

第十五讲 非线性电路

一、【命题基本点重点】

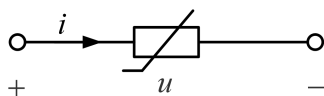
- 1、非线性元件及其定义
- 2、小信号分析法

二、【基本考点总结】

1、知识点 A: 非线性电阻元件

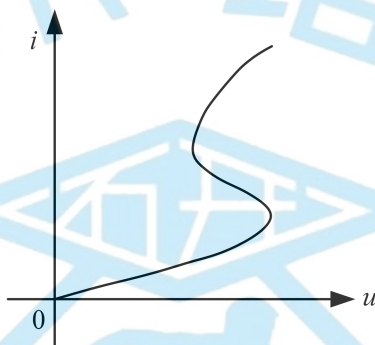
(1) 非线性电阻

电路符号:



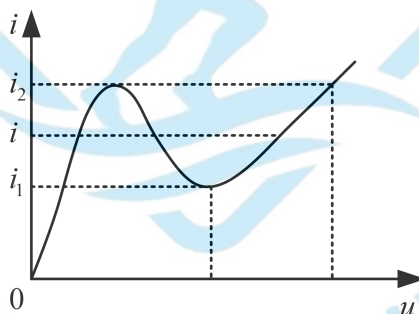
伏安关系不满足欧姆定律而遵循某种特定的非线性函数关系, 元件参数随电压或电流变化。

如 $u = f(i)$



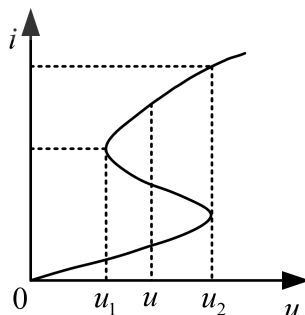
①电压控制型: $i = f(u)$, 如隧道二极管

i 是 u 的单值函数, $i_1 < i < i_2$ 时: u 是 i 的多值函数

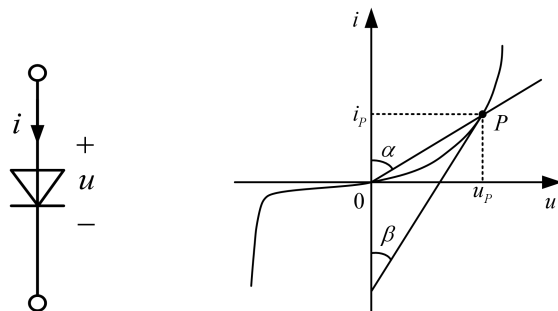


②电流控制型: $u = g(i)$, 如充气二极管

u 是 i 的单值函数, $u_1 < u < u_2$ 时: i 是 u 的多值函数



(2) 静态电阻和动态电阻



对于工作点 P

静态电阻

$$R = \frac{u}{i} \bigg|_P = \frac{u_P}{i_P}, \quad R \propto \tan \alpha$$

动态电阻

$$R_d = \frac{du}{di} \bigg|_P, \quad R_d \propto \tan \beta$$

都是伏安曲线上“点”的函数，随 u 或 i 变化。

例 1: 详见例题部分

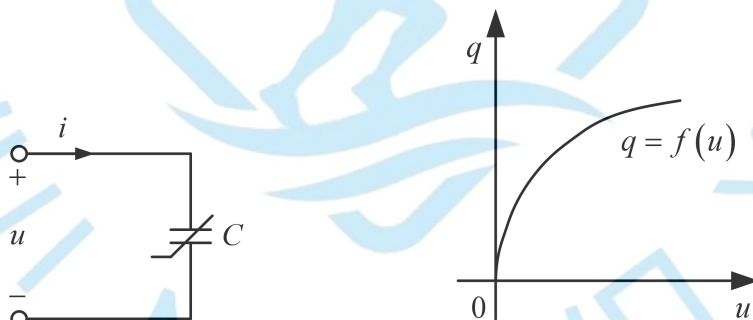
非线性电阻的特点:

- ① 叠加定理不成立;
- ② 可以产生频率异于输入频率的输出 (倍频作用);
- ③ 小信号时近似成线性电阻, 误差不大;
- ④ 具有单向导电的非线性电阻可作整流器件。

(3) 非线性电容

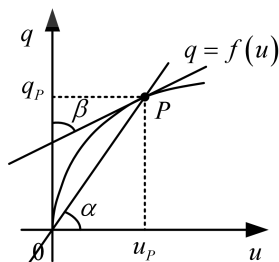
电容是一个二端储能元件, 它两端电压与其电荷的关系用函数或库伏特性表示的。如果一个电容元件的库伏特性是一条通过原点的直线, 则此电容为线性电容, 否则为非线性电容。

① 电路符号与库伏特性



如果电荷 q 能表示为电压 u 的单值函数, 即 $q = f(u)$, 则称为电压控制型。反之 $u = f(q)$, 则称为电荷控制型。

② 静态电容和动态电容

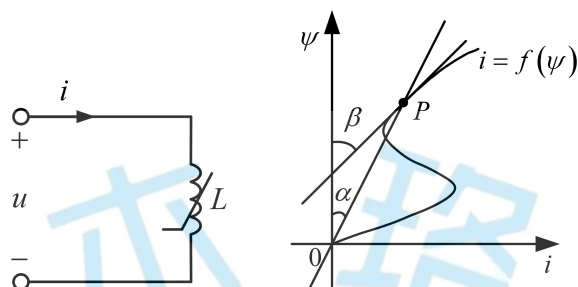


点 P 处, 静态电容定义为 $C = \left. \frac{q}{u} \right|_P = \frac{q_P}{u_P} \propto \tan \alpha$

点 P 处, 动态电容定义为 $C_d = \left. \frac{dq}{du} \right|_P \propto \tan \beta$

(3) 非线性电感

电感是一个二端储能元件, 其特征是用磁链与电流之间的函数关系或韦安特性表示。如果电感元件的韦安特性不是一条通过原点的直线, 则此电感元件为非线性电感。



韦安特性中, 如果 i 表示成 ψ 的单值函数, 则 $i = f(\psi)$, 则称为磁通控制型电感。反之称为电流控制的电感, 即 $\psi = f(i)$ 。

