

## 第十五讲 非线性电路

### 一、【命题基本点重点】

1、非线性元件及其定义

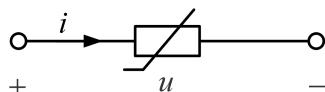
2、小信号分析法

### 二、【基本考点总结】

#### 1、知识点 A: 非线性电阻元件

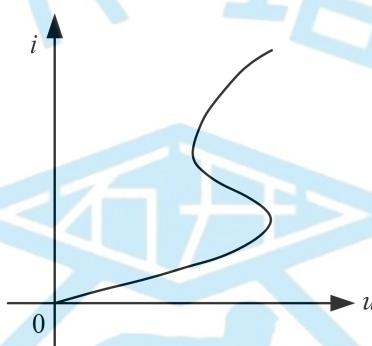
##### (1) 非线性电阻

电路符号:



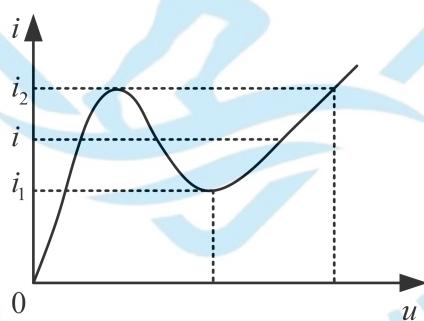
伏安关系不满足欧姆定律而遵循某种特定的非线性函数关系, 元件参数随电压或电流变化。

如  $u = f(i)$



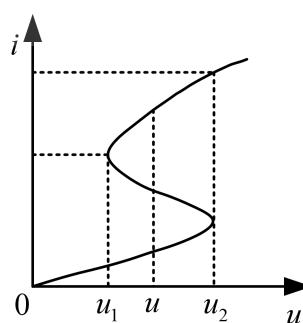
①电压控制型:  $i = f(u)$ , 如隧道二极管

$i$  是  $u$  的单值函数,  $i_1 < i < i_2$  时:  $u$  是  $i$  的多值函数

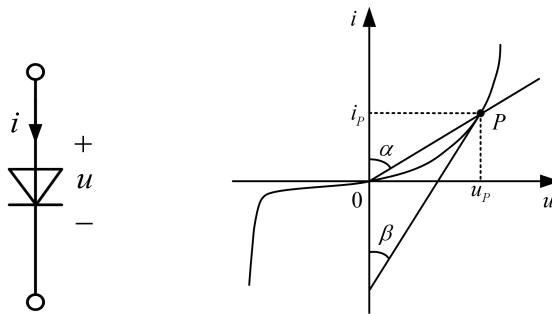


②电流控制型:  $u = g(i)$ , 如充气二极管

$u$  是  $i$  的单值函数,  $u_1 < u < u_2$  时:  $i$  是  $u$  的多值函数



## (2) 静态电阻和动态电阻



对于工作点  $P$

$$\text{静态电阻} \quad R = \frac{u}{i} \Big|_{P} = \frac{u_p}{i_p}, \quad R \propto \tan \alpha$$

$$\text{动态电阻} \quad R_d = \frac{du}{di} \Big|_P, \quad R_d \propto \tan \beta$$

都是伏安曲线上“点”的函数，随  $u$  或  $i$  变化。

例 1：详见例题部分

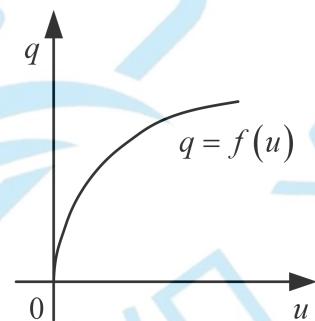
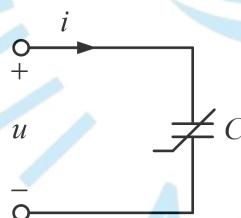
**非线性电阻的特点：**

- ① 叠加定理不成立；
- ② 可以产生频率异于输入频率的输出（倍频作用）；
- ③ 小信号时近似成线性电阻，误差不大；
- ④ 具有单向导电的非线性电阻可作整流器件。

## (3) 非线性电容

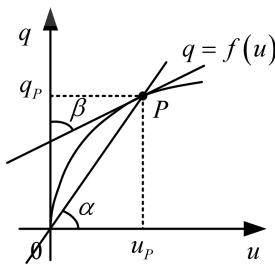
电容是一个二端储能元件，它两端电压与其电荷的关系用函数或库伏特性表示的。如果一个电容元件的库伏特性是一条通过原点的直线，则此电容为线性电容，否则为非线性电容。

① 电路符号与库伏特性



如果电荷  $q$  能表示为电压  $u$  的单值函数，即  $q = f(u)$ ，则称为电压控制型。反之  $u = f(q)$ ，则称为电荷控制型。

② 静态电容和动态电容

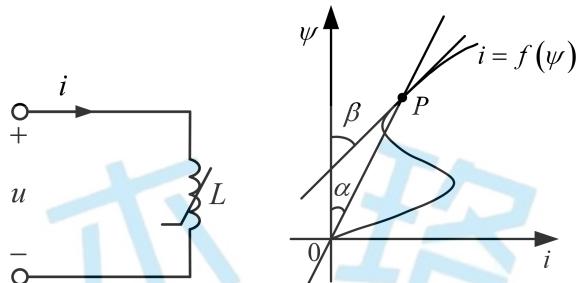


点  $P$  处, 静态电容定义为  $C = \frac{q}{u} \Big|_P = \frac{q_P}{u_P} \propto \tan \alpha$

点  $P$  处, 动态电容定义为  $C_d = \frac{dq}{du} \Big|_P \propto \tan \beta$

### (3) 非线性电感

电感是一个二端储能元件, 其特征是用磁链与电流之间的函数关系或韦安特性表示。如果电感元件的韦安特性不是一条通过原点的直线, 则此电感元件为非线性电感。



韦安特性中, 如果  $i$  表示成  $\psi$  的单值函数, 则  $i = f(\psi)$ , 则称为磁通控制型电感。反之称为电流控制的电感, 即  $\psi = f(i)$ 。

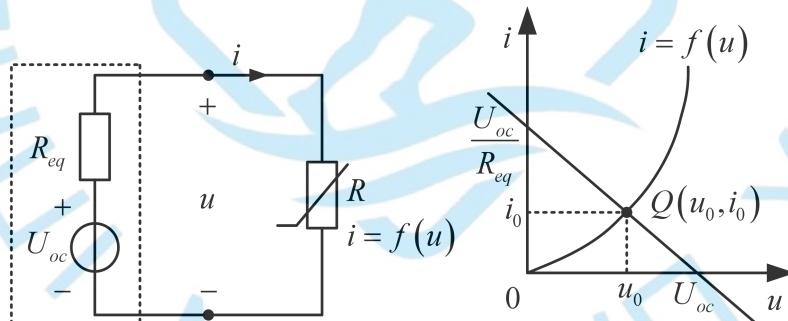
点  $P$  处, 静态电感定义为  $L = \frac{\psi}{i} \Big|_P$

