像噪声消除

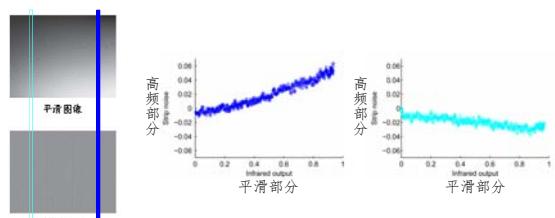


缓慢渐变的温度场红外图像

用一个加热器对光滑的平面黑体非均匀地加热，得到一个温度缓慢变化的温度场。然后用红外相机采集图像。

58

11.8 长波红外图像噪声消除

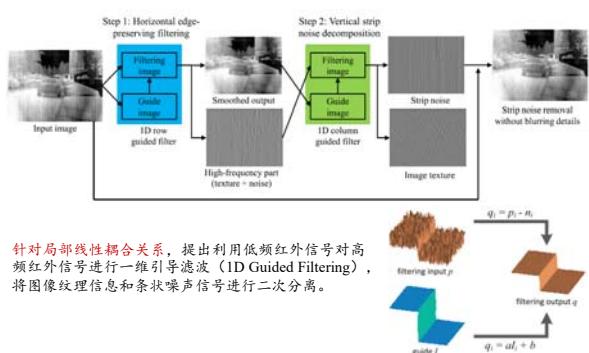


通过统计分析，发现在一列内，条状噪声与实际红外输出灰度值有关。上图展示了随机选取的两列内，条状噪声与实际红外输出图像之间的统计关系。图中不难看出，可以用一条光滑的曲线或者多条直线（分段线性）去拟合两者之间的关系。

$$S(i, j) = a_j^M V^M(i, j) + a_j^{M-1} V^{M-1}(i, j) + \dots + a_j^0$$

59

11.8 长波红外图像噪声消除



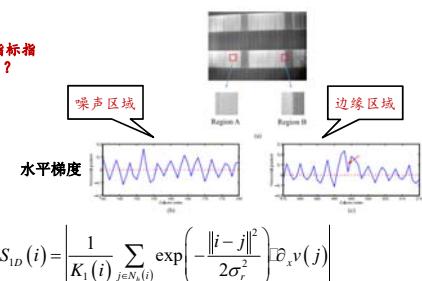
针对局部线性耦合关系，提出利用低频红外信号对高频红外信号进行一维引导滤波(1D Guided Filtering)，将图像纹理信息和条状噪声信号进行二次分离。

60

11.8长波红外图像噪声消除

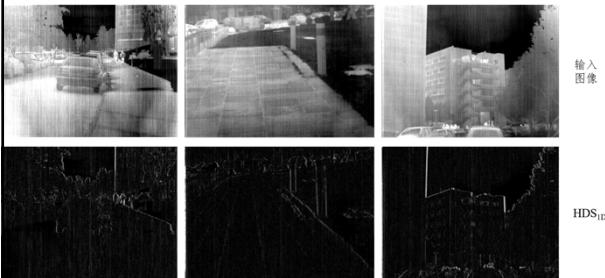
针对条状噪声和垂直边缘不宜区分的特点，统计发现了两者的本质区别

是否可以有一个指标指示边缘与条状噪声？



61

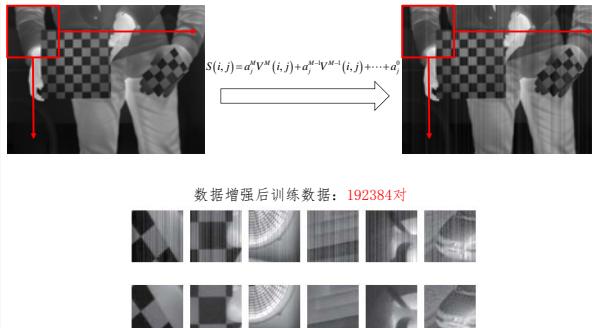
11.8长波红外图像噪声消除



可见该指标可以赋予垂直边缘较大权重，以此准确区分条状噪声和垂直方向的边缘。

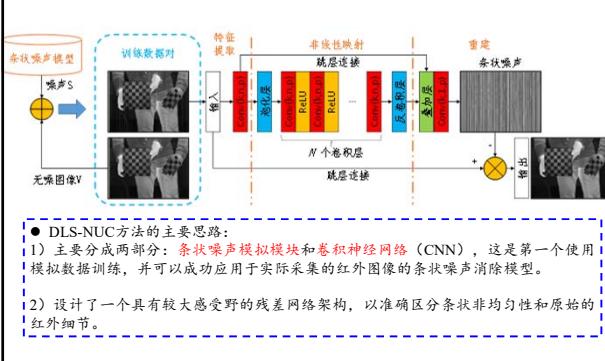
62

11.8长波红外图像噪声消除



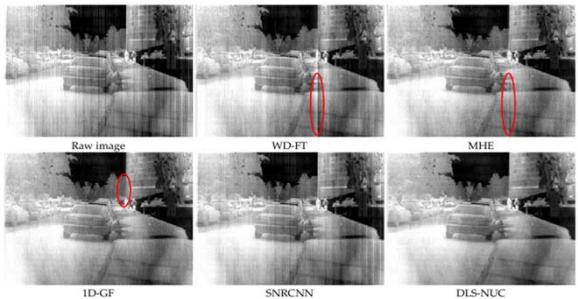
63

11.8长波红外图像噪声消除



64

11.8长波红外图像噪声消除



65

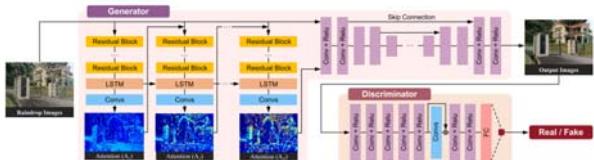
11.9图像去雨滴

雨滴建模：

由于雨滴的位置具有随机性，由雨滴引起的光线反射折射非常复杂，去雨滴实际上是一个很困难的任务。那雨滴是如何建模的呢？基本思想是将带雨滴的图像分解为不带雨滴的区域和受雨滴影响的区域。

$I = (1 - M) \odot B + R$
其中， I 就是观察到的带雨滴图像， M 是一个非0即1的掩膜， B 是不带雨滴的真实背景图， R 是受雨滴影响的图像。去雨滴的目的就是从 I 中恢复出 B 。

11.9 图像去雨滴



- 提出了一个数据集，通过在相机前设置一片玻璃，短时间内拍摄含雨滴和不含雨滴的图像对。
- 获取雨滴所在位置的掩膜。
- 网络的第一部分逐步去估计雨滴所在的位置，用掩膜进行监督，估计的位置图和带雨滴的图像一起进入第二部分进行去雨滴。
- 使用GAN网络进行雨滴的去除。

67

11.9 图像去雨滴



68

11.10 其他图像复原



69

11.10 其他图像复原



70