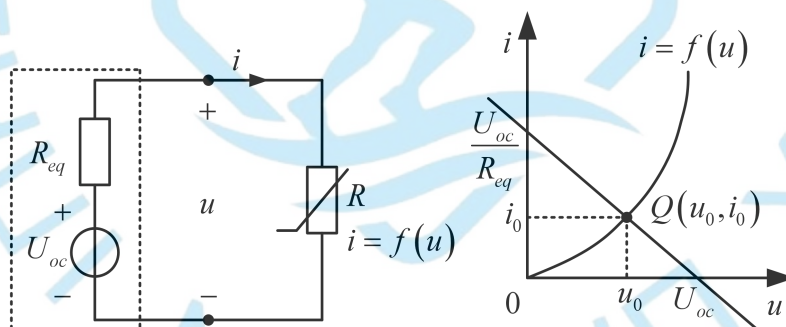
点 P 处, 静态电感定义为 $L = \left. \frac{\psi}{i} \right|_P$

点 P 处, 动态电感定义为 $L_d = \left. \frac{d\psi}{di} \right|_P$

2、知识点 B: 非线性电路的分析方法【求直流工作点】

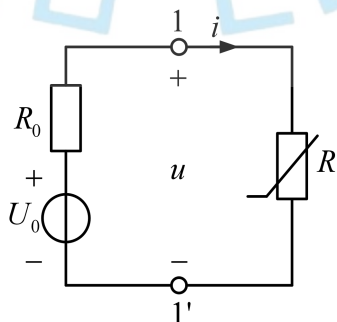
(1) 图解法: 适用于一个非线性原件。

一个有源线性二端网络两端接一非线性电阻组成的电路如图所示



这样的电路可用“曲线相交法”来求出电路中电流 i 和电压 u

(2) 解析法



R 是压控的非线性电阻, 有 $i = f(u)$

1-1' 左端的方程: $u = U_0 - R_0 i$

联立求解以上关于 u 的高次代数方程

同理, 若 R 是流控型非线性电阻, 则有
$$\begin{cases} i = (U_0 - u) / R_0 \\ u = f(i) \end{cases}$$

联立求解关于 i 的高次代数方程

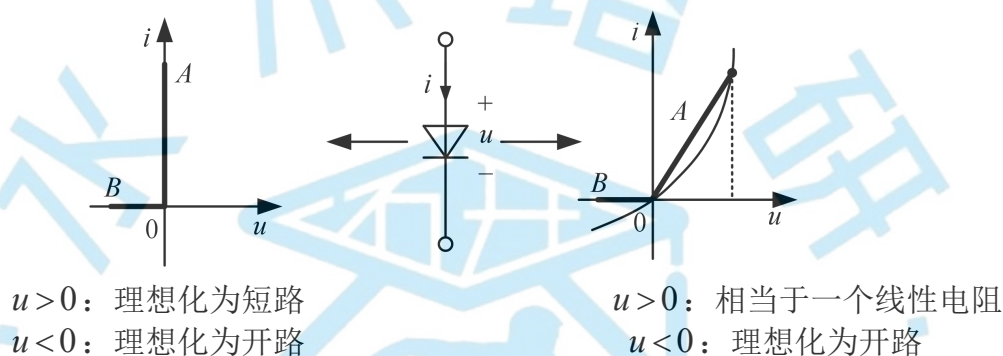
例 2: 详见例题部分

3、知识点 C: 分段线性化方法

分段线性化 (又称折线法) 是研究非线性电路的一种有效方法, 其特点在于把非线性电路的求解过程分成几个线性区段, 在每个区段都可用线性电路的计算方法进行分析。

(1) 非线性电阻的伏安特性的线性化

P-N 结二极管

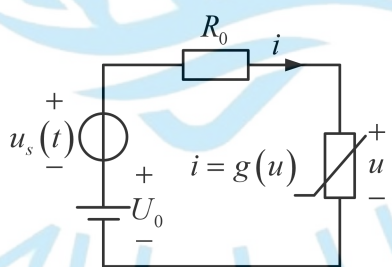


例 3-例 5: 详见例题部分

(2) 小信号分析法

小信号分析法是工程上分析非线性电路的一个重要方法, 尤其对于电子学中有关放大器的分析和设计, 更是以小信号分析法为基础。

下面以一个典型的电路为例来说明小信号分析法的原理



上图电路由直流电压 U_0 (偏置电压)、时变电压源 $u_s(t)$ (信号电压), 线性电阻 R_0 和压控的非线性电阻组成。设任何时刻有 $U_0 \gg |u_s(t)|$ 。

小信号电路计算是把非线性元件线性化等效为一个动态电阻, 计算电路的小信号激励下的响应。动态小信号分析过程包括:

- ① 直流激励时的静态工作点计算。
- ② 动态电阻计算, 建立小信号等效电路。
- ③ 计算小信号激励下的响应。
- ④ 根据泰勒展开, 将静态工作点与小信号响应相加, 得到非线性电路的近似解答。

例 6: 详见例题部分

第十五讲 练习

一、例题部分【电气考研名师课程联系水木珞研电路哥微信：dianluge1】

例 1

设一个非线性电阻，其伏安特性为 $u = f(i) = 100i + i^3$

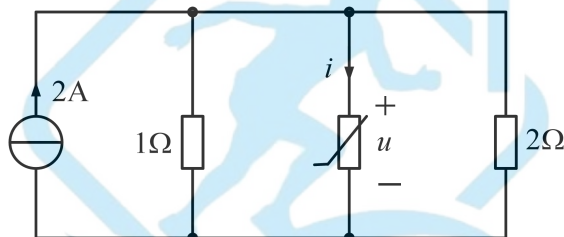
i) 分别求出 $i_1 = 2\text{A}$, $i_2 = 10\text{A}$, $i_3 = 10\text{mA}$ 时对应的电压 u_1, u_2, u_3 ;

ii) $i_2 = 2\sin 314t\text{A}$, 求 u ;

iii) 若设 $u_{12} = f(i_1 + i_2)$, 试问 u_{12} 是否等于 $u_1 + u_2$?