点  $P$  处, 动态电感定义为  $L_d = \frac{d\psi}{di} \Big|_P$

## 2、知识点 B: 非线性电路的分析方法【求直流工作点】

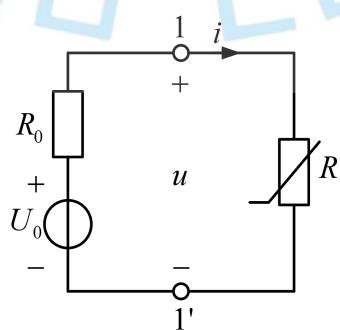
### (1) 图解法: 适用于一个非线性原件。

一个有源线性二端网络两端接一非线性电阻组成的电路如图所示



这样的电路可用“曲线相交法”来求出电路中电流  $i$  和电压  $u$

### (2) 解析法



$R$  是压控的非线性电阻, 有  $i = f(u)$

1-1' 左端的方程:  $u = U_0 - R_0 i$

联立求解以上关于  $u$  的高次代数方程

同理, 若  $R$  是流控型非线性电阻, 则有  $\begin{cases} i = (U_0 - u) / R_0 \\ u = f(i) \end{cases}$

联立求解关于  $i$  的高次代数方程

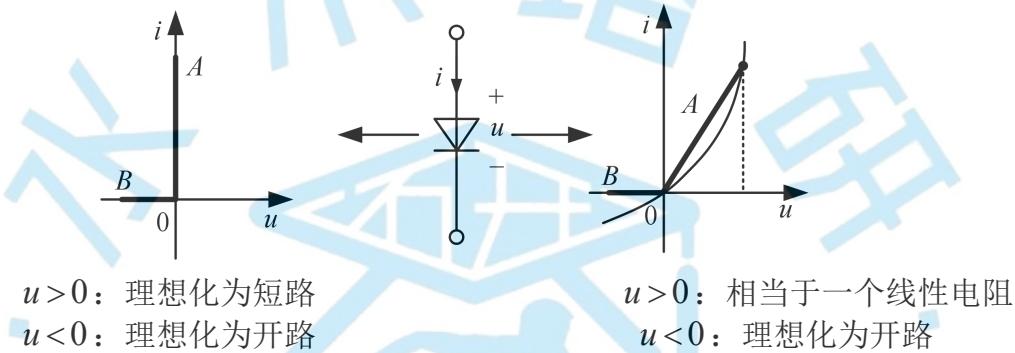
例 2: 详见例题部分

### 3、知识点 C: 分段线性化方法

分段线性化(又称折线法)是研究非线性电路的一种有效方法, 其特点在于把非线性电路的求解过程分成几个线性区段, 在每个区段都可用线性电路的计算方法进行分析。

#### (1) 非线性电阻的伏安特性的线性化

P-N 结二极管

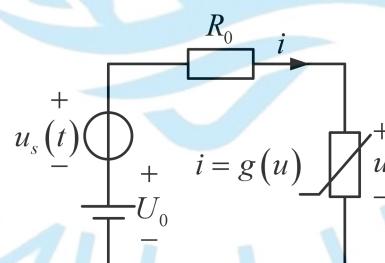


例 3-例 5: 详见例题部分

#### (2) 小信号分析法

小信号分析法是工程上分析非线性电路的一个重要方法, 尤其对于电子学中有关放大器的分析和设计, 更是以小信号分析法为基础。

下面以一个典型的电路为例来说明小信号分析法的原理



上图电路由直流电压  $U_0$  (偏置电压)、时变电压源  $u_s(t)$  (信号电压), 线性电阻  $R_0$  和压控的非线性电阻组成。设任何时刻有  $U_0 \gg |u_s(t)|$ 。

小信号电路计算是把非线性元件线性化等效为一个动态电阻, 计算电路的小信号激励下的响应。动态小信号分析过程包括:

- ① 直流激励时的静态工作点计算。
- ② 动态电阻计算, 建立小信号等效电路。
- ③ 计算小信号激励下的响应。
- ④ 根据泰勒展开, 将静态工作点与小信号响应相加, 得到非线性电路的近似解答。

例 6: 详见例题部分

## 第十五讲 练习

### 一、例题部分【电气考研名师课程联系水木珞研电路哥微信: dianluge1】

#### 例 1

设一个非线性电阻，其伏安特性为  $u = f(i) = 100i + i^3$

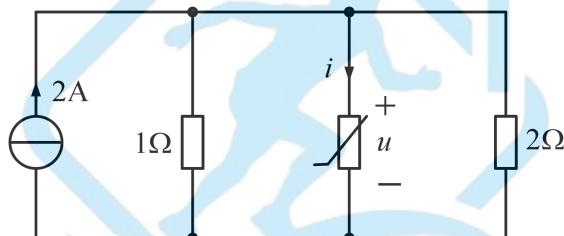
i) 分别求出  $i_1 = 2A, i_2 = 10A, i_3 = 10mA$  时对应的电压  $u_1, u_2, u_3$ ；

ii)  $i_2 = 2 \sin 314t A$ ，求  $u$ ；

iii) 若设  $u_{12} = f(i_1 + i_2)$ ，试问  $u_{12}$  是否等于  $u_1 + u_2$ ？

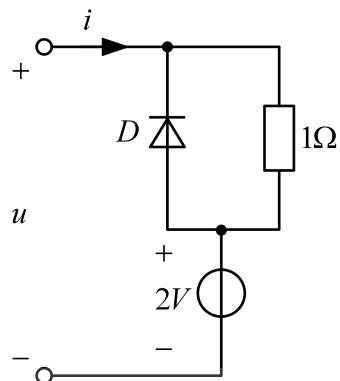
#### 例 2

下图所示电路中，已知非线性电阻的伏安关系为  $i = u + 0.13u^2$ ，求：  $u$  和  $i$  【电气考研课程联系水木珞研电路哥微信 dianluge1，电路哥 QQ: 465256747】