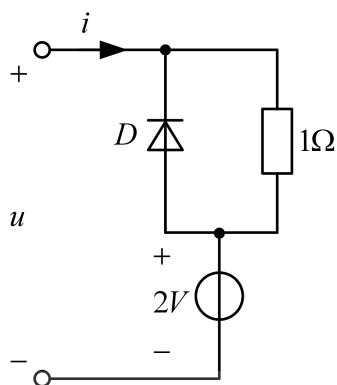
例 2

下图所示电路中，已知非线性电阻的伏安关系为 $i = u + 0.13u^2$ ，求： u 和 i 【电气考研课程联系水木珞研电路哥微信 dianluge1，电路哥 QQ: 465256747】

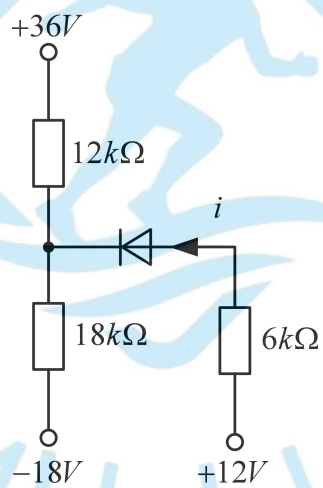


例 3

下图所示电路中， D 为理想二极管，画出电路端口处的伏安特性曲线。

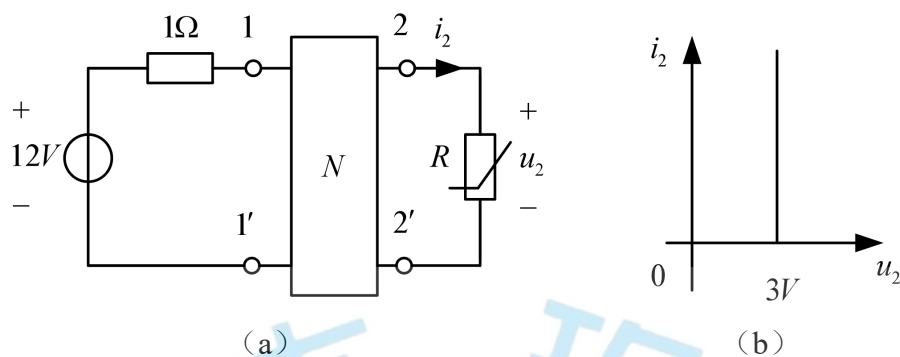
**例 4**

下图所示电路中，求电流 i 。



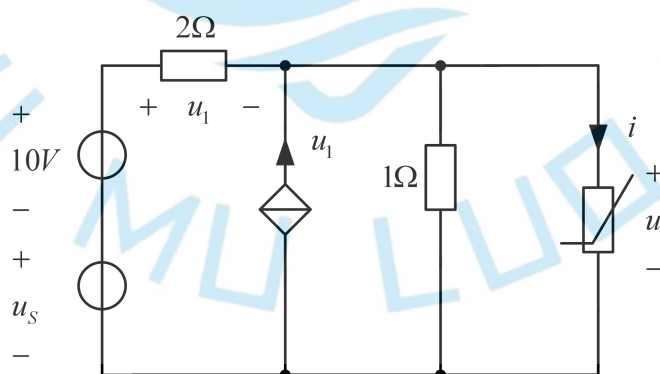
例 5

下图所示双口网络 N 的 Z 参数为 $\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \Omega$ ，非线性电阻 R 的伏安特性如图(b)所示。求 u_2 和 i_2 的值。



例 6

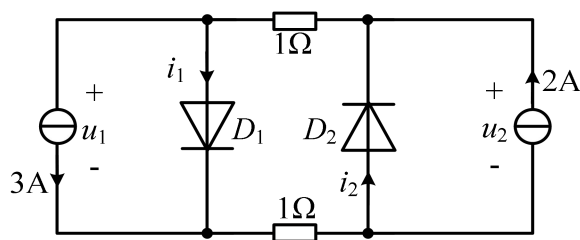
下图所示电路中，已知 $u_s(t) = 0.5 \cos 2t \text{ V}$ ，非线性电阻的伏安特性方程为 $i = u^2 - 0.5u (u > 0)$ ，试用小信号分析法求电流 $i(t)$ 和电压 $u_1(t)$ 。



二、习题部分

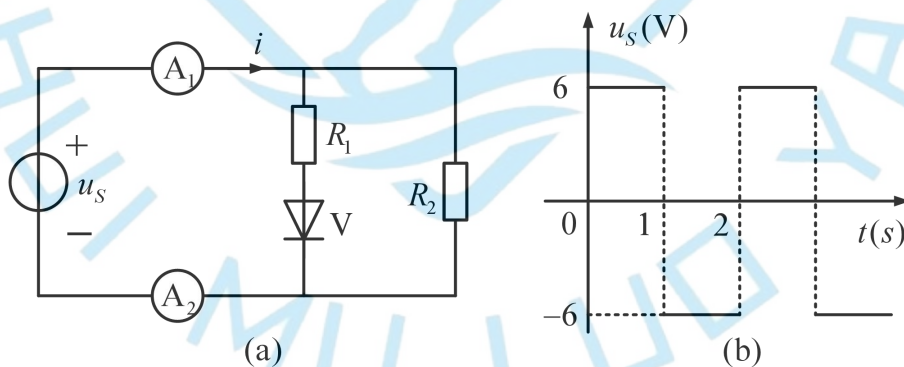
题 1

试求下图所示含理想二极管电路中两电流源的功率。



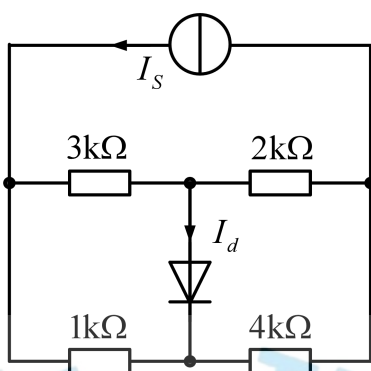
题 2

下图所示电路中，V 为理想二极管， $R_1 = 1\Omega$ ， $R_2 = 2\Omega$ ， u_s 波形如图 (b) 所示。求磁电式电流表 A_1 和电磁式电流表 A_2 的读数。



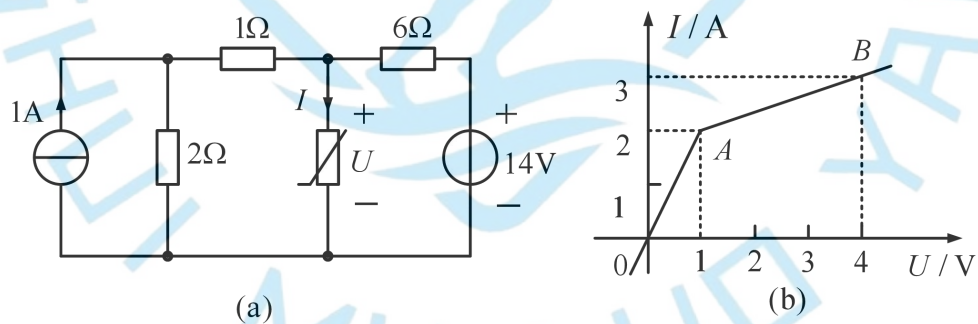
题 3

下图所示电路中，二极管为理想二极管，试求在 $I_S = 6\text{mA}$ 和 $I_S = -6\text{mA}$ 两种情况下二极管中的电流 I_d 。



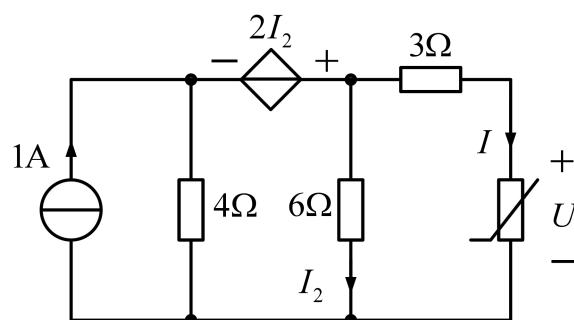
题 4

下图所示电路中，非线性电阻的电压、电流关系如图 (b) 所示，求电压 U 。



题 5

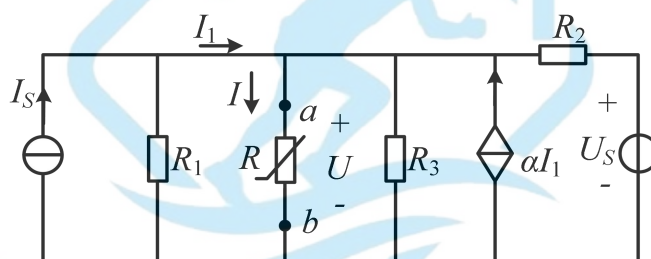
下图所示非线性电阻的伏-安特性为 $U = I^2 - 5I - 3 (I > 0)$ ，求非线性电阻的功率。



题 6

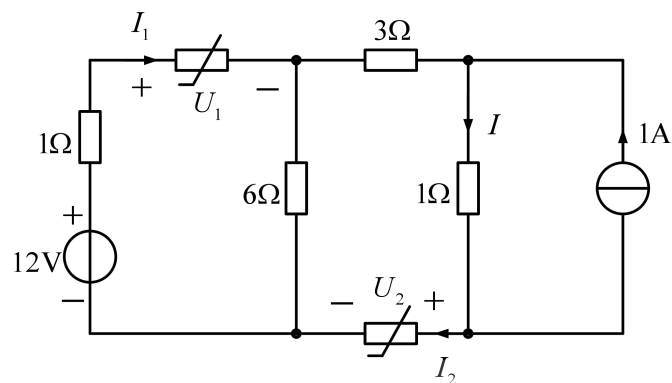
下图所示电路中，已知： $R_1 = 12\Omega$ ， $R_2 = 24\Omega$ ， $R_3 = 8\Omega$ ， $\alpha = 3$ ， $I_S = 1A$ ， $U_S = 12V$ ， R 为非线性电阻，其伏安特性为 $U = 4I^2 + 3 (I > 0 \text{ 时})$ ，试求：

- (1) 移去 R 后剩余部分电路（即开断含 R 的支路，且以 a 、 b 为端钮的二端口网络）的戴维南等效电路
- (2) 通过非线性电阻的电流 I



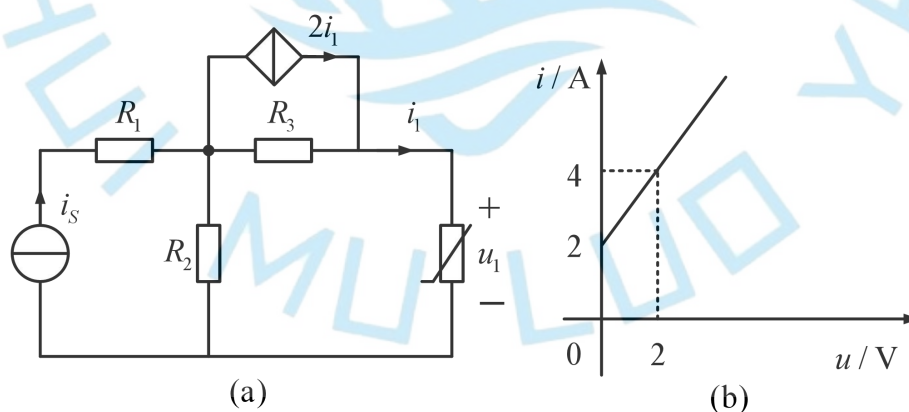
题 7

下图所示电路中， $U_1 = I_1^2 (I_1 > 0)$ ， $U_2 = I_2^2 (I_2 > 0)$ ， $I = 2\text{A}$ 。求 U_1 和 U_2 。



题 8

下图 (a) 所示电路中， $i_s = 6\text{A}$ ， $R_1 = 3\Omega$ ， $R_2 = 2\Omega$ ， $R_3 = 1\Omega$ ，非线性电阻的伏安特性曲线如题图 (b) 所示。试求电压 u_1 和电流 i_1 。