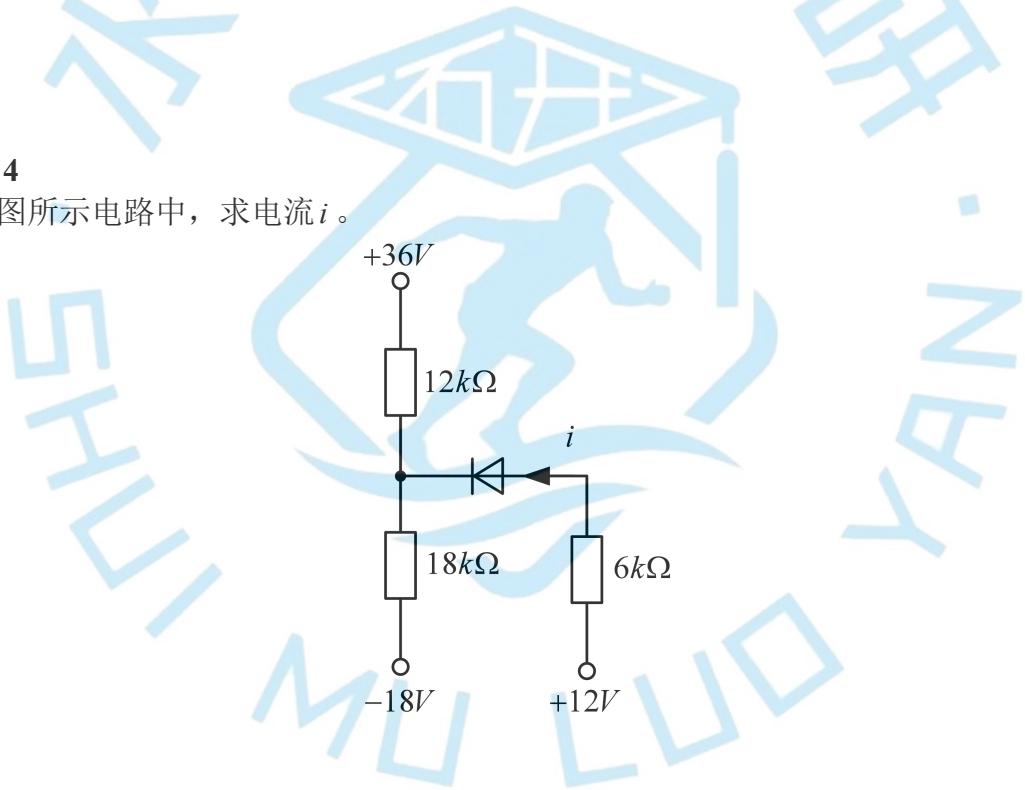


**例 3**

下图所示电路中,  $D$  为理想二极管, 画出电路端口处的伏安特性曲线。

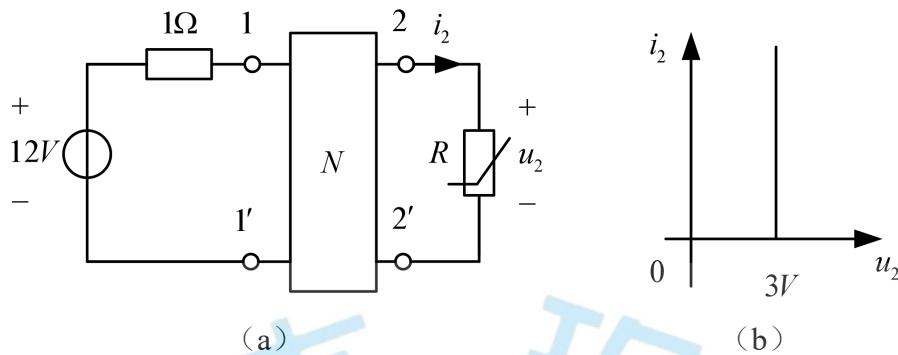
**例 4**

下图所示电路中, 求电流  $i$ 。



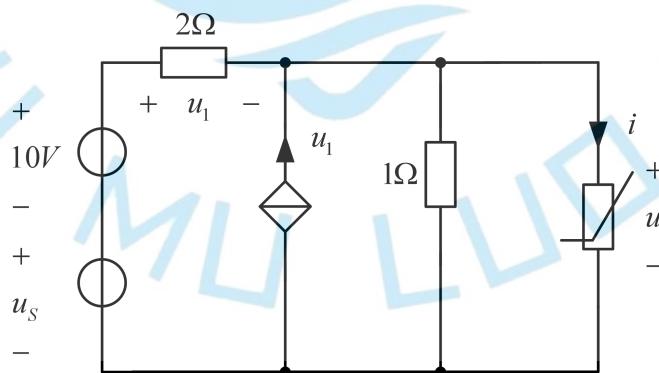
### 例 5

下图所示双口网络  $N$  的  $Z$  参数为  $\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \Omega$ , 非线性电阻  $R$  的伏安特性如图(b)所示。求  $u_2$  和  $i_2$  的值。



### 例 6

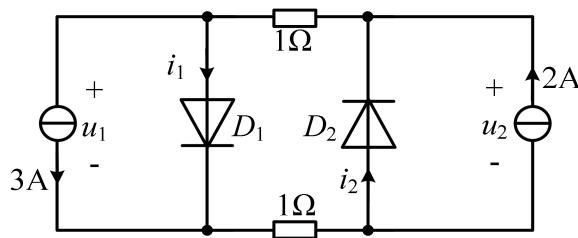
下图所示电路中, 已知  $u_s(t)=0.5\cos 2tV$ , 非线性电阻的伏安特性方程为  $i=u^2-0.5u(u>0)$ , 试用小信号分析法求电流  $i(t)$  和电压  $u_1(t)$ 。



## 二、习题部分

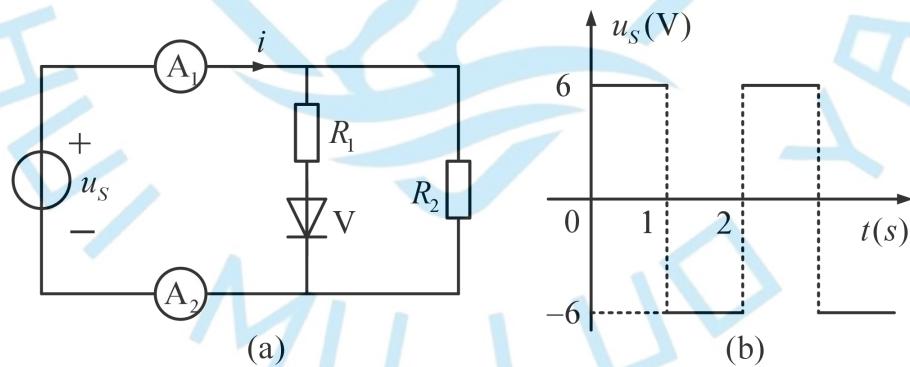
### 题 1

试求下图所示含理想二极管电路中两电流源的功率。



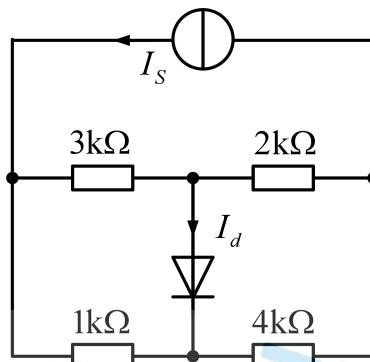
### 题 2

下图所示电路中,  $V$  为理想二极管,  $R_1 = 1\Omega$ ,  $R_2 = 2\Omega$ ,  $u_s$  波形如图 (b) 所示。求磁电式电流表  $A_1$  和电磁式电流表  $A_2$  的读数。