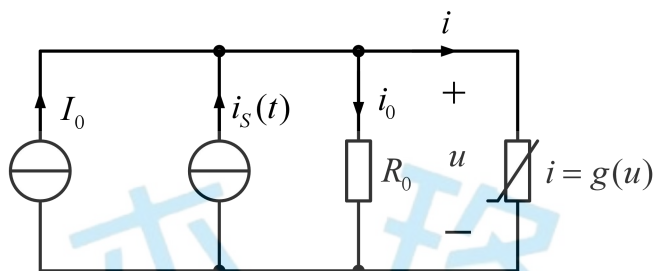


题 9

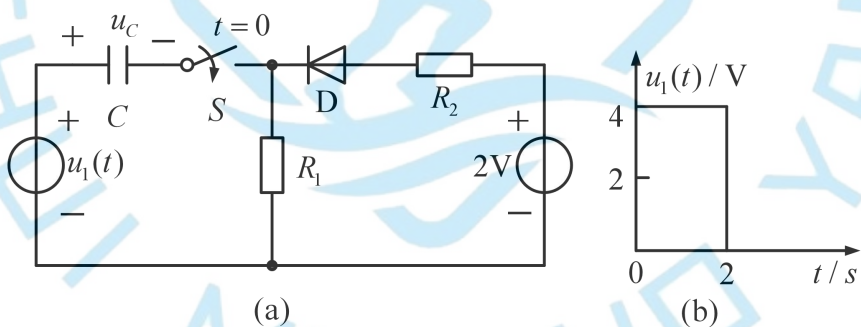
下图所示电路中，直流电流源 $I_0 = 10\text{A}$ ， $R_0 = 1/3\Omega$ ，非线性电阻为电压控制型，其伏安特性表示为

$$i = g(u) = \begin{cases} u^2 & (u > 0) \\ 0 & (u < 0) \end{cases}$$

小信号电流源 $i_s(t) = 0.5 \cos t \text{A}$ 。试求静态工作点和在工作点处由小信号产生的电压和电流。

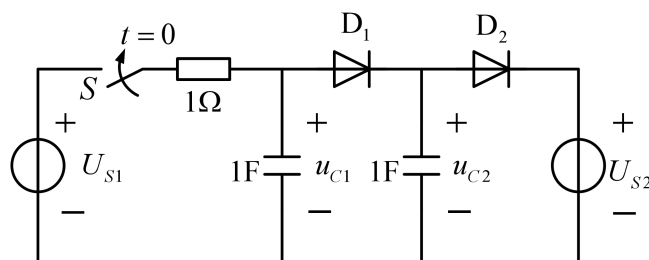
**题 10**

下图所示电路中 D 为理想二极管， $R_1 = R_2 = 1\Omega$ ， $C = 1\text{F}$ ， $u_1(t)$ 如图 (b) 所示。 $t = 0$ 时 S 闭合（闭合前电路处于稳态， $u_C(0_-) = 0$ ），求电容电压 $u_C(t)$ 。



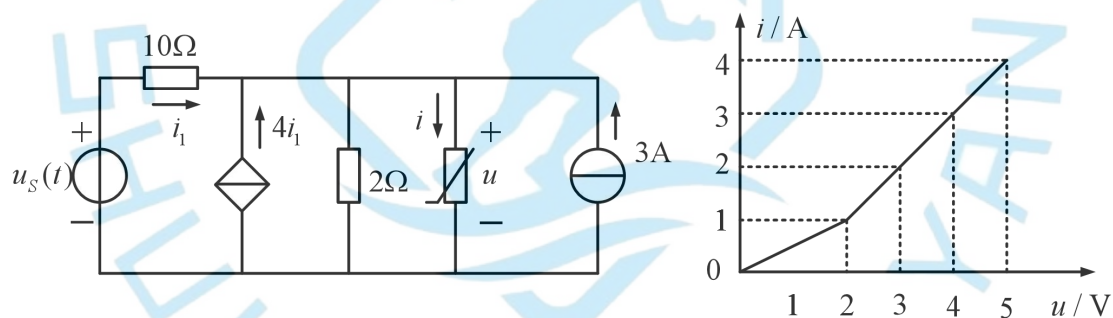
题 11

下图所示电路中， $U_{S1} = 10\text{V}$ ， $U_{S2} = 8.64\text{V}$ ， $u_{C1}(0) = 0$ ， $u_{C2}(0) = 6.32\text{V}$ ， D_1 、 D_2 为理想二极管，当 $t = 0$ 时开关 S 合上。试求响应 u_{C1} 和 u_{C2} 。



题 12

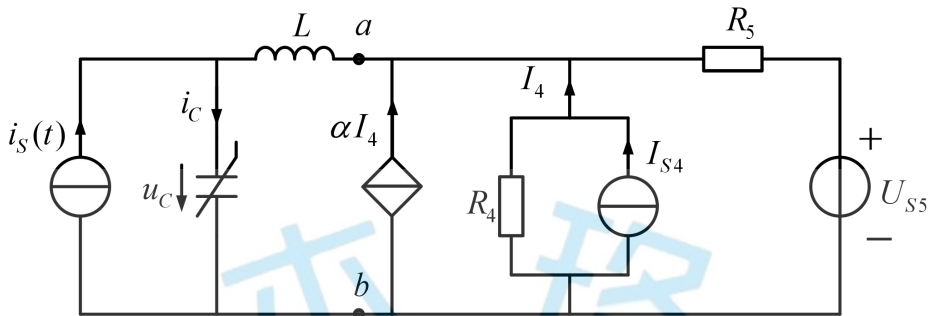
下图所示电源 $u_s(t) = (3 + 0.06 \sin 5t)\text{V}$ ，用小信号分析法求电路中非线性电阻的电流 i 。【电气考研课程联系水木珞研电路哥微信 dianluge1，电路哥 QQ: 465256747】



题 13

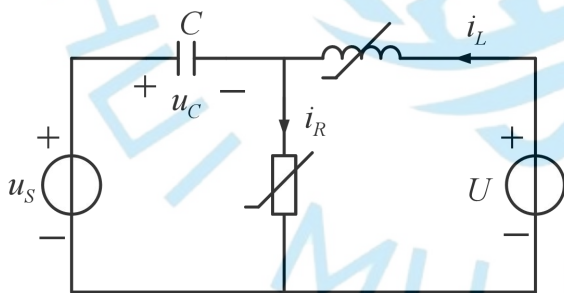
下图所示电路中, 已知 $R_4 = 6\Omega$, $R_5 = 3\Omega$, $I_{s4} = 2A$, $U_{s5} = 57V$, $\alpha = 3$, $L = 0.1mH$, $i_s(t) = 2\sin(10^4 t + 30^\circ)(mA)$ 。非线性电容的库伏特性为 $q = 13.5u^{1/3} \times 10^{-4}$ (其中 q 的单位为伏), 试求:

- (1) 端钮 a, b 右侧电路的戴维南等效电路;
- (2) 非线性电容上的电压及其电流 (用小信号分析法计算)。

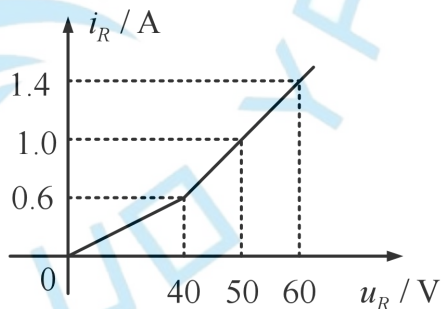


题 14

下图 (a) 电路中, 非线性电感的韦安特性 $\psi = 0.1\sqrt{i_L}$, 非线性电阻伏安特性如图 (b) 所示, $U = 50V$, $u_s(t) = \sqrt{2} \times 10^{-3} \sin 1000tV$, $C = \frac{1}{3} \times 250\mu F$, 求 $u_c(t)$ 。



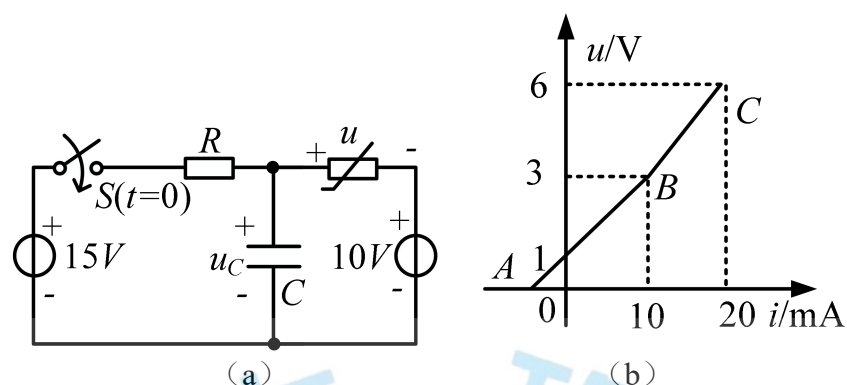
(a)



(b)

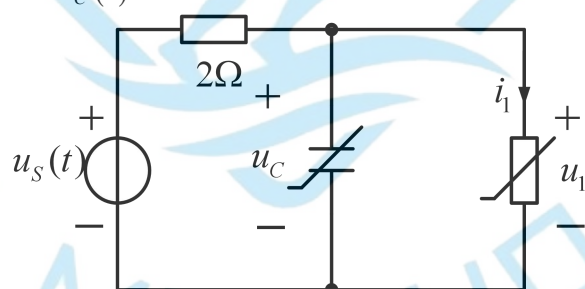
题 15

下图 (a) 所示电路中，已知 $C = 200\mu\text{F}$ ， $R = 200\Omega$ ，非线性电阻的特性曲线如 (b) 所示。当 $t < 0$ 时电路处于直流稳态， $t = 0$ 时开关突然接通。求 $t = 0^+$ 时的电压 u_c 。



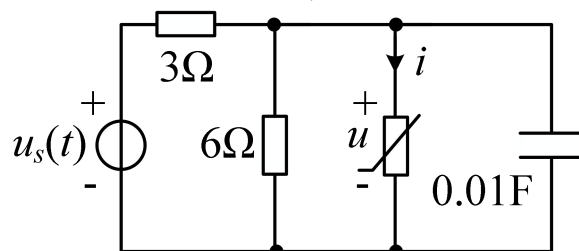
题 16

下图所示非线性动态电路中，非线性电阻电压、电流关系为 $u_1 = i_1^2 - 4i_1$ (单位: V, A; $i_1 > 0$)，非线性电容 $q = 10^{-3}u^2c$ (单位: C, V)，电压源 $u_s(t) = 15 + \varepsilon(t)$ V。用小信号分析法求响应 $u_c(t)$ 。



题 17

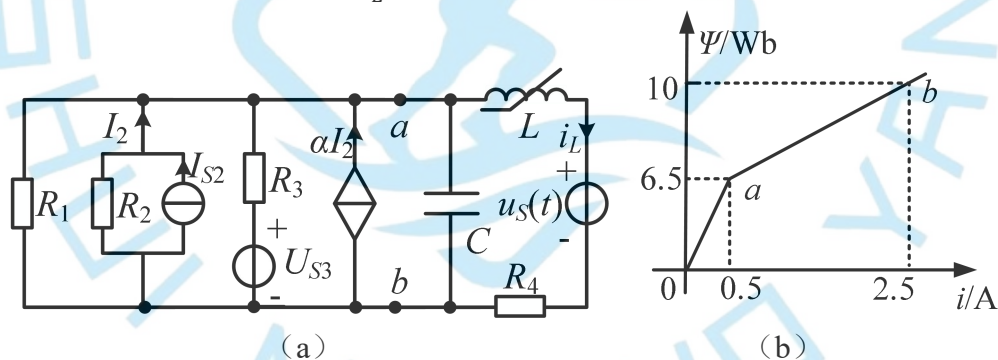
下图所示电路中，非线性电阻的电压，电流关系为 $u = 0.5i^2$ ($i > 0$ ；单位：V，A)，电压源 $u_s = 9 + \sqrt{2}\cos 100t$ V，用小信号分析法求电流 i 。



题 18

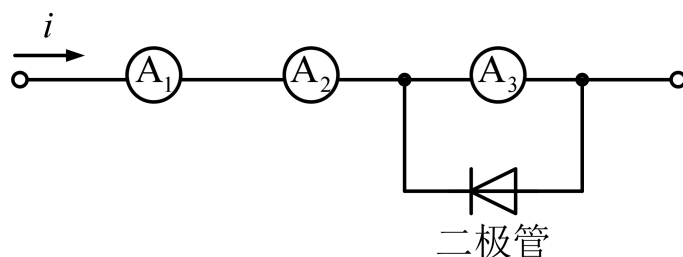
下图所示电路中， $R_1 = 4\Omega$ ， $R_2 = 6\Omega$ ， $R_3 = 12\Omega$ ， $R_4 = 3.5\Omega$ ， $\alpha = 3$ ， $C = 0.5F$ ， $I_{S2} = 2A$ ， $U_{S3} = 12V$ ， $u_s(t) = 6\cos 2t$ mV。非线性电感 L 的韦安特性如图所示。试求：

- (1) 端钮 $a-b$ 左侧电路的戴维南等效电路。
- (2) 通过非线性电感 L 的电流 i_L 。



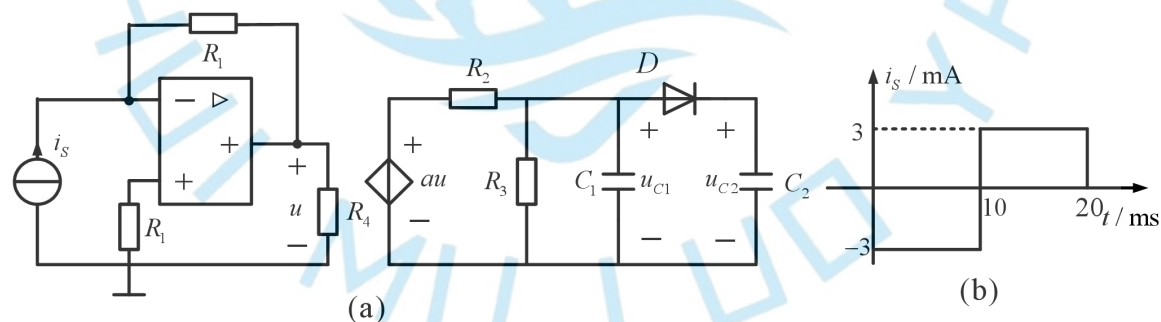
题 19 【二轮强化提高题目】

下图所示电路中， A_1 是测电流有效值的交流电流表， A_2 和 A_3 是测电流直流分量的直流电流表。当 $i > 0$ 时，电流流过 A_3 ； $i < 0$ 时电流流过二极管而不流过 A_3 ，设 $i = (\sin 314t + 0.25 \sin 942t) \text{ A}$ ，求三个电流表的读数。

**题 20 【二轮强化提高题目】**

下图 (a) 包含理想二极管 D 的电路中，已知 $R_1 = 1k\Omega$ ， $R_2 = 6k\Omega$ ， $R_3 = R_4 = 3k\Omega$ ， $C_1 = C_2 = 3\mu\text{F}$ ， $a=1$ ，激励电流源的波形如图 (b) 所示，设电容电压 $u_{C1}(t)$ ， $u_{C2}(t)$ 的初始值均为零。试求 $0 \leq t < 20\text{ms}$ 时间范围内的电容电压 $u_{C1}(t)$ ， $u_{C2}(t)$ 。

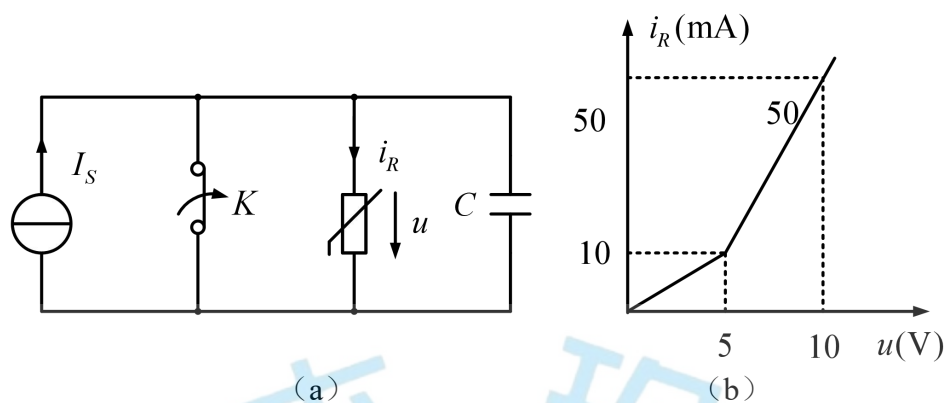
【电气考研课程联系水木珞研电路哥微信 dianluge1，电路哥 QQ: 465256747】



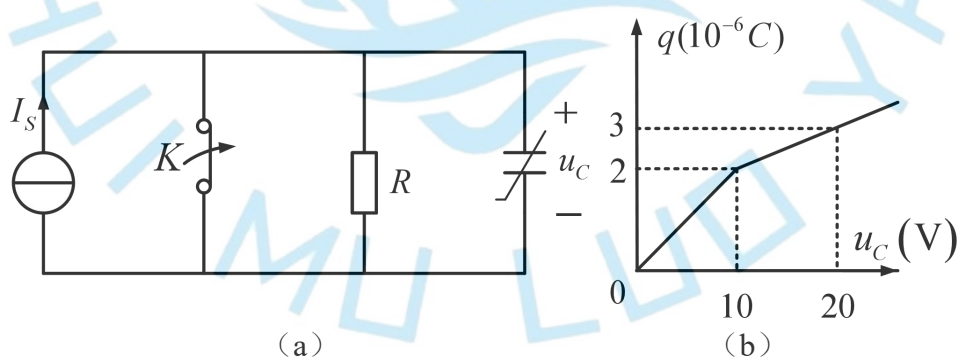
题 21 【二轮强化提高题目】

在下图 (a) 的电路中, 开关 K 原为闭合, 电路已达稳态, $t=0$ 时打开 K , 求 $u(t)$ 。

已知: $I_S = 50\text{mA}$, $C = 1\mu\text{F}$, 非线性电阻的伏安特性曲线如图 (b) 所示。

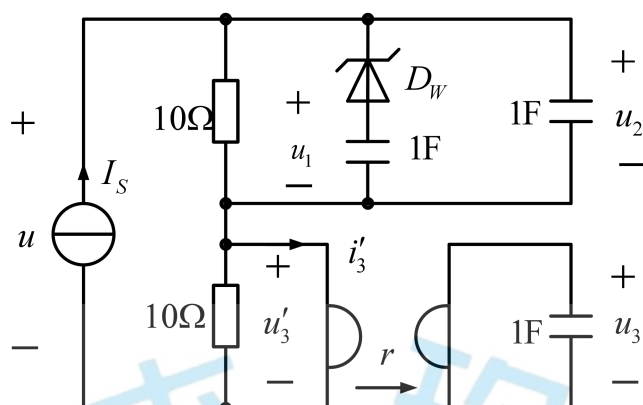
**题 22 【二轮强化提高题目】**

下图 (a) 所示电路汇总, 线性电阻 $R = 5k\Omega$ 与非线性电容相并联, $t=0$ 打开 K , 求电容器的端电压。已知直流电流源 $I_S = 5\text{mA}$, 非线性电容的库一伏特性如图 (b)。