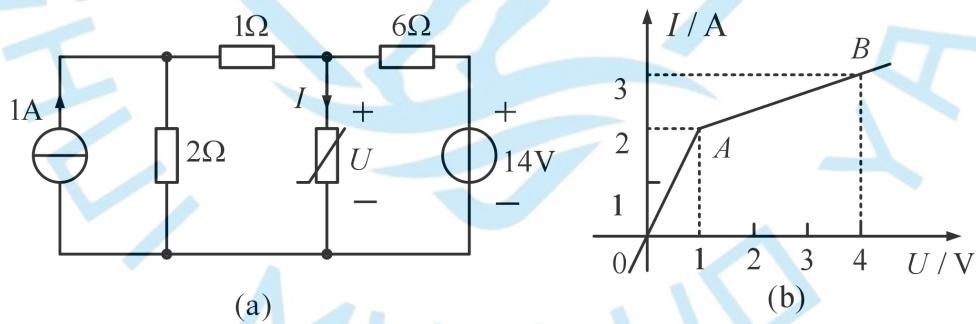
### 题 3

下图所示电路中，二极管为理想二极管，试求在  $I_S = 6\text{mA}$  和  $I_S = -6\text{mA}$  两种情况下二极管中的电流  $I_d$ 。



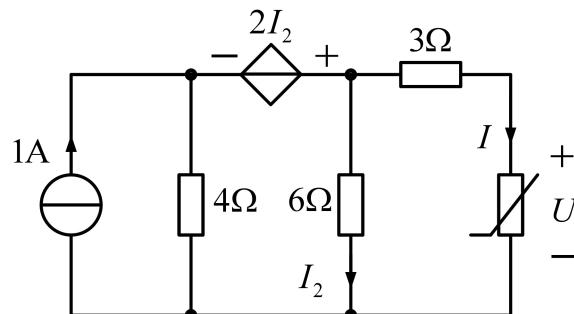
### 题 4

下图所示电路中，非线性电阻的电压、电流关系如图 (b) 所示，求电压  $U$ 。



### 题 5

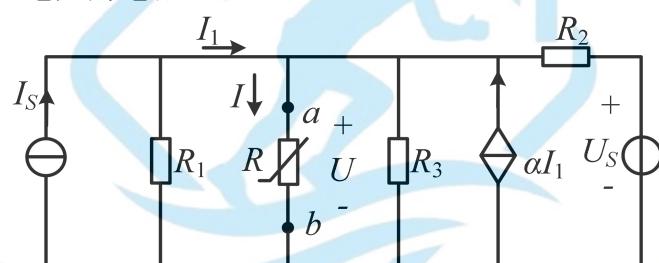
下图所示非线性电阻的伏-安特性为  $U = I^2 - 5I - 3 (I > 0)$ ，求非线性电阻的功率。



### 题 6

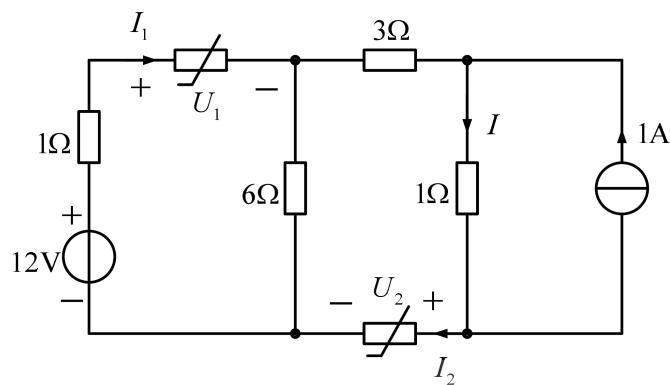
下图所示电路中, 已知:  $R_1 = 12\Omega$ ,  $R_2 = 24\Omega$ ,  $R_3 = 8\Omega$ ,  $\alpha = 3$ ,  $I_S = 1A$ ,  $U_S = 12V$ ,  $R$ 为非线性电阻, 其伏安特性为  $U = 4I^2 + 3$  ( $I > 0$  时), 试求:

- (1) 移去  $R$  后剩余部分电路 (即开断含  $R$  的支路, 且以  $a$ 、 $b$  为端钮的二端口网络) 的戴维南等效电路
- (2) 通过非线性电阻的电流  $I$



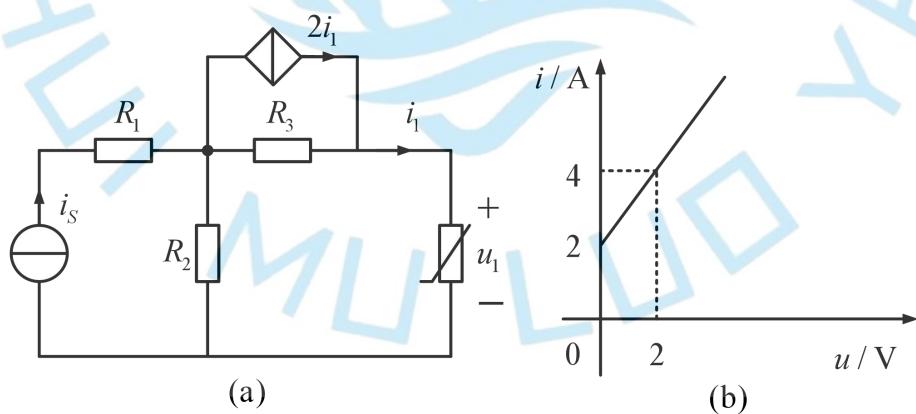
题 7

下图所示电路中,  $U_1 = I_1^2 (I_1 > 0)$ ,  $U_2 = I_2^2 (I_2 > 0)$ ,  $I = 2A$ 。求  $U_1$  和  $U_2$ 。



题 8

下图 (a) 所示电路中,  $i_s = 6A$ ,  $R_1 = 3\Omega$ ,  $R_2 = 2\Omega$ ,  $R_3 = 1\Omega$ , 非线性电阻的伏安特性曲线如题图 (b) 所示。试求电压  $u_1$  和电流  $i_1$ 。