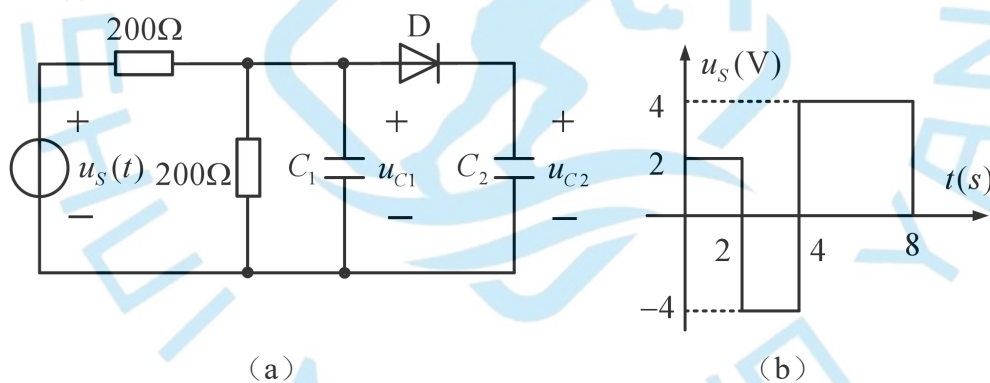


题 23 【二轮强化提高题目】

下图所示电路中，回转器的回转电阻 $r=1\Omega$ ， $u_1(0_-)=u_2(0_-)=u_3(0_-)=0$ ，理想稳压管的反向击穿电压为 $5V$ ，电流源 $I_S=1A$ ，求零状态响应 $u(t)$ 。

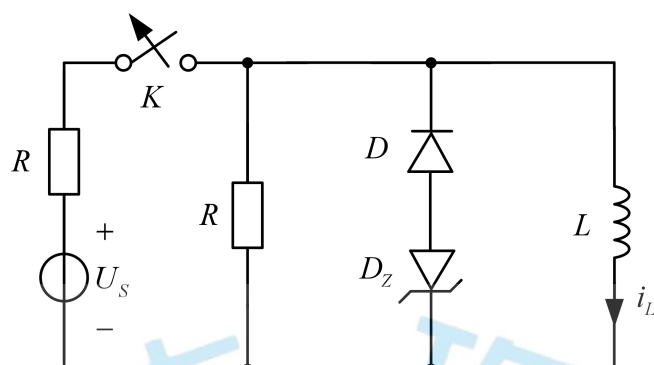
**题 24 【二轮强化提高题目】**

下图 (a) 所示电路中， $u_s(t)$ 的波形如图 (b) 所示。试求电路的零状态响应 $u_{C1}(t)$ 及 $u_{C2}(t)$ ，图中 $C_1 = C_2 = 0.01F$ 。

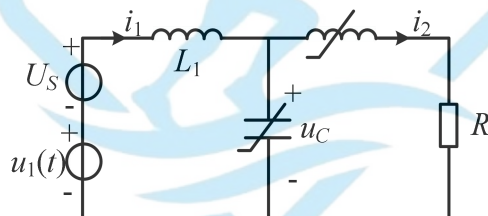


题 25 【二轮强化提高题目】

电路如下图所示， $U_s = 10V$ ， $R = 20\Omega$ ， $L = 10mH$ ， D 为理想二极管， D_z 为稳压二极管，反向稳压值为 $5V$ ，开关 K 闭合已久，试求开关打开后的电感电流 $i_L(t)$ 。

**题 26**

下图所示电路，已知 $U_s = 4V$ ， $u_1(t) = 10^{-3}\sin t$ ， $R = 4\Omega$ ， $L_1 = 3H$ ，非线性电感的韦安特性为 $\psi_2 = i_2^2 Wb$ ，非线性电容的库伏特性为 $q = \ln u_C$ ，求 u_C 、 i_2 。



第十六讲 状态方程

一、【命题基本点重点】

1、状态方程的建立方法与求解

2、状态方程的综合应用

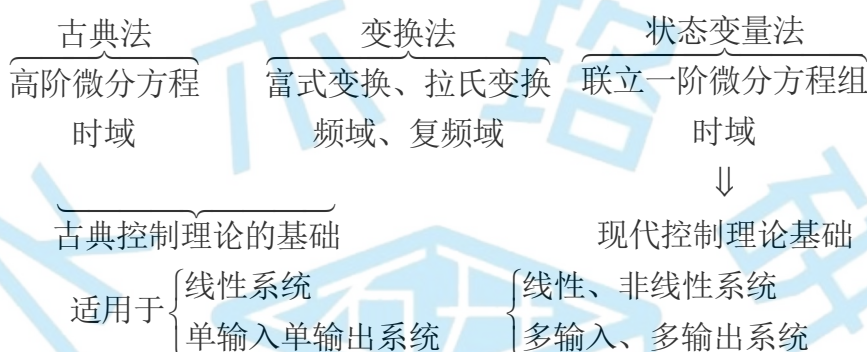
(1) 什么是状态变量?什么是非状态变量?

(2) 如何判断独立状态变量的个数?

(3) 什么是状态方程?状态方程的阶数怎么判断?状态方程与微分方程有什么联系?

二、【基本考点总结】

动态电路的分析方法【电气考研名师课程联系水木珞研电路哥微信: dianluge1】



1、知识点 A: 状态及状态变量

(1) 电路的状态: 一组最少信息量的集合。

① 对于某一任意的时刻 t_0 , 可以根据 t_0 时刻的状态及 $t \geq t_0$ 时的输入来唯一地确定 $t > t_0$ 的任一时刻的状态;

② 根据在 t 时刻的状态及 t 时刻的输入(或者输入的导数)能够唯一地确定在 t 时刻的任一电路变量的值。

③ 状态变量: 描述状态的变量

动态电路的状态变量是确定动态电路运动行为最少一组变量记作: x_1, x_2, \dots, x_n

动态电路中, 一般选择 u_C, i_L 或者 q, ψ 作为状态变量。

2、知识点 B: 状态方程与输出方程

(1) 线性时不变电路

$$\dot{x} = Ax + Bu$$

A 为系数矩阵, B 为控制矩阵

特殊的, 有时候

$$\dot{x} = Ax + Bu + B_1 \dot{u}$$

联系输出与状态变量和输入之间的关系式

(2) 线性时不变电路

$$y = Cx + Du$$

y 为输出向量, x 为状态向量, u 为输入向量

C 和 D 为仅与电路结构和元件值有关的系数矩阵

(3) 独立电容电压