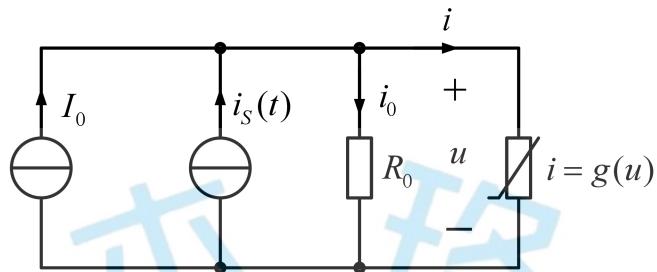


### 题 9

下图所示电路中, 直流电流源  $I_0 = 10A$ ,  $R_0 = 1/3\Omega$ , 非线性电阻为电压控制型, 其伏安特性表示为

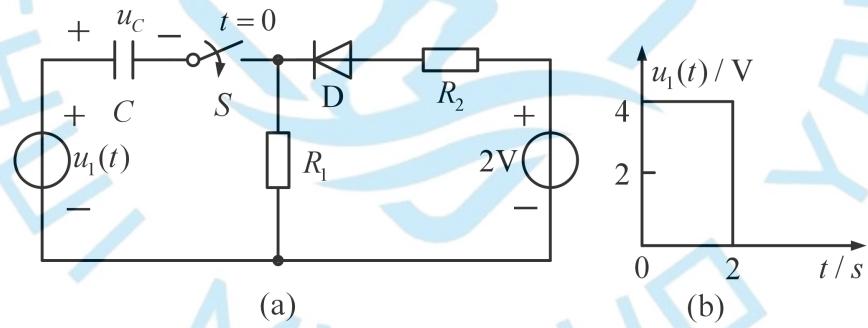
$$i = g(u) = \begin{cases} u^2 & (u > 0) \\ 0 & (u \leq 0) \end{cases}$$

小信号电流源  $i_s(t) = 0.5 \cos t A$ 。试求静态工作点和在工作点处由小信号产生的电压和电流。



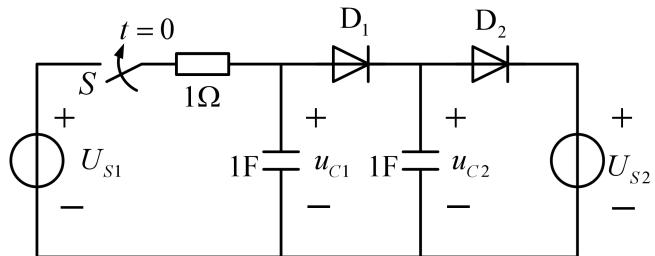
### 题 10

下图所示电路中  $D$  为理想二极管,  $R_1 = R_2 = 1\Omega$ ,  $C = 1F$ ,  $u_1(t)$  如图 (b) 所示。 $t = 0$  时  $S$  闭合 (闭合前电路处于稳态,  $u_c(0_-) = 0$ ) , 求电容电压  $u_c(t)$ 。



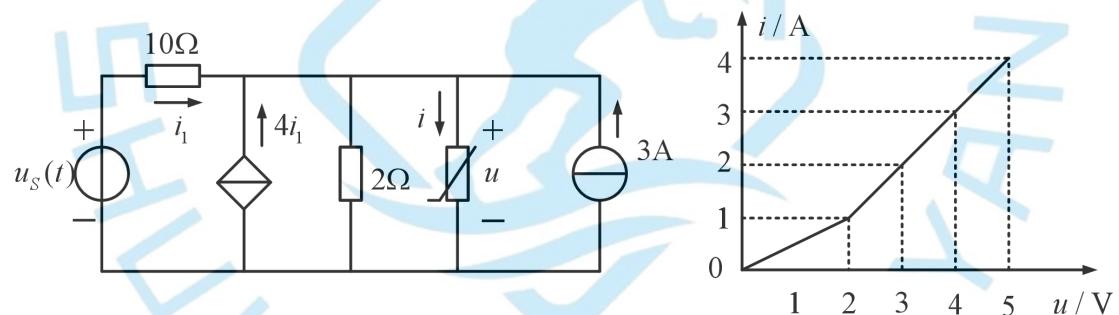
### 题 11

下图所示电路中,  $U_{S1} = 10V$ ,  $U_{S2} = 8.64V$ ,  $u_{C1}(0) = 0$ ,  $u_{C2}(0) = 6.32V$ ,  $D_1$ 、 $D_2$ 为理想二极管, 当  $t = 0$  时开关  $S$  合上。试求响应  $u_{C1}$  和  $u_{C2}$ 。



### 题 12

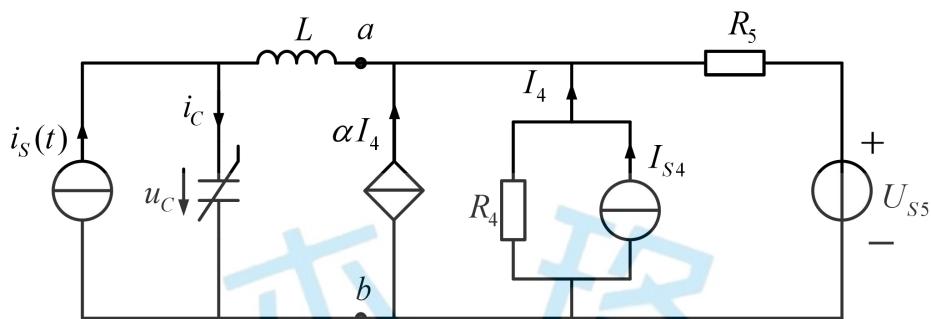
下图所示电源  $u_s(t) = (3 + 0.06 \sin 5t) V$ , 用小信号分析法求电路中非线性电阻的电流  $i$ 。【电气考研课程联系水木珞研电路哥微信 dianluge1, 电路哥 QQ: 465256747】



### 题 13

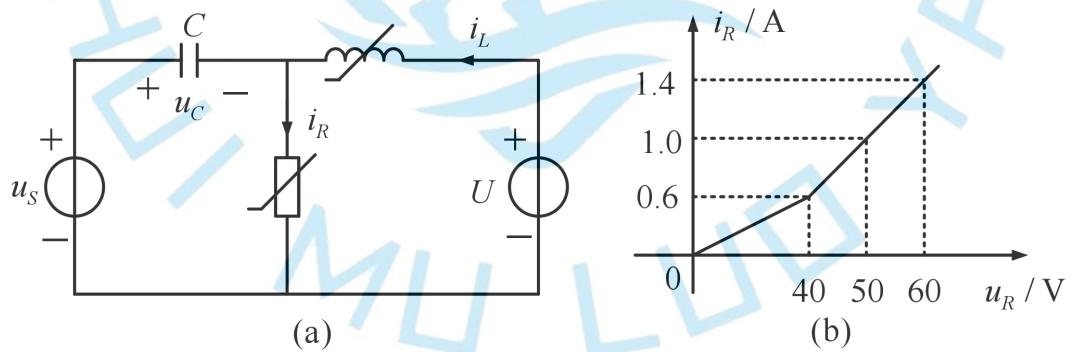
下图所示电路中, 已知  $R_4 = 6\Omega$ ,  $R_5 = 3\Omega$ ,  $I_{s4} = 2A$ ,  $U_{s5} = 57V$ ,  $\alpha = 3$ ,  $L = 0.1mH$ ,  $i_s(t) = 2\sin(10^4t + 30^\circ)(mA)$ 。非线性电容的库伏特性为  $q = 13.5u^{1/3} \times 10^{-4}$  (其中  $q$  的单位为伏), 试求:

- (1) 端钮  $a, b$  右侧电路的戴维南等效电路;
- (2) 非线性电容上的电压及其电流 (用小信号分析法计算)。



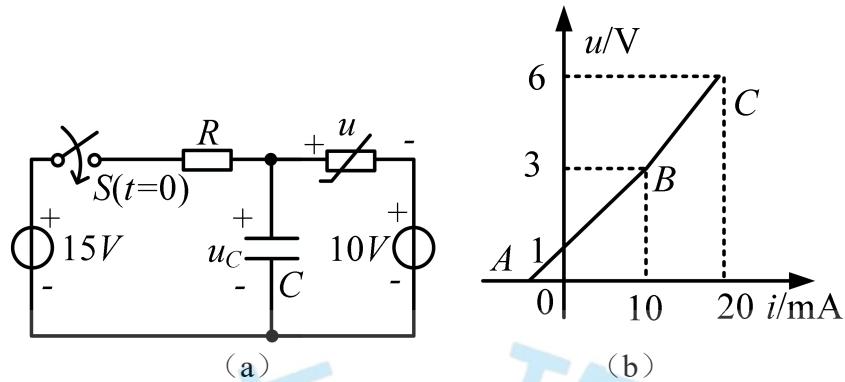
### 题 14

下图 (a) 电路中, 非线性电感的韦安特性  $\psi = 0.1\sqrt{i_L}$ , 非线性电阻伏安特性如图 (b) 所示,  $U = 50V$ ,  $u_s(t) = \sqrt{2} \times 10^{-3} \sin 1000t V$ ,  $C = \frac{1}{3} \times 250\mu F$ , 求  $u_c(t)$ 。



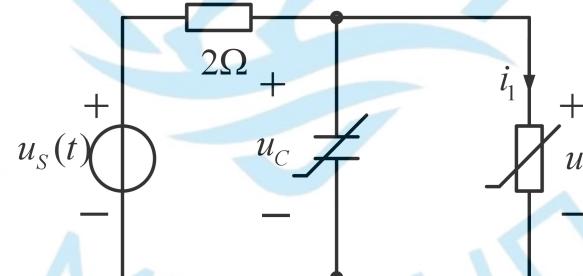
### 题 15

下图 (a) 所示电路中, 已知  $C = 200\mu F$ ,  $R = 200\Omega$ , 非线性电阻的特性曲线如 (b) 所示。当  $t < 0$  时电路处于直流稳态,  $t = 0$  时开关突然接通。求  $t = 0$  时的电压  $u_c$ 。



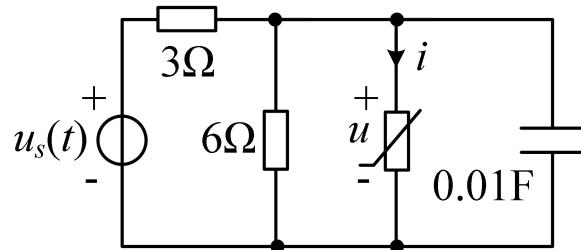
### 题 16

下图所示非线性动态电路中, 非线性电阻电压、电流关系为  $u_1 = i_1^2 - 4i_1$  (单位: V, A;  $i_1 > 0$ ) , 非线性电容  $q = 10^{-3}u_1^2 c$  (单位: C,V) , 电压源  $u_s(t) = 15 + \varepsilon(t)$  V。用小信号分析法求响应  $u_c(t)$ 。



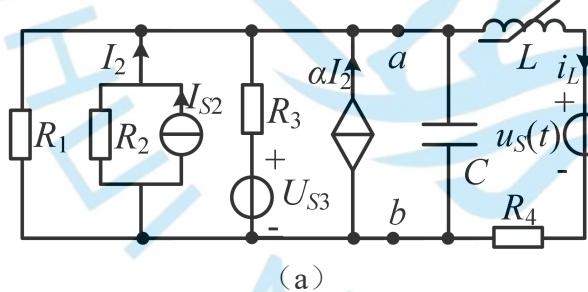
**题 17**

下图所示电路中，非线性电阻的电压，电流关系为 $u = 0.5i^2$  ( $i > 0$ ; 单位: V, A)，电压源 $u_s = 9 + \sqrt{2}\cos 100t$  V，用小信号分析法求电流 $i$ 。

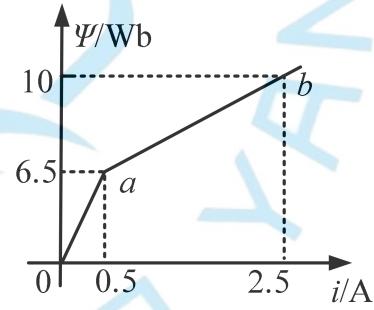
**题 18**

下图所示电路中， $R_1 = 4\Omega$ ,  $R_2 = 6\Omega$ ,  $R_3 = 12\Omega$ ,  $R_4 = 3.5\Omega$ ,  $\alpha = 3$ ,  $C = 0.5\text{F}$ ,  $I_{S2} = 2\text{A}$ ,  $U_{S3} = 12\text{V}$ ,  $u_s(t) = 6\cos 2t$  mV。非线性电感 $L$ 的韦安特性如图所示。试求：

- (1) 端钮 a-b 左侧电路的戴维南等效电路。
- (2) 通过非线性电感 $L$ 的电流 $i_L$ 。



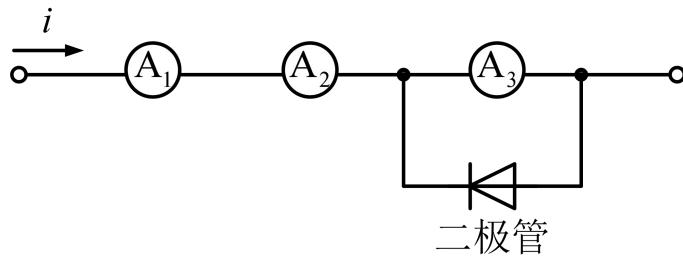
(a)



(b)

### 题 19【二轮强化提高题目】

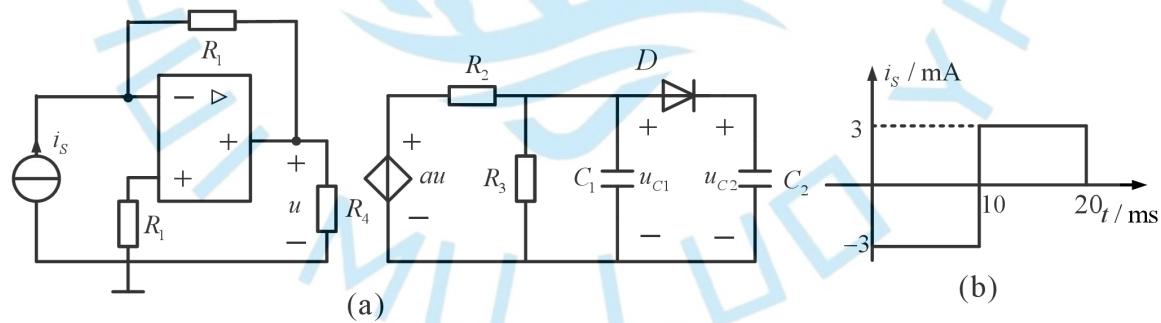
下图所示电路中,  $A_1$  是测电流有效值的交流电流表,  $A_2$  和  $A_3$  是测电流直流分量的直流电流表。当  $i > 0$  时, 电流流过  $A_3$ ;  $i < 0$  时电流流过二极管而不流过  $A_3$ , 设  $i = (\sin 314t + 0.25 \sin 942t) A$ , 求三个电流表的读数。



### 题 20【二轮强化提高题目】

下图 (a) 包含理想二极管  $D$  的电路中, 已知  $R_1 = 1k\Omega$ ,  $R_2 = 6k\Omega$ ,  $R_3 = R_4 = 3k\Omega$ ,  $C_1 = C_2 = 3\mu F$ ,  $a=1$ , 激励电流源的波形如图 (b) 所示, 设电容电压  $u_{C1}(t)$ ,  $u_{C2}(t)$  的初始值均为零。试求  $0 \leq t < 20ms$  时间范围内的电容电压  $u_{C1}(t)$ ,  $u_{C2}(t)$ 。

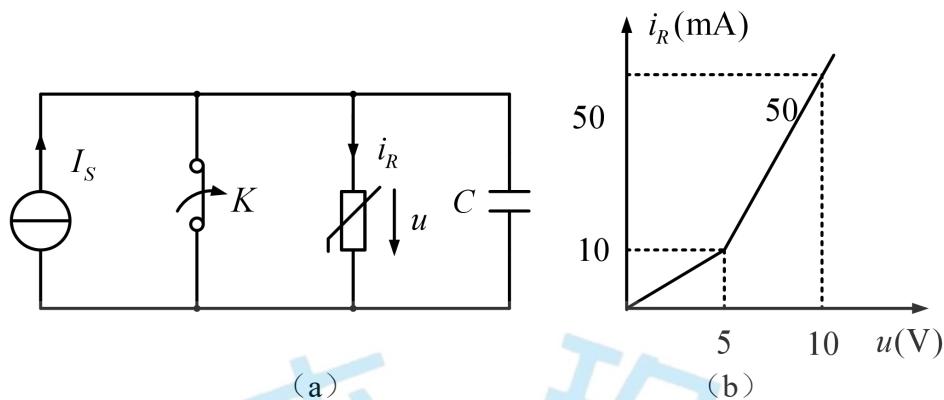
【电气考研课程联系水木珞研电路哥微信 dianluge1, 电路哥 QQ: 465256747】



**题 21【二轮强化提高题目】**

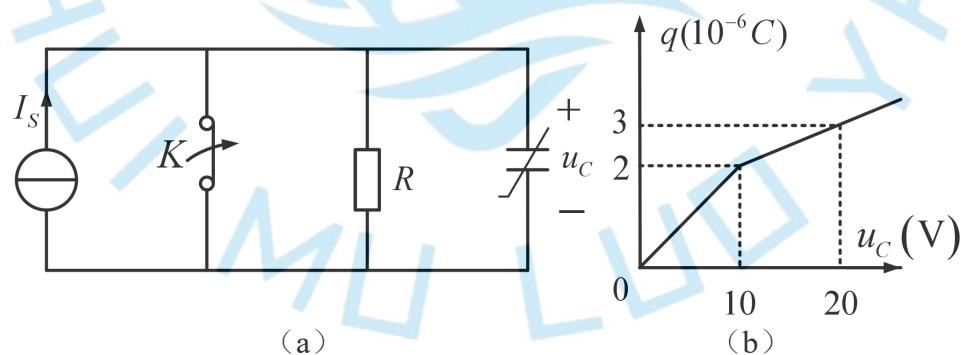
在下图(a)的电路中, 开关K原为闭合, 电路已达稳态,  $t=0$ 时打开K, 求 $u(t)$ 。

已知:  $I_s = 50\text{mA}$ ,  $C = 1\mu\text{F}$ , 非线性电阻的伏安特性曲线如图(b)所示。



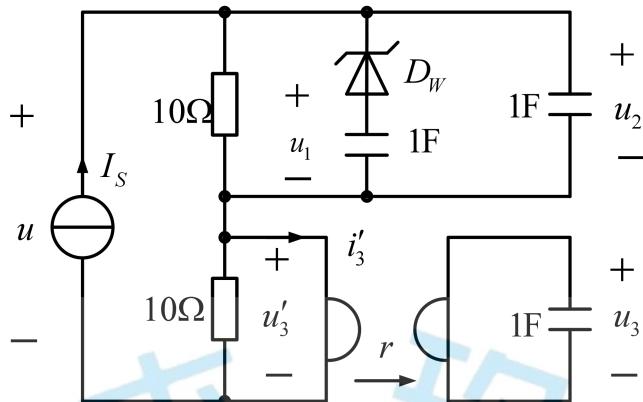
**题 22【二轮强化提高题目】**

下图(a)所示电路汇总, 线性电阻  $R = 5k\Omega$  与非线性电容相并联,  $t=0$  打开  $K$ , 求电容器的端电压。已知直流电流源  $I_s = 5\text{mA}$ , 非线性电容的库一伏特性如图(b)。



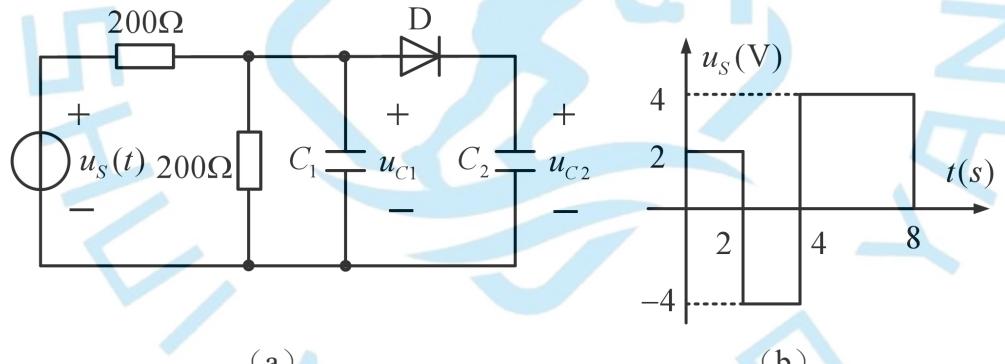
**题 23【二轮强化提高题目】**

下图所示电路中，回转器的回转电阻  $r=1\Omega$ ， $u_1(0_-)=u_2(0_-)=u_3(0_-)=0$ ，理想稳压管的反向击穿电压为 5V，电流源  $I_S = 1A$ ，求零状态响应  $u(t)$ 。



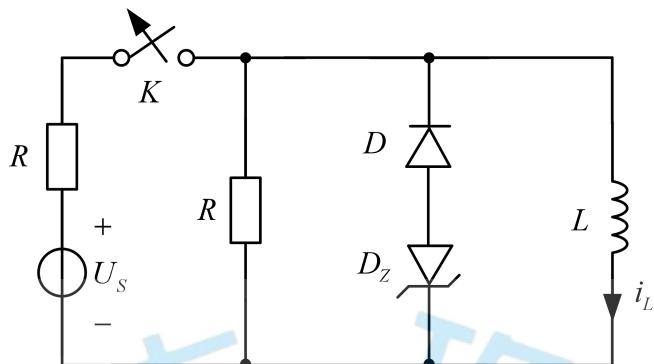
**题 24【二轮强化提高题目】**

下图 (a) 所示电路中， $u_s(t)$  的波形如图 (b) 所示。试求电路的零状态响应  $u_{C1}(t)$  及  $u_{C2}(t)$ ，图中  $C_1 = C_2 = 0.01F$ 。



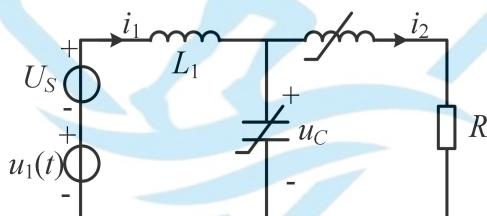
**题 25【二轮强化提高题目】**

电路如下图所示,  $U_s = 10V$ ,  $R = 20\Omega$ ,  $L = 10mH$ ,  $D$  为理想二极管,  $D_z$  为稳压二极管, 反向稳压值为 5V, 开关  $K$  闭合已久, 试求开关打开后的电感电流  $i_L(t)$ 。



**题 26**

下图所示电路, 已知  $U_s = 4V$ ,  $u_1(t) = 10^{-3}\sin t$ ,  $R = 4\Omega$ ,  $L_1 = 3H$ , 非线性电感的韦安特性为  $\psi_2 = i_2^2 Wb$ , 非线性电容的库伏特性为  $q = \ln u_C$ , 求  $u_C$ 、 $i_2$ 。



# 第十六讲 状态方程

## 一、【命题基本点重点】

1、状态方程的建立方法与求解

2、状态方程的综合应用

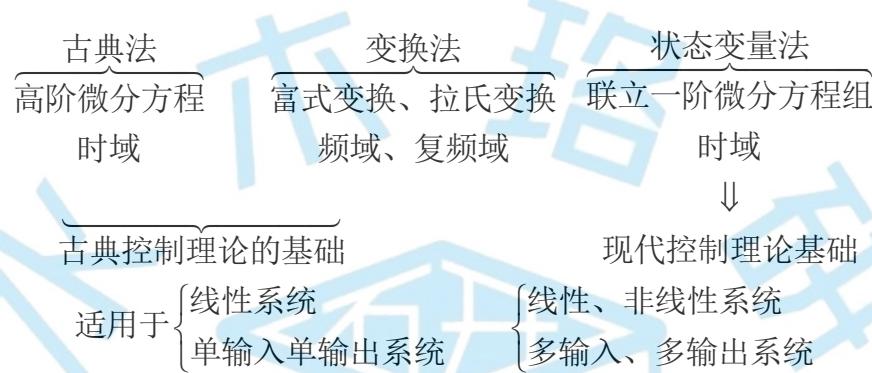
(1) 什么是状态变量?什么是非状态变量?

(2) 如何判断独立状态变量的个数?

(3) 什么是状态方程?状态方程的阶数怎么判断?状态方程与微分方程有什么联系?

## 二、【基本考点总结】

动态电路的分析方法【电气考研名师课程联系水木珞研电路哥微信: dianluge1】



### 1、知识点 A: 状态及状态变量

(1) 电路的状态:一组最少信息量的集合。

①对于某一任意的时刻  $t_0$ ,可以根据  $t_0$  时刻的状态及  $t \geq t_0$  时的输入来唯一地确定  $t > t_0$  的任一时刻的状态;

②根据在  $t$  时刻的状态及  $t$  时刻的输入(或者输入的导数)能够唯一地确定在  $t$  时刻的任一电路变量的值。

③状态变量:描述状态的变量

动态电路的状态变量是确定动态电路运动行为最少一组变量记作:  $x_1, x_2, \dots, x_n$

动态电路中,一般选择  $u_C, i_L$  或者  $q, \psi$  作为状态变量。

### 2、知识点 B: 状态方程与输出方程

#### (1) 线性时不变电路

$$\dot{x} = Ax + Bu$$

$A$  为系数矩阵,  $B$  为控制矩阵

特殊的,有时候

$$\dot{x} = Ax + Bu + B_l \dot{u}$$

联系输出与状态变量和输入之间的关系式

#### (2) 线性时不变电路

$$y = Cx + Du$$

$y$  为输出向量,  $x$  为状态向量,  $u$  为输入向量

$C$  和  $D$  为仅与电路结构和元件值有关的系数矩阵

#### (3) 独立电容电压